

TRƯỜNG ĐẠI HỌC CẦN THƠ
KHOA SƯ PHẠM
BỘ MÔN SƯ PHẠM TOÁN HỌC



Luận văn tốt nghiệp

Đề tài:
BƯỚC ĐẦU ỨNG DỤNG TRÍ TUỆ
NHÂN TẠO VÀO DẠY HỌC TOÁN:
Một nghiên cứu thực nghiệm trong
Chương Tổ hợp – Xác suất lớp 11

Giảng viên hướng dẫn:

ThS. Bùi Anh Tuấn

Sinh viên thực hiện:

Nguyễn Hiếu Thanh

MSSV: B1700039

Lớp: Sư phạm Toán học K43

Cần Thơ, 2021

Lời cảm ơn

Đầu tiên, em xin gửi lời cảm ơn đến Ban Giám hiệu trường Đại học Cần Thơ đã tạo cho em môi trường tốt để em có thể học tập và tiếp thu được những kiến thức quý báu trong những năm qua.

Em xin gửi lời cảm ơn sâu sắc đến Thầy giáo, Thạc sĩ Bùi Anh Tuấn đã nhiệt tình hướng dẫn, định hướng, hỗ trợ em trong suốt quá trình thực hiện luận văn, giúp đỡ em tiếp cận với cách tư duy, giải quyết và trình bày một vấn đề cần nghiên cứu. Những điều này đã giúp em khắc phục được những hạn chế của bản thân và những khó khăn để hoàn thành luận văn thành công, đúng thời hạn.

Em cũng gửi lời cảm ơn chân thành tới các thầy cô trong trường, đặc biệt các thầy cô trong Khoa Sư phạm đã giảng dạy em trong suốt thời gian học tập tại trường. Những kiến thức, bài học có được sẽ là hành trang giúp em tự tin hơn trong công việc, cuộc sống và những mục tiêu trong tương lai.

Mặc dù em đã cố gắng hoàn thành luận văn bằng tất cả sự nỗ lực và khả năng của mình, nhưng chắc chắn vẫn còn nhiều hạn chế và thiếu sót. Em mong nhận được sự cảm thông và góp ý quý giá từ các thầy cô và các bạn.

Cần Thơ, tháng 04 năm 2021

Sinh viên

Nguyễn Hiếu Thanh

Mục lục

Mở đầu	1
1 Lý do chọn đề tài	1
2 Mục tiêu nghiên cứu	1
3 Nhiệm vụ nghiên cứu	1
4 Đối tượng nghiên cứu	2
5 Phạm vi nghiên cứu	2
6 Phương pháp nghiên cứu	2
1 Cơ sở lý luận	3
1.1 Trí tuệ nhân tạo	3
1.1.1 Định nghĩa	3
1.1.2 Thực trạng nghiên cứu lĩnh vực AI	3
1.1.3 Các xu hướng phát triển AI	4
1.1.4 Trí tuệ nhân tạo trong giáo dục	7
1.1.5 Chatbot	8
1.2 Lý thuyết Ứng đáp Câu hỏi	10
1.2.1 Các mô hình đường cong đặc trưng của câu hỏi nhị phân	11
1.2.2 Quy trình ước lượng các tham số của câu hỏi trắc nghiệm	14
1.2.3 Điểm thực và đường cong đặc trưng của đề trắc nghiệm	16
1.2.4 Ước lượng năng lực của thí sinh	18
2 Xây dựng API xử lý	20
2.1 Tổng hợp và chuẩn hóa ngân hàng câu hỏi chương Tổ hợp – Xác suất lớp 11	20
2.2 Xây dựng API trắc nghiệm thích ứng	47
2.2.1 Thuật toán trắc nghiệm thích ứng	47
2.2.2 Thuật toán lựa chọn câu hỏi	48
2.2.3 Xây dựng API xử lý bằng ngôn ngữ PHP	50
3 Thiết kế Facebook chatbot với Chatfuel	53
3.1 Nền tảng Chatfuel	53
3.1.1 Giao diện làm việc	54
4 Thực nghiệm Sư phạm	59

Danh sách hình vẽ

1.1	Đường cong DTCH một tham số (mô hình Rasch)	12
1.2	Các đường cong DTCH 2 tham số với các giá trị a khác nhau ($b = 0$) . . .	13
1.3	Các đường cong DTCH 3 tham số với $a = 2$, $c = 0.1$ và 0.2	13
1.4	Minh họa các tỉ lệ trả lời đúng ứng với mỗi nhóm năng lực	15
1.5	Đường cong DTCH 2 tham số trùng khớp tốt nhất với số liệu	16
1.6	5 đường cong DTCH theo mô hình 3 tham số	17
1.7	Đường cong đặc trưng của ĐTN gồm 5 CH và 5 đường cong DTCH tương ứng	18
3.1	Giao diện bắt đầu của Chatfuel	53
3.2	Giao diện làm việc chính của Chatfuel	54
3.3	Thiết đặt trả lời tự động với chức năng <i>Flows</i>	55
3.4	Thiết đặt trả lời tự động với chức năng <i>Blocks</i>	56
3.5	Thiết đặt trả lời tự động với chức năng <i>Set up AI</i>	56
3.6	Giao diện danh sách người dùng đã tương tác với bot	57
3.7	Giao diện danh sách người dùng đã tương tác với bot	58

Danh sách bảng

2.11	Kết quả phân tích đề thực nghiệm qua phần mềm IATA	45
2.12	Số lượng câu hỏi của ngân hàng câu hỏi chương Tổ hợp – Xác suất	47

Code

2.1	Phương thức tìm kiếm nhị phân	49
2.2	Class câu hỏi	50
2.3	Class bài kiểm tra	51

Danh mục từ viết tắt

Từ viết tắt	Cụm từ đầy đủ
AI	Trí tuệ nhân tạo (Artificial Intelligence)
CH	Câu hỏi (item)
CTT	Lý thuyết Trắc nghiệm cổ điển (Classical Test Theory)
DTCH	Đặc trưng câu hỏi
DTN	Đề trắc nghiệm
HV, TH, CH	Hoán vị, tổ hợp, chỉnh hợp
ICC	Đường cong đặc trưng câu hỏi (Item Characteristic Curve)
ICF	Hàm đặc trưng câu hỏi (Item Characteristic Function)
IRT	Lý thuyết Ứng đáp Câu hỏi (Item Response Theory)
PHP	Ngôn ngữ lập trình PHP (PHP: Hypertext Preprocessor)
SGK	Sách giáo khoa
TS	Thí sinh (person)

Mở đầu

1 Lý do chọn đề tài

Cuộc cách mạng công nghiệp lần thứ tư hay còn gọi là cuộc cách mạng số diễn ra từ đầu thế kỷ XXI. Đặc trưng của cuộc cách mạng công nghiệp lần này là sẽ ngày càng phổ biến trí thông minh nhân tạo và máy móc tự động hóa, đem lại sự kết hợp giữa hệ thống ảo và thực tế. Cuộc cách mạng này tác động mạnh mẽ đến nhiều lĩnh vực, nhiều khía cạnh trong đời sống xã hội, trong đó đặc biệt không thể thiếu một nguồn nhân lực chất lượng cao; mà nguồn nhân lực lại là đối tượng trực tiếp của giáo dục – đào tạo.

Tuy nhiên, lĩnh vực AI ở Việt Nam chỉ mới được nghiên cứu và ứng dụng trên một số lĩnh vực như thông tin – truyền thông, y tế, du lịch... với một tỉ trọng rất nhỏ, thậm chí còn chưa được các doanh nghiệp quan tâm. Trong đó, việc đưa AI vào lĩnh vực giáo dục vẫn là một bài toán khó, thể hiện qua số lượng hạn chế các công trình nghiên cứu về AI trong giáo dục – đa số là nghiên cứu lý luận – và chưa có nhiều sản phẩm dành cho giáo dục.

Bên cạnh đó, các nền tảng mạng xã hội ngày càng phát triển và phổ biến, đặc biệt là với học sinh phổ thông. Đây là một môi trường tốt để hỗ trợ quá trình tự học của học sinh, cụ thể là cung cấp tài liệu bổ sung, bài tập về nhà... Song vẫn chưa được khai thác triệt để và đúng mức.

Trong chương trình Toán phổ thông, chương Tổ hợp – Xác suất (Toán 11) có nhiều ứng dụng quan trọng và có nhiều mảng kiến thức mang tính hàn lâm, khó nắm bắt. Trong khi năng lực tiếp cận Toán học ở các học sinh thường không đồng đều nhau, đòi hỏi phương pháp tiếp cận khác nhau ở từng em. Tuy nhiên, trong các lớp học thực tế, một giáo viên thường phải quản lý 30 – 40 học sinh, tạo ra sự bất khả thi trong việc nắm bắt kịp thời mức độ tiếp nhận kiến thức của từng em.

Xuất phát từ những lý do trên, tôi chọn đề tài nghiên cứu ***"Bước đầu ứng dụng trí tuệ nhân tạo vào dạy học Toán: Một nghiên cứu thực nghiệm trong Chương Tổ hợp – Xác suất lớp 11"***.

2 Mục tiêu nghiên cứu

Mục tiêu của luận văn này là xây dựng một *máy trò chuyện* (chatbot) trên nền tảng mạng xã hội Facebook, trong đó cung cấp các câu hỏi trắc nghiệm, được tự động phân bổ theo năng lực học tập của học sinh, sử dụng vào phần bài tập về nhà.

3 Nhiệm vụ nghiên cứu

Luận văn thực hiện những nhiệm vụ sau:

- 3.1. Tìm hiểu vai trò và các ứng dụng của AI trong dạy học Toán học.
- 3.2. Tìm hiểu lý thuyết đánh giá và đo lường trong giáo dục.
- 3.3. Xây dựng thuật toán đánh giá và giao thức (API) xử lý thông tin.
- 3.4. Thiết kế một AI Chatbot trên nền tảng Facebook.
- 3.5. Vận dụng AI Chatbot vào đánh giá năng lực học sinh.
- 3.6. Thực nghiệm Sư phạm để đánh giá tính khả thi và xác định ưu nhược điểm khi sử dụng AI Chatbot trong đánh giá.

4 Đối tượng nghiên cứu

- 4.1. Ứng dụng của AI trong giáo dục.
- 4.2. Lý thuyết Ứng đáp Câu hỏi.

5 Phạm vi nghiên cứu

- 5.1. **Về phương pháp:** giới hạn sử dụng nền tảng Chatbot của mạng xã hội Facebook, ngôn ngữ lập trình PHP, một số thuật toán ML và lý thuyết ứng đáp câu hỏi IRT.
- 5.2. **Về chuyên môn:** giới hạn trong chương trình Toán 11 cơ bản chương Tổ hợp – Xác suất.

6 Phương pháp nghiên cứu

6.1. Phương pháp nghiên cứu lý luận

Nghiên cứu các tài liệu về triết học, tâm lý học, giáo dục học lý luận dạy học, các phương pháp và ứng dụng công nghệ trong giáo dục nói chung và trí tuệ nhân tạo nói riêng.

6.2. Phương pháp thực nghiệm

Từ các nghiên cứu lý luận, sử dụng các công cụ để thiết kế Chatbot trên nền tảng Facebook.

6.3. Phương pháp điều tra, quan sát

Tiến hành dự thực nghiệm và thu thập thông tin từ phiếu khảo sát về mức độ hứng thú của học sinh qua bài học.

6.4. Phương pháp thống kê Toán học

Phân tích định tính, định lượng, từ đó rút ra kết luận về tính khả thi cũng như ưu/nhược điểm của nền tảng Chatbot.

Chương 1

Cơ sở lý luận

1.1 Trí tuệ nhân tạo

Ngày nay, Trí tuệ nhân tạo (Artificial Intelligence – AI) đang góp phần thay đổi sâu sắc nhiều khía cạnh của cuộc sống, dần trở thành một yếu tố quan trọng trong hoạt động muôn màu muôn vẻ của nhân loại. Nhiều bức tranh về tương lai xán lạn do AI mang tới cho loài người đã được khắc họa.

1.1.1 Định nghĩa

Khái niệm về AI có thể được nhìn nhận theo nhiều cách khác nhau, chưa có định nghĩa nào được thừa nhận chung. Trên thế giới hiện có nhiều định nghĩa về trí tuệ nhân tạo [13], cụ thể:

- AI là tự động hoá các hoạt động phù hợp với suy nghĩ con người, chẳng hạn các hoạt động ra quyết định, giải bài toán... [1].
- AI là khoa học nghiên cứu xem làm thế nào để máy tính có thể thực hiện những công việc mà hiện con người còn làm tốt hơn máy tính [9].
- AI là lĩnh vực nghiên cứu các tính toán để máy có thể nhận thức, lập luận và tác động [10].

Mỗi khái niệm, định nghĩa đều có điểm đúng riêng, nhưng để đơn giản ta có thể hiểu AI là một ngành khoa học máy tính. Nó xây dựng trên một nền tảng lý thuyết vững chắc và có thể ứng dụng trong việc tự động hóa các hành vi thông minh của máy tính; giúp máy tính có được những trí tuệ của con người như: biết suy nghĩ và lập luận để giải quyết vấn đề, biết giao tiếp do hiểu ngôn ngữ, tiếng nói, biết học và tự thích nghi.

1.1.2 Thực trạng nghiên cứu lĩnh vực AI

Tính từ khi khởi đầu, nghiên cứu AI đã trải qua ba đợt sóng công nghệ. Làn sóng đầu tiên tập trung vào kiến thức thủ công, phát triển mạnh mẽ vào những năm 1980 trên các hệ chuyên gia dựa trên quy tắc trong các lĩnh vực được xác định rõ ràng, trong đó kiến thức được thu thập từ một người chuyên gia, được thể hiện trong quy tắc *nếu – thì* (if – then), và sau đó thực hiện trong phần cứng. Các hệ thống lập luận như vậy đã được áp dụng thành công các vấn đề hẹp, nhưng nó không có khả năng học hoặc đối phó với sự không chắc chắn. Tuy nhiên, chúng vẫn dẫn đến các giải pháp quan trọng, và các kỹ thuật phát triển vẫn được sử dụng hiện nay.

Làn sóng nghiên cứu AI thứ hai từ những năm 2000 đến nay được đặc trưng bởi sự phát triển của *máy học* (machine learning). Sự sẵn có một khối lượng lớn dữ liệu số, khả năng tính toán song song lớn tương đối rẻ, các kỹ thuật học cải tiến đã mang lại những tiến bộ đáng kể trong AI khi áp dụng cho các nhiệm vụ như nhận dạng hình ảnh và chữ viết, hiểu ngôn từ, và dịch thuật ngôn ngữ của người. Thành quả của những tiến bộ này có mặt ở khắp nơi: điện thoại thông minh thực hiện nhận dạng giọng nói, máy ATM thực hiện nhận dạng chữ viết tay, ứng dụng email lọc thư rác, và các dịch vụ trực tuyến miễn phí thực hiện dịch máy. Chìa khóa cho một số những thành công này là sự phát triển của *học sâu* (deep learning).

Các hệ thống AI giờ đây thường xuyên làm tốt hơn con người trong các nhiệm vụ chuyên môn. Các cột mốc quan trọng khi AI đầu tiên vượt qua năng lực của con người bao gồm: cờ vua (1997), giải câu đố (2011), trò chơi Atari (2013), nhận dạng hình ảnh (2015), nhận dạng giọng nói (2015), và Go (2016). Những thành tựu như vậy đã được thúc đẩy bởi một nền tảng mạnh mẽ của nghiên cứu cơ bản. Những nghiên cứu này đang mở rộng và có khả năng thúc đẩy tiến bộ trong tương lai.

Lĩnh vực AI hiện đang trong giai đoạn khởi đầu của làn sóng thứ ba, tập trung vào các công nghệ AI phổ quát và giải thích. Các mục tiêu của các phương pháp này là nâng cao mô hình học với sự giải thích và sửa giao diện, để làm rõ các căn cứ và độ tin cậy của kết quả đầu ra, để hoạt động với mức độ minh bạch cao, và để vượt qua AI phạm vi hẹp tới khả năng có thể khái quát các phạm vi nhiệm vụ rộng hơn. Nếu thành công, các kỹ sư có thể tạo ra các hệ thống xây dựng mô hình giải thích cho các lớp của hiện tượng thế giới thực, tham gia giao tiếp tự nhiên với người, học và suy luận những nhiệm vụ và tình huống mới gặp, và giải quyết các vấn đề mới bằng cách khái quát kinh nghiệm quá khứ. Các mô hình giải thích cho các hệ thống AI này có thể được xây dựng tự động thông qua các phương pháp tiên tiến. Những mô hình này có thể cho phép học tập nhanh chóng trong hệ thống AI. Chúng có thể cung cấp "ý nghĩa" hoặc "sự hiểu biết" cho hệ thống AI, sau đó có thể cho phép các hệ thống AI để đạt được những khả năng phổ quát hơn.

1.1.3 Các xu hướng phát triển AI

Cho đến thời điểm chuyển giao thiên niên kỷ, sự lôi cuốn của AI chủ yếu ở hứa hẹn cung cấp của nó, nhưng trong mười lăm năm qua, nhiều lời hứa đó đã được thực hiện. Các công nghệ AI đã thâm nhập vào cuộc sống của chúng ta. Khi chúng trở thành một lực lượng trung tâm trong xã hội, lĩnh vực này đang chuyển từ những hệ thống chỉ đơn giản là thông minh sang chế tạo các hệ thống có nhận thức như con người và đáng tin cậy.

Một số yếu tố đã thúc đẩy cuộc cách mạng AI. Quan trọng nhất trong số đó là sự trưởng thành của machine learning, được hỗ trợ một phần bởi nguồn tài nguyên điện toán đám mây và thu thập dữ liệu rộng khắp dựa trên web. Máy học đã đạt tiến bộ đáng kể bằng deep learning, một dạng đào tạo các mạng lưới thần kinh nhân tạo thích nghi sử dụng phương pháp gọi là lan truyền ngược. Bước nhảy vọt này trong việc thực hiện các thuật toán xử lý thông tin đã được hỗ trợ bởi các tiến bộ đáng kể trong công nghệ phần cứng cho các hoạt động cơ bản như cảm biến, nhận thức, và nhận dạng đối tượng. Các nền tảng và thị trường mới cho các sản phẩm nhờ vào dữ liệu, và các khuyến khích kinh tế để tìm ra các sản phẩm và thị trường mới, cũng góp phần cho sự ra đời của công nghệ

dựa vào AI.

Tất cả những xu hướng này thúc đẩy các lĩnh vực nghiên cứu "hot" được mô tả dưới đây.

Học máy quy mô lớn

Nhiều vấn đề cơ bản trong *máy học* đã được hiểu rõ. Trọng tâm chính của những nỗ lực hiện nay là mở rộng quy mô các thuật toán hiện có để làm việc với các tập dữ liệu rất lớn.

Học sâu

Khả năng để đào tạo thành công các mạng lưới thần kinh xoắn đã mang lại lợi ích nhiều nhất cho lĩnh vực thị giác máy tính, với các ứng dụng như nhận dạng đối tượng, ghi nhận video, nhận dạng hoạt động, và một số biến thể của nó.

Người máy

Kỹ thuật điều hướng *người máy* (robot), ít nhất là trong môi trường tĩnh, phần lớn đã được giải quyết. Những nỗ lực hiện tại tìm cách làm thế nào để đào tạo một robot tương tác với thế giới xung quanh theo các cách khái quát và dự đoán được. Một yêu cầu tự nhiên phát sinh trong môi trường tương tác là sự thao tác, một chủ đề quan tâm khác hiện nay. Cuộc cách mạng học sâu chỉ mới bắt đầu ảnh hưởng đến robot, chủ yếu là rất khó để có các bộ dữ liệu lớn có nhãn để thúc đẩy các lĩnh vực dựa trên học tập khác của AI.

Thị giác máy tính

Thị giác máy tính (Computer vision) hiện nay là hình thức nổi bật nhất của nhận thức máy. Nó là một phạm vi nhỏ của AI biến đổi nhiều nhất bởi sự xuất hiện của deep learning. Chỉ cách đây vài năm, các máy vectơ hỗ trợ là phương pháp được lựa chọn cho hầu hết các nhiệm vụ phân loại hình ảnh. Nhưng sự hợp lưu của máy tính quy mô lớn, đặc biệt là trên các *bộ xử lý đồ họa* (Graphics Processing Unit – GPU), sự sẵn có các tập dữ liệu lớn, đặc biệt là thông qua internet, và sàng lọc của các thuật toán mạng thần kinh đã dẫn đến những cải tiến đáng kể trong hiệu suất trên các nhiệm vụ chuẩn. Lần đầu tiên, các máy tính có thể thực hiện một số nhiệm vụ phân loại hình ảnh (hạn hẹp) tốt hơn so với con người. Nhiều nghiên cứu hiện nay đang tập trung vào tự động chú thích ảnh và video.

