Transformação linear aplicada em sistemas de cores

Domitila Crispim Pietropaolo - Bolsista PICME
Orientadora: Prof. Dra. Ana Paula Tremura Galves

Faculdade de Matemática
Universidade Federal de Uberlândia

VI Mostra de Iniciação Científica
Maio de 2017

Sumário

Objetivo

A ideia central do trabalho é fazer a conversão entre sistemas de cores (XYZ e RGB, CMY e RGB, YIQ e RGB) utilizando conceitos simples de álgebra linear, tais como transformação linear e mudança de base no espaço vetorial.

Sumário

Transformação linear

Definição

Seja $T : U \to V$ uma transformação linear com U e V espaços vetoriais de dimensão finita. Sejam $B = \{u_1, ..., u_n\}$ uma base de U e $C = \{v_1, ..., v_m\}$ uma base de V, podemos escrever $T(u_j) = a_{1j}v_1 + ... + a_{mj}v_m$, $j = 1, ..., n$. A matriz:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \in M_{m \times n}$$

é chamada matriz de transformação T com relação as bases B e C.

Sumário

Sistema RGB

O olho humano possui três tipos de células cones, as quais captam as cores e levam-nas até o cérebro. Young-Helmholtz estabelece, no seu modelo tricromático, que sistemas de processamento de cor do olho humano baseiam-se na amostragem das faixas vermelha, verde e azul do espectro visível, feitas pelas moléculas fotossensíveis do olho. E com isso, surge o primeiro modelo padrão básico: CIE-RGB (CIE: Commission Internationale de l'Eclairage).

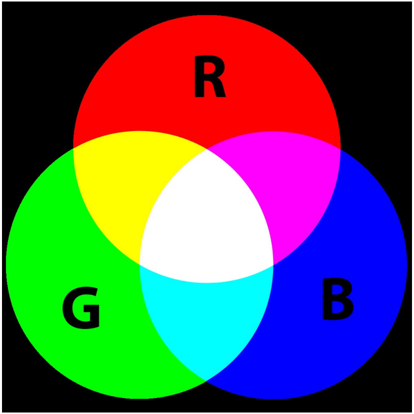


Figura ilustrando o Sistema RGB

O modelo XYZ e a mudança de coordenadas em relação ao RGB

Devido a incapacidade que o monitor possuía em projetar todas as cores visíveis pelo olho humano, o sistema CIE-XYZ foi criado para trazer modificações de proporções de intensidade das cores.

No sistema XYZ as coordenadas das cores primárias (RGB) são dadas pelos seguintes vetores: $R = (0.73467, 0.26533, 0.0)$, $G = (0.27376, 0.71741, 0.00883)$, $B = (0.16658, 0.00886, 0.82456)$, os quais correspondem aos vetores $R = (1, 0, 0)$, $G = (0, 1, 0)$ e $B = (0, 0, 1)$ no sistema RGB. Para obter uma transformação entre esses dois sistemas devemos buscar um outro conjunto de vetores comum aos espaços XYZ e RGB.

Tome os vetores que correspondem a cor branca em cada um dos sistemas, que tem coordenadas $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$. Dessa forma, a transformação linear do sistema RGB no sistema XYZ é definida por $T(R, G, B) = (X, Y, Z)$ e, usando o fato que $T\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ obtemos uma matriz de transformação de coordenadas dada por:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.49 & 0.17697 & 0 \\ 0.31 & 0.81240 & 0.01 \\ 0.2 & 0.01063 & 0.99 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}$$

que faz a mudança de coordenadas no sistema RGB para o sistema XYZ.

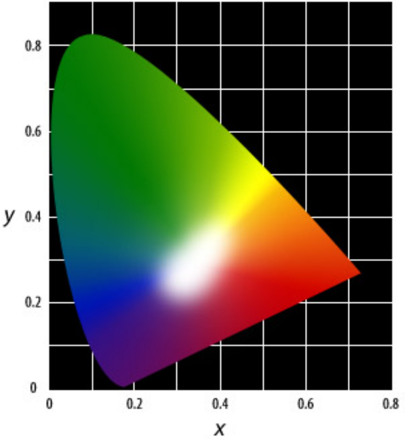


Figura ilustrativa de como XYZ se representa no plano

Tentando obter coordenadas RGB a partir de um vetor CMY V=(-0.0210; 0.6121; 0.4876).

