

# Cvičení MV011 Statistika I

## 9. Intervalové odhady parametrů

Ústav matematiky a statistiky, Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita, Brno

jaro 2019



Pro připomenutí – funkce pro kvantily v *R*:

- **qnorm**:  $u$ , kvantily standardizovaného normálního rozdělení
- **qt**:  $t$ , kvantily Studentova  $t$ -rozdělení
- **qf**:  $F$ , kvantily Fisherova-Snedecorova  $F$ -rozdělení
- **qchisq**:  $\chi^2$ , kvantily chí-kvadrát rozdělení

Pro řešení využijte vzorce ve slajdech 8. přednášky a *R*-skript z 8. přednášky.

### Příklad 1 (z 8. přednášky)

*Při zjišťování přesnosti nově zaváděné metody pro stanovení obsahu manganu v oceli bylo rozhodnuto provést 4 nezávislá měření. Obsah manganu považujeme za náhodný výběr z normálního rozdělení. Stanovte dolní odhad pro  $\sigma$  s rizikem 0,05, když výsledky měření byly: 0,31 %; 0,30 %; 0,29 %; 0,32 %.*

### Příklad 2 (z 8. přednášky)

*Ze základního souboru byl proveden náhodný výběr s naměřenými intervalovými hodnotami a jejich četnostmi sledovaného znaku (datový soubor [intervaly.csv](#)):*

$x_i$	(15,17)	(17,19)	(19,21)	(21,23)	(23,25)	(25,27)
$n_i$	10	30	50	70	60	30

(A) Určete interval ve kterém se nachází střední hodnota  $\mu$  s pravd. 0,95.

(B) Určete interval ve kterém se nachází rozptyl  $\sigma^2$  s pravděpodobností 0,95.

### Příklad 3 (z 8. přednášky)

Mezi 160 pracovníky (náhodně vybranými z 8 000 pracujících v závodě) 48 cestuje do práce vlakem. Určete bodový odhad a 95% interval spolehlivosti (A) pro podíl, (B) pro počet zaměstnanců dopravujících se do práce vlakem.

### Příklad 4 (z 8. přednášky)

Tabulka uvádí el. odpor (v ohmech) vzorků drátů A a B. Je známo, že výsledky takových zkoušek mají normální rozdělení s rozptyly  $\sigma_A^2 = 4 \cdot 10^{-6}$ ,  $\sigma_B^2 = 9 \cdot 10^{-6}$ . Určete dolní odhad pro rozdíl středních hodnot odporu drátů při riziku  $\alpha = 0,05$ .

A	0,140	0,138	0,143	0,142	0,144	0,137
B	0,135	0,140	0,142	0,136	0,138	

### Příklad 5 (z 8. přednášky)

Bylo vylosováno 6 vrhů selat a z nich vždy dva sourozenci. Jeden z nich vždy dostal náhodně dietu č. 1 a druhý dietu č. 2. Sestrojte 95% interval spolehlivosti pro rozdíl středních hodnot  $\mu_1 - \mu_2$ . Přírůstky (v dekagramech) jsou (datový soubor [selata.csv](#)): (62;52),(54;56),(55;49),(60;50),(53;51),(58;50).

### Příklad 6 (z 8. přednášky)

Tabulka uvádí výsledky analýz niklu získané dvěma metodami. Stanovte horní odhad pro podíl směrodatných odchylek  $\sigma_1/\sigma_2$  metod při riziku  $\alpha = 0,05$ , jestliže tyto výsledky považujeme za realizace náhodných výběrů z normálního rozdělení.

Metoda 1	3,26	3,26	3,27	3,27
Metoda 2	3,23	3,27	3,29	3,29

### Příklad 7

Datový soubor [spotreba.csv](#): spotřeba auta v l / 100 km při 11 nezávislých zkouškách. Spočítejte 95% intervaly spolehlivosti pro střední hodnotu a pro rozptyl spotřeby.

### Příklad 8

Spočítejte 95% interval spolehlivosti pro směrodatnou odchylku normálně rozdělené náhodné veličiny, když na vzorku rozsahu 25 byl spočítán výběrový průměr 3118 a výběrová směrodatná odchylka 357.

## Příklad 9

Datový soubor `pevnost.csv`: pevnost vlákna při zkouškách pevnosti bavlněného vlákna. Nalezněte horní 95% odhad rozptylu pevnosti vlákna.

## Příklad 10

Datový soubor `SiO2.csv`: měření obsahu  $\text{SiO}_2$  ve strusce analytickou (A) metodou a fotokolorometrickou (B) metodou. Spočítejte 95% IS pro rozdíl středních hodnot dosažených metodou B a metodou A. Nezapomeňte ověřit splnění podmínky pro rozptyly, kterou vyžaduje příslušný vzorec pro IS pro rozdíl středních hodnot.

## Příklad 11

Datový soubor `zakaznici.csv`: počty zákazníků odbavených u pokladny ve 20 sledovaných minutových intervalech. Spočítejte 95% interval spolehlivosti pro střední počet zákazníků odbavených za 1 minutu.

## Příklad 12

Datový soubor `kola.csv` z 8. cvičení. Spočítejte výběrový průměr a 95% interval spolehlivosti pro střední počet zápůjček za den pro jednotlivé kalendářní měsíce roku (viz sloupec `mnth` = 1, ..., 12). Do jednoho grafu vykreslete průměr a dolní i horní odhad v závislosti na měsíci.

## Výsledky

1. 0,00799
2. (A) (21,5094; 22,1706) , (B) (5,952; 8,464)
3. (A) 0,3; (0,229; 0,371), (B) 2 400; (1 832; 2 968)
4.  $-0,000116$
5. (0,626; 10,707)
6. 0,622
7.  $\mu \in [8,751; 9,085]$ ,  $\sigma^2 \in [0,03; 0,19]$
8.  $\sigma \in [278,8; 496,6]$
9.  $\sigma^2 \leq 2,78$
10.  $\mu_B - \mu_A \in [0,28; 0,94]$
11.  $\lambda \in [1,5; 2,8]$

12. ....

průměrný počet zapůjček za den s 95% IS