Xử lý ngôn ngữ tự nhiên

Thường kết hợp với nhận dạng giọng nói tự động, *Xử lý Ngôn ngữ tự nhiên* (natural language processing) là một khu vực rất tích cực khác về nhận thức máy. Nó nhanh chóng trở thành hàng hóa cho các ngôn ngữ chủ đạo với các tập dữ liệu lớn.

Các hệ thống hợp tác

Nghiên cứu về các hệ thống hợp tác tìm kiếm các mô hình và các thuật toán để giúp phát triển các hệ thống tự trị có thể hợp tác làm việc với các hệ thống khác và với con người. Nghiên cứu này dựa trên việc phát triển các mô hình hợp tác chính thức, và nghiên cứu các khả năng cần thiết cho hệ thống trở thành đối tác hiệu quả. Sự quan tâm ngày càng tăng đối với các ứng dụng có thể sử dụng các thể mạnh bổ sung của con người và máy móc – cho con người giúp hệ thống AI khắc phục những hạn chế của chúng, và cho các phần tử để tăng cường các khả năng và hoạt động của con người.

Tạo nguồn từ đám đông (crowdsourcing) và tính toán của con người

Do khả năng của con người vượt trội so với phương pháp tự động trong hoàn thành nhiều nhiệm vụ, nghiên cứu về tạo nguồn từ đám đông và tính toán của con người tìm kiếm các phương pháp để tăng cường các hệ thống máy tính bằng cách sử dụng trí tuệ của con người để giải quyết vấn đề mà một mình máy tính không thể giải quyết nổi. Được giới thiệu chỉ khoảng mười lăm năm trước, nghiên cứu này hiện nay có sự hiện diện vững chắc trong AI.

Kết quả trong lĩnh vực này đã hỗ trợ cho các tiến bộ trong các lĩnh vực nhánh khác của AI, bao gồm cả thị giác máy tính và xử lý ngôn ngữ tự nhiên, bằng cách cho phép một số lượng lớn dữ liệu huấn luyện được dán nhãn và các dữ liệu tương tác của con người được thu thập trong một khoảng thời gian ngắn.

Internet vạn vật (Internet of Things)

Đây là lĩnh vực nghiên cứu đang phát triển được tập trung vào ý tưởng rằng một loạt các thiết bị có thể được kết nối với nhau để thu thập và chia sẻ thông tin cảm biến của chúng. Các thiết bị này có thể bao gồm các đồ dùng, xe cộ, nhà cửa, máy ảnh, và những thứ khác. Trong khi vấn đề ở đây là công nghệ và mạng không dây để kết nối các thiết bị, AI có thể xử lý và sử dụng một lượng lớn dữ liệu thu được cho các mục đích thông minh và hữu ích.

Tính toán phỏng theo nơon thần kinh

Máy tính truyền thống thực hiện mô hình tính toán von Neumann, tách các mô-đun nhập/xuất, hướng dẫn – xử lý và bộ nhớ. Với sự thành công của các mạng lưới thần kinh sâu đối với một phạm vi rộng các nhiệm vụ, các nhà sản xuất đang tích cực theo đuổi các mô hình tính toán thay thế – đặc biệt là những mô hình lấy cảm hứng bởi những gì được biết về các mạng thần kinh sinh học – nhằm nâng cao hiệu quả phần cứng và sức mạnh của hệ thống máy tính. Tại thời điểm này, các máy tính "phỏng nơon" này chưa chứng tỏ thành công lớn, mới chỉ bắt đầu có khả năng thương mại. Nhưng có thể chúng sẽ trở thành thông dụng trong tương lai gần. Các mạng nơon sâu đã tạo ra một điểm nhấn trong bức tranh ứng dụng. Một làn sóng lớn hơn có thể ập đến khi các mạng này có thể được đào tạo và thực thi trên phần cứng phỏng nơon chuyên dụng.

1.1.4 Trí tuệ nhân tạo trong giáo dục

Mười lăm năm qua, ta đã chứng kiến những tiến bộ đáng kể của AI trong giáo dục. Các ứng dụng ngày nay được sử dụng rộng rãi bởi các nhà sư phạm và người học, với một số thay đổi giữa các hình thức ở trường phổ thông và trường đại học. Mặc dù chất lượng giáo dục sẽ luôn yêu cầu sự tham gia tích cực của các giáo viên, nhưng AI hứa hẹn sẽ tăng cường giáo dục ở tất cả các cấp, đặc biệt bằng cách cung cấp việc học ở quy mô cá nhân hóa. Tương tự như y tế, việc giải quyết làm thế nào để tích hợp tốt nhất sự tương tác của con người và học *mặt-đối-mặt* (face-to-face) với các công nghệ AI triển vọng vẫn còn là một thách thức lớn.

Các robot từ lâu đã là các thiết bị giáo dục phổ biến. Các hệ thống *day học* (tutoring) thông minh (Intelligent Tutoring Systems – ITS) cho khoa học, toán học, ngôn ngữ, và các môn học khác phù hợp sinh viên với các gia sư máy tương tác. Xử lý Ngôn ngữ tự nhiên, đặc biệt là khi kết hợp với máy học và tạo nguồn từ đám đông, đã đẩy mạnh học trực tuyến và cho phép giáo viên nhân bội quy mô của lớp học đồng thời giải quyết các nhu cầu và phong cách học tập của các cá nhân học sinh. Các bộ dữ liệu từ các hệ thống học trực tuyến lớn đã thúc đẩy sự tăng trưởng nhanh trong phân tích học tập.

Tuy nhiên, việc áp dụng các công nghệ AI trong các trường học (phổ thông và đại học) còn chậm, chủ yếu do thiếu ngân sách và thiếu bằng chứng vững vàng là chúng giúp học sinh đạt được mục tiêu học tập. Mười lăm năm tới ở một thành phố ở Bắc Mỹ điển hình, việc sử dụng các gia sư thông minh và công nghệ AI khác để hỗ trợ giáo viên trong lớp học và ở nhà có khả năng sẽ mở rộng đáng kể, cũng như sẽ học dựa trên các ứng dụng thực tế ảo. Nhưng hệ thống học tập dựa trên máy tính chưa có khả năng thay thế hoàn toàn giảng viên trong các trường học.

Robot dạy học

Ngày nay, nhiều công ty đã cung cấp các bộ dụng cụ tinh vi và đa dạng hơn sử dụng trong trường phổ thông cùng các robot với công nghệ cảm biến mới có thể lập trình bằng nhiều ngôn ngữ. Tuy nhiên, để các bộ dụng cụ như vậy trở nên phổ biến, sẽ cần phải có bằng chứng thuyết phục rằng chúng cải thiện thành tích học tập của học sinh.

Hệ thống gia sư thông minh (ITS) và học trực tuyến

Sự di chuyển nhanh của ITS từ giai đoạn thử nghiệm trong phòng thí nghiệm sang sử dụng thực tế là đáng ngạc nhiên và được hoan nghênh. Hệ thống giáo dục trực tuyến hỗ trợ đào tạo chuyên nghiệp cấp sau đại học và học tập suốt đời cũng đang phát triển nhanh chóng. Những hệ thống này có triển vọng rất lớn vì nhu cầu tương tác mặt-đối-mặt ít quan trọng đối với các chuyên gia và những người chuyển đổi việc làm. Tuy không phải là những người đi đầu trong các hệ thống và ứng dụng hỗ trợ TTNT hỗ trợ và các ứng dụng, nhưng họ sẽ trở thành những người tiếp nhận ban đầu khi các công nghệ được kiểm tra và xác nhận.

Các dự án hiện nay tìm cách lập mô hình các quan niệm sai lầm phổ biến của học sinh, dự đoán các học sinh có nguy cơ thất bại, và cung cấp ngay thông tin phản hồi cho học sinh liên quan chặt chẽ với kết quả học tập. Nghiên cứu gần đây cũng dành cho tìm

hiểu về quá trình nhận thức liên quan đến sự hiểu biết, viết, tiếp thu kiến thức, và trí nhớ, và áp dụng hiểu biết đó vào thực tế giáo dục bằng cách phát triển và thử nghiệm các công nghệ giáo dục.

1.1.5 Chatbot

Chatbot – một lĩnh vực của AI – là một hệ thống thực hiện sự trao đổi thông tin giữa hai hay nhiều đối tượng theo một quy chuẩn nhất định, quá trình trao đổi thông tin có thể bằng ngôn ngữ nói, ngôn ngữ viết hoặc kí hiệu [12].

Chatbot có thể hiểu đơn giản là một chương trình máy tính mà người dùng có thể giao tiếp với máy thông qua các ứng dụng nhắn tin. Một chatbot có thể nói và hiểu tiếng nói và sẽ phân tích những gì con người nói và cố gắng hiểu một yêu cầu đưa ra. Chatbot sau đó giao tiếp với các máy khác, truyền đạt câu hỏi sau đó trả lời con người.

Chatbot giúp cho con người tiết kiệm thời gian, chi phí thông qua ứng dụng trong việc chăm sóc khách hàng (tự động hóa quy trình...), hay nâng cao năng suất lao động (các bot giúp đặt lịch...) hay thậm chí chăm sóc đời sống con người (các bot chăm sóc sức khỏe...).

Chatbot có thể được phân loại thành 3 loại chính [12]:

- Chatbot giữa người với người.
- Chatbot giữa máy với máy.
- Chatbot giữa người và máy.

Với những tiềm năng nội tại, chatbot có thể được ứng dụng rộng rãi trong nhiều tình huống, đặc biệt là giáo dục – thông qua việc tương tác liên tục với người học, và lưu trữ quá trình, kết quả học tập, hỗ trợ cho việc theo dõi của người dạy. Dưới đây là các thành tựu đã đạt được của chatbot trong giáo dục:

Chấm bài tự động

Chấm bài là công việc đòi hỏi một lượng lớn thời gian đối với giáo viên. Trong các khóa học trực tuyến (e-learning), vấn đề này càng trở nên phức tạp hơn. Để giải quyết vấn đề đó, các nhà nghiên cứu đã đưa ra một giải pháp sử dụng công nghệ AI với các thuật toán học máy có thể tự động đánh giá các bài làm một cách linh hoạt. Một trong các ứng dụng rất nổi tiếng là Grammalay – ứng dụng đánh giá và chỉnh sửa văn phong, ngữ pháp cho người học tiếng Anh.

Đánh giá khóa học và xếp loại người học

Với sự phát triển của các công nghệ hiện đại như chatbot, AI, học máy và xử lý ngôn ngữ tự nhiên, có rất nhiều cơ hội thú vị để giúp giáo viên thu thập và nắm bắt các ý kiến phản hồi từ sinh viên. Khảo sát về khóa học là nguồn thông tin quan trọng để cải thiện chất lượng giáo dục. Sử dụng chatbot để thu thập phản hồi là cách khai thác vừa hiệu quả, vừa đạt được chất lượng và số lượng. Chatbot có thể thu thập ý kiến qua một

giao diện chat tương tự như một cuộc phỏng vấn thực sự. Cuộc trò chuyện có thể được điều chỉnh theo các câu trả lời và tính cách của sinh viên.

Trong khi đó, AI sẽ giúp đánh giá và xếp loại sinh viên chính xác hơn. Ví dụ, khi người học sử dụng máy vi tính để hoàn thành các bài tập, máy tính ghi lại lượng thời gian cho mỗi yêu cầu, chỉ ra những bài tập khiến học viên phải bỏ ra nhiều nỗ lực nhất... Dữ liệu này sau đó được thu thập và phân tích bởi phần mềm AI để giáo viên truy cập, cho phép họ nhìn thấy những phân tích chi tiết về năng lực của từng học sinh thông qua mỗi môn học hoặc bài tập và cho thấy những ai cần thêm trợ giúp.

Ngoài việc giúp cho khảo sát hấp dẫn và dữ liệu sát thực tế hơn, chatbot còn mang lại nhiều lợi ích khác cho giáo viên – những người tìm cách nâng cao hiệu quả trong giảng dạy. Bằng cách tham gia vào các kho dữ liệu như hệ thống tự đánh giá, điểm số, ý kiến phản hồi... giáo viên có thể tìm những phương pháp dạy học mới, hiệu quả hơn cũng như nắm bắt được hiệu suất giảng dạy. Việc so sánh dữ liệu với các giáo viên khác trên toàn thế giới cũng sẽ giúp hệ thống đề xuất các cải tiến các phương thức mới, mạnh mẽ để nâng cao hiệu quả giảng dạy và chia sẻ trong toàn bộ cộng đồng giáo viên.

Trợ giảng cho giáo viên

Jill Watson - trợ lý ảo do Ashok Goel[4] – giáo sư Khoa học máy tính tại Đại học Công nghệ Georgia phát triển là một trợ giảng xuất sắc. Cô đáp ứng hàng nghìn câu hỏi cùng lúc, luôn trả lời đầy đủ với tốc độ nhanh. Khi chương trình này đi vào hoạt động, các sinh viên không hề biết rằng mình đang nói chuyện với AI. Sau khi công bố rộng rãi, Jill Watson hiện được triển khai tại các trường đại học trên toàn cầu. Một trong những bản mới nhất là tại Trường kinh doanh Na Uy ở Oslo.

Hỗ trợ học viên tại trường học

Tại Đại học Deakin (Victoria, Australia), các nhà phát triển đang tập trung hoàn thành hệ thống hỗ trợ sinh viên đầu tiên sử dụng chatbot Deakin. Tương tự trợ giảng Jill Watson[3], hệ thống này được xây dựng từ hệ thống siêu máy tính Watson của IBM. Sau khi triển khai, hệ thống có thể trả lời mọi câu hỏi mà sinh viên cần biết về cuộc sống trong khuôn viên trường, như làm thế nào để tìm ra giảng đường, cách nộp đơn cho học kỳ tiếp theo, cách nộp bài tập, nơi để đồ xe...

Khi các sinh viên mới đến nhập trường, họ thường có những câu hỏi tương tự mỗi năm, tạo nên một ứng dụng hoàn hảo cho một chatbot.

William Confalonieri, người thúc đẩy dự án nhận định: "Công nghệ này đưa ra cách tiếp cận cá nhân hơn cho các dịch vụ trong khuôn viên trường. Hệ thống này cũng giúp giảm bớt gánh nặng cho các giảng viên, vì họ không còn phải giải thích những điều tương tự như vậy cho các sinh viên nhau".

Confalonieri hy vọng có thể mở rộng các tính năng của hệ thống một cách nhanh chóng trong những năm tới và xử lý các nhiệm vụ phức tạp hơn trong tương lai.

Chương trình học cá nhân hóa

Hệ thống giáo dục hiện tại có thể được mô tả như là một dây chuyền sản xuất, trong đó mục tiêu cuối cùng là đào tạo ra người học có năng lực để đáp ứng nhu cầu việc làm trong tương lai. Trong quy trình sản xuất này, người ta mong muốn cùng một nguyên liệu với cùng một phương thức xử lý (bài học) sẽ cho kết quả đầu ra như nhau. Tuy nhiên, thực tế phức tạp hơn nhiều, cách tiếp cận kiểu này không phù hợp đối với việc chuyển giao kiến thức cho một thế hệ mới.

Một trong những lợi ích nổi bật được đề cập đến hiện nay của AI trong giáo dục là khả năng tạo ra mô hình học cá nhân hóa, giúp mỗi học viên có thể tự sử dụng chương trình học một cách phù hợp, theo năng lực bản thân. Với chương trình học cá nhân hóa, nội dung học tập được cung cấp sẽ thích nghi với tốc độ nhận thức của từng cá nhân. Nó có thể đưa ra những kiến thức khó hơn nhằm tăng tốc học tập nếu sinh viên hiểu nhiều hơn, và tiếp tục tăng lên nữa (hoặc giảm xuống) tùy theo trình độ. Bằng cách này, cả người học nhanh và chậm đều có thể cải thiện trình độ mà không ảnh hưởng đến các sinh viên khác.

1.2 Lý thuyết Ứng đáp Câu hỏi

Lý thuyết Ứng đáp Câu hỏi (Item Response Theory - IRT) là một lý thuyết của khoa học về đo lường trong giáo dục, ra đời từ nửa sau của thế kỷ XX và phát triển mạnh mẽ cho đến nay. Trước đó, Lý thuyết Trắc nghiệm cổ điển (Classical Test Theory – CTT), ra đời từ khoảng cuối thế kỷ XIX và hoàn thiện vào khoảng thập niên 1970, đã có nhiều đóng góp quan trọng cho hoạt động đánh giá trong giáo dục, nhưng cũng thể hiện một số hạn chế. Các nhà tâm lý học (psychometricians) cố gắng xây dựng một lý thuyết hiện đại sao cho khắc phục được các hạn chế đó. Lý thuyết trắc nghiệm hiện đại được xây dựng dựa trên mô hình toán học, đòi hỏi nhiều tính toán, nhưng nhờ sự tiến bộ vượt bậc của công nghệ tính toán bằng máy tính điện tử vào cuối thế kỷ XX – đầu thế kỷ XXI, nên nó đã phát triển nhanh chóng và đạt được những thành tựu quan trọng.

Trong phần này, ta quy ước gọi một con người có thuộc tính cần đo lường là *thí sinh* (person – TS) và một đơn vị của công cụ để đo lường (test) là *câu hỏi* (item – CH). Để đơn giản hóa cho mô hình nghiên cứu xuất phát có thể đưa ra các giả thiết sau đây:

- Tính đơn chiều: *Năng lực tiềm ẩn* (latent trait) cần đo chỉ có một chiều (unidimensionality), hoặc ta chỉ đo một chiều của năng lực đó.
- Tính độc lập: Các CH là *độc lập địa phương* (local independence), tức là việc trả lời một CH không ảnh hưởng đến các CH khác.

Khi thỏa mãn hai giả thiết nêu trên thì không gian năng lực tiềm ẩn đầy đủ chỉ chứa một năng lực. Khi đó, người ta giả định là có một *hàm đặc trưng câu hỏi* (Item Characteristic Function – ICF) phản ánh mối quan hệ giữa các biến không quan sát được (năng lực của TS) và các biến quan sát được (việc trả lời CH). Đồ thị biểu diễn hàm đó được gọi là *đường cong đặc trưng câu hỏi* (Item Characteristic Curve – ICC).

Trong phần này, ta chỉ khảo sát CH nhị phân, tức là CH mà câu trả lời chỉ có 2 mức: 0 (sai) và 1 (đúng).

1.2.1 Các mô hình đường cong đặc trưng của câu hỏi nhị phân

Đường cong đặc trưng câu hỏi nhị phân, một tham số (mô hình Rasch)

Mô hình Rasch chỉ biểu diễn CH qua tham số *độ khó* của CH. Phát biểu sau đây của Rasch có giá trị như một tiền đề làm cơ sở cho mô hình của ông:

"Một người có năng lực cao hơn một người khác thì xác suất để người đó trả lời đúng một câu hỏi bất kì phải lớn hơn xác suất của người sau; cũng tương tự như vậy, một câu hỏi khó hơn một câu hỏi khác có nghĩa là xác suất để một người bất kì trả lời đúng câu hỏi đó phải bé hơn xác suất để trả lời đúng câu hỏi sau." [8]

Với phát biểu trên, có thể thấy xác suất để một TS trả lời đúng một CH nào đó phụ thuộc vào tương quan giữa năng lực của TS và độ khó của CH. Chọn Θ để biểu diễn năng lực của TS, và β để biểu diễn độ khó của CH. Gọi P là xác suất trả lời đúng CH, xác suất đó sẽ phụ thuộc vào tương quan giữa Θ và β theo một cách nào đó, do vậy ta có thể biểu diễn:

$$f(P) = \frac{\Theta}{\beta}, \quad (1.1)$$

trong đó f là một hàm nào đó của xác suất trả lời đúng.

Lấy logarit tự nhiên của (1.1) ta được:

$$\ln f(P) = \ln \left(\frac{\Theta}{\beta} \right) = \ln \Theta - \ln \beta = \theta - b. \quad (1.2)$$

Tiếp đến, để đơn giản, khi xét mô hình trắc nghiệm nhị phân, Rasch chọn hàm f chính là biểu thức *mức được thua* (odds) hoặc *khả năng thực hiện đúng* (likelihood ratio), tức là $f(P) = \frac{P}{1-P}$, qua đó biểu diễn tỉ số của khả năng xảy ra sự kiện khẳng định so với khả năng xảy ra sự kiện phủ định. Như vậy:

$$\ln \frac{P}{1-P} = \theta - b. \quad (1.3)$$

Biểu thức (1.2) được gọi là *logit* (log odds unit).

