

Линейная Алгебра. Заметки по практике

Латыпов Владимир

15 октября 2021 г.

Содержание

1	Занятие 1	3
2	Занятие 2 (начало долбёжки с векторами)	3
3	Занятие номер 3 (долбёжка с векторами)	3
4	Занятие номер 4 (продолжение долбёжки с векторами)	4
5	Занятие номер 5 (конец долбёжки с векторами)	4

1. Занятие 1

2. Занятие 2 (начало долбёжки с векторами)

Направляющие косинусы = орт - отношения координат к длине, то есть длина орта = 1

Можно ли составить вектор с заданными координатами? Смотрим, верно ли, что $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

Чтобы построить биссектрису нужной длины делаем оба вектора равной длины и

Как найти координаты вектора в базисе? Просто решить систему уравнений

$$\vec{v} = c_1 \times \vec{vb}_1 + c_2 \times \vec{vb}_2 + c_3 \times \vec{vb}_3 =$$
$$c_1 \times \begin{pmatrix} vb_{1x} \\ vb_{1y} \\ vb_{1z} \end{pmatrix} + c_2 \times \begin{pmatrix} vb_{2x} \\ vb_{2y} \\ vb_{2z} \end{pmatrix} + c_3 \times \begin{pmatrix} vb_{3x} \\ vb_{3y} \\ vb_{3z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \quad (1)$$

На тупость угла с осью OZ влияет только координата z.

Мнемоническое правило для вычисления векторного произведения: записываем координаты векторов в друг под другом, записываем:

1. Закрываем первый столбец, записываем определитель
2. Закрываем второй, записываем определитель **со знаком минус!**. Все про этот минус забывают!
3. Закрываем третий столбец, записываем определитель

Площадь треугольника - это половина площади соответствующего параллелограмма, то есть половина векторного произведения векторов, на которые он натянут (векторы являются сторонами и отложены от одной точки).

3. Занятие номер 3 (долбёжка с векторами)

Как найти остальные вершины треугольника по одной точке-вершине и двум медианам, через неё не проходящим? Введём по две неизвестных на точку. Перейдём к одной, ведь прямая известна. Вторая либо

константа, либо её можно выразить через первую с помощью уравнения. Составим систему из расчёта на то, что середина сторон - это среднее арифметическое векторов

Как найти остальные вершины треугольника по одной точке-вершине и двум биссектрисам, через неё не проходящим? Отразим известную точку относительно обеих биссектрис, проведём через два отражения прямую. Эта прямая будет содержать противоположную сторону. А противоположная сторона будет зажата на этой прямой между точками пересечения с биссектрисами.

4. Занятие номер 4 (продолжение долбёжки с векторами)

Как найти уравнение плоскости по, например, трём точкам? Делаем из них два вектора, векторно перемножаем, получаем нормальный вектор. Далее - можно подсчитать коэффициент D через уравнение.

Как найти расстояние от точки до прямой, заданной через направляющий вектор?

$$d = \rho(P, L) = \frac{|\vec{S} \times \vec{M_0P}|}{|\vec{S}|} \quad (2)$$

5. Занятие номер 5 (конец долбёжки с векторами)

Расстояние между прямыми: если параллельны, один алгоритм, иначе - другой (для пересекающихся другой тоже работает)

Для параллельных - через параллелограмм. Иначе - через параллелепипед.