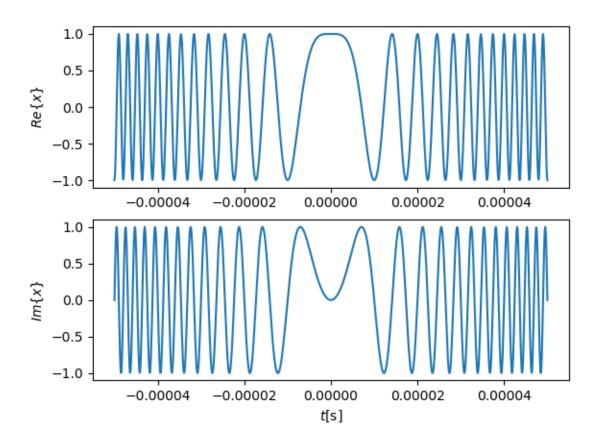
Домаћи задатак 2

Обрада радарских сигнала

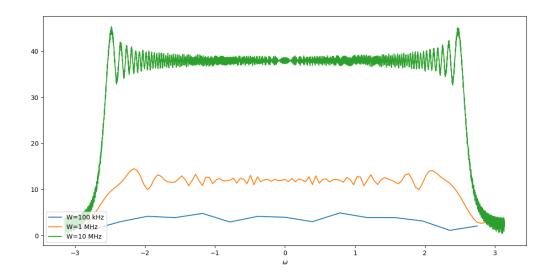
Један од најчешће кориштених радарских сигнала је комплексни линеарно фреквентно модулисан сигнал (LFM). Дефинисан је следећом једначином:

$$x(t) = e^{j\pi W t^2/T}$$
, $-\frac{T}{2} \le t < \frac{T}{2}$

Реални и имагинарни део сигнала приказан је на следећој слици.



LFM сигнал је импулс чије је трајање T секунди. Фреквенција је линеарна функција времена и током трајања импулса мења се од -W/2 до W/2 Hz. Ако је производ TW довољно велики, спектар LFM импулса може се апроксимирати правоугаоником од -W/2 до W/2 Hz. На следећој слици приказани су спектри за три LFM сигнала, истог трајања али са различитим вредностима W.



Спектар који је најприближнији правоугаоном облику је спектар сигнала са највећом вредношћу W.

Пошто знамо да се највећи део енергије LFM сигнала налази у фреквенцијском опсегу од -W/2 до W/2, можемо одредити његову дигиталну граничну фреквенцију.

Дигитална фреквенција је са аналогном фреквенцијом повезана следећом релацијом

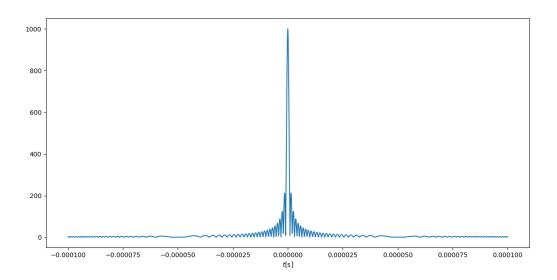
$$f=\frac{F}{Fs},$$

где је f дигитална фреквенција а Fs фреквенција одмеравања. Сигнал се одмерава p пута Никвитсовом брзином (W), па је фреквенција одмеравања pW. Дигитална гранична фреквенција добија се када у претходном изразу уместо F уврстимо $\pm W/2$.

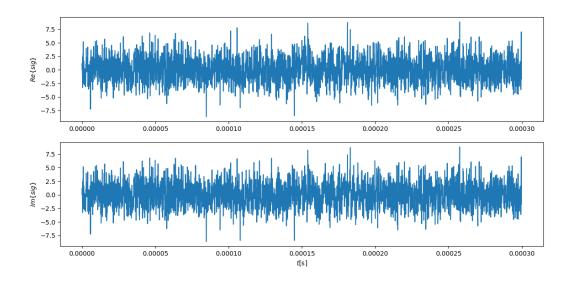
$$|f| = \frac{\frac{W}{2}}{Fs} = \frac{W}{2pW} = \frac{1}{2p}$$

Дигитална гранична кружна учестаност LFM сигнала једнака је $\pm 2\pi f = \pm \frac{\pi}{p}$.

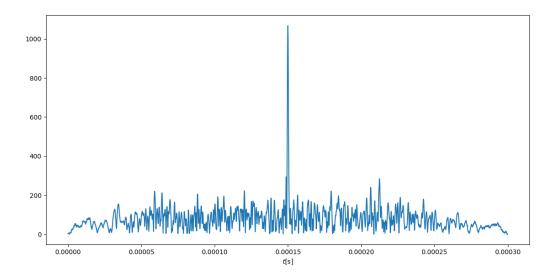
Одбијени сигнал филтрира се усклађеним филтром. На излазу овог филтра добијају се врло уски импулси велике амплитуде. На следећој слици приказан је сигнал добијен филтрирањем једног LFM импулса након што се одбио од циља на удаљености нула.