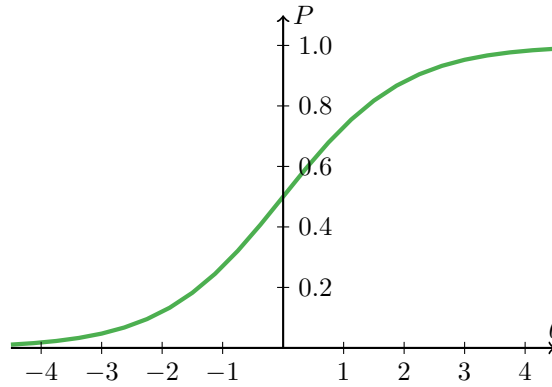
Từ (1.3) ta có thể viết

$$\frac{P}{1-P} = e^{\theta-b}.$$

Suy ra

$$P(\theta) = \frac{e^{\theta-b}}{1 + e^{\theta-b}}. \quad (1.4)$$

Hàm có dạng như biểu thức (1.4) thuộc loại hàm *logistic*. Biểu thức (1.4) chính là hàm đặc trưng của mô hình ứng đáp CH một tham số, hay còn gọi là *mô hình Rasch*, ta có thể biểu diễn như hình 1.1 (khi cho $b = 0$):



Hình 1.1. Đường cong DTCH một tham số (mô hình Rasch)

Mô hình đường cong đặc trưng của câu hỏi hai tham số

Đối với mô hình Rasch, chỉ một tham số của CH được sử dụng, đó là độ khó, nên được gọi là *mô hình một tham số*. Tuy nhiên, trong trắc nghiệm cổ điển, người ta còn sử dụng một tham số quan trọng thứ hai đặc trưng cho CH là *độ phân biệt*. Do đó nhiều nhà tâm lý học mong muốn đưa độ phân biệt vào mô hình DTCH.

Từ công thức (1.4), ta thấy rõ khi trục hoành biểu diễn theo logit, độ dốc phần giữa đường cong được quyết định bởi hệ số ở số mũ của e , mà ở công thức (1.4), hệ số đó bằng 1. Từ đó, người ta đưa thêm tham số a liên quan đến độ phân biệt của CH vào hệ số ở số mũ của e , ta được:

$$P(\theta) = \frac{e^{a(\theta-b)}}{1 + e^{a(\theta-b)}}. \quad (1.5)$$

(1.5) chính là hàm DTCH 2 tham số. Hệ số a biểu diễn độ dốc của đường cong DTCH tại điểm có hoành độ $\theta = b$ và tung độ $P(\theta) = 0.5$.

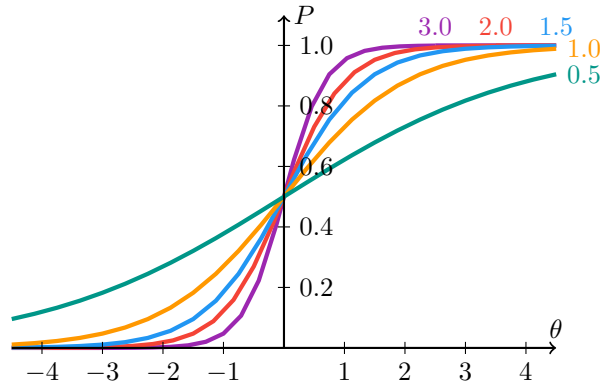
Có thể thấy rõ độ dốc của đường cong DTCH phản ánh độ phân biệt của CH. Thật vậy, khi cho một biến đổi vi phân $\Delta\theta$ của năng lực thì sẽ thu được một biến đổi vi phân ΔP của xác suất trả lời đúng, giá trị ΔP này lớn hơn trên đường cong DTCH có độ dốc lớn so với trên đường cong có độ dốc nhỏ. Nói cách khác, đối với CH đã cho một sự khác biệt nhỏ về năng lực của TS cũng gây ra một độ chênh lớn về xác suất trả lời đúng. Đó chính là ý nghĩa của độ phân biệt.

Hàm DTCH 2 tham số trình bày trên đây và hàm DTCH 1 tham số theo mô hình Rasch có cùng dạng thức, chỉ khác nhau ở giá trị tham số a (đối với mô hình 1 tham số $a = 1$). Hình 1.2 biểu diễn các đường cong DTCH theo mô hình 2 tham số với $b = 0$, và a lần lượt bằng 0.5; 1.0; 1.5; 2.0; 3.0 nên độ dốc của các đường cong ở đoạn giữa tăng dần.

Mô hình đường cong đặc trưng của câu hỏi ba tham số

Các hàm DTCH (1.4) và (1.5) chúng ta thấy tung độ tiệm cận trái của chúng đều có giá trị bằng 0, điều đó có nghĩa là nếu TS có năng lực rất thấp, tức $\Theta \rightarrow 0$ và $\theta \rightarrow -\infty$, thì xác suất trả lời đúng CH $P(\theta)$ cũng bằng 0.

Tuy nhiên trong thực tế triển khai trắc nghiệm chúng ta đều biết có khi năng lực của TS rất thấp nhưng do đoán mò hoặc trả lời hù dọa một CH nên TS vẫn có một khả



Hình 1.2. Các đường cong DTCH 2 tham số với các giá trị a khác nhau ($b = 0$)

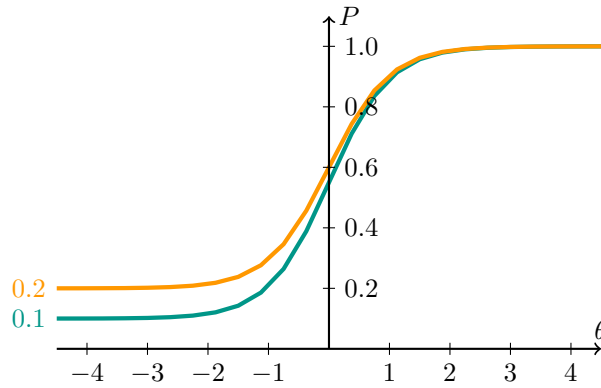
năng nào đó trả lời đúng CH. Trong trường hợp đã nêu thì tung độ tiệm cận trái của đường cong không phải bằng 0 mà bằng một giá trị xác định c nào đó, với $0 < c < 1$.

Từ thực tế nêu trên, người ta có thể đưa thêm tham số c phản ánh hiện tượng đoán mò vào hàm DTCH để thu được tung độ tiệm cận trái của đường cong khác 0. Kết quả sẽ thu được biểu thức:

$$P(\theta) = c + (1 - c) \frac{e^{a(\theta-b)}}{1 + e^{a(\theta-b)}}.$$

Rõ ràng khi $\theta \rightarrow -\infty$, hàm $P(\theta) \rightarrow c$. Trong trường hợp mô hình đường cong DTCH 3 tham số khi $\theta = b$ ta có $P(\theta) = \frac{c+1}{2}$.

Hình 1.3 biểu diễn các đường cong DTCH theo mô hình 3 tham số với $a = 2$ và các tham số c có giá trị bằng 0.1 và 0.2.



Hình 1.3. Các đường cong DTCH 3 tham số với $a = 2$, $c = 0.1$ và 0.2

Mô hình đường cong DTCH 2 và 3 tham số do Birnbaum đề xuất đầu tiên[2], nên đôi khi được gọi là các mô hình Birnbaum.

Mô hình đặc trưng của câu hỏi dạng đường cong tích lũy vòm chuẩn

Vì phân bố chuẩn xác suất là nền tảng của lý thuyết thống kê, nên từ lâu các nhà tâm lý học đã dùng *đường cong tích lũy vòm chuẩn* (normal ogive) làm mô hình để nghiên cứu việc trả lời CH. Tính hợp lý của việc sử dụng đường cong tích lũy vòm chuẩn làm đường cong DTCH được biện minh cả trên quan điểm thực dụng lẫn lý thuyết.

Biểu thức đường cong tích lũy vòm chuẩn đối với mô hình 2 tham số có dạng:

$$P(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{a(\theta-b)} e^{-\frac{x^2}{2}} dx, \quad (1.6)$$

và đối với mô hình 3 tham số:

$$P(\theta) = c + (1 - c) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{a(\theta-b)} e^{-\frac{x^2}{2}} dx. \quad (1.7)$$

Biểu thức (1.6) và (1.7) cho thấy các hàm này là hàm xác suất tích lũy tính theo mật độ xác suất của phân bố chuẩn. Đó là các hàm của biến năng lực θ với các tham số a, b, c .

Khi khảo sát quan hệ định lượng giữa các mô hình ĐTCH có dạng đường cong tích lũy vòm chuẩn và mô hình ĐTCH có dạng logistic, nếu nhân tham số biểu thị độ dốc a của hàm logistic cho hệ số $D = 1,702$ và sử dụng như ở biểu thức (1.5) thì sự sai khác tuyệt đối giữa các xác suất biểu diễn bởi biểu thức hàm dạng logistic (1.5) và biểu thức hàm dạng tích lũy vòm chuẩn (1.6) sẽ bé hơn 0.01 trên cả thang θ , nói cách khác, hai đường cong gần như trùng nhau.

Như vậy, đối với mọi ứng dụng thực tiễn hai mô hình hàm ĐTCH dạng logistic và dạng tích lũy vòm chuẩn là như nhau. Trong khi đó biểu thức toán học của hàm logistic đơn giản hơn nhiều và tốc độ tính toán thực tế đối với chúng giảm nhiều vì không phải tính tích phân, do đó thậm chí có thể tính chúng trên các máy tính giản đơn. Vì lý do đó, người ta thiên về sử dụng mô hình các đường cong logistic hơn là mô hình các đường cong tích lũy vòm chuẩn [11].

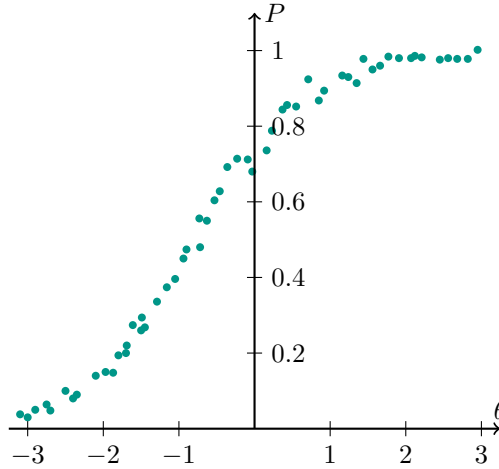
1.2.2 Quy trình ước lượng các tham số của câu hỏi trắc nghiệm

Trong các mô hình IRT, xác suất để trả lời đúng CH phụ thuộc vào năng lực θ của TS và các tham số đặc trưng cho CH. Tuy nhiên, cả hai loại tham số: năng lực của TS (θ) và đặc trưng của CH (a, b, c), đều không biết trước. Cái có thể biết được là việc trả lời các CH của các TS. Vấn đề của việc ước lượng là xác định các giá trị tham số năng lực θ của từng TS và các tham số a, b, c của từng CH từ các kết quả ứng đáp CH. Để áp dụng IRT cho số liệu trắc nghiệm, công việc đầu tiên và quan trọng nhất chính là ước lượng các tham số đặc trưng cho mô hình ứng đáp CH đã chọn. Thành công của áp dụng IRT là đưa ra được các quy trình thích hợp để ước lượng các tham số này.

Trước hết ta xem xét việc ước lượng tham số đặc trưng cho CH trắc nghiệm. Khi ước lượng các tham số này, ta giả thiết là đã biết các điểm năng lực của TS.

Xét tập hợp n TS làm một DTN có m CH. Các điểm năng lực của TS phân bố dọc theo một thang đo năng lực. Xét một CH _{i} xác định thứ i . Ta chia tập hợp TS trên thành I nhóm trên thang đo năng lực, sao cho các TS trong cùng một nhóm j nào đó có cùng một năng lực θ_j , cụ thể là có n_j TS trong nhóm j , với $j = \overline{1, I}$. Trong nhóm j giả sử có r_j TS trả lời đúng câu hỏi CH _{i} đã cho. Vậy ở mức năng lực θ_j , tỉ lệ trả lời đúng CH _{i} quan sát được là $p_j(\theta_j) = \frac{r_j}{n_j}$, đó là ước lượng xác suất trả lời đúng CH _{i} ở mức năng lực đã

cho. Từ đó có thể thu được r_j và tính được $p_j(\theta_j)$ cho mỗi mức năng lực j dọc theo thang năng lực đã cho. Có thể biểu diễn các tỉ lệ trả lời đúng đối với mỗi nhóm năng lực như ở hình 1.4.



Hình 1.4. Minh họa các tỉ lệ trả lời đúng ứng với mỗi nhóm năng lực

Nhiệm vụ được đặt ra là tìm một đường cong DTCH trùng khớp tốt nhất với các tỷ số trả lời đúng CH quan sát được. Muốn vậy, trước hết ta phải chọn một mô hình đường cong sao cho phù hợp. Quy trình sử dụng để tìm đường cong trùng khớp được dựa trên thuật toán *ước lượng theo biến cố hợp lý cực đại* (maximum likelihood estimation).

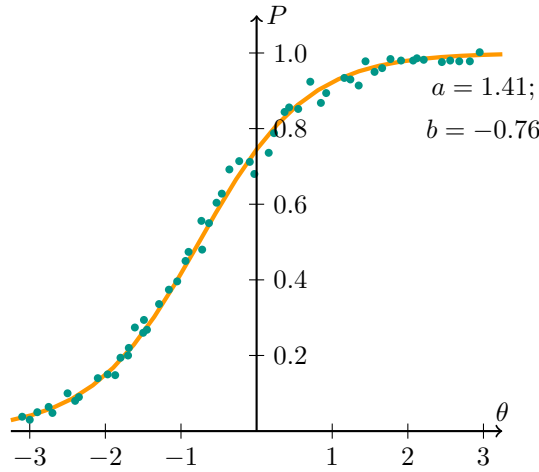
Trước hết, người ta cho các giá trị tiên nghiệm (a priori) của các tham số đường cong, chẳng hạn $b = 0.0$ và $a = 1.0$ đối với mô hình hàm DTCH 2 tham số. Sử dụng các ước lượng đó để tính các giá trị $P(\theta_j)$ đối với mọi nhóm năng lực nhờ công thức ứng với mô hình đường cong đã chọn. Sau đó theo một thuật toán xác định như đã nêu trên, người ta điều chỉnh các tham số ước lượng của đường cong DTCH sao cho đạt được một sự trùng khớp tốt hơn giữa đường cong DTCH tính theo các tham số ước lượng và các tỷ lệ trả lời đúng quan sát được. Quá trình tính lặp để điều chỉnh như vậy sẽ tiếp tục cho đến khi sự điều chỉnh không làm tăng mức trùng khớp một cách đáng kể. Lúc đó thì dừng chương trình tính lặp và các giá trị a và b đạt được cuối cùng chính là giá trị tham số của đường cong DTCH ước lượng được. Với các giá trị a và b thu được ta có thể tìm xấp xỉ đường cong $P(\theta)$ theo mô hình đã chọn, đó là đường cong trùng khớp tốt nhất với số liệu quan sát. Ví dụ trên hình 1.5 biểu diễn đường cong DTCH 2 tham số trùng khớp tốt nhất với số liệu quan sát được ở hình 1.4.

Một câu hỏi quan trọng liên quan đến việc ước lượng tham số, đó là khi nào thì có thể xem một đường cong DTCH cụ thể là trùng khớp với số liệu trả lời một CH. Sự phù hợp giữa các tỷ số trả lời quan sát với các số liệu tính toán từ đường cong DTCH có thể xem là trùng khớp được đánh giá bằng chỉ số trùng khớp tốt *Chi-bình phương* (Chi-square goodness-of-fit index). Chỉ số đó được xác định ở công thức:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^I n_j \frac{[p(\theta_j) - P(\theta_j)]^2}{P(\theta_j)Q(\theta_j)}.$$

Trong đó:

- I : Số nhóm năng lực.



Hình 1.5. Đường cong ĐTCH 2 tham số trùng khớp tốt nhất với số liệu

- θ_j : mức năng lực của nhóm thứ j .
- n_j : số TS của nhóm thứ j (có năng lực θ_j).
- $p(\theta_j)$: xác suất trả lời đúng của nhóm thứ j theo tính toán từ mô hình ĐTCH dùng để ước lượng tham số.
- $Q(\theta_j) = 1 - P(\theta_j)$.

Nếu giá trị của chỉ số thu được lớn hơn một giá trị tiêu chí quy định nào đó thì đường cong ĐTCH được xác định bởi các giá trị đã ước lượng của tham số CH_i là không trùng khớp với số liệu quan sát. Sự không trùng khớp này có thể do hai nguyên nhân. Thứ nhất, mô hình đường cong ĐTCH được chọn không phù hợp. Thứ hai, các giá trị của tỷ số trả lời đúng CH_i rất phân tán nên không thể thu được sự trùng khớp tốt đối với bất cứ mô hình đường cong ĐTCH nào. Thông thường khi phân tích một ĐTN có một ít CH không trùng khớp do nguyên nhân thứ hai thì người ta phải sửa chữa CH trắc nghiệm tương ứng hoặc loại bỏ nó khỏi ĐTN. Còn nếu có rất nhiều CH cho số liệu tính toán không trùng khớp với số liệu quan sát thì thường là do chọn mô hình đường cong ĐTCH không phù hợp, trong trường hợp đó người ta có thể thử nghiệm chọn một mô hình khác.

1.2.3 Điểm thực và đường cong đặc trưng của đề trắc nghiệm

Ở phần trước ta đã xét đặc trưng của từng CH trắc nghiệm và tương tác của từng CH với từng TS, nhưng trong thực tế các CH trắc nghiệm thường được tập hợp thành một ĐTN. Dưới đây ta sẽ xét đến một ĐTN bao gồm nhiều CH trắc nghiệm.

Giả sử CH trắc nghiệm chúng ta xét là CH nhị phân: trả lời đúng được 1 điểm, trả lời sai được 0 điểm. Điểm thô của một TS sẽ thu được bằng cách cộng các điểm của mọi CH trong ĐTN. Như vậy, điểm thô của ĐTN đối với một TS thường là một số nguyên nằm giữa 0 và n , trong đó n là số CH trong ĐTN. Giả sử một TS làm lại ĐTN (và khi làm lại người đó không nhớ những gì đã làm những lần trước), người đó sẽ được một điểm thô khác. Giả thiết là TS làm ĐTN nhiều lần và nhận được nhiều điểm thô khác nhau,

các điểm này phân bố quanh một giá trị trung bình nào đó. Theo lý thuyết về đo lường, giá trị trung bình đó gần với một giá trị được gọi là điểm thực, và định nghĩa của nó phụ thuộc vào một lý thuyết đo lường xác định.

Với $U = (U_1, U_2, \dots, U_n)$ là vectơ ứng đáp, trong đó U_i ($i = \overline{1, n}$) có giá trị 0 (trả lời sai) hoặc 1 (trả lời đúng). Ta có thể biểu diễn điểm thô X tính theo số câu trả lời đúng bằng biểu thức:

$$X = \sum_{i=1}^n U_i.$$

Tiếp đến, ta biểu diễn điểm thực τ theo biểu thức kỳ vọng toán học của X như sau:

$$\tau = E(X) = E\left(\sum_{i=1}^n U_i\right) = \sum_{i=1}^n E(U_i),$$

trong đó E là toán tử kỳ vọng toán học và có tính chất tuyến tính.