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.49 & 0.17697 & 0 \\ 0.31 & 0.81240 & 0.01 \\ 0.2 & 0.01063 & 0.99 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} -0.021 \\ 0.6121 \\ 0.4876 \end{pmatrix}$$

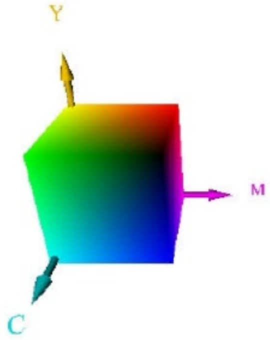
Fazendo as contas temos que V = (0.0980, 0.4956, 0.4850) é o vetor que procuramos .

O modelo CMY e a mudança de coordenadas em relação ao RGB

Baseando-se nas cores complementares, o CMY é designado por modelo subtrativo de cor, opondo-se ao modelo RGB que é designado por modelo aditivo de cor. É muito utilizado em impressão a cores em papel branco (como já foi citado na introdução).

A transformação do espaço CMY no espaço RGB é a mais simples, basicamente consiste em

$$\begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} C \\ M \\ Y \end{pmatrix}.$$



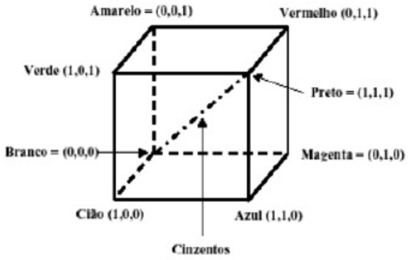


Figura ilustrando o Sistema CMY

Tentando obter coordenadas RGB a partir de um vetor CMY V=(0.212, 0.565, 0.354).

$$\begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0.212 \\ 0.565 \\ 0.354 \end{pmatrix}.$$

Fazendo as contas temos que V =(0.788, 0.435, 0.646) é o vetor que procuramos .

O modelo YIQ e a mudança de coordenadas em relação ao RGB

Utilizado no sistema NTSC (National Television Standards Committee) o modelo YIQ foi criado para permitir que as emissões dos sistemas de televisão em cores fossem compatíveis com os receptores em preto e branco.

Baseia-se na divisão dos sinais de cor RGB em um sinal de luminosidade, ou luminância (Y), dada por:

$$Y = 0.299\,R + 0.587\,G + 0.114\,B.$$

Os parâmetros I e Q estão relacionados às cores propriamente, então envolvem luminância e as cores RGB em suas fórmulas, como podemos observar:

$$I = 0.74(R - Y) - 0.27(B - Y)$$

$$Q = 0.48(R - Y) + 0.41(B - Y).$$

Dessa forma, isolando as variáveis Y, I e Q em função de R, G e B, chegamos na seguinte matriz de transformação do espaço de cor RGB para o espaço YIQ

$$\begin{pmatrix} Y \\ I \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ 0.596 & -0.275 & -0.321 \\ 0.212 & -0.523 & -0.311 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}$$

Tentando obter coordenadas YIQ a partir de um vetor RGB V=(0.213, 0.772 , 0.564).

$$\begin{pmatrix} Y \\ I \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ 0.596 & -0.275 & -0.321 \\ 0.212 & -0.523 & -0.311 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 0.213 \\ 0.772 \\ 0.564 \end{pmatrix}$$

Fazendo as contas temos que V = (0.5808, -0.2670, -0.5342) é o vetor que procuramos .

Sumário

No trabalho podemos observar que a álgebra linear auxiliou processos de cálculo para que as cores possam ser exibidas e transmitidas em diferentes plataformas, como televisores, monitores, etc. O ponto mais importante desse trabalho é como vários sistemas de cores podem ser reduzidos a espaços vetoriais e manipulados facilmente através de transformações lineares.

Referências bibliográficas

- Biezuner, R. J.; Macedo, E. A. A.; Moreira, B. T. *Mudanças de coordenadas em sistemas de cores*. Belo Horizonte: UFMG. Google Acadêmico. PDF.
- Gomes, J. (1994). *Computação gráfica: imagem*. Rio de Janeiro: IMPA/SBM.
- Howard, A.; Rorres, C. (2001). *Álgebra linear com aplicações*. Porto Alegre: Bookman.

Obrigado!