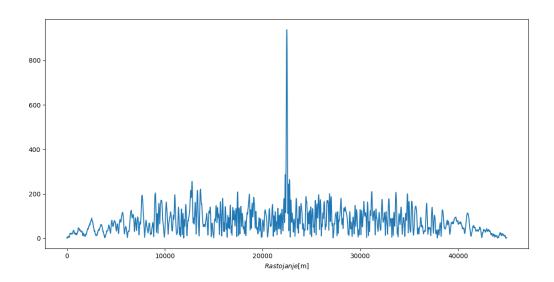
У пракси добијени сигнал није чист LFM импулс, него је његов облик нарушен шумом. Следећа слика приказује један такав сигнал.



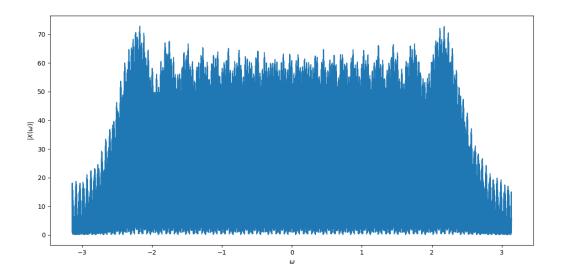
Овакав сигнал не може нам пуно помоћи у откривању удаљености циља, те због тога је потребно да се филтрира. Филтрирање се врши одговарајућим усклађеним филтром. На следећој слици приказан је резултат филтрирања овог сигнала.



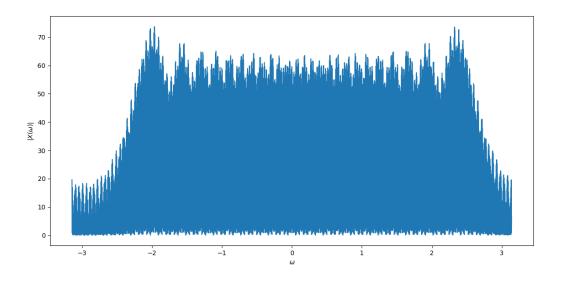
Сада можемо одредити на којој удаљености је посматрани објекат јер имамо информацију после колико времена је стигао сигнал одбијен од објекта. Сигнал се креће брзином светлости, па је растојање које пређе сигнал једнако производу брзине светлости и времена протеклог између генерисања и пријема сигнала. Удаљеност посматраног објекта је половина тог растојања.



У пракси се не шаље један импулс, него се генерише поворка LFM импулса. Посматра се спектар те поворке, те се на принципу Доплеровог ефекта (промени фреквенције сигнала који се одбија од циља) одређује брзина циља.

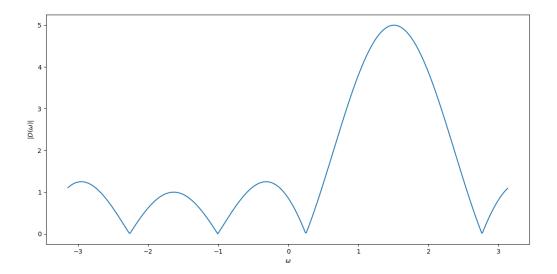


Доплеров помак може се моделовати множењем поворке импулса експоненцијалном функцијом. На следећој слици приказан је спектар поворке импулса чији је спектар приказан на претходној слици, али сада је поворка померена у фреквенцији за $\frac{2\pi}{31}$.



Због софтверских ограничења није могуће детектовати веома мале помаке. Минималан помак који се може детектовати одређен је растојањем између суседна два одмерка спектра x, а максималан детектабилни помак је $2\pi-x$.

За рачунање Доплеровог помака довољно је посматрати децимирани сигнал уместо комплетне поворке импулса. Децимирани сигнал формира се тако што се из сваког импулса примљене поворке импулса узме по један одмерак. Спектар таквог сигнала је приказан на следећој слици.

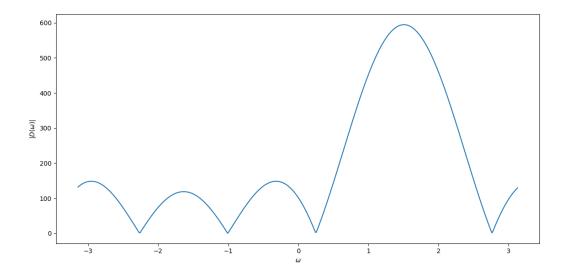


Амплитудски спектар одасланог децимираног сигнала је исти али је центриран у нули. Доплеров помак примљеног децимираног сигнала одређен је фреквенцијом максимума спектра $\omega_{\scriptscriptstyle M}$. Добија се тако што се $\omega_{\scriptscriptstyle M}$ подели са бројем одмерака који одговарају периоду понављања импулса поворке.