Nếu một biến ngẫu nhiên Y lấy các giá trị y_1, y_2 với các xác suất tương ứng là P_1 và P_2 thì

$$E(Y) = y_1 P_1 + y_2 P_2.$$

Vì U_i có giá trị bằng 1 với xác suất $P_i(\theta)$ và giá trị bằng 0 với xác suất $Q_i(\theta) = 1 - P_i(\theta)$ nên:

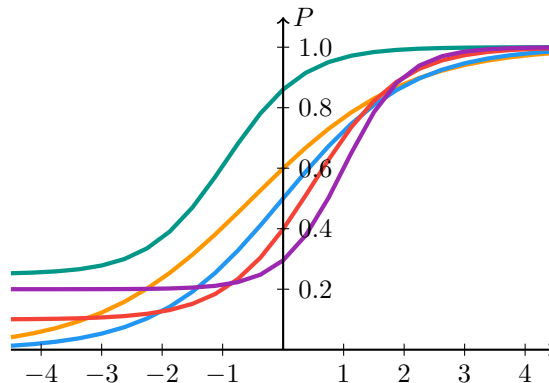
$$E(U_i) = 1 \cdot P_i(\theta) + 0 \cdot Q_i(\theta).$$

Cuối cùng ta có:

$$\tau = \sum_{i=1}^n P_i(\theta).$$

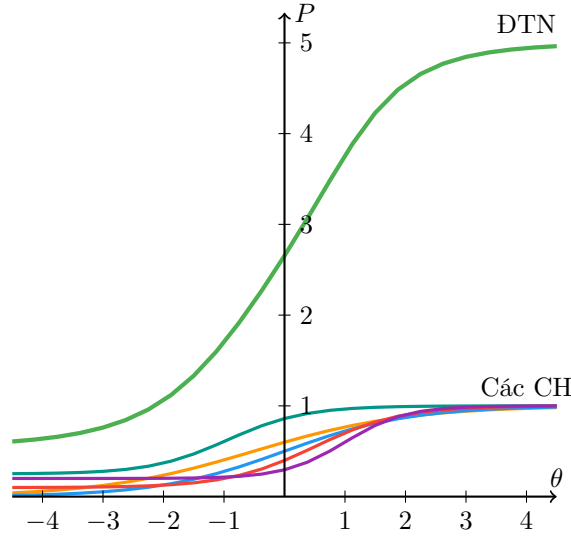
Tức là: điểm thực của một TS có năng lực θ là tổng của các xác suất trả lời đúng của mọi CH của ĐTN tại giá trị θ . Như vậy, đối với mọi giá trị θ nếu chúng ta tiến hành cộng tất cả mọi đường cong ĐTCH trong ĐTN chúng ta sẽ thu được đường cong đặc trưng của ĐTN, hoặc cũng gọi là đường cong điểm thực. Đường cong đặc trưng của ĐTN là quan hệ hàm số giữa điểm thực và thang năng lực: cho trước một mức năng lực bất kỳ có thể tìm điểm thực tương ứng qua đường cong đặc trưng ĐTN.

Giả sử một ĐTN bao gồm 5 câu hỏi với các đường cong ĐTCH tương ứng được biểu diễn ở hình 1.6.



Hình 1.6. 5 đường cong ĐTCH theo mô hình 3 tham số

Đường cong đặc trưng của ĐTN bao gồm 5 CH nói trên thu được bằng cách cộng 5 đường cong DTCH biểu diễn trên hình 1.7.



Hình 1.7. Đường cong đặc trưng của ĐTN gồm 5 CH và 5 đường cong DTCH tương ứng

Có thể mô tả các đặc điểm của đường cong đặc trưng ĐTN tương tự như mô tả các đường cong DTCH. Đường cong đặc trưng ĐTN không có biểu thức giải tích đơn giản nên không có các tham số đặc trưng. Độ nghiêng của đường cong đặc trưng ĐTN cho biết điểm thực phụ thuộc như thế nào vào năng lực, tức là liên quan đến *độ phân biệt của ĐTN*. Trong một số trường hợp đường cong đặc trưng ĐTN có dạng gần đường thẳng trong một khoảng năng lực nào đó, nhưng nói chung nó có dạng một đường cong đồng biến. Mức năng lực ứng với trung điểm của thang điểm thực (ứng với $\frac{n}{2}$) xác định vị trí của ĐTN trên thang năng lực. Hoành độ của điểm đó xác định *độ khó của ĐTN*. Hai yếu tố độ dốc và mức năng lực ở trung điểm thang điểm thực mô tả khá rõ đặc tính của một ĐTN.

Để biểu diễn điểm thực dưới dạng thập phân, người ta chia τ cho tổng số CH của ĐTN:

$$\pi = \frac{\tau}{n} = \frac{1}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i(\theta).$$

Khi θ ở trong khoảng $-\infty < \theta < +\infty$ thì π nằm giữa 0 và 1 (hoặc 0% và 100%). Đối với mô hình ứng đáp CH 3 tham số, giới hạn dưới của π là $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c_i$.

1.2.4 Ước lượng năng lực của thí sinh

Trong phần này, để ước lượng năng lực của TS, ta giả thiết đã có biết giá trị các tham số của các CH trắc nghiệm. Với ĐTN gồm các câu hỏi nhị phân, ta thu được một vectơ ứng đáp bao gồm một dãy các giá trị 0 hoặc 1 đối với m CH trong ĐTN.

Để ước lượng tham số năng lực của TS, ta cũng dùng quy trình *biến cố hợp lý cực đại* như ở phần trước. Trước hết, ta gán một giá trị tiên nghiệm nào đó cho năng lực của một TS và sử dụng các tham số đã biết của các CH trong ĐTN để tính các xác suất ứng

đáp đúng mỗi CH đối với TS đã chọn. Sau đó sử dụng một sự điều chỉnh giá trị ước lượng năng lực để làm tăng sự phù hợp của các xác suất ứng đáp CH tính được với vectơ ứng đáp CH của TS. Quá trình điều chỉnh được lặp lại nhiều lần cho đến khi có một bước điều chỉnh cho giá trị đủ bé, tức là không tạo một sự thay đổi đáng kể của giá trị năng lực được ước lượng. Kết quả ước lượng đó được xem là giá trị tham số năng lực của TS.

Giả sử một TS nào đó được chọn cách ngẫu nhiên có năng lực θ ứng đáp một nhóm m CH nhị phân với kiểu ứng đáp được biểu diễn bởi vectơ U sau đây:

$$U = (U_1, U_2, \dots, U_i, \dots, U_m),$$

trong đó $U_i = 0$ (ứng đáp đúng) hoặc $U_i = 1$ (ứng đáp sai) đối với CH thứ i . Với giả thiết về tính *độc lập địa phương*, ta có thể biểu diễn xác suất ứng đáp nhóm CH của TS có năng lực θ là tích của các xác suất trả lời từng CH:

$$P(U_1, U_2, \dots, U_i, \dots, U_m | \theta) = P(U_1 | \theta) \cdot P(U_2 | \theta) \dots P(U_i | \theta) \dots P(U_m | \theta),$$

hay

$$P(U | \theta) = \prod_{i=1}^m P(U_i | \theta).$$

Vì U_i bằng 0 hoặc 1 nên viết:

$$P(U | \theta) = \prod_{i=1}^m P(U_i | \theta)^{U_i} [1 - P(U_i | \theta)]^{1-U_i} = \prod_{i=1}^m P_i^{U_i} Q_i^{1-U_i}, \quad (1.8)$$

trong đó, $P_i = P(U_i | \theta)$ và $Q_i = 1 - P(U_i | \theta)$. Dạng thức 1.8 biểu diễn xác suất của kiểu ứng đáp nhóm CH nói trên. Khi kiểu ứng đáp nhóm CH đã quan sát được, tức đã có các giá trị $U_i = u_i$, thì sử dụng từ xác suất sẽ không thích hợp nữa, nên xác suất đó được gọi là *biến cố hợp lý* (likelihood) và được biểu diễn bởi hàm $L(u_1, u_2, \dots, u_i, \dots, u_m | \theta)$, trong đó u_i là sự ứng đáp đối với CH thứ i , tức là:

$$L(u_1, u_2, \dots, u_i, \dots, u_m) = \prod_{i=1}^m P_i^{u_i} Q_i^{1-u_i}. \quad (1.9)$$

Vì P_i và Q_i là các hàm của θ và các tham số của CH nên L cũng là hàm của các tham số đó.

Đơn giản hóa việc tính toán bằng cách lấy logarit tự nhiên của biểu thức (1.9):

$$\ln L(u | \theta) = \sum_{i=1}^m [u_i \ln P_i + (1 - u_i) \ln 1 - P_i],$$

trong đó u là vectơ các ứng đáp các CH của TS. Giá trị θ làm cho hàm biến cố hợp lý (hoặc tương ứng, ln của hàm biến cố hợp lý) đối với một TS đạt cực đại được định nghĩa là *ước lượng* của năng lực θ theo *biến cố hợp lý cực đại* đối với TS đó.

Việc tìm giá trị cực đại của L hoặc $\ln L$ là một quá trình phức tạp khi có nhiều TS và nhiều CH. Giá trị tạo cực đại của hàm có thể tìm bằng quy trình tìm kiếm nhờ máy tính. Một trong các cách tìm có hiệu quả là dựa vào tính chất đạo hàm bậc nhất của L hoặc $\ln L$ bằng 0 ở vị trí cực đại. Người ta thiết lập được các phương trình từ tính chất đó và giải giải bằng phương pháp giải tích trực tiếp hoặc phương pháp xấp xỉ, điển hình là phương pháp xấp xỉ Newton – Raphson.

Chương 2

Xây dựng API xử lý

2.1 Tổng hợp và chuẩn hóa ngân hàng câu hỏi chương Tổ hợp – Xác suất lớp 11

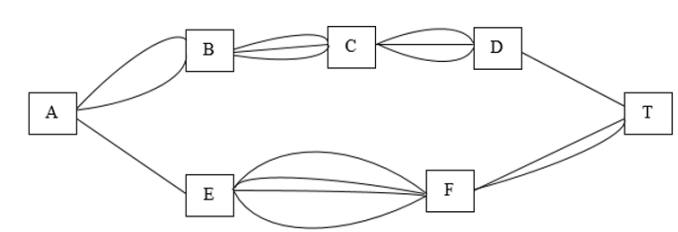
Phần này tiến hành tổng hợp và chuẩn hóa ngân hàng câu hỏi trắc nghiệm chương Tổ hợp – Xác suất lớp 11 dựa trên các nội dung cơ bản trong SGK Đại số và giải tích 11 (ban cơ bản): *Quy tắc đếm* (bài 1), *Hoán vị, tổ hợp, chỉnh hợp* (HV, TH, CH) (bài 2), *Nhị thức Newton* (bài 3) và *Xác suất của biến cố* (bài 4, 5).

Để sử dụng được ngân hàng câu hỏi cho việc đánh giá riêng lẻ từng học sinh theo *lý thuyết ứng đáp* câu hỏi (IRT), cần có một ngân hàng câu hỏi đã chuẩn hóa sẵn theo các tham số *độ khó* (b) và *độ phân biệt* (a) – là những tham số độc lập so với mẫu. Phần lớn các câu hỏi trong luận văn này được tổng hợp từ [7] và [14]. Trong đó có 44 câu hỏi có thể sử dụng ngay (đã được thực nghiệm và phân tích bằng IATA) có số lượng cụ thể như sau:

Chủ đề	Mức độ 1	Mức độ 2	Mức độ 3	Mức độ 4	Tổng cộng
Quy tắc đếm	2	—	3	—	5
HV, TH, CH	—	4	1	—	5
Nhị thức Newton	5	7	9	2	23
Xác suất	1	7	2	1	11
Tổng cộng	8	18	15	3	44

Câu hỏi trắc nghiệm phần *Quy tắc đếm*:

Câu 1. Mỗi ngày T đều đi từ nhà (vị trí A) tới trường (vị trí D) được nối với nhau như hình vẽ bên dưới. T có bao nhiêu con đường có thể đi và không đi qua một vị trí 2 lần?



- A. 26.
- B. 144.
- C. 16.
- D. 63.

Câu 2. Kỷ niệm 77 năm ngày thành lập Đoàn TNCS Hồ Chí Minh (26/3/1931 – 26/3/2008), Sở giáo dục đào tạo Thừa Thiên Huế tổ chức giải bóng đá học sinh THPT và có 16 trường đăng ký tham gia đá theo 3 vòng gồm 4 bảng A, B, C, D, mỗi bảng gồm 4 đội cách thức thi đấu như sau:

– Vòng 1: Mỗi đội tuyển trong cùng một bảng gặp nhau một lần và gặp tất cả các đội có trong bảng (ví dụ bảng A đội thứ nhất phải thi đấu với 3 đội còn lại).

– Vòng 2 (bán kết):

Nhất A gặp nhất C.

Nhất B gặp nhất D.

– Vòng 3 (chung kết):

Tranh giải 3: hai đội thua bán kết.

Tranh giải nhất: hai đội thắng bán kết.

Giải bóng được tổ chức vào các ngày liên tiếp, mỗi ngày 4 trận. Hỏi ban tổ chức cần mượn sân vận động trong bao nhiêu ngày?

- A. 25.
- B. 13.
- C. 7.
- D. 12.

Câu 3. Cho 2 tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ và $B = \{7; 8; 9\}$. Có bao nhiêu số có 2 chữ số \overline{ab} với $a \in A$ và $b \in B$.

- A. 8 số.
- B. 10 số.
- C. 15 số.
- D. 30 số.

Câu 4. Một cuộc thi chạy đua 100m gồm 5 người có ba giải thưởng là nhất, nhì và ba. Có bao nhiêu khả năng nhận giải thưởng từ 5 người chơi?

- A. 10 khả năng.
- B. 60 khả năng.
- C. 120 khả năng.
- D. 6 khả năng.

Câu 5. Một cặp vợ chồng đều có kiểu gen dị hợp. Có bao nhiêu kiểu gen ở đời con?

- A. 3 kiểu.
- B. 4 kiểu.
- C. 5 kiểu.
- D. 6 kiểu.

Đáp án và các tham số:

Câu hỏi	Mức độ	Đáp án	a	b
Câu 1	3	D	2.93	-0.09
Câu 2	3	C	1.34	-0.18
Câu 3	1	C	1.69	-0.31
Câu 4	1	B	1.85	-0.33
Câu 5	3	B	1.40	-0.60

Câu hỏi trắc nghiệm phần *Hoán vị, tổ hợp, chỉnh hợp*:

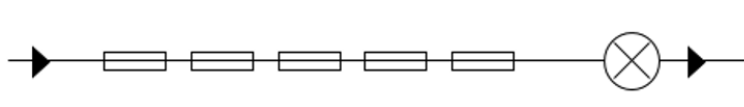
Câu 1. Cho 2 đường thẳng a và b song song nhau. Trên a lấy 5 điểm phân biệt, trên b lấy 10 điểm phân biệt. Có thể tạo nên bao nhiêu tam giác có các đỉnh là các điểm nằm trên a và b ?

- A. 325 tam giác.
- B. 425 tam giác.
- C. 225 tam giác.
- D. 100 tam giác.

Câu 2. Một đội xây dựng gồm 3 kỹ sư, 7 công nhân lập thành một tổ công tác thành 5 người. Hỏi có bao nhiêu cách lập được một tổ công tác gồm 1 kỹ sư làm tổ trưởng, 1 công nhân làm tổ phó và 3 công nhân tổ viên.

- A. 735.
- B. 105.
- C. 240.
- D. 420.

Câu 3. Cho mạch điện sau:



Với 5 cầu chỉ mắc nối tiếp trước một bóng đèn. Có nhiều trường hợp dòng điện không thể truyền đến bóng đèn?

- A. 5 trường hợp.
- B. 120 trường hợp.
- C. 325 trường hợp.
- D. 31 trường hợp.

Câu 4. Tìm số nguyên dương n thỏa điều kiện $A_n^2 - 3C_n^2 = 15 - 5n$.

- A. $\begin{cases} n = 5 \\ n = 6 \\ n = 12 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} n = 5 \\ n = 6 \end{cases}$.

C. $n = 5$.

D. $n = 6$.

Câu 5. Cần chọn ra một nhóm 3 người trong 7 người để tham gia lao động. Có bao nhiêu cách chọn?

A. 210.

B. 21.

C. 10.

D. 35.

Đáp án và các tham số:

Câu hỏi	Mức độ	Đáp án	a	b
Câu 1	2	A	1.17	-0.39
Câu 2	2	D	0.96	-0.81
Câu 3	3	D	2.53	0.31
Câu 4	2	B	1.09	-0.62
Câu 5	2	D	0.89	-1.33

Câu hỏi trắc nghiệm phần *Nhị thức Newton*:

Câu 1. Cho khai triển $(x^3 + 2x^2 + 1)^{10} = a_1 + a_2x + a_3x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$. Tính tổng $S = a_1 + 2a_2 + 4a_3 + \dots + 2^{20}a_{20}$.

A. $S = 15^{10}$.

B. $S = 17^{10}$.

C. $S = 17^{20}$.

D. $S = 7^{10}$.

Câu 2. Trong khai triển $(1 - x)^{12}$, hệ số đứng trước x^7 là

A. 330.

B. -33.

C. -72.

D. -792.

Câu 3. Công thức khai triển của $(a + b)^n$ là

A. $\sum_{k=1}^n C_n^k a^{n+k} b^k$.

- B. $\sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k.$
- C. $\sum_{k=1}^n C_n^k a^{n-k} b^k.$
- D. $\sum_{k=0}^n C_n^k a^{n+k} b^k.$

Câu 4. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $(a - b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k, (a, b \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}^*).$
- B. $(a - b)^n = \sum_{k=0}^n (-1) C_n^k a^{n-k} b^k, (a, b \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}^*).$
- C. $0^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + \dots + C_n^n, (n \in \mathbb{N}^*).$
- D. $2^n = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \dots + C_n^n, (n \in \mathbb{N}^*).$

Câu 5. Trong khai triển $(a + b)^n, (a, b \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}^*).$ Tổng các số mũ của a và b trong mỗi số hạng bằng

- A. $n + 1.$
- B. $2n.$
- C. $n.$
- D. $2n + 1.$

Câu 6. Trong khai triển $(a + b)^n, (a, b \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}^*).$ ta được bao nhiêu số hạng?

- A. $n + 1$ số hạng.
- B. $2n$ số hạng.
- C. n số hạng.
- D. $2n + 1$ số hạng.

Câu 7. Số hạng tổng quát của khai triển $(a + b)^n, (a, b \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}^*)$ là

- A. $T_{k-1} = C_n^k a^{n-k} b^k.$
- B. $T_{k-1} = C_n^k a^{n+k} b^k.$
- C. $T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k.$
- D. $T_{k+1} = C_n^k a^{n+k} b^k.$

Câu 8. Tính tổng $S = 2^{13}C_{13}^0 - 2^{12}.3^1C_{13}^1 + 2^{11}.3^2C_{13}^2 - 2^{10}.3^3C_{13}^3 + \dots + 3^{13}C_{13}^{13}.$

- A. $(-1)^{13}.$
- B. $5^{13}.$
- C. $(-5)^{13}.$
- D. $1^{13}.$

Câu 9. Nhị thức $(5 + x^2)^{12}$ có khai triển là

- A. $5^{12}C_{12}^0 - 5^{11}xC_{12}^1 + \dots + (-1)x^{24}C_{12}^{12}.$
- B. $5^{12}C_{12}^0 - 5^{11}x^2C_{12}^1 + \dots + (-1)x^{24}C_{12}^{12}.$
- C. $5^{12}C_{12}^0 + 5^{11}x^2C_{12}^1 + \dots + x^{24}C_{12}^{12}.$
- D. $5^{12}C_{12}^0 + 5^{11}xC_{12}^1 + \dots + x^{24}C_{12}^{12}.$

Câu 10. Trong khai triển nhị thức $(x + y^2)^{10}$ thành đa thức và xếp theo thứ tự lũy thừa tăng dần của x thì số hạng thứ 6 kể từ trái sang phải là bao nhiêu?

- A. $C_{10}^6x^4y^6.$
- B. $C_{10}^5x^5y^5.$
- C. $C_{10}^6x^4y^8.$
- D. $C_{10}^5x^5y^{10}.$

Câu 11. Trong khai triển $(2a - b)^5$, $(a, b \in \mathbb{R})$ hệ số của số hạng thứ 3 bằng

- A. 80.
- B. 40.
- C. -80.
- D. -40.

Câu 12. Khai triển nhị thức $(x + 2)^{n+6}$, $(x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N})$ có tất cả 17 số hạng. Vậy n bằng

- A. 10.
- B. 11.
- C. 12.
- D. 17.

Câu 13. Trong khai triển $(3x^2 - y)^{10}$, hệ số của số hạng chính giữa là

- A. $-3^4C_{10}^4.$
- B. $3^4C_{10}^4.$
- C. $-3^5C_{10}^5.$
- D. $3^5C_{10}^5.$

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = x(x + 1)^{2018}$. Tính $f'(1)$.

- A. $f'(1) = 2^{2018} + 2^{2017}.$
- B. $f'(1) = 2^{2018} + 2018 \cdot 2^{2017}.$
- C. $f'(1) = 2^{2018} + 2018 \cdot 2^{2018}.$
- D. $f'(1) = 2^{2017} + 2018 \cdot 2^{2017}.$

Câu 15. Tìm số nguyên dương n sao cho $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n = 243$.

- A. $n = 4$.
- B. $n = 5$.
- C. $n = 11$.
- D. $n = 12$.

Câu 16. Cho khai triển $(2x - 1)^4 = a_0x^{14} + a_1x^{13} + \dots + a_{14}$. Tính tổng $T = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots + a_{14}$.

- A. $T = 1$.
- B. $T = 3^4$.
- C. $T = -1$.
- D. $T = -3^4$.

