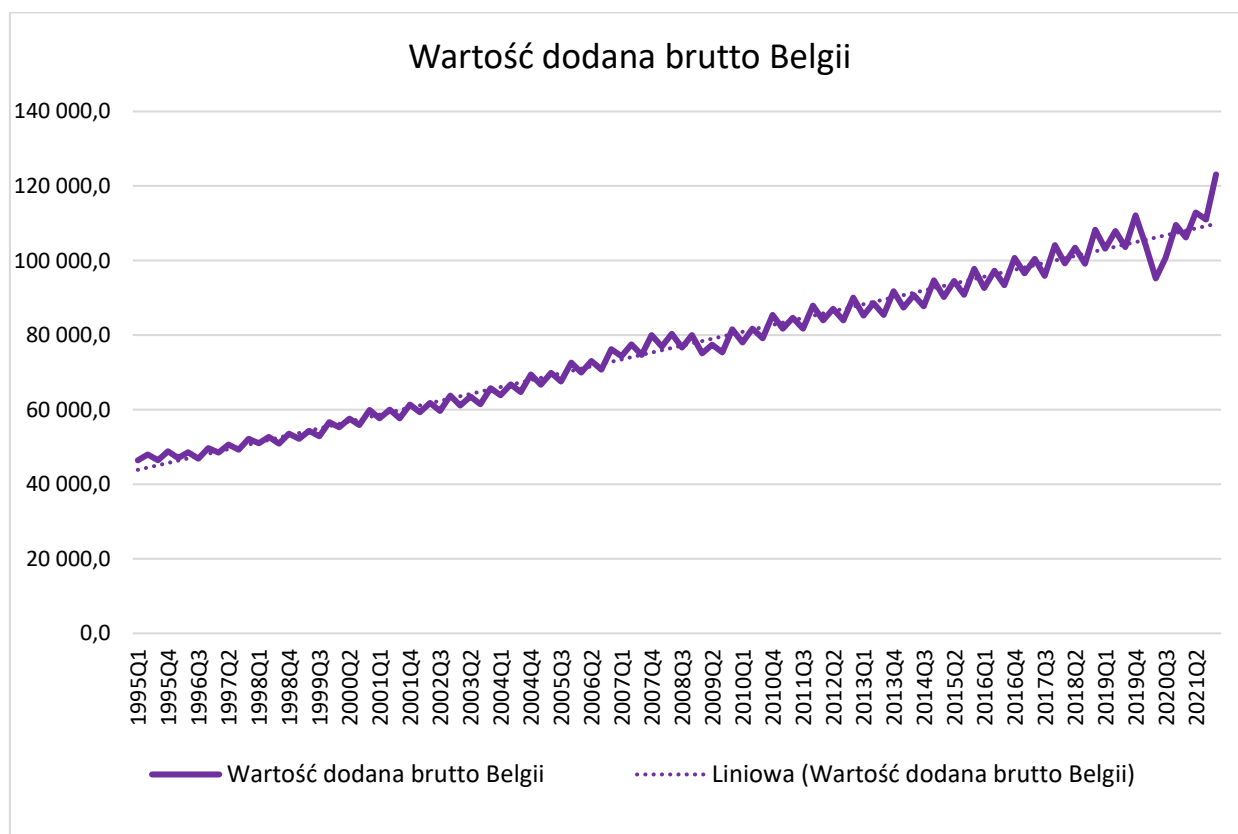


1. Wprowadzenie – opis wybranego szeregu czasowego

Belgia to państwo federacyjne w zachodniej Europie, w południowych Niderlandach. Graniczy od południa z Francją i z Luksemburgiem, od wschodu z Niemcami i od północy z Holandią. Belgia jest monarchią konstytucyjną. Na czele państwa stoi król, a na czele wielopartyjnego rządu – premier. Uprawnienia do podejmowania decyzji nie są scentralizowane, lecz podzielone między trzy szczeble administracji rządowej: rząd federalny, trzy wspólnoty językowe (flamandzka, francuska oraz niemiecka) i trzy regiony (Flandria, region stołeczny Brukseli i Walonia). Belgia od 1 stycznia 1958 roku jest członkiem Unii Europejskiej. Walutą narodową państwa od 1 stycznia 1999 roku jest euro, uprzednio był nią frank belgijski.

Wartość dodana brutto (WDB) mierzy wartość nowo wytworzoną w wyniku działalności produkcyjnej krajowych jednostek instytucjonalnych. Stanowi ona różnicę między produkcją globalną a zużyciem pośrednim i jest wyrażona w cenach bazowych.

Przedmiotem pracy semestralnej jest wartość dodana brutto Belgii w ujęciu kwartalnym, począwszy od pierwszego kwartału 1995 roku do czwartego kwartału 2021 roku. Dane szeregu czasowego wyrażone są w jednej walucie – milionach euro. Poniżej został przedstawiony wykres szeregu czasowego z zaznaczoną linią trendu. Można zauważyć, że cechuje się on tendencją wzrostową z wyjątkiem roku 2020, gdzie ma miejsce zauważalnie duży spadek, który został zapewne spowodowany pandemią wirusa COVID-19. WDB charakteryzuje się niewielkimi sezonowymi wahaniami. Szereg czasowy zmiennej jest niestacjonarny ze względu na niestałość wartości oczekiwanej – trend rosnący.



2. Statystyki opisowe szeregu

Poniżej został przedstawiony wydruk z programu gretl przedstawiający statystyki opisowe szeregu czasowego wartości dodanej brutto Belgii.

Statystyki opisowe, wykorzystane obserwacje 1995:1 - 2021:4
dla zmiennej 'gva' (108 prawidłowych obserwacji)

Średnia	76871,
Mediana	77178,
Minimalna	46420,
Maksymalna	1,2310e+005
Odchylenie standardowe	19544,
Wsp. zmienności	0,25425
Skośność	0,14588
Kurtoza	-1,0289
Percentyl 5%	48242,
Percentyl 95%	1,0899e+005
Zakres Q3-Q1	32734,
Brakujące obs.	0

Średnia wartość WDB w badanym okresie wyniosła 76871 mln euro. Wartość WDB odchyła się od średniej o 19544 mln euro. Wartość środkowa szeregu wyniosła 77178 mln euro. Wartość minimalna wyniosła 46420 mln euro, natomiast wartość maksymalna 123100 mln euro. Współczynnik zmienności jest równy 0,25425 (25,43%), co wskazuje na małą zmienność. Współczynnik skośności przyjął wartość bliską 0 (0,14588), co oznacza, że zmienna ma rozkład o prawostronnej asymetrii. Kurtoza ma rozkład lekko platykurtyczny – wartość = -1,0289, co wskazuje na rozproszenie wyników wokół średniej. Percentyl 5% wskazuje na to, że 5% obserwacji jest mniejszych niż 48242 mln euro, a 95% przyjęło wartość większą. Percentyl 95% wskazuje na to, że 95% obserwacji jest mniejszych niż wartość równa 108990 mln euro, a 5% przyjęło wartość większą.

