

Kwadratury adaptacyjne

Laboratorium 7

Jakub Ciszewski, Wiktor Smaga

24 kwietnia 2024

1 Wstęp

Celem ćwiczenia jest porównanie błędów generowanych przez kwadratury adaptacyjne - kwadratura adaptacyjna trapezów i kwadratura adaptacyjna Gaussa-Kronroda razem z kwadraturami wykorzystanymi w Laboratorium 6 - Simpsona, trapezów oraz środkowych prostokątów.

2 Zadanie

2.1 Opis

Obliczono wartości całek

$$\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx, \quad (1)$$

$$\int_0^1 \sqrt{x} \log x dx \quad (2)$$

$$\int_0^1 \left(\frac{1}{(x-0.3)^2 + 0.001} + \frac{1}{(x-0.9)^2 + 0.004} - 6 \right) dx \quad (3)$$

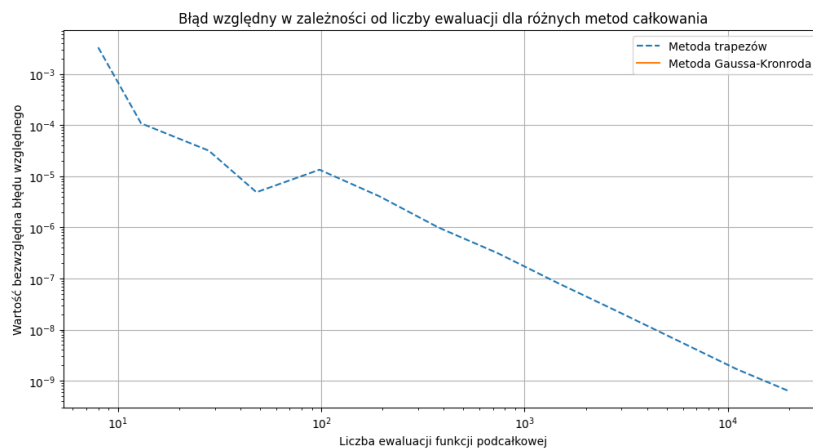
korzystając z

- kwadratur adaptacyjnych trapezów
- kwadratur adaptacyjnych Gaussa-Kronroda

oraz porównano wyniki z kwadraturami z poprzedniego laboratorium.

2.2 Porównanie kwadratur adaptacyjnych

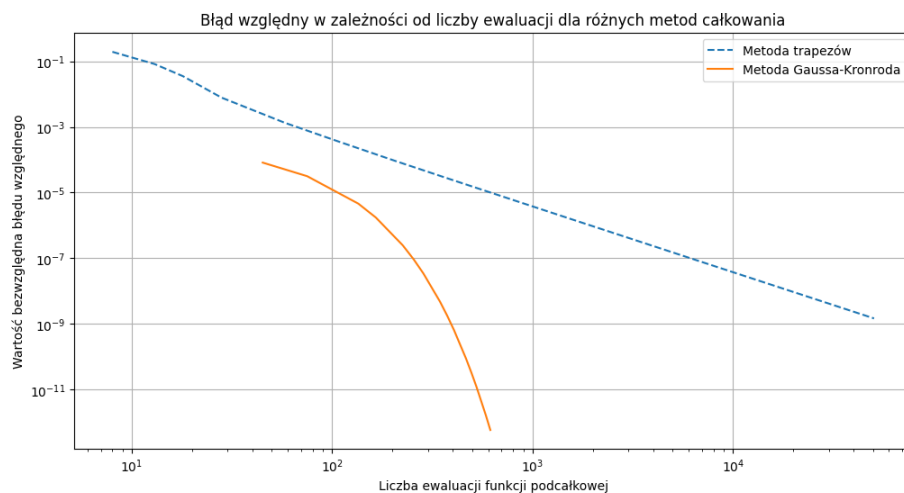
2.2.1 Całka (1)



Wykres 1: Błąd względny w zależności od liczby ewaluacji dla całki (1)

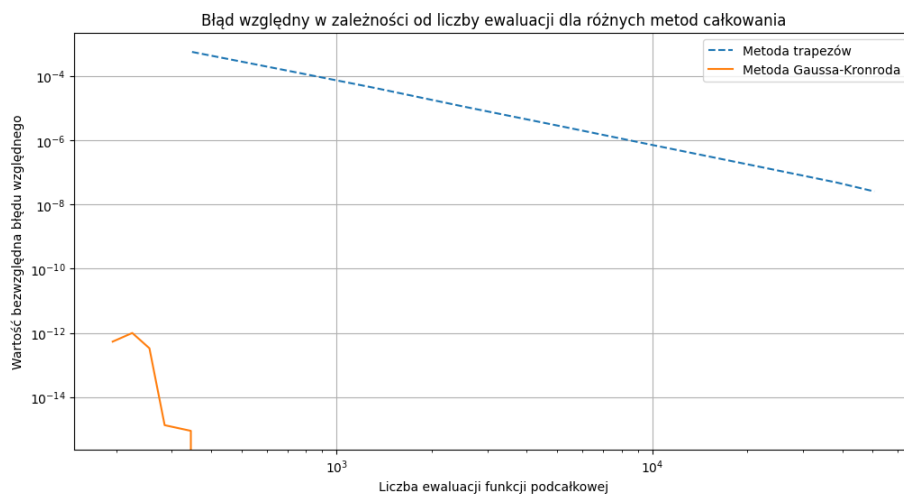
Na wykresie 1 możemy zauważyć, że metoda Gaussa-Kronroda dla całki (1) praktycznie nie generuje żadnego błędu, przez co przez użycie skali logarytmicznej nie widać wykresu tej metody.