Câu 17. Số nào sau đây không phải hệ số của x^8 trong khai triển $(1 + x)^{10}$?

- A. $C_{10}^8 - C_9^8$.
- B. C_{10}^2 .
- C. $C_9^7 + C_9^8$.
- D. C_{10}^8 .

Câu 18. Cho khai triển $(x - 2)^{100} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{100}x^{100}$. Hệ số a_{97} là

- A. $-2^3C_{100}^3$.
- B. $-2^{97}C_{100}^{97}$.
- C. $2^3C_{100}^3$.
- D. $2^{97}C_{100}^{97}$.

Câu 19. Tìm giá trị nguyên dương n , biết $T = C_{2n}^0 + C_{2n}^1 + C_{2n}^2 + \dots + C_{2n}^{2n} = 1024$.

- A. $n = 1$.
- B. $n = 2$.
- C. $n = 5$.
- D. $n = 10$.

Câu 20. Tính tổng $S = n.3^0C_n^n + (n - 1).3^1C_n^{n-1} + (n - 2).3^2C_n^{n-2} + \dots + 1.3^{n-1}C_n^1$.

- A. $S = n.4^{n-1}$.
- B. $S = n.4^n$.
- C. $S = n.3^n$.
- D. $S = n.3^{n-1}$.

Câu 21. Tìm số nguyên dương n thỏa

$$C_{2n-1}^1 - 2.2C_{2n-1}^2 - 3.2C_{2n-1}^3 + \dots - (2n - 1)x^{2n-2}C_{2n-1}^{2n-1} = 2017.$$

- A. $n = 1008$.
- B. $n = 10009$.
- C. $n = -1008$.
- D. $n = -1009$.

Câu 22. Tìm hệ số lớn nhất của khai triển $(1+x)^n$. Biết rằng tổng tất cả các hệ số là 4096.

- A. 0.
- B. 1.
- C. C_{12}^5 .
- D. C_{12}^6 .

Câu 23. Tính tổng $S = 1.2^0 C_{n+2}^1 + 2.2^1 C_{n+2}^2 + 3.2^2 C_{n+2}^3 + \dots + (n+2).2^{n+1} C_{n+2}^{n+2}$.

- A. $(n+2).3^{n+2}$.
- B. $(n+2).3^{n+1}$.
- C. $(n+2).2^{n+2}$.
- D. $(n+2).2^{n+1}$.

Đáp án và các tham số:

Câu hỏi	Mức độ	Đáp án	a	b
Câu 1	3	B	0.21	—
Câu 2	3	D	1.74	−1.28
Câu 3	1	B	1.31	−1.18
Câu 4	1	B	0.36	−1.73
Câu 5	1	C	0.78	−0.67
Câu 6	1	A	0.53	−2.09
Câu 7	1	C	0.81	−1.34
Câu 8	2	A	1.26	−0.40
Câu 9	2	C	0.17	0.17
Câu 10	2	D	0.74	−0.99
Câu 11	2	A	0.30	0.41
Câu 12	2	A	1.57	−0.94
Câu 13	2	C	1.06	−0.98
Câu 14	2	B	1.28	−1.49
Câu 15	3	B	0.33	−2.25
Câu 16	3	B	0.29	0.54
Câu 17	3	A	1.32	−0.52

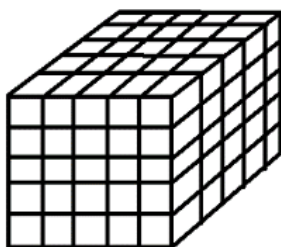
Câu hỏi	Mức độ	Đáp án	a	b
Câu 18	3	A	1.66	-0.60
Câu 19	3	C	0.33	0.48
Câu 20	3	A	0.50	0.41
Câu 21	3	C	0.46	0.90
Câu 22	4	D	0.37	-0.61
Câu 23	4	B	0.17	1.06

Câu hỏi trắc nghiệm phần *Xác suất*:

Câu 1. Một nông dân có 8 con trâu. Hôm nay ông dắt theo 2 con để ra ruộng nhưng ông không biết rằng trong số trâu đó có 3 bị bệnh. Tính xác suất để cả 2 con trâu người nông dân chọn đều không bị bệnh.

- A. $P = \frac{5}{14}$.
- B. $P = \frac{5}{28}$.
- C. $P = \frac{25}{28}$.
- D. $P = \frac{3}{28}$.

Câu 2. Một khối lập phương có tất cả được sơn màu và được chia thành 125 khối nhỏ bằng nhau bởi các mặt phẳng song song với các mặt của khối lập phương (hình vẽ).



Lấy ngẫu nhiên 15 khối nhỏ. Xác suất để lấy được 6 khối nhỏ sơn đúng 1 mặt gần bằng

- A. 0,00004.
- B. 0,237.
- C. 0,212.
- D. 0,191.

Câu 3. Lớp có 30 học sinh trong đó có 10 học sinh cận thị. Người ta lần lượt kiểm tra ngẫu nhiên từng học sinh cho đến khi phát hiện một học sinh cận thị thì dừng lại. Xác suất để kiểm tra tới học sinh thứ 5 thì ngừng lại (kiểm tra có hoàn lại) là

- A. 0,068.
- B. 0,067.

C. 0,066.

D. 0,065.

Câu 4. Một lớp 30 học sinh. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để tham gia hoạt động của Đoàn trường. Xác suất để chọn được 2 nam và 1 nữ là $\frac{54}{1015}$. Tính số học sinh nữ của lớp.

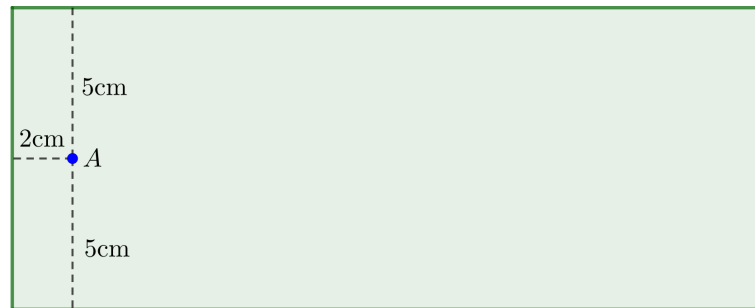
A. 18.

B. 15.

C. 12.

D. 9.

Câu 5. Thả rơi một chất điểm vào một tấm bìa hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng lần lượt là 25 và 10 (cm). Một điểm A cố định được vẽ trên tấm bìa như hình vẽ. Tính xác suất để chất điểm cách điểm A từ 3 đến 4 (cm).



A. $P = 0,049$.

B. $P = 0,044$.

C. $P = 0,061$.

D. $P = 0,088$.

Câu 6. Ở người có một gen b gây bệnh bạch tạng lặn hoàn toàn so với gen B qui định màu da bình thường. Một đôi vợ chồng đều có gen đều dạng dị hợp (tức là có chứa một gen lặn). Tính xác suất để họ sinh được 5 đứa con thì 2 con trai bình thường, 2 con gái bình thường và 1 con trai bị bệnh.

A. $P = 0,002$.

B. $P = 0,074$.

C. $P = 0,003$.

D. $P = 0,084$.

Câu 7. Lỗi chính tả của một học sinh lớp 2 trên mỗi trang vở là đại lượng ngẫu nhiên X có bảng phân phối xác suất như sau:

X	0	1	2	3	4	5
P	0,3	0,3	0,2	0,01	0,09	0,1

Tính xác suất để mỗi trang sai ít nhất 3 lỗi.

- A. $P = 0,2$.
- B. $P = 0,3$.
- C. $P = 0,29$.
- D. $P = 0,009$.

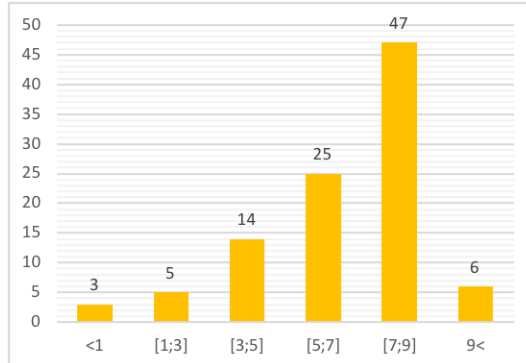
Câu 8. Lợi nhuận (tỷ đồng) hai dự án A và B , ký hiệu X_A và X_B có bảng phân phối xác suất như sau:

X_A	-2	3	10
P	0.2	0.6	0.2
X_B	1	4	9
P	0.4	0.4	0.2

Tìm lợi nhuận trung bình của mỗi dự án và dự án nào có độ ổn định cao hơn?

- A. $E(X_A) = 3,4; E(X_B) = 3,3$ và dự án A ổn định hơn.
- B. $E(X_A) = 3,4; E(X_B) = 3,3$ và dự án B ổn định hơn.
- C. $E(X_A) = 3,3; E(X_B) = 3,4$ và dự án A ổn định hơn.
- D. $E(X_A) = 3,3; E(X_B) = 3,4$ và dự án B ổn định hơn.

Câu 9. Khảo sát trên 100 sinh viên về thời gian sử dụng máy tính trong một ngày thu được biểu đồ sau:



Gọi X là đại lượng thời gian sử dụng máy tính (giờ). Tính $P(5,28 \leq X < 9)$.

- A. $P(5,28 \leq X < 9,2) = 0,78$.
- B. $P(5,28 \leq X < 9,2) = 0,47$.
- C. $P(5,28 \leq X < 9,2) = 0,72$.
- D. $P(5,28 \leq X < 9,2) = 0,53$.

Câu 10. Một người đi bộ từ công ty về đến nhà thì phát hiện rút mất ví tiền. Anh ta chắc chắn rằng ví bị rơi trên đoạn đường khoảng 100m trước cửa công ty nên quay lại tìm. Tính xác suất anh ta tìm được ví biết quãng đường từ nhà đến công ty là 1,5km.

- A. $P = \frac{1}{15}$.
- B. $P = \frac{3}{200}$.

C. $P = \frac{14}{15}$.

D. $P = \frac{1}{6}$.

Câu 11. Số lượng cá (kg) một ngư dân bắt được mỗi ngày được thống kê trong bảng sau:

X (kg)	0	1	2	3	4	5
Xác suất	1,6%	12,6%	21%	34,7%	21,9%	8,2%

Tính xác suất để người này câu được nhiều nhất 2kg cá.

A. $P = 0,04\%$.

B. $P = 35,2\%$.

C. $P = 0,21\%$.

D. $P = 0,352\%$.

Đáp án và các tham số:

Câu hỏi	Mức độ	Đáp án	a	b
Câu 1	2	A	0.87	-1.02
Câu 2	2	C	1.33	-0.75
Câu 3	2	A	1.14	-0.32
Câu 4	2	A	1.59	-0.35
Câu 5	1	B	0.88	0.04
Câu 6	3	D	0.60	-1.29
Câu 7	4	A	0.78	0.29
Câu 8	2	C	0.84	-0.32
Câu 9	3	B	0.23	1.02
Câu 10	2	A	1.29	-0.54
Câu 11	2	A	1.33	-0.84

Mục tiêu của cho ngân hàng câu hỏi chương Tổ hợp – Xác suất lớp 11 là khoảng 100 câu hỏi chia cho các chủ đề. Do đó, đề tài thực hiện thực nghiệm thêm 60 câu hỏi (được lựa chọn từ [7] và [14]), có số lượng cụ thể như sau:

Chủ đề	Mức độ 1	Mức độ 2	Mức độ 3	Mức độ 4	Tổng cộng
Quy tắc đếm	4	10	5	2	21
HV, TH, CH	7	2	7	4	20
Nhị thức Newton	2	—	—	—	2
Xác suất	6	3	5	3	17

Tổng cộng	19	15	17	9	60
------------------	----	----	----	---	----

Trong đó, các câu hỏi được chia thành 02 đề độc lập nhau, mỗi đề gồm 30 câu hỏi:
Đề thực nghiệm 1:

Câu 1. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số

- A. 900.
- B. 901.
- C. 899.
- D. 999.

Câu 2. Bạn muốn mua một cây bút chì và một cây bút mực. Bút mực có 8 màu, bút chì cũng có 8 màu khác nhau. Vậy bạn có bao nhiêu cách lựa chọn?

- A. 64
- B. 32
- C. 20
- D. 16

Câu 3. Cho tập hợp A có $n(n \geq 1)$ phần tử. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

- a) Số các hoán vị của A là $P_n = n!$.
- b) Khi sắp xếp n phần tử của A không theo một thứ tự, ta được một hoán vị.
- c) Số các hoán vị của A là $P_n = n(n-1)(n-2)\dots 1$.
- d) Số nguyên k ($1 \leq k \leq n$). Mỗi tập con của A có k phần tử được gọi là một chỉnh hợp.
- e) Chỉnh hợp chập k của n phần tử của A là khi ta lấy ra k phần tử từ tập hợp và sắp xếp chúng theo một thứ tự.
- f) Quy tắc cộng mở rộng là $|A \cap B| = |A| + |B| + |A \cup B|$.

- A. a, c, e.
- B. a, b, d.
- C. b, e, f.
- D. b, c, d.

Câu 4. Cho tập hợp A gồm có n phần tử và một số nguyên k thỏa mãn $1 \leq k \leq n$. Mỗi tập hợp con gồm k phần tử của A được gọi là

- A. Một chỉnh hợp chập k của n phần tử.
- B. Một tổ hợp chập k của n phần tử.
- C. Số chỉnh hợp chập k của n phần tử.
- D. Số tổ hợp chập k của n phần tử.

Câu 5. Dạng thức nào đúng?

- A. $A_n^k = n \cdot (n-1) \dots (n-k-1).$
- B. $A_n^k = A_n^{n-k}.$
- C. $A_n^k = C_n^k \cdot k!.$
- D. $A_n^k = C_n^k.$

Câu 6. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

- A. Hai tổ hợp khác nhau thì có các phần tử khác nhau.
- B. Hai chỉnh hợp giống nhau khi có các phần tử giống nhau.
- C. Chỉnh hợp chập n của n phần tử chính là hoán vị của n phần tử.
- D. Hai điểm A và B phân biệt thì $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}$ là các chỉnh hợp.

Câu 7. Câu nào dưới đây **không đúng**?

- A. $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k.$
- B. $(a+b)^n$ khi khai triển có n số hạng.
- C. Tổng hệ số của $(a+b)^n$ khi khai triển là 2^n .
- D. $C_n^p = C_n^q$ nếu $p+q = n$ hay $p = q$.

Câu 8. Công thức $P(A.B) = P(A).P(B)$ đúng khi

- A. Hai biến cố xung khắc.
- B. Hai biến cố đối.
- C. Hai biến cố độc lập.
- D. Hai biến cố xung khắc độc lập.

Câu 9. Phát biểu nào sau đây **sai** khi nói về "phép thử ngẫu nhiên"?

- A. Có thể xác định được tập hợp các phép thử xảy ra trong phép thử đó.
- B. Kết quả của nó không đoán trước được.
- C. Bao gồm tập hợp các không gian mẫu của phép thử.
- D. Là một thí nghiệm hoặc một hành động.

Câu 10. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. Không gian mẫu là biến cố chắc chắn.
- B. Hai biến cố độc lập thì không đồng thời xảy ra.
- C. Hai biến cố đối nhau thì không đồng thời xảy ra.
- D. Hai biến cố xung khắc là chỉ có một trong hai xảy ra.

Câu 11. Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Có bao nhiêu cách chọn một người đàn ông và một người phụ nữ trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng?

- A. 100.
- B. 91.
- C. 10.
- D. 90.

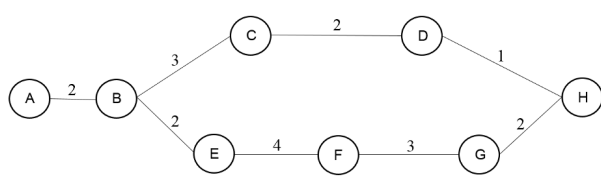
Câu 12. Cho các chữ số 2, 3, 4, 5, 6, 7. Số các số tự nhiên chẵn có 3 chữ số lập thành từ 6 chữ số đó là

- A. 36.
- B. 18.
- C. 256.
- D. 108.

Câu 13. Có bao nhiêu số tự nhiên có 2 chữ số mà tất cả chữ số đều lẻ?

- A. 25.
- B. 20.
- C. 30.
- D. 10.

Câu 14. Để đi từ A đến H thì có thể đi qua các vị trí B, C, D, E, F, G được nối nhau như hình vẽ. Có bao nhiêu cách để đi từ A đến H ?



- A. 576.
- B. 19.
- C. 104.
- D. 108.

Câu 15. Để tạo một chiếc bánh phải trải qua 3 giai đoạn. Giai đoạn 1 có thể thực hiện bằng 3 cách, giai đoạn 2 có thể thực hiện bằng 4 cách, giai đoạn 3 có thể thực hiện bằng 1 cách. Vậy để hoàn thành chiếc bánh có tất cả bao nhiêu cách?

- A. 8 cách.
- B. 12 cách.
- C. 3 cách.
- D. 6 cách.

Câu 16. Cho đa giác n đỉnh ($n \in \mathbb{N}^*, n > 3$). Tìm n biết rằng đa giác có 135 đường chéo.

- A. 15.

- B. 27.
- C. 8.
- D. 18.

Câu 17. Cho $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = x$, $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Tìm x để A và B xung khắc.

- A. $x = \frac{1}{7}$.
- B. $x = \frac{1}{6}$.
- C. $x = \frac{1}{8}$.
- D. $x = \frac{1}{5}$.

Câu 18. Một liên đoàn bóng đá có 10 đội, mỗi đội phải đá 4 trận với đội khác, 2 trận ở sân nhà và 2 trận ở sân khách. Số trận đấu được sắp xếp là

- A. 180.
- B. 160.
- C. 90.
- D. 45.

Câu 19. Với các chữ số 2, 3, 4, 5, 6, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau trong đó hai chữ số 2 và 3 không đứng cạnh nhau?

- A. 120.
- B. 96.
- C. 72.
- D. 48.

Câu 20. Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song nhau. Trên d_1 lấy 10 điểm phân biệt, trên d_2 lấy n điểm phân biệt ($n > 3, n \in \mathbb{N}^*$). Biết rằng có 2800 tam giác có đỉnh là các điểm đã cho. Tìm n .

- A. 15.
- B. 20.
- C. 25.
- D. 30.

Câu 21. Cho lai hai cá thể có kiểu gen giống nhau là AaBb. Có tất cả bao nhiêu kiểu hình đời F_1 ?

- A. 16 kiểu.
- B. 4 kiểu.
- C. 2 kiểu.

D. 8 kiểu.

Câu 22. Cho bất phương trình $C_n^5 < C_n^3$. Tập nghiệm của bất phương trình đó là

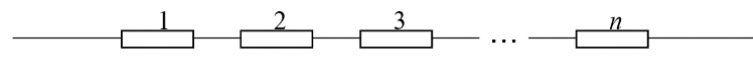
A. $4 < n < 6$.

B. $4 < n < 7$.

C. $5 < n < 8$.

D. $-1 < n < 8$.

Câu 23. Một mạch điện có n linh kiện được mắc nối tiếp như hình vẽ sau:



Giả sử các linh kiện có độ tin cậy (xác suất hoạt động tốt) như nhau và bằng p . Tính độ tin cậy của mạch điện.

A. p^n .

B. np .

C. $1 - p^n$.

D. $1 - np$.

Câu 24. Có chín tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Lần lượt rút thẻ mỗi lần một tấm đến khi được thẻ số 3 thì dừng lại. Phải bốc bao nhiêu lần để xác suất $P \approx 0,088$?

A. 3 lần.

B. 2 lần.

C. 1 lần.

D. 4 lần.

Câu 25. Xếp ngẫu nhiên 4 người đàn ông, hai người đàn bà và một đứa trẻ vào bảy chiếc ghế đặt quanh một bàn tròn. Tính xác suất để đứa trẻ ngồi giữa hai người đàn bà.

A. $\frac{3!3!}{6!}$.

B. $\frac{1!2!3!}{6!}$.

C. $\frac{2!4!}{6!}$.

D. $\frac{1!5!}{6!}$.

Câu 26. Gieo đồng thời 3 con xúc xắc. Tính số khả năng tổng số chấm trên mặt xuất hiện của 3 con súc sắc bằng 10.

A. 7.

B. 27.

C. 42.

D. 50.

Câu 27. Số các ước nguyên dương của 540 là

A. 12.

B. 23.

C. 24.

D. 36.

Câu 28. Một họ gồm m đường thẳng song song cắt một họ gồm n đường thẳng song song khác ($m, n \geq 2$). Có bao nhiêu hình bình hành được tạo thành?

