

Zadanie numeryczne NUM1

1 Wstęp

Zadanie polegało na napisaniu programu wyliczającego przybliżenie pochodnej z wykorzystaniem następujących wzorów:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad D_h f(x) &\equiv \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \\ \text{(b)} \quad D_h f(x) &\equiv \frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h} \end{aligned}$$

Następnie należało wykreślić błąd $|D_h f(x) - f'(x)|$ dla funkcji $f(x) = \cos(x)$ oraz punktu $x = 0.3$ przy zmianie parametru h dla typów *float* oraz *double*.

2 Implementacja

Program napisałem w języku Python z wykorzystaniem bibliotek *numpy* oraz *sympy*. Do obliczenia przybliżenia całki ze wzoru (a) $D_h f(x) \equiv \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ służy funkcja *a*:

```
def a(fun, point, h, htype):
    x = point
    f2 = eval(fun)
    x = point + h
    f1 = eval(fun)
    return htype((f1 - f2) / h)
```

Do obliczenia przybliżenia całki ze wzoru (b) $D_h f(x) \equiv \frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h}$ służy funkcja *b*:

```
def b(fun, point, h, htype):
    x = point + h
    f1 = eval(fun)
    x = point - h
    f2 = eval(fun)
    return htype((f1 - f2) / (2 * h))
```

W kolejnym kroku należało obliczyć błąd $|D_h f(x) - f'(x)|$ dla funkcji $f(x) = \cos(x)$ oraz punktu $x = 0.3$ przy zmianie parametru h dla typu *float* oraz *double*. Służy do tego funkcja *error*:

```
def error(fun, point, h, htype, appr):
    x = sp.Symbol('x')
    derivative = sp.diff(fun, x)
    result = htype(derivative.evalf(subs={x: point}))
    return absolute(appr(fun, point, h, htype) - result)
```

Do wykreślenia błędu służy funkcja *plot*:

```
def plot(fun, point, htype):
    if htype == float32:
        start = -8
        title = 'float'
    elif htype == float64:
        start = -16
        title = 'double'
    else:
        raise TypeError('wrong htype')

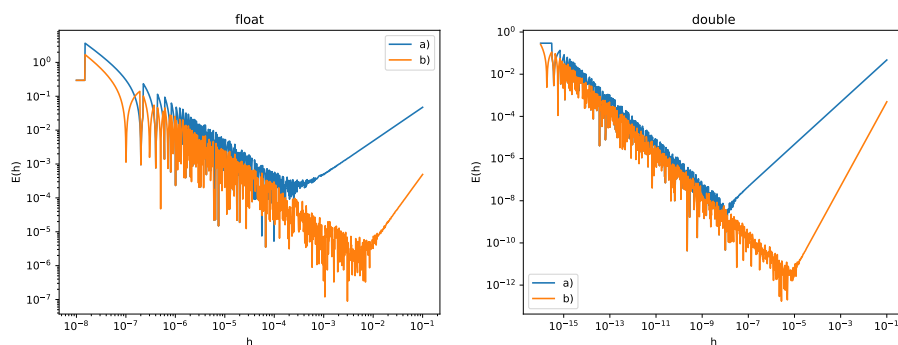
    plt.xscale('log')
    plt.yscale('log')

    xaxis = logspace(start, -1, num=1000, dtype=htype)  #
    endpoint=True, base=10
    ya = error(fun, point, xaxis, htype, a)
    yb = error(fun, point, xaxis, htype, b)
    plt.plot(xaxis, ya, label='a')
    plt.plot(xaxis, yb, label='b')

    plt.xlabel('h')
    plt.ylabel('E(h)')
    plt.title(title)
    plt.legend()
    plt.show()
```

3 Wynik

Wykresy $|D_h f(x) - f'(x)|$ w skali logarytmicznej dla $f(x) = \cos(x)$, $x = 0.3$ dla typów *float* oraz *double* prezentują się następująco:



Wykresy są zgodne z oczekiwaniami. Można zauważyć, że dla małych h wykres jest bardzo nieregularny. Wynika to z różnych błędów zaokrągleń dla bardzo małych liczb. Widać również, że dla rosnącego h błąd maleje. Dzieje się tak do pewnego h , w którym błąd jest najmniejszy. Następnie błąd znów rośnie,

ale w bardziej regularny sposób, ponieważ błąd zaokrąglenia jest zbyt mały by drastycznie zmienić wartość większych liczb. Porównując oba wykresy można dostrzec, że dla typu *double* skala błędu jest mniejsza. Wynika to z większej dokładności przybliżenia liczb.