hihoCoder挑战赛14 题解

清华大学 陈立杰

Contents

1	赛车	2
2	向日葵	2
3	小精灵	2

1 赛车

首先答案可能是原来的最长路。那么就是对树跑一遍dfs之后的最大深度。

接下来不妨假设新加的边的起点是u,那么考虑新加的边终点v,注意到v不能在根到u的路径上,否则就会形成环。

令 dep_u 表示点u的深度, $down_u$ 表示点u往下的最长路径,那么此时的新路径长度就是 $dep_u + 1 + down_v$ 。

那么我们只要对每个u算出可行的 $down_v$ 的最大值就可以了。注意到这个最大值肯定来自于其某个祖先的不是它的祖先的孩子,在dfs的过程中维护即可。

2 向日葵

考虑如何计算答案,注意到如果凸包上的点按逆时针依次为 p_1, p_2, \ldots, p_k 。那么凸包的面积就是:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{k} \det(p_i, p_{i+1}).$$

其中 $p_{k+1} = p_1$,并且det表示叉积。 由于期望的线性性,我们可以将上个式子拆成:

$$\mathbb{E}[A] = \sum_{p,q} \det(p,q) \cdot \Pr[onHull_{p,q}]$$

其中 $\Pr[onHull_{p,q}]$ 表示 $p \to q$ 作为凸包上的边(逆时针)的概率。

不妨考虑依次枚举两个维护不同对中的点p和q。因为没有三点共线,那么 $p \to q$ 作为凸包上的边当且仅当所有 $p \to q$ 右侧的点都没有选。那么考虑计算此情况下的概率。考虑其它n-2对点,如果两个点都在左侧,那么不需要考虑,如果都在右侧,那么 $p \to q$ 不可能出现在凸包上,如果一个在左侧一个在右侧,那么需要选择左侧的那个,也就是概率乘上1/2。

注意到暴力计算是 $O(n^3)$ 的,观察上述计算,不妨先确定p之后将其它所有点按照极角排序,那么通过扫描就能将上诉算法优化成 $O(n^2 \log n)$ 了。

3 小精灵

考虑这N个01串 u_1, u_2, \ldots, u_N ,不妨将他们看成 \mathbb{F}_2 上的维数为40的向量。

考虑这N个向量组成的矩阵A。我们不妨通过高斯消元,将其化简成类似于样例中的形式

首先注意到,对A进行行变换不会影响能够拼出的串的集合。

那么考虑化简之后非0行的个数R,如果 $R \leq 25$,那么我们不妨直接枚举 2^R 种情况加以计算。

否则,如果 $R \ge 26$,观察高斯消元后的情况,可以看到对于每个非空行i,对于其从左往右第一个1,其它非空行在此处都是0。我们称其为i的主元列。

现在来考虑所有的列。如果它不是某个非空行的主元列,我们称其为自由列。

注意到自由列的数量最多为 $40 - R \le 14$ 。

对于串w, 我们先跑一个kmp, 得到其后缀状态的转移。

现在我们一列一列的考虑,考虑记录如下的状态 $dp_{i,j,k}$ 。其中i表示当前要考虑第i列,j表示第1列到第i-1位对应前缀的kmp下的后缀状态,k表示所有自由列的状态。

那么考虑第i列,如果它是某个主元列,枚举是否选择其对应的行,相应的更新j和k即可。

如果是一个自由列,那么从k中可以知道它的值,更新j即可。