3. Test ADF

Test ADF weryfikuje obecność pierwiastka jednostkowego. Poniżej zostało przedstawione równanie pomocnicze wykorzystywane w teście ADF.

$$\Delta y_t = \beta_0 + \beta_1 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \rho y_{t-1} + \gamma_1 \Delta y_{t-1} + \gamma_2 \Delta y_{t-2} + \gamma_k \Delta y_{t-k} + e_t$$

$$H_0: \rho = 0 \rightarrow y_t \text{ jest niestacjonarny}$$

$$H_A: \rho < 0 \rightarrow y_t \text{ jest stacjonarny} \rightarrow I(1)$$

3.1. Test ADF dla szeregu czasowego zmiennej

Rozszerzony test Dickeya-Fullera dla procesu gva
testowano istotność opóźnienia od rzędu 8, dla kryterium AIC
liczebność próby 99
Hipoteza zerowa: występuje pierwiastek jednostkowy $a = 1$; proces $I(1)$

z wyrazem wolnym i trendem liniowym
dla opóźnienia rzędu 8 procesu $(1-L)gva$
model: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + \dots + e$
estymowana wartość $(a-1)$ wynosi: $-0,637247$
Statystyka testu: $\tau_{ct}(1) = -3,32314$
asymptotyczna wartość $p = 0,06247$
Autokorelacja reszt rzędu pierwszego: $0,001$
opóźnione różnice: $F(8, 88) = 29,289 [0,0000]$

Autokorelacja reszt pierwszego rzędu

$$H_0: r_1 = 0$$

$$H_A: r_1 \neq 0$$

$$r_1 = 0,001$$

Wniosek: Autokorelacja reszt rzędu pierwszego wynosi $0,001$. W związku z tym, że $0,001 < 0,05$, to zgodnie z założeniem brak autokorelacji składnika zakłócającego w modelu pomocniczym testu ADF.

Opóźnione różnice - statystyka F

$$H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_8 = 0$$

$$H_A: \gamma_i \neq 0$$

Statystyka $F = 29,289$ z prawdopodobieństwem równym $0,0000$.

Wniosek: Odrzucamy H_0 na rzecz H_A . Argumentacje są statystycznie istotne. Opóźnienia są dobrane prawidłowo.

Test pierwiastka jednostkowego

$$H_0: \rho_1 = 0 \rightarrow \text{niestacjonarność zmiennej}$$

$$H_A: \rho_1 < 0 \rightarrow \text{stacjonarność zmiennej}$$

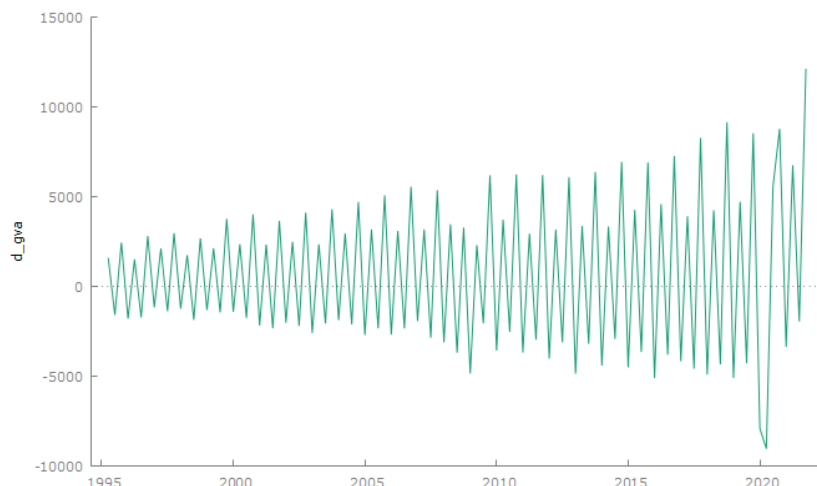
$$\text{Statystyka } \tau = -3,32314$$

$$\text{Asymptomatyczna wartość p-value} = 0,06247$$

$$\text{Poziom istotności } \alpha = 0,05$$

Wniosek: Ponieważ $0,06247 > 0,05$ nie ma podstaw do odrzucenia H_0 . Wartość dodana brutto Belgii jest zmienną niestacjonarną.

3.2. Analiza i interpretacja pierwszego różnicowania zmiennej



Na wykresie widoczna jest sezonowość zmiennej. Wartość oczekiwana jest stała, wariancja jest stabilna, z wyjątkiem roku 2020. W celu sprawdzenia, czy dany szereg jest stacjonarny, zintegrowany rzędu pierwszego $\sim I(1)$ wykonano ponownie test ADF dla pierwszej różnicy zmiennej WDB Belgii.

3.3. Test ADF dla pierwszej różnicy zmiennej wartości dodanej brutto

Rozszerzony test Dickeya-Fullera dla procesu d_gva
testowano istotność opóźnienia od rzędu 8, dla kryterium AIC
liczebność próby 99
Hipoteza zerowa: występuje pierwiastek jednostkowy $\alpha = 1$; proces $I(1)$

```
test z wyrazem wolnym (const)
dla opóźnienia rzędu 7 procesu (1-L)d_gva
model: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + ... + e
estymowana wartość (a-1) wynosi: -2,93472
Statystyka testu: tau_c(1) = -4,16235
asymptotyczna wartość p = 0,0007609
Autokorelacja reszt rzędu pierwszego: 0,031
opóźnione różnice: F(7, 90) = 24,763 [0,0000]
```

Autokorelacja reszt pierwszego rzędu

$$H_0: r_1 = 0$$

$$H_A: r_1 \neq 0$$

$$r_1 = 0,031$$

Wniosek: Autokorelacja reszt rzędu pierwszego wynosi 0,031. W związku z tym, że $0,031 < 0,05$, to zgodnie z założeniem brak autokorelacji składnika zakłócającego w modelu pomocniczym testu ADF.