A. $\frac{m(m-1).n(n-1)}{4}$.

B. $\frac{m(m-1) + n(n-1)}{2}$.

C. $m(m-1).n(n-1)$.

D. $m(m-1) + n(n-1)$.

Câu 29. Ở chó gen lông ngắn kí hiệu là Aa và gen lông dài kí hiệu là aa. Thực hiện phép lai giống chó lông dài và giống chó lông ngắn thu được F_1 . Tiếp tục thực hiện lai $F_1 \times F_1$ thì được đời F_2 . Tỷ lệ chó lông ngắn và lông dài ở đời F_2 là bao nhiêu?

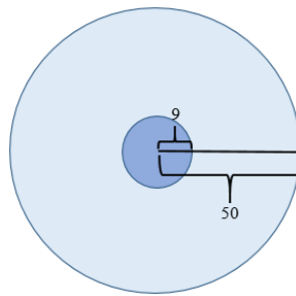
A. 1:1.

B. 1:5.

C. 5:1.

D. 5:2.

Câu 30. Ba người chơi trò tung xu vào một chiếc bát được đặt trong một chậu nước lớn. Chiếc bát có bán kính 9cm, chiếc chậu có bán kính 50cm. Mỗi người chơi được dùng 3 đồng xu tung đến khi nào có một đồng xu rơi vào bát thì thôi. Số xu trung bình cả ba người sử dụng và độ lệch chuẩn của nó lần lượt.



A. 2 xu và 0,26.

B. 1 xu và 0,26.

C. 2 xu và 0,6.

D. 1 xu và 0,6.

Đề thực nghiệm 2:

Câu 1. Từ các số 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số gồm 4 chữ số?

- A. 256.
- B. 120.
- C. 24.
- D. 16.

Câu 2. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau?

- A. 4536.
- B. 4^9 .
- C. 2156.
- D. 4530.

Câu 3. Giả sử một công việc có thể được tiến hành theo 2 phương án A và B . Phương án A có thể thực hiện bằng n cách, phương án B có thể thực hiện bằng m cách. Khi đó, số cách thực hiện công việc là

- A. mn .
- B. $m + n$.
- C. $\frac{1}{2}mn$.
- D. $\frac{1}{2}(m + n)$.

Câu 4. Xét hai mệnh đề sau đây:

(I) Mỗi hoán vị n phần tử của một tập hợp là một cách sắp xếp các phần tử của tập hợp đó theo một thứ tự nào đó.

(II) Mỗi hoán vị n phần tử của một tập hợp là một chỉnh hợp chập n của n phần tử đó.

Hãy chọn phương án đúng.

- A. Chỉ có (I) đúng.
- B. Chỉ có (II) đúng.
- C. (I) và (II) đều đúng.
- D. (I) và (II) đều sai.

Câu 5. Tỉ số $\frac{(n+3)!}{(n+1)!}$ bằng bao nhiêu?

- A. $(n+3)(n+2)$.
- B. $(n+3)(n+2)(n+1)$.
- C. $n^2 + 4n + 4$.
- D. $n + 3$.

Câu 6. Tổng $T = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n$ bằng

- A. 2^n .
- B. $2^n - 1$.
- C. $2^n + 1$.
- D. 4^n .

Câu 7. Công thức cộng xác suất $P(A + B) = P(A) + P(B)$ chỉ đúng khi

- A. 2 biến cố xung khắc và độc lập.
- B. 2 biến cố độc lập.
- C. Hai biến cố xung khắc.
- D. 2 biến cố đối.

Câu 8. Chọn phát biểu đúng

- A. Hai biến cố xung khắc là hai biến cố đối nhau.
- B. Hai biến cố độc lập là có ít nhất một trong hai biến cố xảy ra.
- C. Hai biến cố xung khắc là hai biến cố cùng xảy ra.
- D. Hai biến cố đối nhau là hai biến cố xung khắc.

Câu 9. Cho các phát biểu sau:

- a) Không gian mẫu là tập hợp tất cả các kết quả của phép thử.
- b) Biến cố A liên quan đến phép thử T là biến cố mà việc xảy ra hay không xảy ra của A phụ thuộc vào kết quả của T .
- c) Tập hợp các biến cố thuận lợi cho cho A được gọi là xác suất thuận lợi của A .
- d) Xác suất của biến cố A được xác định bởi công thức $P(A) = \frac{P(\Omega_A)}{P(\Omega)}$.
- e) Xác suất luôn nhỏ hơn 1 và lớn hơn 0.
- f) Xác suất của không gian mẫu luôn bằng 1.

Số phát biểu đúng là

- A. 3.
- B. 4.
- C. 5.
- D. 6.

Câu 10. Có bao nhiêu số tự nhiên có 2 chữ số mà các chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị?

- A. 40.
- B. 45.
- C. 50.
- D. 55.

Câu 11. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món, 1 loại quả tráng miệng trong 5 loại quả tráng miệng và một nước uống trong 3 loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

- A. 25.
- B. 75.
- C. 100.
- D. 15.

Câu 12. Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số chia hết cho 10 là

- A. 3260.
- B. 3168.
- C. 9000.
- D. 12070.

Câu 13. Số điện thoại ở huyện Củ Chi có 7 chữ số và có 3 chữ số đầu tiên là 790. Hỏi ở huyện Củ Chi có tối đa bao nhiêu máy điện thoại?

- A. 1000.
- B. 100000.
- C. 10000.
- D. 1000000.

Câu 14. Cho $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Từ tập B có thể lập được bao nhiêu số chẵn có 6 chữ số đôi một khác nhau?

- A. 720.
- B. 46656.
- C. 2160.
- D. 360.

Câu 15. Thập giác lồi (10 cạnh) là một đa giác có bao nhiêu đường chéo?

- A. 36.
- B. 45.
- C. 25.
- D. 35.

Câu 16. Trong các khẳng định sau:

- a) $P(A) = 1$ thì A là biến cố chắc chắn.
- b) $A \cap B = \emptyset$ thì A và B là các biến cố đối nhau.
- c) $P(B) = 0$ thì B là biến cố 0.
- d) A, \overline{A} là hai biến cố đối thì $P(A) + P(\overline{A}) = 1$.
- e) A và B là hai biến cố bất kỳ thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Số khẳng định đúng là

- A. 2.
- B. 3.
- C. 4.
- D. 5.

Câu 17. Gọi T là xác suất sinh con trai, G là xác suất sinh con gái. Khi đó, xác suất sinh toàn con gái là

- a) $P = (G)^n, (n \in \mathbb{N}^*)$.
- b) $P = (T)^n, (n \in \mathbb{N}^*)$.
- c) $P = (1 - T)^n, (n \in \mathbb{N}^*)$.
- d) $P = 1 - (T)^n, (n \in \mathbb{N}^*)$.

Số đáp án đúng là

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.

Câu 18. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau không vượt quá 2020?

- A. 1008.
- B. 1020.
- C. 504.
- D. 511.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$ cho n điểm trong đó có m điểm đồng phẳng ($1 < m \leq n$). Có bao nhiêu tứ diện có các đỉnh là các điểm đã cho?

- A. C_n^4 .
- B. $C_n^4 - C_{n-m}^4$.
- C. C_{n-m}^4 .
- D. $C_n^4 - C_m^4$.

Câu 20. Tìm số cạnh của một đa giác lồi, biết đa giác có số đường chéo gấp đôi số cạnh.

- A. 7.
- B. 4.
- C. 5.
- D. 6.

Câu 21. Cho lai cây hoa đỏ cánh dài thuần chủng với cây hoa trắng cánh ngắn thuần chủng được F_1 . Có tất cả bao nhiêu kiểu hình của đời F_1 ?

- A. 16 kiểu hình.

- B. 4 kiểu hình.
- C. 8 kiểu hình.
- D. 12 kiểu hình.

Câu 22. Giải bất phương trình $8C_{105}^n < 3C_{105}^{n+1}$.

- A. $0 \leq n \leq 20$.
- B. $0 \leq n \leq 21$.
- C. $0 \leq n \leq 27$.
- D. $0 \leq n \leq 25$.

Câu 23. Ba xạ thủ I, II và III cùng bắn (độc lập) mỗi người một viên đạn vào một tấm bia. Xác suất bắn trúng của các xạ thủ lần lượt là 0,7; 0,8; 0,9. Xác suất bia không trúng đạn là

- A. 0,504.
- B. 0,092.
- C. 0,587.
- D. 0,006.

Câu 24. Trong giải bóng đá của một trường có 12 lớp tham gia, trong đó một đội là của lớp 12A1 và một đội của lớp 12A2. Ban tổ chức tiến hành bốc thăm ngẫu nhiên để phân chia các đội ra thành hai bảng A và B. Tính xác suất để hai đội lớp 12A1 và 12A2 ở cùng một bảng.

- A. $\frac{5}{11}$.
- B. $\frac{3}{11}$.
- C. $\frac{4}{11}$.
- D. $\frac{2}{11}$.

Câu 25. Từ các số 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số sao cho các chữ số theo thứ tự từ trái sang phải không giảm và có mặt đủ các chữ số đã cho?

- A. 56 số.
- B. 60 số.
- C. 58 số.
- D. 62 số.

Câu 26. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số có 5 chữ số nhỏ hơn 30000?

- A. 360.
- B. 720.

C. 1080.

D. 920.

Câu 27. Cho 10 điểm $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{10}$, trong đó có 4 điểm thẳng hàng ngoài ra không có 3 điểm nào khác thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh là 3 điểm trong 10 điểm đã cho?

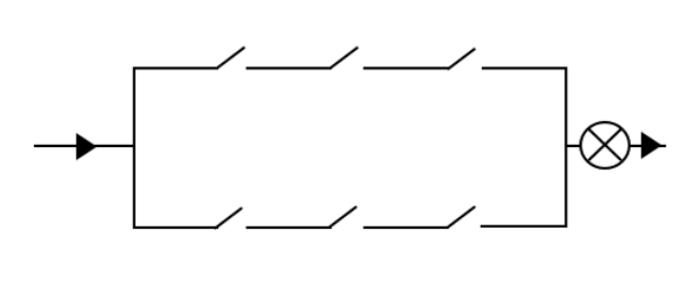
A. 80 tam giác.

B. 96 tam giác.

C. 60 tam giác.

D. 116 tam giác.

Câu 28. Có một mạch điện như sau:



Có bao nhiêu cách bật công tắc để làm sáng bóng đèn?

A. 3 cách.

B. 6 cách.

C. $3!$ cách.

D. $6!$ cách.

Câu 29. Ở đậu Hà lan, tính trạng hạt màu vàng trội hoàn toàn so với tính trạng hạt màu xanh. Tính trạng do một gen qui định nằm ở NST thường. Cho 5 cây tự thụ và sau khi thu hoạch lấy ngẫu nhiên mỗi cây một hạt đem gieo được các cây F_1 . Xác suất để trong 5 cây có 3 cây cho hạt vàng và 2 cây cho hạt xanh.

A. $P = 0,026$.

B. $P = 0,088$.

C. $P = 0,264$.

D. $P = 0,274$.

Câu 30. Xác suất trúng một viên đạn vào mục tiêu là 0,8. Thực hiện bắn vào mục tiêu trong điều kiện như nhau cho đến khi có 5 viên trúng mục tiêu thì dừng. gọi X là số đạn cần bắn. Tìm phân phối xác suất của X .

A. $P[X = k + i] = C_{k+i-1}^{k-1} \cdot p^k \cdot (1-p)^i$.

B. $P[X = k + i] = C_{k+i}^k \cdot p^k \cdot (1-p)^i$.

C. $P[X = k + i] = C_{k+i-1}^{k-1} \cdot p^i \cdot (1-p)^k$.

D. $P[X = k + i] = C_{k+i}^k \cdot p^i \cdot (1-p)^k$.

Đáp án đề thực nghiệm

Câu hỏi	Đề 1		Đề 2	
	Mức độ	Đáp án	Mức độ	Đáp án
Câu 1	1	A	1	A
Câu 2	1	A	1	A
Câu 3	1	C	1	B
Câu 4	1	B	1	C
Câu 5	1	C	1	A
Câu 6	1	B	1	A
Câu 7	1	B	1	C
Câu 8	1	B	1	B
Câu 9	1	A	1	A
Câu 10	1	B	2	B
Câu 11	2	D	2	B
Câu 12	2	D	2	C
Câu 13	2	A	2	C
Câu 14	2	D	2	D
Câu 15	2	B	2	D
Câu 16	2	D	2	C
Câu 17	2	B	2	B
Câu 18	3	A	3	D
Câu 19	3	C	3	D
Câu 20	3	B	3	A
Câu 21	3	B	3	B
Câu 22	3	D	3	B
Câu 23	3	A	3	D
Câu 24	3	A	3	C
Câu 25	3	D	4	D
Câu 26	3	B	4	B
Câu 27	3	C	4	D
Câu 28	4	A	4	A
Câu 29	4	D	4	A
Câu 30	4	A	4	B

02 đề thực nghiệm trên được thực nghiệm với 120 học sinh thuộc các trường THPT trên địa bàn Cần Thơ: THPT An Khánh, THPT Bùi Hữu Nghĩa, THPT Châu Văn Liêm, THPT chuyên Lý Tự Trọng, THPT Nguyễn Việt Hồng, THPT Thực hành Sư phạm (Đại học Cần Thơ). Sau khi phân tích bằng phần mềm IATA, thu được số liệu ở bảng 2.11.

Bảng 2.11. Kết quả phân tích đề thực nghiệm qua phần mềm IATA

Câu hỏi	Discr	PVal	PBis	a	b	c	Ghi chú
Đề 1							
Câu 1	0.10	0.96	0.38	1.24	-2.43	0	
Câu 2	0.15	0.91	0.33	0.74	-2.31	0	
Câu 3	-0.13	0.08	-0.12	-0.43	-3.67	0	Loại
Câu 4	0.44	0.56	0.26	0.25	-0.56	0	
Câu 5	0.35	0.82	0.36	0.63	-1.73	0	
Câu 6	0.25	0.35	0.23	0.15	2.59	0	
Câu 7	0.53	0.75	0.55	1.62	-0.79	0	
Câu 8	-0.03	0.01	-0.37	-2.26	-2.92	0	Loại
Câu 9	0.36	0.30	0.30	0.27	1.92	0	
Câu 10	0.58	0.78	0.53	1.27	-0.98	0	
Câu 11	0.19	0.92	0.39	0.78	-2.35	0	
Câu 12	0.29	0.89	0.42	1.42	-1.56	0	
Câu 13	0.39	0.84	0.47	1.06	-1.38	0	
Câu 14	0.35	0.72	0.27	0.35	-1.68	0	
Câu 15	0.45	0.84	0.54	1.62	-1.18	0	
Câu 16	0.41	0.84	0.55	1.58	-1.19	0	
Câu 17	0.45	0.87	0.49	1.15	-1.50	0	
Câu 18	0.35	0.82	0.38	0.33	-2.92	0	
Câu 19	0.32	0.86	0.29	0.28	-3.93	0	
Câu 20	0.26	0.85	0.45	0.58	-2.08	0	
Câu 21	0.52	0.45	0.36	0.48	0.27	0	
Câu 22	0.46	0.31	0.30	0.56	1.00	0	
Câu 23	0.58	0.51	0.44	0.95	-0.05	0	
Câu 24	0.03	0.37	0.06	-0.21	-1.52	0	Loại
Câu 25	-0.06	0.06	-0.14	-0.29	-5.81	0	Loại
Câu 26	0.04	0.65	0.06	-0.15	2.40	0	Loại
Câu 27	0.31	0.85	0.43	0.71	-1.80	0	
Câu 28	0.41	0.77	0.38	0.79	-1.19	0	
Câu 29	-0.08	0.22	0.06	-0.19	-3.94	0	Loại
Câu 30	0.04	0.31	0.06	-0.04	-12.62	0	Loại
Đề 2							
Câu 1	0.12	0.89	0.09	-0.08	15.91	0	Loại
Câu 2	0.04	0.99	0.21	1.05	-3.50	0	

Câu hỏi	Discr	PVal	PBis	a	b	c	Ghi chú
Câu 3	0.16	0.86	0.36	0.79	-1.75	0	
Câu 4	0.34	0.44	0.32	0.37	0.43	0	
Câu 5	0.12	0.93	0.34	0.79	-2.45	0	
Câu 6	0.44	0.85	0.42	1.01	-1.48	0	
Câu 7	0.33	0.69	0.35	0.51	-1.09	0	
Câu 8	0.11	0.17	—	-0.03	-29.74	0	Loại
Câu 9	0.23	0.18	0.17	0.20	4.69	0	
Câu 10	0.04	0.96	0.02	-0.43	4.55	0	Loại
Câu 11	0.20	0.96	0.43	1.29	-2.26	0	
Câu 12	0.08	0.98	0.51	2.50	-2.59	0	
Câu 13	0.16	0.91	0.38	1.09	-1.89	0	
Câu 14	0.32	0.70	0.35	0.22	-2.33	0	
Câu 15	0.28	0.88	0.43	0.72	-2.01	0	
Câu 16	0.34	0.37	0.26	0.06	5.00	0	
Câu 17	0.17	0.72	0.17	0.01	-59.17	0	
Câu 18	0.44	0.82	0.48	1.06	-1.24	0	
Câu 19	0.46	0.35	0.38	1.44	0.46	0	
Câu 20	0.48	0.86	0.57	1.37	-1.36	0	
Câu 21	0.12	0.74	0.02	-0.05	11.37	0	Loại
Câu 22	-0.16	0.11	-0.11	-0.3	-4.20	0	Loại
Câu 23	0.28	0.84	0.42	0.74	-1.70	0	
Câu 24	-0.04	0.04	-0.15	-0.38	-5.05	0	Loại
Câu 25	0.08	0.06	0.16	-0.05	-30.08	0	Loại
Câu 26	0.48	0.68	0.32	0.57	-0.90	0	
Câu 27	0.36	0.80	0.42	0.56	-1.69	0	
Câu 28	0.14	0.40	0.05	-0.01	-27.39	0	Loại
Câu 29	0.26	0.32	0.04	-0.17	-2.55	0	Loại
Câu 30	0.14	0.32	0.05	-0.10	-4.47	0	Loại

Đến đây, ngân hàng câu hỏi chương Tổ hợp – Xác suất được tổng hợp và chuẩn hóa gồm 87 câu hỏi thuộc 04 chủ đề. Tuy nhiên, các câu hỏi thuộc chủ đề *Quy tắc đếm có độ khó (b)* và *độ phân biệt* rất thấp, cụ thể phần lớn câu hỏi có $b < 0$ nên không thể dùng để đánh giá như một chủ đề riêng lẻ. Do đó, chủ đề *Quy tắc đếm* được gộp chung với *HV*, *TH*, *CH*. Số lượng các câu hỏi của ngân hàng câu hỏi được cho trong bảng 2.12.

Bảng 2.12. Số lượng câu hỏi của ngân hàng câu hỏi chương Tổ hợp – Xác suất

Chủ đề	Mức độ 1	Mức độ 2	Mức độ 3	Mức độ 4	Tổng cộng
Quy tắc đếm	5	9	7	1	22
HV, TH, CH	6	6	6	2	20
Nhị thức Newton	7	7	9	2	25
Xác suất	5	10	4	1	20
Tổng cộng	23	32	26	6	87

2.2 Xây dựng API trắc nghiệm thích ứng

Trắc nghiệm thích ứng (Adaptive Test) là thuật ngữ để chỉ một phương pháp đánh giá TS (học sinh, sinh viên, bệnh nhân...) bằng hình thức kiểm tra trắc nghiệm nhưng đánh giá theo hướng năng lực của TS bằng bộ CH tương ứng với mức năng lực đó. API trắc nghiệm thích ứng là một hệ thống phần mềm được phát triển trên cơ sở mô hình trắc nghiệm thích ứng để đánh giá TS. Về hoạt động, hệ thống cố gắng mô phỏng phương pháp đánh giá của một người giáo viên đối với học sinh[5]. Có nghĩa là: lần đầu tiên hệ thống cung cấp cho TS một CH vừa đủ khó đối với TS, nếu TS trả lời chính xác thì sau đó một CH khó hơn sẽ được đề nghị và ngược lại, một CH có độ khó thấp hơn được đề nghị nếu TS trả lời sai. Bên cạnh đó, CH kế tiếp được đề nghị dựa trên dữ liệu trả lời những CH trước đó. Quá trình này được lặp đi lặp lại cho đến khi có đủ bằng chứng để xác định năng lực của TS.

2.2.1 Thuật toán trắc nghiệm thích ứng

Mô tả thuật toán

Đầu vào:

- Ngân hàng câu hỏi đã được chuẩn hóa theo mô hình IRT 2 tham số.
- Năng lực hiện tại của thí sinh.

