Типовик по линейной алгебре модуль 1: Задания 1 и 2

Латыпов Владимир Витальевич,
ИТМО КТ M3138, ***вариант 12***

26 сентября 2022 г.

Содержание

1 Задание 1 **3**

1.1 Способ №1 3

1.2 Способ №2 4

1.3 Способ №3 5

2 Задание 2 **5**

1. Задание 1

1.1. Способ №1

$$
\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 8 \\ 1 & 5 & 4 & -9 \\ 2 & 4 & 6 & -9 \\ 1 & 2 & 3 & -4 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{2+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 2 & 8 \\ 4 & 6 & -9 \\ 2 & 3 & -4 \end{vmatrix} + 5 \cdot (-1)^{2+2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 & 8 \\ 2 & 6 & -9 \\ 1 & 3 & -4 \end{vmatrix} +
$$

$$
4 \cdot (-1)^{2+3} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & -9 \\ 1 & 2 & -4 \end{vmatrix} + -9 \cdot (-1)^{2+4} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} =
$$

$$
-1 \begin{vmatrix} 2 & 2 & 8 \\ 4 & 6 & -9 \\ 2 & 3 & -4 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 2 & 6 & -9 \\ 1 & 3 & -4 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & -9 \\ 1 & 2 & -4 \end{vmatrix} - 9 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} =
$$

$$
-1 \left(2 \times (-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} 6 & -9 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} + 2 \times (-1)^{1+2} \times \begin{vmatrix} 4 & -9 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} + 8 \times (-1)^{1+3} \times \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \right)
$$

$$
+5 \left(3 \times (-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} 6 & -9 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} + 2 \times (-1)^{1+2} \times \begin{vmatrix} 2 & -9 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} + 8 \times (-1)^{1+3} \times \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \right)
$$

$$
-4 \left(3 \times (-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} 4 & -9 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} + 2 \times (-1)^{1+2} \times \begin{vmatrix} 2 & -9 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} + 8 \times (-1)^{1+3} \times \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \right)
$$

$$
-9 \left(3 \times (-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + 2 \times (-1)^{1+2} \times \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 2 \times (-1)^{1+3} \times \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \right) =
$$

$$
-1\,(2(-24+27) - 2(-16+18) + 8(12-12)) + 5\,(+3(-24+27) - 2(-8+9) + 8(6-6))
$$

$$
-4\,(+3(-16+18) - 2(-8+9) + 8(4-4)) - 9\,(+3(12-12) - 2(6-6) + 2(4-4)) = 17 \tag{1}
$$