Opóźnione różnice - statystyka F

$$H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_8 = 0$$

$$H_A: \gamma_i \neq 0$$

Statystyka $F = 24,763$ z prawdopodobieństwem równym 0,0000.

Wniosek: Odrzucamy H_0 na rzecz H_A . Argumentacje są statystycznie istotne. Opóźnienia są dobrane prawidłowo.

Test pierwiastka jednostkowego

$H_0: \rho_1 = 0 \rightarrow$ niestacjonarność zmiennej

$H_A: \rho_1 < 0 \rightarrow$ stacjonarność zmiennej

Statystyka $\tau = -4,16235$

Asymptotyczna wartość p-value = 0,0007609

Poziom istotności $\alpha = 0,05$

Wniosek:

Ponieważ $0,0007609 < 0,05$ odrzucamy H_0 na rzecz H_A . Pierwszy przyrost wartości dodanej brutto jest szeregiem stacjonarnym, zatem szereg wartości dodanej brutto jest szeregiem zintegrowanym stopnia I ($\sim I(1)$), $d=1$.

4. Test HEGY

4.1. Badanie integracji sezonowej – regresja testu HEGY

The HEGY regression is

$$y_{4t} = \mu_t + \pi_1 y_{1,t-1} + \pi_2 y_{2,t-1} + \pi_3 y_{3,t-2} + \pi_4 y_{3,t-1} + (\text{lags of } y_{4t}) + \varepsilon_t$$

Oszacowany model relacji pomocniczej:

Model 1: Estymacja KMNK, wykorzystane obserwacje 1998:1-2021:4 (N = 96)
Zmienna zależna (Y): y4

	współczynnik	błąd standardowy	t-Studenta	wartość p	
const	1993,02	939,975	2,120	0,0370	**
y1_1	0,00172740	0,00280991	0,6148	0,5404	
y2_1	-0,00212574	0,0260055	-0,08174	0,9350	
y3_1	-0,324695	0,149007	-2,179	0,0322	**
y3_2	-0,123306	0,149556	-0,8245	0,4120	
y4_1	0,895456	0,191982	4,664	1,17e-05	***
y4_2	0,326284	0,220132	1,482	0,1421	
y4_3	-0,411628	0,223297	-1,843	0,0688	*
y4_4	-1,19752	0,221935	-5,396	6,33e-07	***
y4_5	0,871909	0,256102	3,405	0,0010	***
y4_6	0,0986875	0,302842	0,3259	0,7453	
y4_7	-0,319087	0,476086	-0,6702	0,5046	
y4_8	-0,0735436	0,356744	-0,2062	0,8372	
Średn.aryt.zm.zależnej	2630,990	Odch.stand.zm.zależnej	2962,207		
Suma kwadratów reszt	2,53e+08	Błąd standardowy reszt	1745,654		
Wsp. determ. R-kwadrat	0,696583	Skorygowany R-kwadrat	0,652715		
F(12, 83)	15,87922	Wartość p dla testu F	8,01e-17		
Logarytm wiarygodności	-845,8627	Kryt. inform. Akaike'a	1717,725		
Kryt. bayes. Schwarz	1751,062	Kryt. Hannana-Quinna	1731,200		
Autokorel.reszt - rho1	0,000111	Statystyka Durbina h	NA		

Wyłączając stałą, największa wartość p jest dla zmiennej 8 (y2_1)

$0,000111 < 0,05 \rightarrow$ podejrzenie o braku autokorelacji reszt

4.2. Test autokorelacji

Test Breuscha-Godfreya na autokorelację do rzędu 4
Estymacja KMNK, wykorzystane obserwacje 1997:2-2021:4 (N = 99)
Zmienna zależna (Y): uhat

	współczynnik	błąd standardowy	t-Studenta	wartość p
const	-288,885	2212,19	-0,1306	0,8964
y1_1	0,000689764	0,00316651	0,2178	0,8281
y2_1	0,00456625	0,0274505	0,1663	0,8683
y3_1	-0,00269809	0,153208	-0,01761	0,9860
y3_2	-0,0440928	0,144218	-0,3057	0,7606
y4_1	-0,0492583	0,703688	-0,07000	0,9444
y4_2	0,00228474	0,175732	0,01300	0,9897
y4_3	0,109000	0,481919	0,2262	0,8216
y4_4	0,234851	0,494627	0,4748	0,6361
y4_5	-0,230978	0,620459	-0,3723	0,7106
uhat_1	0,0650772	0,619412	0,1051	0,9166
uhat_2	0,0932580	0,448348	0,2080	0,8357
uhat_3	-0,0851945	0,395973	-0,2152	0,8302
uhat_4	-0,367828	0,358158	-1,027	0,3073

Wsp. determ. R-kwadrat = 0,040998

Statystyka testu: LMF = 0,908443,
z wartością p = P(F(4,85) > 0,908443) = 0,463

Statystyka testu: TR² = 4,058761,
z wartością p = P(Chi-kwadrat(4) > 4,05876) = 0,398

Ljung-Box Q' = 1,25053,
z wartością p = P(Chi-kwadrat(4) > 1,25053) = 0,87

Statystyka Ljunga-Boxa = 1,25053 z wartością p-value = 0,87.

Wniosek: Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ nie ma podstaw do odrzucenia H_0 . Autokorelacja składnika zakłócającego jest statystycznie nieistotna.

4.3. Wnioskowanie o pierwiastkach sezonowych

Poniżej przedstawiony jest model, z którego zostały usunięte statystycznie nieistotne opóźnienia.