Đầu ra: Năng lực của thí sinh sau khi được đánh giá.

Hoạt động thuật toán:

Bước 1. Khởi tạo mức năng lực ban đầu cho TS: $\theta_0 = 0$.

Bước 2. CH phù hợp với mức năng lực của TS được đưa ra và TS trả lời.

Bước 3. Ước lượng mức độ năng lực mới dựa trên kết quả trả lời CH của TS:

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \gamma \sum_{i=1}^k \left(u_i - \frac{e^{a_i(\theta - b_i)}}{1 + e^{a_i(\theta - b_i)}} \right),$$

với $\gamma = 1.0$ là tốc độ học của máy, $u_i = 0|1$ là kết quả trả lời CH thứ i của TS, a_i, b_i là các tham số của CH.

Bước 4. Quay lại **Bước 2** nếu các điều kiện dừng chưa được thỏa mãn.

Bước 5. Kết thúc quá trình đánh giá và đưa ra kết quả.

Trong đó, *điều kiện dừng* của thuật toán là tất cả CH trong ngân hàng CH đã được trả lời, hoặc hệ số năng lực θ đã được xác định. Cụ thể, hệ số năng lực được xác định khi độ lệch chuẩn SE đạt giá trị đủ nhỏ, thường là 0.4 hoặc 0.8, theo lý thuyết IRT, ta có:

$$SE(\theta_k) = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^k I_i(\theta_k)}}.$$

Hàm thông tin CH trả về giá trị kỳ vọng thay đổi của năng lực. Hay nói cách khác, CH thứ i đã đóng góp thế nào cho sự thay đổi của tham số năng lực. Do đó ta có thể sử dụng như một điều kiện dừng của trắc nghiệm thích ứng.

2.2.2 Thuật toán lựa chọn câu hỏi

Thuật toán lựa chọn CH tiếp theo là phần quan trọng nhất trong mô hình trắc nghiệm thích ứng. Đây là một thuật toán con hoạt động bên trong thuật toán trắc nghiệm thích ứng. Thuật toán này giúp máy tính lựa chọn ra CH phù hợp với năng lực thí sinh từ ngân hàng CH đã chuẩn hóa. Cho đến hiện nay, tồn tại các thuật toán lựa chọn CH như sau [6]:

- Thuật toán lựa chọn CH theo tiêu chuẩn thông tin tối đa (MI) là thuật toán phổ biến được sử dụng trong các mô hình trắc nghiệm thích nghi. CH thứ $k + 1$ được lựa chọn cho TS là câu hỏi cung cấp thông tin tối đa cho việc ước lượng khả năng (θ_k) của TS dựa trên k câu hỏi trước đó mà TS đã trả lời.
- Thuật toán lựa chọn câu hỏi theo thông tin toàn cục (KL) là thuật toán lựa chọn câu hỏi dựa trên phương pháp thông tin tổng thể. Thuật toán này sử dụng độ đo Kullback – Leibler để tính toán ước lượng trong việc lựa chọn câu hỏi.
- Thuật toán lựa chọn câu hỏi dựa trên sự phân tích tiên đoán theo tiêu chí tối đa thông tin (MEI) là thuật toán lựa chọn câu hỏi dựa trên việc phân tích tiên đoán các tiêu chí tối đa thông tin dự kiến.

Tiêu chí chọn CH

Sau khi TS trả lời CH k thì năng lực tạm thời của TS được ước lượng và ký hiệu là θ_k . Tiếp theo ta tìm CH thứ k phù hợp với mức năng lực này bằng phương pháp lựa chọn CH theo *tiêu chuẩn thông tin tối đa* (maximum information criterion):

$$i_{k+1} = \operatorname{argmax}_j \{I_j(\theta_k), j \in R_k\}$$

Với $R_k = \{1 \dots n\} \setminus S_k$, và $S_k = i_1, i_2, \dots, i_k$ là tập hợp CH đã được chọn, $I_j(\theta)$ là hàm thông tin của CH thứ j , đối với mô hình IRT 2 tham số, ta có:

$$I_j(\theta) = a_j^2 P_j(\theta) Q_j(\theta).$$

Khi θ cố định, hàm thông tin đạt giá trị cực đại tại điểm $b = 0$. Vì vậy câu i_{k+1} được chọn là CH có độ khó gần với θ_k . Nói cách khác, khi giá trị độ khó b càng tiến về giá trị năng lực θ và độ phân biệt a càng lớn thì hàm thông tin càng tiến gần giá trị cực đại. Do đó, CH thứ $k + 1$ được chọn là CH có độ khó gần bằng năng lực ước lượng θ_k và có độ phân biệt lớn nhất trong ngân hàng.

Thuật toán tìm kiếm nhị phân

Với bài toán tìm kiếm một giá trị gần nhất với a từ tập hợp $\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$. *Thuật toán tìm kiếm nhị phân* (binary search algorithm) cho phép ta tìm kiếm một cách tối ưu với độ phức tạp $O(\log_n)$: Nếu a nhỏ hơn giá trị trung tâm thì ta tìm kiếm trong nửa trái của dãy, ngược lại thì tìm kiếm trong nửa phải của dãy, quá trình tiếp tục cho tới khi tìm được giá trị xấp xỉ với a .

Đầu vào: a và dãy $\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$.

Đầu ra: b gần nhất với a .

Hoạt động của thuật toán:

Bước 1. Gán $l = 1$ và $r = n$.

Bước 2. Nếu $l \geq r$, chuyển tới **Bước 6**.

Bước 3. Gán $m = \left\lfloor \frac{l+r}{2} \right\rfloor$.

Bước 4. Nếu $a = b_m$, tìm kiếm kết thúc và trả về m .

Bước 5. Nếu $a < b_m$, gán $r = m - 1$, ngược lại, gán $l = m + 1$, quay lại **Bước 2**.

Bước 6. Nếu $|a - b_l| < |a - b_r|$, trả về l , ngược lại, trả về r . Tìm kiếm kết thúc.

Code minh họa thuật toán trên ngôn ngữ PHP:

```
1 function binary_search (Int $a, Array $b): Int {
2     if (count($b) == 0) return -1;
3     $left = 0; $right = count($b) - 1;
4     while ($left <= $right) {
5         $mid = floor(($left + $right) / 2);
6         if ($a == $b[$mid]) return $mid;
7         if ($a < $b[$mid]) $right = $mid - 1; else $left = $mid + 1;
8     }
9     if (abs($a - $b[$left]) < abs($a - $b[$right]))
10         return $left;
11     return $right;
12 }
```

Code 2.1. Phương thức tìm kiếm nhị phân

2.2.3 Xây dựng API xử lý bằng ngôn ngữ PHP

Bằng ngôn ngữ web PHP, luận văn tiến hành xây dựng một *không gian tên* (namespace) xử lý dữ liệu CH và bài kiểm tra dựa trên lý thuyết IRT. Trong đó có 02 *lớp* (class) là *item* và *test*.

Class câu hỏi

Trong class câu hỏi, có hai tham số chính, là a (độ phân biệt) và b (độ khó) cần được khởi tạo ngay từ đầu. Bên cạnh đó, lớp cần cung cấp các phương thức tính xác suất trả lời đúng (P), xác suất trả lời sai ($Q = 1 - P$) và tính hàm lượng thông tin cho việc đánh giá năng lực (I).

Code minh họa:

```
1 namespace IRT;
2 class Item {
3     public $a = 0;
4     public $b = 0;
5
6     function __construct (Float $a, Float $b) {
7         $this -> set_parameter($a, $b);
8     }
9     function set_parameter (Float $a, Float $b) {
10         $this -> a = $a;
11         $this -> b = $b;
12     }
13     function P (Float $theta): Float {
14         $exp = exp(($this -> a) * ($theta - ($this -> b)));
15         return $exp / (1 + $exp);
16     }
17     function Q (Float $theta): Float {
18         return $this -> P($theta);
19     }
20     function I (Float $theta): Float {
21         $P = $this -> P($theta);
22         return $this -> a ** 2 * $P * (1 - $P);
23     }
24 }
```

Code 2.2. Class câu hỏi

Class bài kiểm tra

Class bài kiểm tra bao gồm hai thuộc tính chính là *các câu hỏi* (items) và tốc độ học γ của kiểm tra thích ứng. Các phương thức xử lý cần thiết là: Thêm câu hỏi (*add_item(item:)* và *add_items(items:)*), lấy câu hỏi (*get_item(index:)*), xóa câu hỏi (*remove_item(index:)*), đếm số câu hỏi (*num_of_items():*).

Bên cạnh đó, class cần cung cấp đầy đủ các phương thức tính toán dựa trên lý thuyết IRT, như là: hàm thông tin của đề trắc nghiệm ($I(\theta)$), độ lệch chuẩn $SE(\theta)$ và điểm IRT. Hơn nữa, để phục vụ cho trắc nghiệm thích ứng, một phương thức không thể thiếu là tìm kiếm câu hỏi bằng thuật toán nhị phân (*binary_search_item(theta:)*).

Code minh họa:

```
1 namespace IRT;
2 class Test {
3     public $items;
4     public $gamma = 1.0;
5
6     function __construct (Array $items = []) {
7         $this -> items = $items;
8     }
9     function add_item (Item $item) {
10         array_push($this -> items, $item);
11     }
12     function add_items (Array $items) {
13         $this -> items = array_merge($this -> items, $items);
14     }
15     function get_item (Int $index): Item {
16         return $this -> items[$index];
17     }
18     function remove_item (Int $index) {
19         array_splice($this -> items, $index, 1);
20     }
21     function num_of_items (): Int {
22         return count($this -> items);
23     }
24
25     function d_theta (Float $theta, Array $answers): Float {
26         $numerator = 0;
27         $denominator = 0.000001;
28         for ($i = 0, $count = count($answers); $i < $count; $i++) {
29             $numerator += ($this -> items[$i] -> a) * ($answers[$i]
30 - ($this -> items[$i] -> P($theta)));
31             $denominator += $this -> items[$i] -> I($theta);
32         }
33         return $numerator / $denominator;
34     }
35     function I (Float $theta): Float {
36         $sumI = 0.000001;
37         for ($i = 0, $count = count($this -> items); $i < $count; $i
38 +++)
39             $sumI += $this -> items[$i] -> I($theta);
40         return $sumI;
41     }
42     function standard_deviation_expected ($theta): Float {
43         return 1 / sqrt($this -> I($theta));
44     }
45     function IRT (Array $answers, Float $start_theta = 1.0): Array {
46         $theta = $start_theta;
47         $d_theta = 1.0;
48         $d_theta_max = 0.00001;
49         $step = 0;
50         while ((abs($d_theta) > $d_theta_max) && ($step < 100)) {
51             $step++;
52             $d_theta = $this -> d_theta($theta, $answers, $this ->
53 items);
54             $theta += $d_theta;
```

```

52     }
53     $SumP = 0;
54     for ($i = 0, $count = count($answers); $i < $count; $i++)
55         $SumP += P($theta, $this -> items[$i]);
56     return [
57         'step' => $step,
58         'theta' => $theta,
59         'IRT_score' => $SumP / count($answers)
60     ];
61 }
62
63 function binary_search_item (Float $theta): Int {
64     $count = count($this -> items);
65     if ($count == 0) return false;
66     $low = 0; $high = $count - 1;
67
68     while ($low <= $high) {
69         $mid = floor(($low + $high) / 2);
70         if ($theta == ($this -> items[$mid] -> b)) return $mid;
71         if ($theta < ($this -> items[$mid] -> b)) $high = $mid -
1;
72         else $low = $mid + 1;
73     }
74
75     if (abs($theta - ($this -> items[$low] -> b)) < abs($theta -
($this -> items[$high] -> b)))
76         return $low;
77     return $high;
78 }
79 }

```

Code 2.3. Class bài kiểm tra

Chương 3

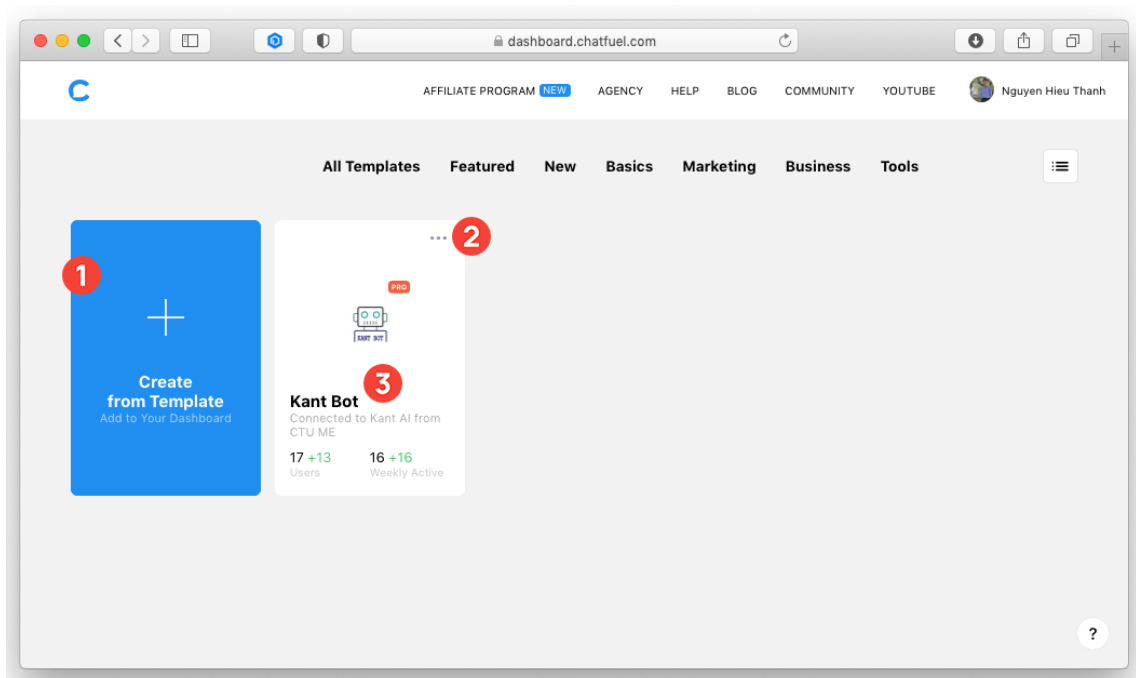
Thiết kế Facebook chatbot với Chatfuel

Chatfuel là một công cụ tạo chatbot miễn phí (cho quy mô nhỏ) giúp xây dựng nhanh một chatbot trên mạng xã hội Facebook. Chatfuel mạnh mẽ không chỉ ở giao diện trực quan, mà còn ở việc hỗ trợ JSON dành cho việc mở rộng thuật toán bằng lập trình.

3.1 Nền tảng Chatfuel

Để tạo chatbot với Chatfuel, trước hết cần có quyền *quản trị viên* (administrator) của một trang Facebook (Facebook fanpage). Sau khi đăng nhập vào dashboard.chatfuel.com, giao diện của Chatfuel tương tự như hình 3.1. Trong đó:

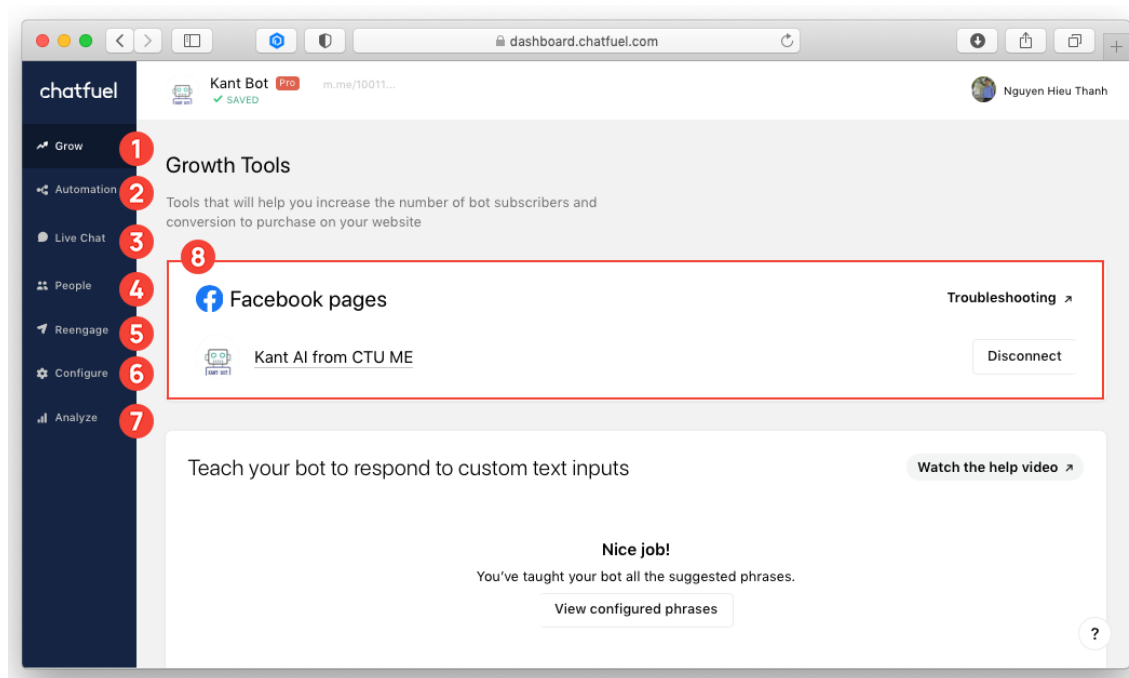
- (1) **Create from Template:** Tạo một chatbot mới từ mẫu có sẵn, hoặc một chatbot trống.
- (2) Menu xuất hiện ở các chatbot đã tạo cho phép thực hiện các thao tác cơ bản như *đổi tên* (rename), *sao chép* (copy), *xóa* (delete).
- (3) Chọn chatbot để truy cập giao diện làm việc chính của Chatfuel.



Hình 3.1. Giao diện bắt đầu của Chatfuel

3.1.1 Giao diện làm việc

Sau khi chọn chatbot, người dùng được chuyển tới giao diện làm việc của Chatfuel (hình 3.2), trước hết là mục *Grow* – chứa các thông tin cơ bản để phát triển chatbot như *trang Facebook đã kết nối* (connected page, mục **(8)**), cách bot trả lời lại một số tin nhắn người dùng thường gửi, các *tiện ích mở rộng* (plugin).



Hình 3.2. Giao diện làm việc chính của Chatfuel

Bên phải màn hình là thanh điều hướng:

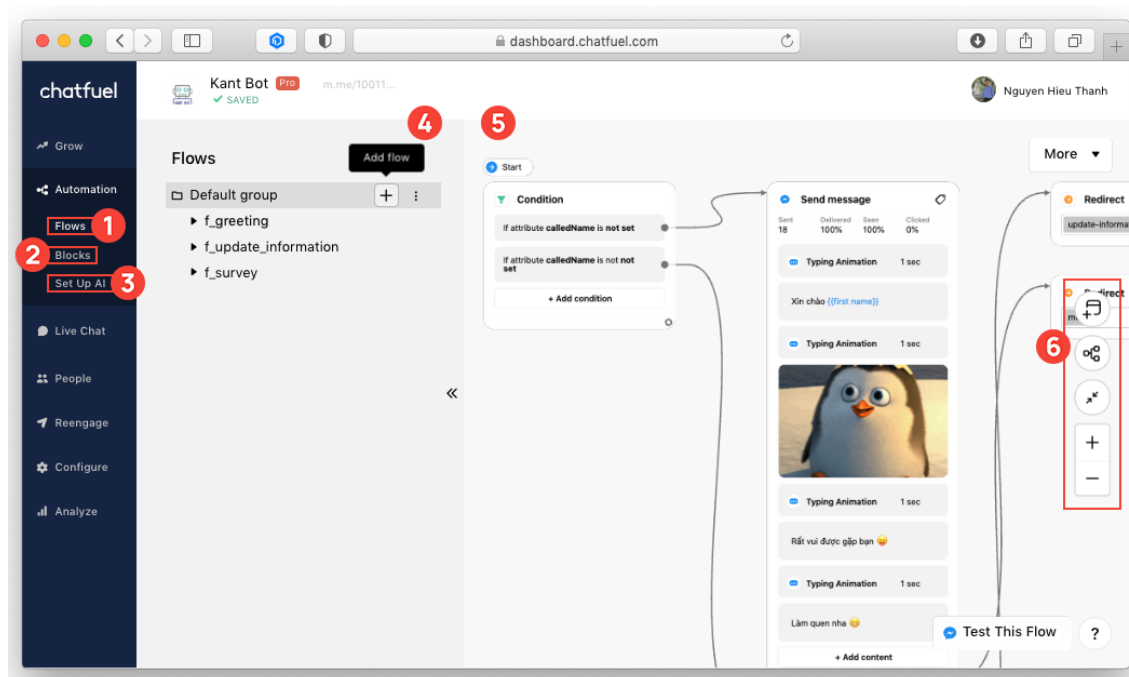
- (1) **Grow:** Trang bắt đầu, chứa các thông tin cơ bản và công cụ giúp phát triển chatbot.
- (2) **Automation:** Các thiết đặt trả lời tự động.
- (3) **Live Chat:** Hiển thị các tin nhắn yêu cầu trò chuyện với quản trị viên (các vai trò trên chatbot được thiết đặt ở mục **(6)**).
- (4) **People:** Hiển thị danh sách và các thuộc tính, thông tin người dùng đã tương tác với chatbot.
- (5) **Re-engage:** Cho phép tương tác lại với các người dùng đã sử dụng chatbot, đã lâu không tương tác, chưa hoàn thành việc nào đó (theo điều kiện tự thiết đặt)...
- (6) **Configure:** Cài đặt cho chatbot.
- (7) **Analyze:** Các phân tích định lượng và gợi ý cho việc phát triển bot.