2.2.2 Całka (2)



Wykres 2: Błąd względny w zależności od liczby ewaluacji dla całki (2)

2.2.3 Całka (3)

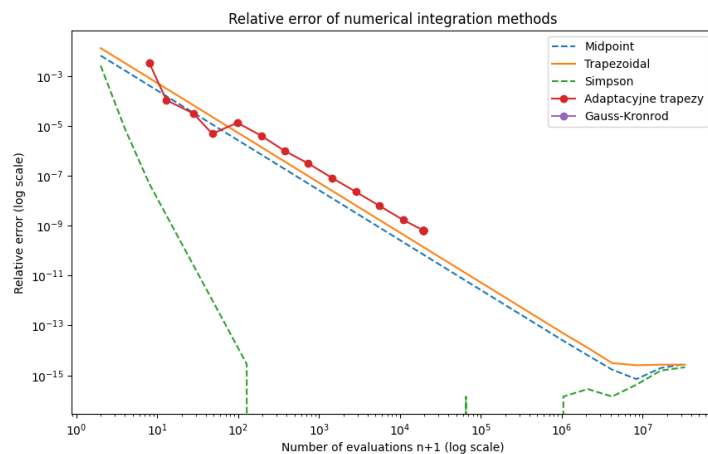


Wykres 3: Błąd względny w zależności od liczby ewaluacji dla całki (3)

Na wykresach 1,2,3 widać, że kwadratura Gaussa-Kronroda generuje o wiele mniejsze błędy od kwadratury adaptacyjnych trapezów.

2.3 Porównanie wszystkich kwadratur

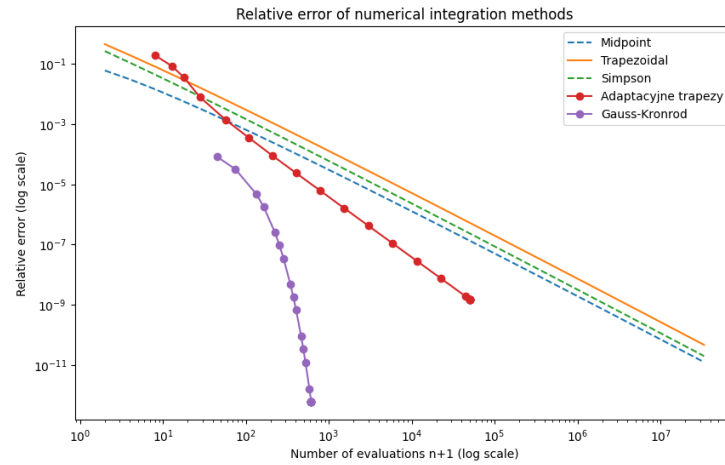
2.3.1 Całka (1)



Wykres 4: Błąd względny wszystkich kwadratur dla całki (1)

Pomimo podejścia adaptacyjnego kwadratura adaptacyjnych trapezów dała gorsze rezultaty niż kwadratura Simpsona, która nie stosuje podejścia adaptacyjnego.

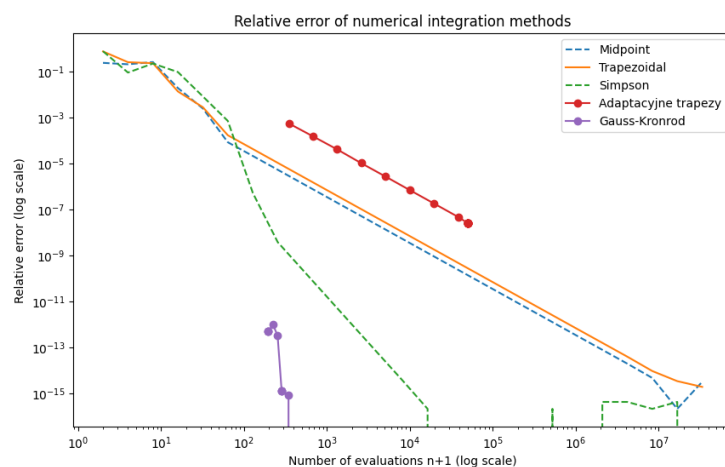
2.3.2 Całka (2)



Wykres 5: Błąd względny wszystkich kwadratur dla całki (2)

Dla większej ilości ewaluacji kwadratura adaptacyjnych trapezów zaczyna generować mniejsze błędy od kwadratur nieadaptacyjnych.

2.3.3 Całka (3)



Wykres 6: Błąd względny wszystkich kwadratur dla całki (3)

Kwadratura adaptacyjnych trapezów daje najgorsze rezultaty względem pozostałych metod dla całki (3).

3 Wnioski

- Kwadratura adaptacyjna Gaussa-Kronroda generuje najmniejsze błędy numeryczne spośród wszystkich testowanych podczas tego laboratorium.
- Kwadratura adaptacyjna trapezów nie zapewnia mniejszych błędów od kwadratur nieadaptacyjnych.