Model 2: Estymacja KMNK, wykorzystane obserwacje 1997:2-2021:4 (N = 99)
Zmienna zależna (Y): y4

	współczynnik	błąd standardowy	t-Studenta	wartość p	
const	1613,58	845,210	1,909	0,0595	*
y1_1	0,000608716	0,00253905	0,2397	0,8111	
y2_1	7,74660e-05	0,0235603	0,003288	0,9974	
y3_1	-0,221237	0,123253	-1,795	0,0760	*
y3_2	-0,0941147	0,0909809	-1,034	0,3037	
y4_1	0,792032	0,160462	4,936	3,70e-06	***
y4_2	0,281922	0,102343	2,755	0,0071	***
y4_3	-0,252138	0,181696	-1,388	0,1687	
y4_4	-1,12527	0,149192	-7,542	3,73e-011	***
y4_5	0,719998	0,193426	3,722	0,0003	***

Średn.aryt.zm.zależnej	2621,465	Odch.stand.zm.zależnej	2917,246
Suma kwadratów reszt	2,64e+08	Błąd standardowy reszt	1721,647
Wsp. determ. R-kwadrat	0,683695	Skorygowany R-kwadrat	0,651709
F(9, 89)	21,37491	Wartość p dla testu F	9,34e-19
Logarytm wiarygodności	-872,8566	Kryt. inform. Akaike'a	1765,713
Kryt. Bayes. Schwarza	1791,664	Kryt. Hannana-Quinna	1776,213
Autokorel.reszt - rho1	0,031896	Statystyka Durbina h	NA

Wyłączając stałą, największa wartość p jest dla zmiennej 8 (y2_1)

Only Intercept

n	$H_A: t\text{-test } \pi_1 = 0$			$H_B: t\text{-test } \pi_2 = 0$			$H_C: F\text{-test } \pi_3 = \pi_4 = 0$		
	1%	5%	10%	1%	5%	10%	1%	5%	10%
48	-3.66	-2.96	-2.62	-2.68	-1.95	-1.60	4.78	3.04	2.32
100	-3.47	-2.88	-2.58	-2.61	-1.95	-1.60	4.77	3.08	2.35
136	-3.51	-2.89	-2.58	-2.60	-1.91	-1.58	4.73	3.00	2.36
200	-3.48	-2.87	-2.57	-2.58	-1.92	-1.59	4.76	3.12	2.37

$H_A: \pi_1 = 0 \Rightarrow$ nonseasonal unit root.

Statystyka t-studenta = 0,2397

Wartość krytyczna dla $N=99$ oraz 5% poziomu istotności wynosi -2,88.

Wniosek: Statystyka t-studenta nie znajduje się na obszarze krytycznym. Brak podstaw do odrzucenia H_A .

$H_B: \pi_2 = 0 \Rightarrow$ biannual unit root.

Statystyka t-studenta = 0,003288

Wartość krytyczna dla $N=99$ oraz 5% poziomu istotności wynosi -1,95.

Wniosek: Statystyka t-studenta nie znajduje się na obszarze krytycznym. Brak podstaw do odrzucenia H_B .

$H_C: \pi_3 = \pi_4 = 0 \Rightarrow$ annual unit root.

Zbiór restrykcji

1: $b[y3_1] = 0$

2: $b[y3_2] = 0$

Statystyka testu: $F(2, 89) = 2,09341$, z wartością $p = 0,129295$

Estymacja z ograniczeniami:

	współczynnik	błąd standardowy	t-Studenta	wartość p	
const	1547,92	851,705	1,817	0,0724	*
y1_1	0,00150947	0,00252520	0,5978	0,5515	
y2_1	-0,00163373	0,0238177	-0,06859	0,9455	
y3_1	0,000000	0,000000	NA	NA	
y3_2	0,000000	0,000000	NA	NA	
y4_1	0,558372	0,101681	5,491	3,58e-07	***
y4_2	0,205857	0,0912999	2,255	0,0265	**
y4_3	-0,0333806	0,121166	-0,2755	0,7836	
y4_4	-1,00933	0,121447	-8,311	8,67e-013	***
y4_5	0,454659	0,140135	3,244	0,0016	***

Błąd standardowy reszt = 1742,21

Statystyka testu: $F = 2,09341$

Wartość krytyczna dla $N=99$ oraz 5% poziomu istotności wynosi 3,08.

p-value = 0,129295

Wniosek: Ponieważ $0,129295 > 0,05$ nie ma podstaw do odrzucenia H_C .

These hypotheses aren't rejected	These hypotheses are rejected	Stationary variable
H_A, H_B, H_C	–	$\Delta_4 y_t (= y_{4t})$
H_A, H_B	H_C	$\Delta_2 y_t (= y_{3t})$
H_A, H_C	H_B	$(I-L)(I+L^2)y_t (= y_{2t})$
H_B, H_C	H_A	$(I+L)(I+L^2)y_t (= y_{1t})$
H_A	H_B, H_C	$\Delta_1 y_t$
H_B	H_A, H_C	$(I+L)y_t$
H_C	H_A, H_B	$(I+L^2)y_t$
–	H_A, H_B, H_C	y_t

$$y_{1t} \equiv (I+L)(I+L^2)y_t = y_t + y_{t-1} + y_{t-2} + y_{t-3}$$

$$y_{2t} \equiv -(I-L)(I+L^2)y_t = -(y_t - y_{t-1} + y_{t-2} - y_{t-3})$$

$$y_{3t} \equiv (I-L)(I+L)y_t = (I-L^2)y_t = y_t - y_{t-2}, \text{ and}$$

$$y_{4t} \equiv \Delta_4 y_t = y_t - y_{t-4}$$

Wniosek:

Nie ma podstaw do odrzucenia H_A , H_B i H_C . Stosuję filtr $\Delta_4 y_t (= y_{4t})$. Występuje jednookresowa sezonowość. Parametr D wynosi 1.

5. Wybór modelu SARIMA

Poniżej zostały przedstawione konfiguracje modelu SARIMA. Kolorem zielonym został zaznaczony wybrany model, który odznacza się najmniejszą wartością według kryterium Akaike'a.

p	d	q	P	D	Q	AIC
2	1	0	2	1	2	1858,125
2	1	0	0	1	0	1911,093
1	1	2	2	1	2	1860,097
1	1	2	2	1	1	1858,114
1	1	2	1	1	1	1856,373
1	1	2	1	1	1	1856,373
1	1	1	2	1	2	1858,097
0	1	0	0	1	0	1912,481
1	1	0	0	1	0	1889,674
0	1	1	0	1	0	1909,779
0	1	0	1	1	0	1857,843
0	1	0	0	1	1	1858,159
1	1	1	0	1	0	1911,168
1	1	0	1	1	0	1855,751
1	1	0	0	1	1	1857,668

Oszacowano model SARIMA (1,1,0) x (1,1,0) dla szeregu wartości dodanej brutto Belgii.
Na podstawie kryterium AIC stwierdzono, że jest to najlepszy model.

