Топологический анализ данных и операторы Ходжа (теория)

Владимир Латыпов

donrumata03@gmail.com

Vladimir Latypov

donrumata03@gmail.com

Содержание

1 Матчасть

1.1 Общая топология

1.1.1 Сумма топологических пространств

1.1.2 Произведение топологических пространств

Произведение, поддерживающее бесконечный случай: элементы имеют вид

$$f : S \to \bigcup_{s \in S} X_s \quad f(s) \in X_s$$

Т.е. для каждого пространства выдаёт один элемент из него.

> **Определение 1.1.2.1** *(Произведение Тихонова)* Самая слабая топология, на которой проекторы непрерывны (предбаза $\{p^{-1}(U), U \in \tau_i\}$).
>
> Эквивалентно: Открытые множества — все наборы из открытых, $\{i \mid U_i \neq X_i\}$ — конечно.

Коробочная топология — более сильная, там нет требования про конечность количества не совпадающих со всем пространством множеств. Но для конечного случая они эквивалентны.

Теорема 1.1.2.2 *(Тихонов)* Если пространства компактны, то их тихоновское произведение — тоже.

> **Определение 1.1.2.3** *(Универсальное свойство)* для класса пространств, обладающим свойством — пространство, обладающее свойством, т.ч. любое другое из этого класса вкладывается в него (вложение — непрерывная инъекция).

Теорема 1.1.2.4 *(Тихоновский куб)* $[0, 1]^M$ — универсально для Тихоновских пространств с базой мощности M (где M — ординал).

1.2 Симплициальные гомологии

Это как матроиды без аксиомы замены.

- Тривиальная геометрическая реализация комплекса — в пространстве $\mathbb{R}^{|V|}$: $v_0 \mapsto \mathbb{0}, v_i \mapsto e_i$
- Т.: Можно уложить комплекс в $\mathbb{R}^{2k+1}$ без самопересечений