Cvičení MV011 Statistika I 9. Intervalové odhady parametrů

Ústav matematiky a statistiky, Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita, Brno

jaro 2019



Pro připomenutí – funkce pro kvantily v R:

- qnorm: u, kvantily standardizovaného normálního rozdělení
- qt: t, kvantily Studentova t-rozdělení
- qf: F, kvantily Fisherova-Snedecorova F-rozdělení
- qchisq: χ², kvantily chí-kvadrát rozdělení

Pro řešení využijte vzorce ve slajdech 8. přednášky a *R*-skript z 8. přednášky.

Příklad 1 (z 8. přednášky)

Při zjišťování přesnosti nově zaváděné metody pro stanovení obsahu manganu v oceli bylo rozhodnuto provést 4 nezávislá měření. Obsah manganu považujeme za náhodný výběr z normálního rozdělení. Stanovte dolní odhad pro σ s rizikem 0,05, když výsledky měření byly: 0,31 %; 0,30 %; 0,29 %; 0,32 %.

Příklad 2 (z 8. přednášky)

Ze základního souboru byl proveden náhodný výběr s naměřenými intervalovými hodnotami a jejich četnostmi sledovaného znaku (datový soubor intervaly.csv):

$$x_i$$
 (15,17) (17,19) (19,21) (21,23) (23,25) (25,27)
 n_i 10 30 50 70 60 30

- (A) Určete interval ve kterém se nachází střední hodnota µ s pravd. 0,95.
- (B) Určete interval ve kterém se nachází rozptyl σ^2 s pravděpodobností 0,95.

Příklad 3 (z 8. přednášky)

Mezi 160 pracovníky (náhodně vybranými z 8 000 pracujících v závodě) 48 cestuje do práce vlakem. Určete bodový odhad a 95% interval spolehlivosti (A) pro podíl, (B) pro počet zaměstnanců dopravujících se do práce vlakem.

Příklad 4 (z 8. přednášky)

Tabulka uvádí el. odpor (v ohmech) vzorků drátů A a B. Je známo, že výsledky takových zkoušek mají normální rozdělení s rozptyly $\sigma_A^2 = 4 \cdot 10^{-6}$, $\sigma_B^2 = 9 \cdot 10^{-6}$. Určete dolní odhad pro rozdíl středních hodnot odporu drátů při riziku $\alpha = 0.05$.

Příklad 5 (z 8. přednášky)

Bylo vylosováno 6 vrhů selat a z nich vždy dva sourozenci. Jeden z nich vždy dostal náhodně dietu č. 1 a druhý dietu č. 2. Sestrojte 95% interval spolehlivosti pro rozdíl středních hodnot $\mu_1 - \mu_2$. Přírůstky (v dekagramech) jsou (datový soubor selata.csv): (62;52),(54;56),(55;49),(60;50),(53;51),(58;50).

Příklad 6 (z 8. přednášky)

Tabulka uvádí výsledky analýz niklu získané dvěma metodami. Stanovte horní odhad pro podíl směrodatných odchylek σ_1/σ_2 metod při riziku $\alpha=0.05$, jestliže tyto výsledky považujeme za realizace náhodných výběrů z normálního rozdělení.

Metoda 1	3,26	3,26	3,27	3,27
Metoda 2	3,23	3,27	3,29	3,29

Příklad 7

Datový soubor spotreba.csv: spotřeba auta v l/100 km při 11 nezávislých zkouškách. Spočítejte 95% intervaly spolehlivosti pro střední hodnotu a pro rozptyl spotřeby.

Příklad 8

Spočítejte 95% interval spolehlivosti pro směrodatnou odchylku normálně rozdělené náhodné veličiny, když na vzorku rozsahu 25 byl spočítán výběrový průměr 3118 a výběrová směrodatná odchylka 357.

Příklad 9

Datový soubor pevnost .csv: pevnost vlákna při zkouškách pevnosti bavlněného vlákna. Nalezněte horní 95% odhad rozptylu pevnosti vlákna.

Příklad 10

Datový soubor $\mathtt{SiO2.csv}$: měření obsahu SiO_2 ve strusce analytickou (A) metodou a fotokolorometrickou (B) metodou. Spočítejte 95% IS pro rozdíl středních hodnot dosažených metodou B a metodou A. Nezapomeňte ověřit splnění podmínky pro rozptyly, kterou vyžaduje příslušný vzorec pro IS pro rozdíl středních hodnot.

Příklad 11

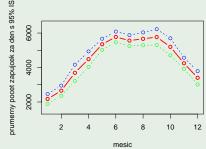
Datový soubor zakaznici.csv: počty zákazníků odbavených u pokladny ve 20 sledovaných minutových intervalech. Spočítejte 95% interval spolehlivosti pro střední počet zákazníků odbavených za 1 minutu.

Příklad 12

Datový soubor kola.csv z 8. cvičení. Spočítejte výběrový průměr a 95% interval spolehlivosti pro střední počet zápůjček za den pro jednotlivé kalendářní měsíce roku (viz sloupec mnth = 1, ..., 12). Do jednoho grafu vykreslete průměr a dolní i horní odhad v závislosti na měsíci.

Výsledky

- **1.** 0,00799
- 2. (A) (21,5094; 22,1706), (B) (5,952; 8,464)
- 3. (A) 0,3; (0,229; 0,371), (B) 2400; (1832; 2968)
- **4.** -0.000116
- **5.** (0,626; 10,707)
- **6.** 0.622
- **7.** $\mu \in [8,751; 9,085], \sigma^2 \in [0,03; 0,19]$
- **8.** $\sigma \in [278,8; 496,6]$
- **9.** $\sigma^2 < 2.78$
- **10.** $\mu_B \mu_A \in [0,28; 0,94]$
- **11.** $\lambda \in [1,5; 2,8]$



12.