Oceny funkcji: 96
Ocena gradientu: 49

Model 5: Estymacja ARIMA, wykorzystane obserwacje 1996:2-2021:4 (N = 103)
Estymacja z wykorzystaniem metody AS 197 (właściwa ML)
Zmienna zależna (Y): (1-L)(1-Ls) gva
Błędy standardowe na bazie Hessian

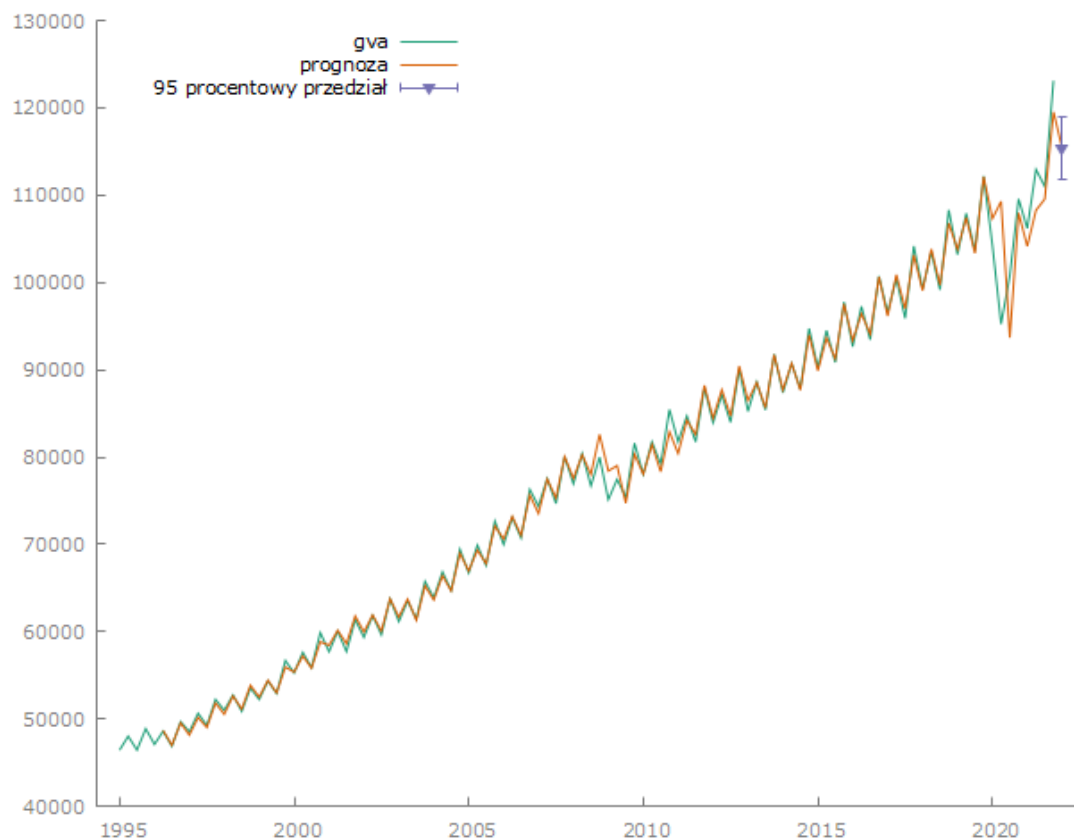
	współczynnik	błąd standardowy	z	wartość p	
const	47,7896	85,0300	0,5620	0,5741	
phi_1	-0,199938	0,0978814	-2,043	0,0411	**
Phi_1	-0,832467	0,0786695	-10,58	3,62e-026	***

Średn.aryt.zm.zależnej	125,0680	Odch.stand.zm.zależnej	2566,790
Średnia zaburzeń los.	5,182286	Odch.st. zaburzeń los.	1858,656
Wsp. determ. R-kwadrat	0,990199	Skorygowany R-kwadrat	0,990102
Logarytm wiarygodności	-923,8753	Kryt. inform. Akaike'a	1855,751
Kryt. bayes. Schwarza	1866,289	Kryt. Hannana-Quinna	1860,019

	część	Rzeczywista	Urojona	Moduł	Częstość
AR					
Pierwiastek	1	-5,0015	0,0000	5,0015	0,5000
AR (sezonowe)					
Pierwiastek	1	-1,2012	0,0000	1,2012	0,5000

6. Prognoza i interpretacja modelu

6.1. Prognoza – wykres



6.2. Interpretacja miar dopasowania uzyskanych podczas prognozy ex ante

2022:1 115346,01 1858,656 111703,11 – 118988,91

- 115346,01 – wartość prognozy ex ante w mln euro
- 1858,656 – błąd prognozy ex ante w mln euro
- 111703,11 - 118988,91 – przedział ufności

Prognoza wartości dodanej brutto na Q1 roku 2022 wynosi **115346,01 mln euro**, przy czym prognoza ta odchyła się średnio od wartości prognozowanej o +- **1858,66 mln euro**, co stanowi **2,42%** średniej arytmetycznej zmiennej prognozowanej, co świadczy o dopuszczalności prognoz, jednocześnie średni błąd prognozy ex ante stanowi **1,61%** prognozy na Q1 roku 2022, co świadczy o dopuszczalności prognozy.

Przedział ufności dla prognozy <**111703,11 , 118988,91**> mln euro z 95% prawdopodobieństwem pokrywa nieznaną prognozowaną wartość dodaną brutto za Q1 roku 2022.

6.3. Interpretacja miar dopasowania uzyskanych podczas prognozy ex-post

Miary dokładności prognoz ex post wykorzystano 103 obserwacji

Średni błąd predykcji	ME =	5,1823
Pierwiastek błędu średniokwadr.	RMSE =	1858,7
Średni błąd absolutny	MAE =	854,58
Średni błąd procentowy	MPE =	-0,029351
Średni absolutny błąd procentowy	MAPE =	0,99873
Współczynnik Theila (w procentach)	U2 =	0,36708
Udział obciążoności predykcji	UM =	7,774e-006
Udział niedost. elastyczności	UR =	5,1194e-005
Udział niezgodności kierunku	UD =	0,99994

1) ME = 5,1823 mln euro

Średnia arytmetyczna błędu prognozy wynosi **5,1823 mln euro**, co stanowi **0,007%** średniej arytmetycznej zmiennej prognozowanej, co świadczy o nieobciążoności prognoz. Błędy prognoz średnio stanowią **0,03%** wartości zmiennej prognozowanej, co świadczy o nieobciążoności prognoz.