1.2. Способ №2

$$\begin{vmatrix}3 & 2 & 2 & 8\\1 & 5 & 4 & -9\\2 & 4 & 6 & -9\\1 & 2 & 3 & -4\end{vmatrix} = 2\times(-1)^{3+1}\times\begin{vmatrix}1 & 5 & -9\\2 & 4 & -9\\1 & 2 & -4\end{vmatrix} + 4\times(-1)^{3+2}\times\begin{vmatrix}3 & 2 & 8\\2 & 4 & -9\\1 & 2 & -4\end{vmatrix} +$$
$$6\times(-1)^{3+3}\times\begin{vmatrix}3 & 2 & 8\\1 & 5 & -9\\1 & 2 & -4\end{vmatrix} + 3\times(-1)^{3+4}\times\begin{vmatrix}3 & 2 & 8\\1 & 5 & -9\\2 & 4 & -9\end{vmatrix} =$$
$$2\left(1\times(-1)^{1+1}\times\begin{vmatrix}4 & -9\\2 & -4\end{vmatrix} + 5\times(-1)^{1+2}\times\begin{vmatrix}2 & -9\\1 & -4\end{vmatrix} + (-9)\times(-1)^{1+3}\times\begin{vmatrix}2 & 4\\1 & 2\end{vmatrix}\right)$$
$$-4\left(3\times(-1)^{1+1}\times\begin{vmatrix}4 & -9\\2 & -4\end{vmatrix} + 2\times(-1)^{1+2}\times\begin{vmatrix}2 & -9\\1 & -4\end{vmatrix} + 8\times(-1)^{1+3}\times\begin{vmatrix}2 & 4\\1 & 2\end{vmatrix}\right)$$
$$+6\left(1\times(-1)^{3+1}\times\begin{vmatrix}2 & 8\\5 & -9\end{vmatrix} + 2\times(-1)^{3+2}\times\begin{vmatrix}3 & 8\\1 & -9\end{vmatrix} - 4\times(-1)^{3+3}\times\begin{vmatrix}3 & 2\\1 & 5\end{vmatrix}\right)$$
$$-3\left(2\times(-1)^{3+1}\times\begin{vmatrix}2 & 8\\5 & -9\end{vmatrix} + 4\times(-1)^{3+2}\times\begin{vmatrix}3 & 8\\1 & -9\end{vmatrix} - 9\times(-1)^{3+3}\times\begin{vmatrix}3 & 2\\1 & 5\end{vmatrix}\right)$$
$$= 2(1(-16+18)-5(-8+9)-9(4-4))-4(3(-16+18)-2(-8+9)+8(4-4))$$
$$+6(1(-18-40)-2(-27-8)-4(15-2))-3(2(-18-40)-4(-27-8)-9(15-2))$$
$$= 2\cdot -3 - 4\cdot 4 + 6\cdot -40 - 3\cdot -93 = 17 \quad \textbf{(2)}$$

1.3. Способ №3

$$\begin{vmatrix}3&2&2&8\\1&5&4&-9\\2&4&6&-9\\1&2&3&-4\end{vmatrix} = -\begin{vmatrix}1&5&4&-9\\3&2&2&8\\2&4&6&-9\\1&2&3&-4\end{vmatrix} = -\begin{vmatrix}1&5&4&-9\\0&-13&-10&35\\0&-6&-2&9\\0&-3&-1&5\end{vmatrix} = -\begin{vmatrix}1&5&4&-9\\0&-13&-10&35\\0&0&0&-1\\0&-3&-1&5\end{vmatrix} =$$

$$= -\begin{vmatrix}1&5&4&-9\\0&-13&-10&35\\0&0&0&-1\\0&-3&-1&5\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}1&5&4&-9\\0&-13&-10&35\\0&-3&-1&5\\0&0&0&-1\end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix}1&5&4&-9\\0&-13&-10&35\\0&-3+13\cdot\frac{3}{13}&-1+10\cdot\frac{3}{13}&5-35\cdot\frac{3}{13}\\0&0&0&-1\end{vmatrix} = 1\cdot-13\cdot\left(-1+10\frac{3}{13}\right)\cdot-1 = 17 \tag{3}$$

2. Задание 2

$$\begin{cases}x+4y+3z=1\\2x+3y+2z=-2\\3x+y+z=-3\end{cases} \tag{4}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix}1&4&3\\2&3&2\\3&1&1\end{vmatrix} = -4 \tag{5}$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix}1&4&3\\-2&3&2\\-3&1&1\end{vmatrix} = 6 \tag{6}$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix}1&1&3\\2&-2&2\\3&-3&1\end{vmatrix} = 8 \tag{7}$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix}1&4&1\\2&3&-2\\3&1&-3\end{vmatrix} = -14 \tag{8}$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = -1.5 \tag{9}$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = -2 \tag{10}$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = 3.5 \tag{11}$$

$$\tag{12}$$

Проверим:

$$\begin{cases} -1.5 + 4 \cdot -2 + 3 \cdot 3.5 == 1 \\ 2 \cdot -1.5 + 3 \cdot -2 + 2 \cdot 3.5 == -2 \\ 3 \cdot -1.5 + -2 + 3.5 == -3 \end{cases} \tag{13}$$