Mục Automation

Phần này cung cấp các công cụ để tạo ra những cuộc hội thoại hoàn toàn tự động và linh hoạt (hình 3.3):

- (1) **Flows**: Thiết đặt trả lời tự động thông qua các khối trực quan, việc này tương tự với biểu diễn thuật toán bằng biểu đồ.
- (2) **Blocks**: Tạo ra các "khối" tin nhắn xác định, có thể dễ dàng di chuyển qua lại với Flows.
- (3) **Set up AI**: Đặt các quy tắc trả lời tự động (hoặc chuyển hướng sang Block, Flow) thông qua việc nhận dạng các cụm từ, tin nhắn...

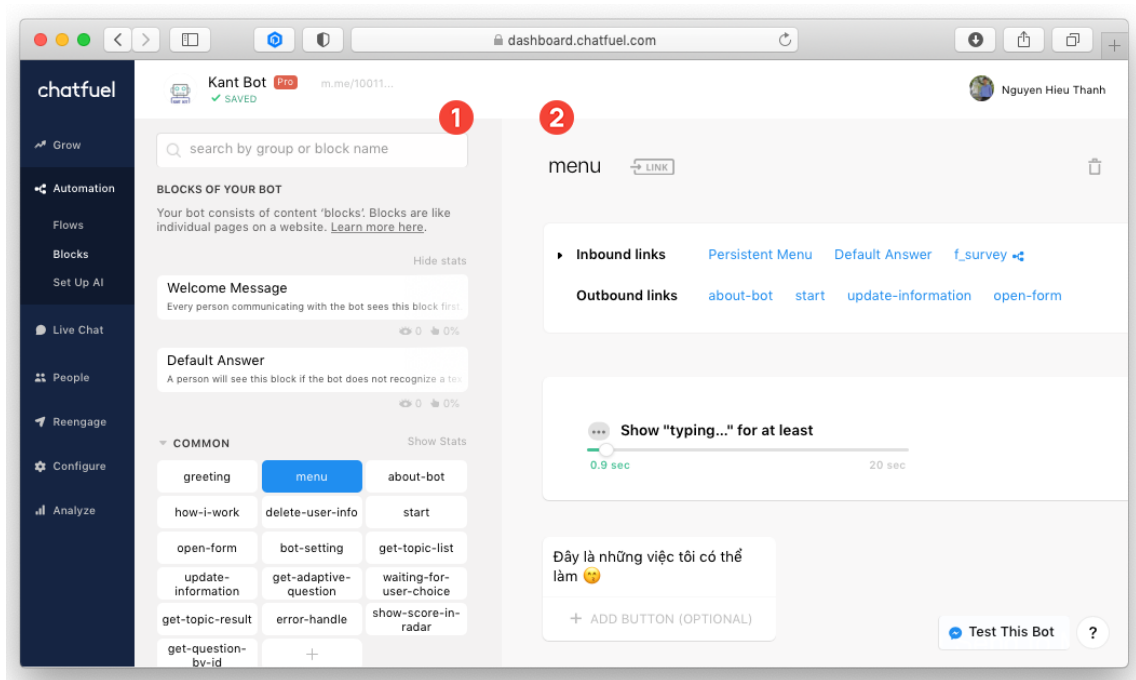
Flows cho phép sử dụng cấu trúc rẽ nhánh (nếu... thì...) và có thể điều hướng rất linh hoạt thông qua giao diện chỉnh sửa trực quan, do đó, nó thường được lựa chọn cho các cuộc hội thoại dài và phức tạp. Một flow có thể đảm nhiệm một mảng lớn của chatbot. Điển hình là các phần hướng dẫn, hỏi đáp (Q-A), khảo sát... Tuy nhiên, do vẫn còn ở giai đoạn thử nghiệm, nên flow vẫn chưa được hoàn thiện về mặt hiệu năng, đặc biệt là giao diện chỉnh sửa không ổn định khi làm việc với những flow mang tính phức tạp. Giao diện Flows gồm có hai phần: (4) danh sách các flow và (5) khu vực thiết kế flow với các nút lệnh (6) (hình 3.3).



Hình 3.3. Thiết đặt trả lời tự động với chức năng *Flows*

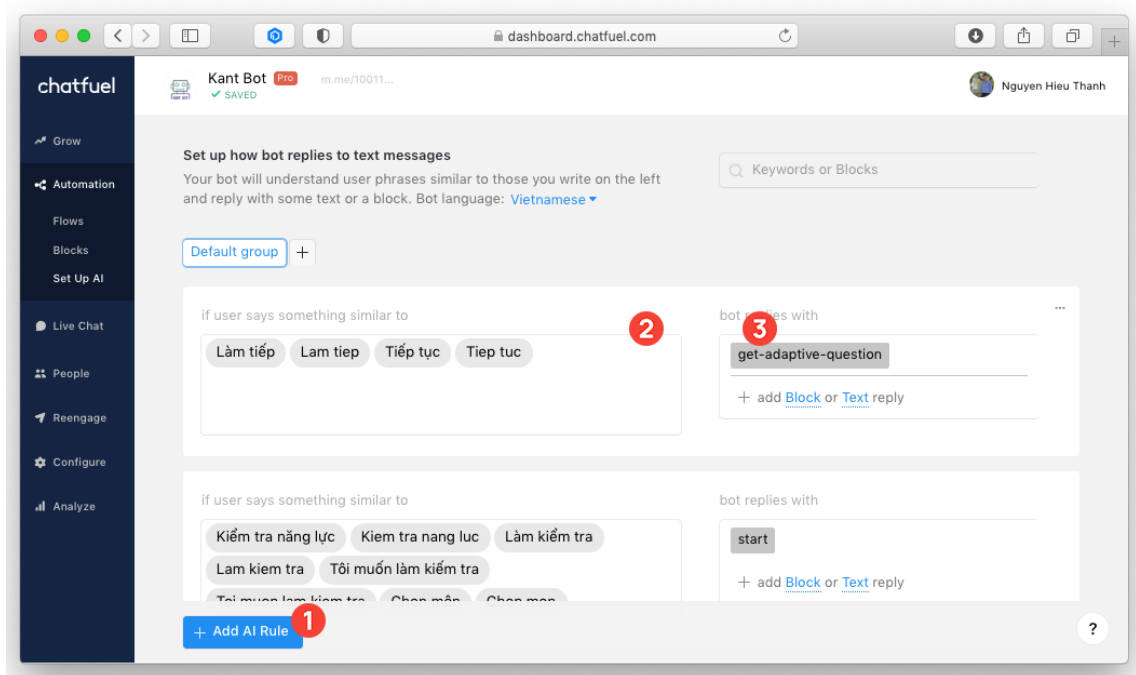
Blocks cho phép trả lời tự động thông qua các khối được thiết đặt từ trước. Blocks sử dụng giao diện chỉnh sửa tuyến tính và không hỗ trợ cấu trúc rẽ nhánh như Flows, nên một block không thể đảm nhận nhiều công việc. Khi chưa có flow, block thường được dùng riêng lẻ để gọi JSON API – thành phần quyết định các cấu trúc rẽ nhánh và điều hướng. Hiện nay, block thường được sử dụng cho các giao tiếp đơn giản, gửi các hình ảnh có sẵn, gọi JSON API cho các thuật toán phức tạp... Giao diện thiết lập block tương tự hình 3.4, trong đó: (1) chữ các nhóm và các block, (2) không gian biên tập block.

Phần **Set up AI** cho phép kết hợp các flows và blocks lại với nhau, thông qua việc nhận dạng từ ngữ nhận được, bot sẽ trả lời bằng *tin nhắn văn bản* (text messages) hoặc *chuyển hướng* (re-direct) sang các phần khác. Ở phần này (hình 3.5), người dùng có thể



Hình 3.4. Thiết đặt trả lời tự động với chức năng *Blocks*

thêm mới một *quy tắc* (rule – (1)), sau đó nhập các cụm từ vào mục (2) và thiết lập cách phản hồi của bot ở mục (3).



Hình 3.5. Thiết đặt trả lời tự động với chức năng *Set up AI*

Nếu sử dụng linh hoạt, ta hoàn toàn có thể tạo ra một chatbot tương tự người thật, với những khả năng được Chatfuel hỗ trợ:

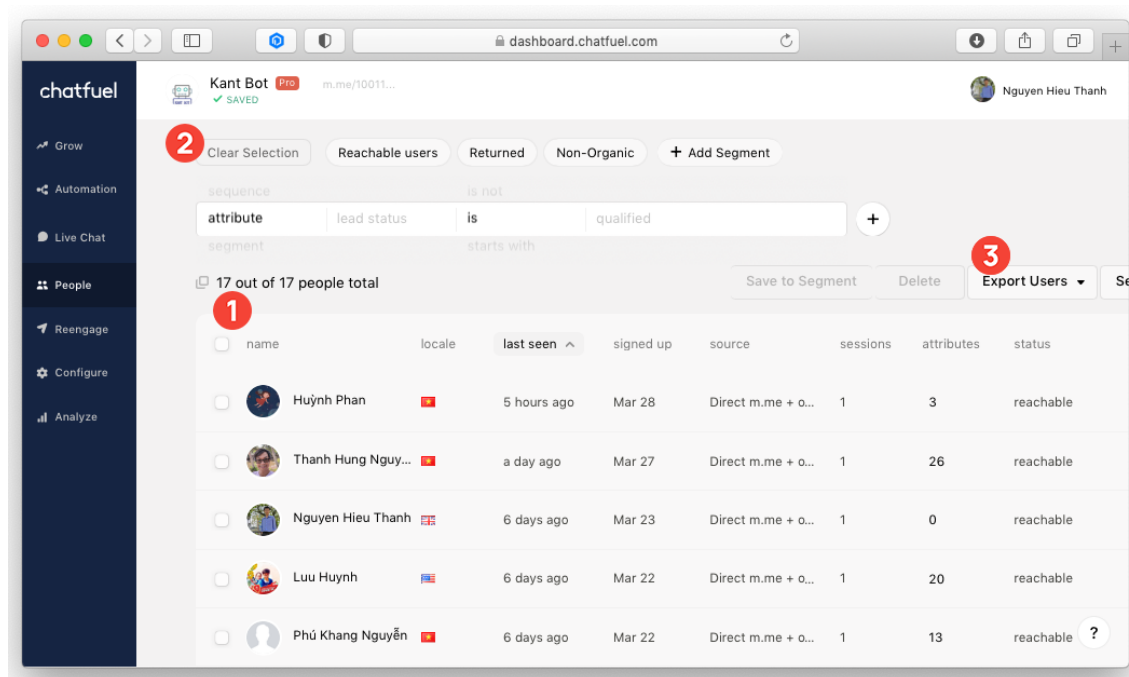
- Gửi hiệu ứng đang nhập tin nhắn.
- Gửi đi tin nhắn văn bản, hình ảnh, phim, âm thanh...

- Tạo một thư viện các sản phẩm, hình ảnh...
- Tạo ra các *lựa chọn nhanh* (quick replies) cho phép người dùng trả lời nhanh.
- Lưu lại tin nhắn vừa nhận được.
- Thiết đặt các *thuộc tính* (attribute) của người dùng.

Mục People

Mục people (hình 3.6) cung cấp danh sách chi tiết người dùng đã tương tác với bot, các thuộc tính có sẵn và các thuộc tính tự thiết lập:

- (1) Hiển thị danh sách người dùng và các thuộc tính, thời gian truy cập... Phần này có thể tùy chỉnh danh sách các cột tùy theo nhu cầu sử dụng.
- (2) Cung cấp chức năng lọc danh sách người dùng theo nhóm: người dùng chủ động nhắn tin với chatbot, người dùng nhấn vào quảng cáo, người dùng bình luận các bài đăng của fanpage...
- (3) Quản lý chung danh sách người dùng của chatbot, cụ thể: lưu vào nhóm nào đó, xóa người dùng, xuất dưới dạng tệp CSV (Comma-separated values).

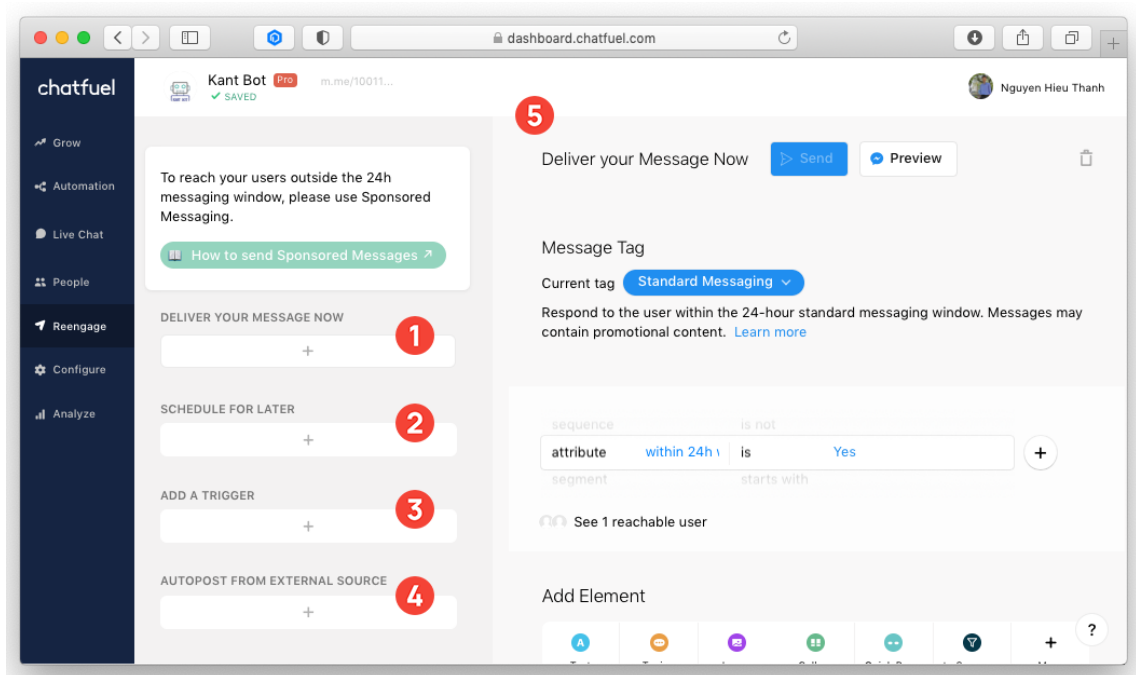


Hình 3.6. Giao diện danh sách người dùng đã tương tác với bot

Mục Re-engage

Chức năng này cung cấp nhiều cách để tương tác tự động với người dùng của bot. Chatfuel cho phép (1) gửi thủ công ngay lập tức, (2) lên lịch cho tin nhắn, (3) gửi tin nhắn theo một sự kiện được thiết lập sẵn (sau 24 giờ không tương tác, khi thay đổi một

thuộc tính...), (4) tự động gửi tin nhắn từ các nguồn bên ngoài chatfuel (qua JSON API). Tin nhắn được thiết kế và gửi từ *re-engage* hoàn toàn tương tự với giao diện thiết kế *blocks* (5).



Hình 3.7. Giao diện danh sách người dùng đã tương tác với bot

Chương 4

Thực nghiệm Sư phạm

Kết luận

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Vivamus iaculis quis quam a mollis. Maecenas vulputate viverra dui, vitae luctus elit porta sed. In fringilla eu augue ac pharetra. Donec sodales sem tortor, luctus fermentum est semper eu. Morbi ac leo vel sapien interdum commodo. Vivamus non aliquam leo. Aliquam ac enim et sapien imperdiet mollis pretium id nisi. Mauris non sagittis tortor. Vestibulum commodo, ante vel bibendum pharetra, neque enim venenatis tellus, sed dictum lectus justo vel diam.

Nulla facilisi. Etiam quis sapien vel dui tempus volutpat. Cras ut turpis non turpis posuere volutpat luctus eu magna. Curabitur ornare tellus felis, non hendrerit nisi luctus tristique. Aenean mollis faucibus scelerisque. Aenean commodo feugiat quam, hendrerit fringilla arcu feugiat in. Aliquam cursus luctus ex. Aenean aliquet varius nibh sit amet ullamcorper. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Pellentesque posuere leo ac vestibulum laoreet. Sed molestie, tellus vel vulputate malesuada, nulla leo imperdiet turpis, in facilisis libero mauris at odio.

Integer tincidunt sagittis turpis, at tincidunt sapien viverra ut. Fusce maximus est et nulla consectetur euismod. Maecenas accumsan vestibulum vehicula. Cras molestie odio ac ex tincidunt, in ullamcorper lectus tristique. Curabitur luctus sagittis arcu eget viverra. Curabitur eget justo odio. Duis vel neque sollicitudin, eleifend elit sit amet, facilisis lacus. Nam tempor elementum convallis. Aliquam id magna sed purus porta mollis vitae quis quam. Aenean ac dolor euismod, pellentesque quam eget, efficitur magna.

Tài liệu tham khảo

- [1] Richard Bellman. *An introduction to artificial intelligence: can computers think?* Thomson Course Technology, 1978.
- [2] A Lord Birnbaum. “Some latent trait models and their use in inferring an examinee’s ability”. In: *Statistical theories of mental test scores* (1968).
- [3] Ashok K Goel and Lalith Polepeddi. “Jill Watson”. In: *Learning Engineering for On-line Education: Theoretical Contexts and Design-Based Examples*. Routledge (2018).
- [4] Ashok K Goel and Lalith Polepeddi. *Jill Watson: A virtual teaching assistant for online education*. Tech. rep. Georgia Institute of Technology, 2016.
- [5] Lê Thái Hưng et al. “Phát triển hệ thống trắc nghiệm thích ứng trên máy tính: Nghiên cứu thử nghiệm đánh giá năng lực Toán học của học sinh lớp 10”. In: *VNU Journal of Science: Education Research* 35.4 (2019), pp. 49–63.
- [6] Trần Thị Tố Loan. “Ứng dụng mạng Bayes xây dựng hệ thống trắc nghiệm thích nghi”. PhD thesis. Trường Đại học Bách khoa – Đại học Đà Nẵng, 2017.
- [7] Nguyễn Thị Luyến. “Xây dựng hệ thống câu hỏi trắc nghiệm khách quan Nhị thức Newton lớp 11”. 2018.
- [8] Georg Rasch. *Probabilistic models for some intelligence and attainment tests*. ERIC, 1993.
- [9] Elaine Rich and Kevin Knight. *Artificial Intelligence*. McGraw-Hill, 1991.
- [10] ED Salin and PH Winston. “Machine learning and artificial intelligence: an introduction”. In: *Analytical chemistry (Washington, DC)* 64.1 (1992), 49A–60A.
- [11] Lâm Quang Thiệp. *Đo lường trong giáo dục: Lý thuyết và ứng dụng*. NXB Đại học Quốc gia Hà Nội, Hà Nội, 2011.
- [12] Hoàng Đức Thịnh. “Ứng dụng mã nguồn mở AIML xây dựng hệ thống Chatbot trợ giúp phương pháp học tập cho sinh viên ngành kỹ thuật”. PhD thesis. Đại học Đà Nẵng, 2011.
- [13] Nguyễn Thanh Thủy et al. “Trí tuệ nhân tạo trong thời đại số: Bối cảnh thế giới và liên hệ với Việt Nam”. In: *Tạp chí Công Thương – Các kết quả nghiên cứu khoa học và Ứng dụng công nghệ* (2018).
- [14] Nguyễn Trung Trực. “Xây dựng hệ thống câu hỏi trắc nghiệm khách quan Xác suất – Thống kê lớp 11”. 2018.