MPE – służy do procentowej oceny obciążenia prognozy = **0,03%**

2) RMSE = 1858,7 mln euro

Średni błąd prognozy wynosi **1858,7 mln euro**, co oznacza, że prognozy odchylają się średnio o wartości zmiennej prognozowanej o +- **1858,7 mln euro**, co stanowi średnio **2,42%** średniej arytmetycznej zmiennej prognozowanej, co świadczy o dopuszczalności prognoz.

3) MAE = 854,58 mln euro

MAPE = **0,99873 %**

Prognozy odchylają się od zmiennej prognozowanej o średnio +- **854,58 mln euro**, co stanowi średnio **0,99%** wartości zmiennej prognozowanej, co świadczy o dopuszczalności prognoz.

MAE – średnia arytmetyczna błędu bezwzględnego

MAPE – średnia arytmetyczna błędu bezwzględnego [%]

4) $U2 = 0,36708 = 36,71\%$

$UM = 0,005\%$ - błąd prognozy powodowany obciążeniem prognozy

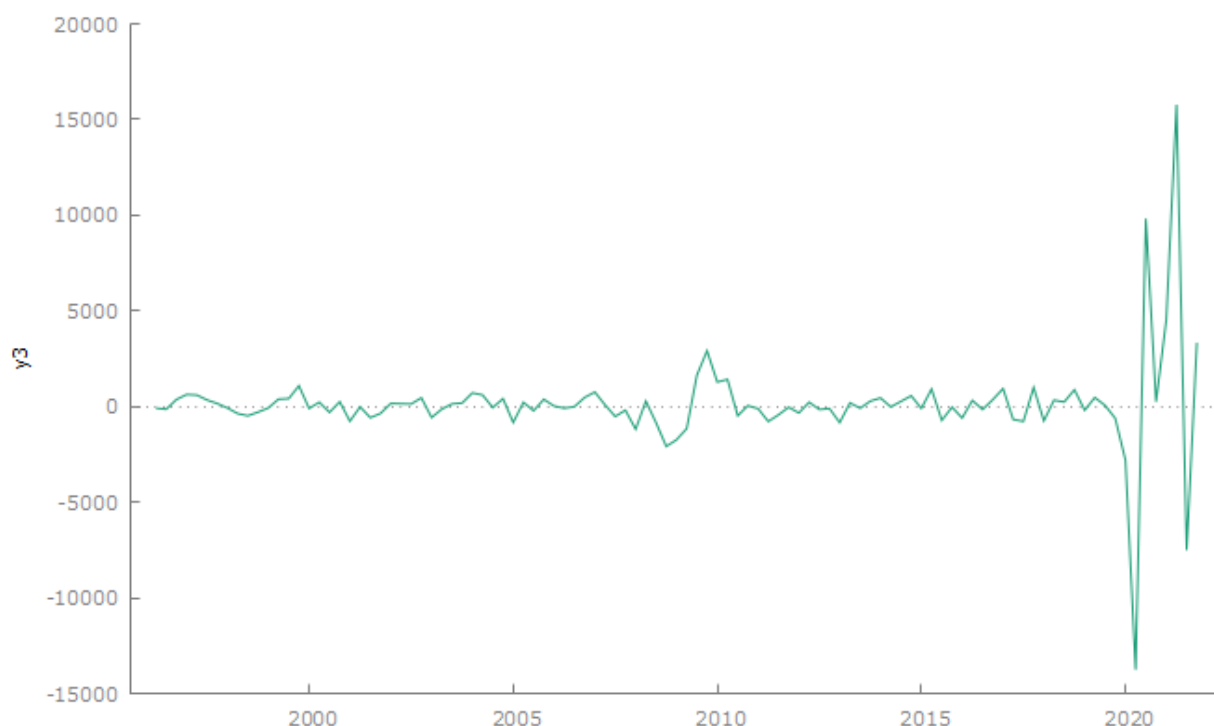
$UR = 0,0008\%$ - błąd prognozy powodowany nieprawidłową elastycznością prognoz

$UD = 99,994\%$ - błąd prognozy powodowany niezgodnością realizacji prognoz w porównaniu do zmiennej prognozowanej

Współczynnik Theila wynosi **0,36708**, co oznacza, że błędy „naszych” prognoz stanowią średnio **36,71%** wartości błędów uzyskanych z prognozy naiwnej, ponadto błąd prognozy w **0,005%** powodowany jest obciążeniem prognozy, w **0,0008%** powodowany jest niewłaściwą estetycznością prognoz, a w 99,994% powodowany jest niezgodnością kierunku prognoz w stosunku do obserwowalnych wartości zmiennej prognozowanej.

6.4. Testowanie czy model nadaje się do prognozowania

Żeby sprawdzić czy model nadaje się do prognozowania należy wykonać test stabilności parametrów modelu QLR, CUSUM oraz CUSUMSQ. W tym celu stworzono zmienną $y = y01 - y01(-4)$, gdzie $y01 = gva - gva(-1)$, aby móc przeprowadzić powyższe testy. Poniżej przedstawiono wykres szeregu czasowego zmiennej $y3$, z której zostały usunięte wahania sezonowe i wszystkie wahania prowadzące do niestacjonarności. Powinien być on zbliżony do białego szumu – do początku 2020 roku tak faktycznie jest. zmienna $y3$ była jednokrotnie poddana różnicowaniu zwykłemu i jeden raz różnicowaniu sezonowemu.



