Pomocné vzorce

Čebyševova nerovnost: $P(|X - EX| \geq \varepsilon) \leq \frac{DX}{\varepsilon^2}$

Mějme $\perp\!\!\!\perp\{X_1, \ldots, X_n\} \simeq N(\mu, \sigma^2)$ a výběrový průměr $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ a výběrový rozptyl $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$. Pak platí

(1) Výběrový průměr $\overline{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$

(2) Statistika $U = \frac{\overline{X}-\mu}{\sigma}\sqrt{n} \sim N(0,1)$

(3) Statistika $K = \frac{n-1}{\sigma^2}S^2 \sim \chi^2(n-1)$

(4) Statistika $T = \frac{\overline{X}-\mu}{S}\sqrt{n} \sim t(n-1)$

Nechť $\perp\!\!\!\perp\{X_1, \ldots, X_{n_1}\} \sim N(\mu_1, \sigma_1^2), \overline{X}$ výběrový průměr a S_1^2 výběrový rozptyl. Dále nechť $\perp\!\!\!\perp\{Y_1, \ldots, Y_{n_2}\} \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, $\overline{Y}$ výběrový průměr a S_2^2 výběrový rozptyl. Předpokládejme $\mathbf{X} \perp \mathbf{Y}$. Pak

1. Statistika
$$U_{\overline{X}-\overline{Y}} = \frac{\overline{X} - \overline{Y} - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1).$$

2. Pokud $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$, pak statistika
$$T_{\overline{X}-\overline{Y}} = \frac{\overline{X} - \overline{Y} - (\mu_1 - \mu_2)}{S_{12}}\sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} \sim t(n_1 + n_2 - 2), S_{12}^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}.$$

3. Statistika
$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1).$$

Nechť $\perp\!\!\!\perp\{X_1, \ldots, X_n\} \simeq A(\theta)$ a výběrový průměr $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$. Pak platí

Statistika $U = \frac{\overline{X}-\theta}{\sqrt{\overline{X}(1-\overline{X})}}\sqrt{n} \overset{A}{\sim} N(0,1)$

Nechť $\perp\!\!\!\perp\{X_1, \ldots, X_n\} \simeq Po(\theta)$ a výběrový průměr $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$. Pak platí

Statistika $U = \frac{\overline{X}-\theta}{\sqrt{\overline{X}}}\sqrt{n} \overset{A}{\sim} N(0,1)$