ДЗ 10
(ординалы)

Владимир Латыпов
donrumata03@gmail.com

Содержание

2 Равенство упорядоченных пар

Лемма 2.1 *(Формализация разбора случаев)* Можно «разделить» на несколько частей, в зависимости от условий, представимых в исчислении (не обязаительно дизъюнктных), дизъюнкция которых ($\alpha_1 \lor \alpha_2 \lor \ldots$) доказуема, и при каждом доказуемо γ. Тогда верна γ.

Доказательство Очевидно из введения конъюнкции и схемы аксиом 8 и MP □

Замечание 2.2 Если в какой-то ветке противоречие, она считается доказанной.

В сторону $a = c \land b = d \to \langle a, b\rangle = \langle c, d\rangle$ — очевидно из определения равенства.

В другую сторону имеем:

$$\{\{a\}, \{a, b\}\} \supset\subset \{\{c\}, \{c, d\}\}$$

То есть

$$\begin{gathered}\{a\} = \{c\} \lor \{a\} = \{c, d\} \\ \{a, b\} = \{c\} \lor \{a, b\} = \{c, d\} \\ \{c\} = \{a\} \lor \{c\} = \{a, b\} \\ \{c, d\} = \{a\} \lor \{c, d\} = \{a, b\}\end{gathered}$$

Рассмотрим случаи:

1. $a = b$. Тогда $\langle a, b\rangle$ = $\{\{a\}, \{a, b\}\} = \{\{a\}, \{a, a\}\} = \{\{a\}, \{a\}\} = \{\{a\}\}$.
2. $c = d$ — аналогично
3. $a \neq b \land c \neq d$. Тогда по транзитивности равнества случаи такие:
   1. $\{c\} = \{a\} \land \{c\} \neq \{a, b\}$, то есть $c = a \land c \neq b$. Тогда $\{c, d\} = \{a, b\}$, так как $\{c, d\} \neq \{a\}$, ведь $c \neq d \Rightarrow d \neq a$.
   2. $\{c\} \neq \{a\} \land \{c\} = \{a, b\}$, но $c \neq a$. Этого случая не сущетсвует.

3

a. …

b. $$\varphi(x) := \neg(x \in b)$$

   $a \setminus b \equiv \{x \in a \mid \varphi(x)\}$ aka `filter φ a`

c.