Następnym krokiem jest szacowanie modelu zmiennej **y3** metodą KMNK:

Model 11: Estymacja KMNK, wykorzystane obserwacje 1997:2-2021:4 (N = 99)
Zmienna zależna (Y): y3

	współczynnik	błąd standardowy	t-Studenta	wartość p
const	103,287	193,618	0,5335	0,5949
y3_l	-0,122538	0,0757740	-1,617	0,1091
y3_4	-0,926808	0,106202	-8,727	8,05e-014 ***

Średn.aryt.zm.zależnej	122,2929	Odch.stand.zm.zależnej	2617,816
Suma kwadratów reszt	3,56e+08	Błąd standardowy reszt	1924,624
Wsp. determ. R-kwadrat	0,470509	Skorygowany R-kwadrat	0,459478
F(2, 96)	42,65312	Wartość p dla testu F	5,56e-14
Logarytm wiarygodności	-887,6378	Kryt. inform. Akaike'a	1781,276
Kryt. bayes. Schwarza	1789,061	Kryt. Hannana-Quinna	1784,426
Autokorel.reszt - rho1	-0,051524	Statystyka Durbina h	-0,780374

Test CUSUM na stabilność parametrów modelu -

Hipoteza zerowa: brak zmian w parametrach

Statystyka testu: Harvey-Collier $t(95) = 0,701073$

z wartością $p = P(t(95) > 0,701073) = 0,484971$

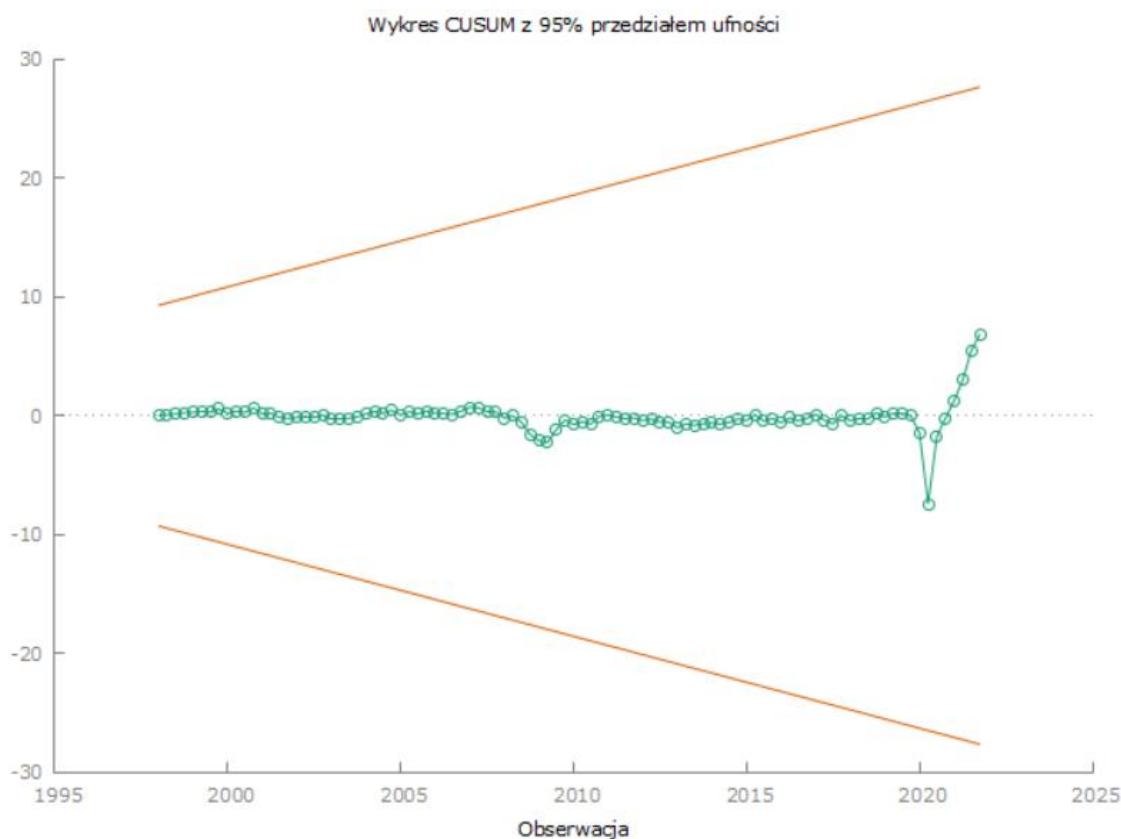
Test QLR na załamanie strukturalne w nieokreślonym momencie -

