# Типовик по линейной алгебре модуль 1: Задание 3 «Векторная алгебра»

Латыпов Владимир Витальевич,
ИТМО КТ M3138, ***вариант 12***

7 октября 2021 г.

# Содержание

# 1. Формулировка условия

**Утверждение 1.** Условие таково:

12. $A(3,1,2), B(1,4,8), C(3,4,-2), D(1,7,8)$

# 2. Нахождение разности векторов

$$\overrightarrow{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (-2,3,6) \tag{1}$$

# 3. Нахождение модуля вектора

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2 + 6^2} = 7 \tag{2}$$

# 4. Нахождение векторного произведения векторов

$$\overrightarrow{AC} = \vec{C} - \vec{A} = (0,3,-4) \tag{3}$$

$$\begin{multline}\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \\ (AB_y AC_z - AB_z AC_y,\ AB_z AC_x - AB_x AC_z,\ AB_x AC_y - AB_y AC_x) = \\ (3 \cdot -4 - (6 \cdot 3), 6 \cdot 0 - (-2 \cdot -4), -2 \cdot 3 - (3 \cdot 0)) = \\ (-12 - 18, -8, -6) = (-\mathbf{30}, -\mathbf{8}, -\mathbf{6})\end{multline} \tag{4}$$

# 5. Косинус фи

$$\begin{multline}\cos\varphi = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \\ \frac{0 \cdot -2 + 3 \cdot 3 + 6 \cdot -4}{7 \cdot \sqrt{0 + 9 + 16}} = \\ \frac{9 - 24}{7 \cdot 5} = \frac{-15}{5 \cdot 7} = -\frac{3}{7}\end{multline} \tag{5}$$

## 6. Направляющий вектор биссектрисы

$$\sphericalangle 5\overrightarrow{AB}, 7\overrightarrow{AC} \tag{6}$$

Они имеют равную длину 35, поэтому медиана — это биссектрисса, нужно же — найти лишь направление, поэтому берём сумму.

$$\vec{b} = 5\overrightarrow{AB} + 7\overrightarrow{AC} = (-10, 15, 30) + (0, 21, -28) = (-10, 36, 2) \tag{7}$$

## 7. Площадь треугольника

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right| = \frac{1}{2}\sqrt{900 + 16 + 36} = \sqrt{238} \tag{8}$$

## 8. Объём пирамиды

$$\overrightarrow{AD} = (-2, 6, 6) \tag{9}$$

$$V_{pyramid\ ABCD} = \frac{1}{6}V_{parallelepiped\ ABCD} = \frac{1}{6}\left|(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})\right| = \frac{1}{6}\left\|\begin{matrix} -2 & 3 & 6 \\ 0 & 3 & -4 \\ -2 & 6 & 6 \end{matrix}\right\| = \frac{1}{6} \cdot 24 = 4 \tag{10}$$

## 9. Высота пирамиды

$$h_D = \frac{3V_{pyramid\ ABCD}}{S_{ABC}} = \frac{3 \cdot 4}{\sqrt{238}} = \frac{6\sqrt{238}}{119} \tag{11}$$