Примети се да јачина претходног спектра није много велика. То може бити проблем, јер у пракси импулси се не одбијају само од жељеног циља, него од свих објеката у околини. Сваки тај импулс одбијен од локалних објеката доприноси изобличењу спектра.

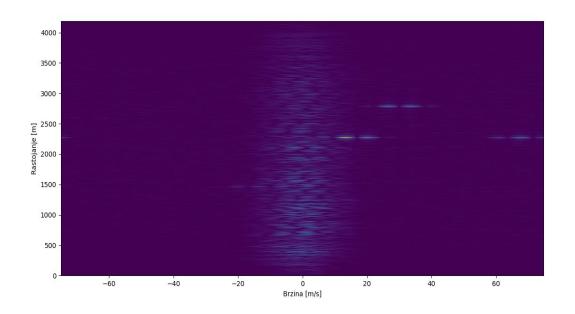
Ако примљену поворку филтрирамо усклађеним филтром а затим је децимирамо узимајући одмерке из околине врхова одзива, добићемо исти облик спектра али значајно веће вредности.

Напомена: Сви приказани спектри рачунати су коришћењем функције fft у N тачака, где је N први већи број од дужине сигнала над којим је вршена fft, а да је притом и степен броја два. Разлог за то је што постоје ефикасни алгоритми за рачунање fft у N тачака, када је N степен броја два.

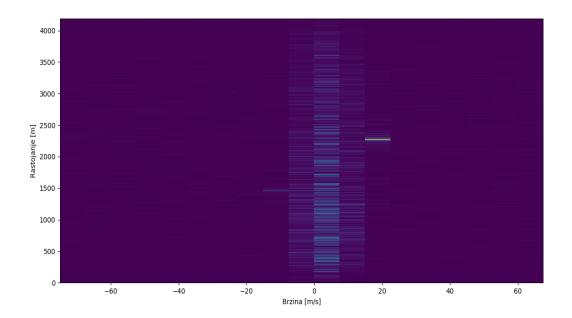


Доплеров помак рачуна се на исти начин као што је описано за претходни спектар.

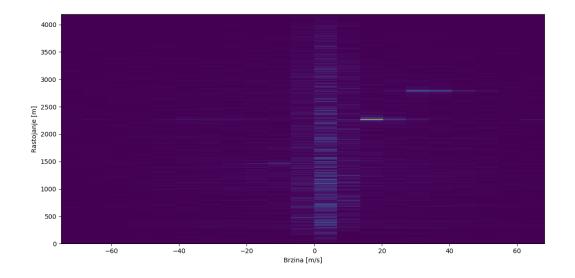
Матрицу одмерака DTFT сваког од примљених филтрираних сигнала можемо повезати са брзином кретања и растојањем циља од радара. Међутим, примљени сигнали су значајно нарушени шумом, те морамо да покушамо некако да распознамо положај четири циља у матрици одмерака. Погледајмо прво како графички изгледа матрица одмерака. Овде пре него што ћемо урадити FFT импулса, помножили смо импулсе прозорском функцијом како би смањили цурење спектра.



Претходна слика може дати одговор на којој удаљености се налазе циљеви, међутим није јасно о колико циљева се ради и којом брзином се крећу. Покушајмо сада вршити FFT импулса у онолико тачака колика је њихова дужина.



Овај график показује да имамо само два циља. Међутим поприлично добро нам говори о брзини и растојању та два циља. Погледајмо како изгледа график за нешто већи број тачака FFT.



Ни помоћу овога графика не можемо прецизно одредити брзину и растојање циљева. Међутим, сваки од ова три графика дао нам је неку информацију о циљевима. Комбиновањем тих информација, можемо утврдити брзине и растојања циљева.

Циљ	Брзина $\left[\frac{m}{s}\right]$	Растојање [km]
1	14	2.3
2	68	2.3
3	32	2.8
4	-11	1.5

Софтверска обрада радарских сигнала је веома једноставна, довољно брза и јефтина. Проблем настаје када пријемни сигнал није очекиваног облика или је значајно нарушен шумом. Софтвер не може да зна да ли је примљени сигнал одбијен од мете или од неког другог објекта у околини. Међутим, радар имплементиран на овакав начин може се употребљавати у неке мање важне сврхе.