Hipoteza zerowa: brak zmian strukturalnych

Statystyka testu: Ch-kwadrat(3) = 6,36508 dla obserwacji 2017:4

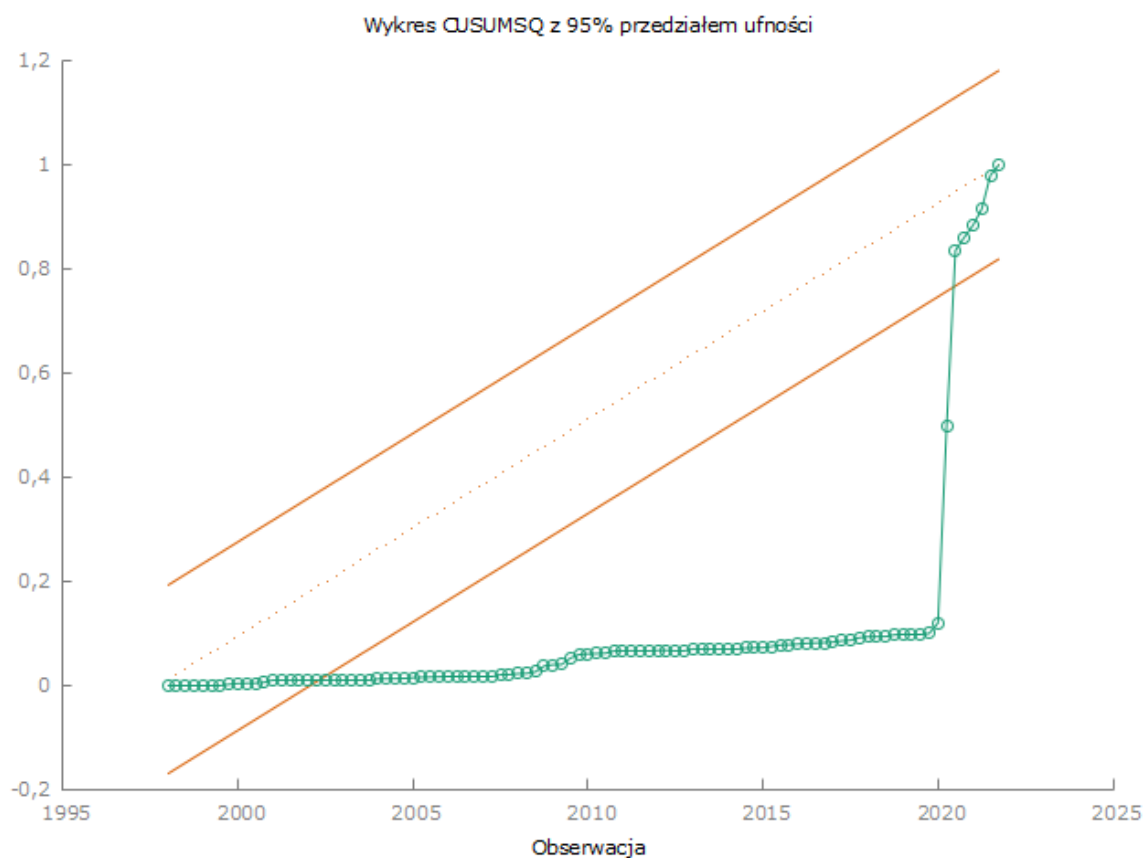
asymptotyczna wartość $p = 0,616067$

Test stabilności parametrów modelu CUSUM – testowanie przeciętnego poziomu błędu



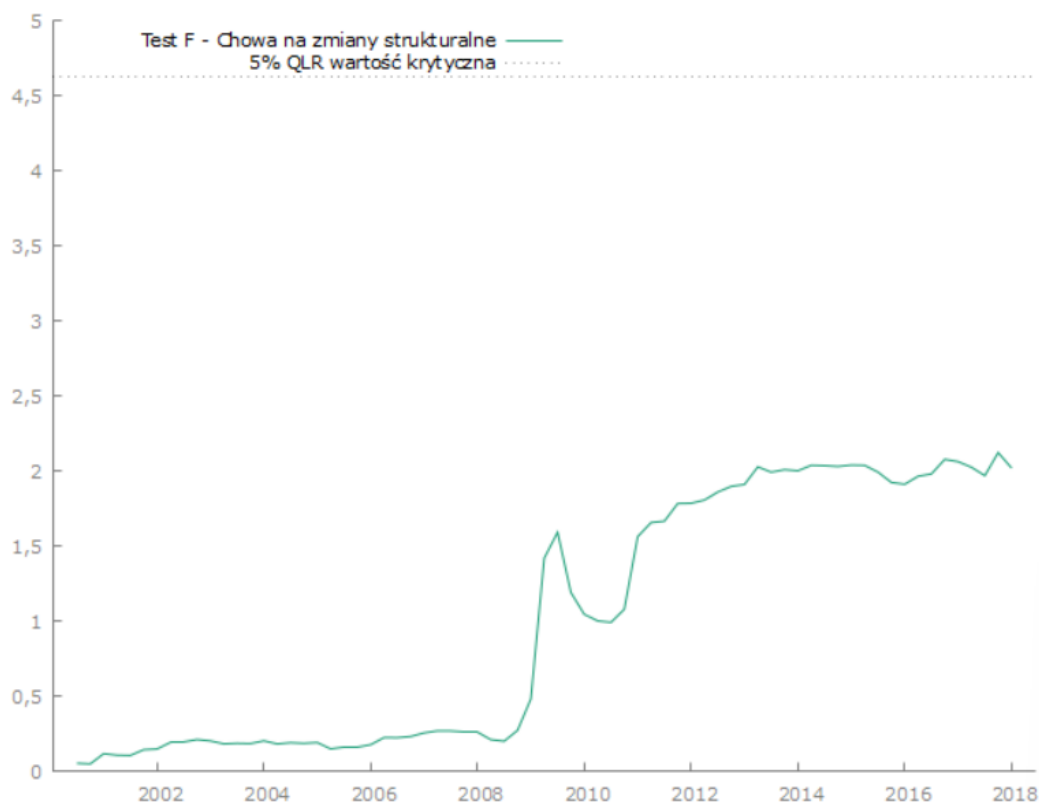
Wniosek: Ponieważ rekursywne reszty nie wychodzą poza przedział ufności, to znaczy, że nie nastąpiło załamanie struktury. Model jest stabilny. Prognozy są wiarygodne. Parametry strukturalne modelu są stabilne w czasie.

Test stabilności parametrów modelu CUSUMSQ – sprawdzenie czy zmienia się w czasie precyzja modelu (wykres skumulowanych reszt kwadratowych)



Wniosek: Precyzja modelu zmieniała się w czasie. Do drugiego kwartału 2002 roku model był precyzyjny, potem od trzeciego kwartału 2002 roku stracił precyzję i ponownie zaczął być precyzyjny od trzeciego kwartału 2020 roku. Model charakteryzuje się niestabilną wariancją – model dostarcza prognoz, które mają niestabilną precyzję. Precyzja modelu zmieniała się w czasie - **taki model nie powinien być wykorzystywany do prognozowania.**

Test stabilności QLR – testowanie załamania struktury



Test ilorazu wiarygodności Quandta na występowanie załamania strukturalnego w nieokreślonym momencie, z 15 procentowym błędem oceny:
Maksymalne $F(3, 93) = 2,12169$ dla obserwacji 2017:4
Asymptotyczna wartość $p = 0,616067$ dla $\chi^2\text{-kwadrat}(3) = 6,36508$

H_0 : Nie wystąpiło załamanie struktury

H_A : Załamanie struktury wystąpiło

Wniosek: ponieważ $p\text{-value} > 0,05$ to nie ma podstaw do odrzucenia H_0 – nie wystąpiło załamanie struktury, które wyraźnie było zauważalne w teście CUSUMSQ, lecz test QLR go nie wykrył.

7. Podsumowanie

Na podstawie szeregu czasowego wartości dodanej brutto Belgii oszacowano model SARIMA (1,1,0) x (1,1,0) – na podstawie kryterium AIC stwierdzono, że jest to najlepszy model, na którym przeprowadzono prognozy ex ante i ex post. Oszacowano przedział ufności dla prognozy, który z 95% prawdopodobieństwem pokrywa się z nieznaną prognozowaną wartością dodanej brutto za Q1 roku 2022. Finalnie przeprowadzono testy stabilności modelu. Test stabilności CUSUM wykazał, że model jest stabilny, a prognozy są wiarygodne. Test stabilności CUSUMSQ wykazał, że precyzja modelu zmieniała się w czasie, więc taki model nie powinien być wykorzystywany do prognozowania, a z kolei test stabilności QLR wykazał, że nie wystąpiło załamanie struktury.