

Типовик по линейной алгебре модуль 2: Задания
3 «Функции комплексного переменного» и 4
«Нахождение корней многочлена»

Латыпов Владимир Витальевич,
ИТМО КТ М3138, **вариант 12**

25 ноября 2021 г.

1. Формулировка условия задания 3

Утверждение 1. Условие таково:

Найти все значения функции в указанной точке:

12. $\sin(1 - 5i)$

2. Решение задания 3

Заметим, что функция однозначна. По нашем определению синуса комплексного числа:

$$\sin(z) = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i} = \frac{e^{i(x+yi)} - e^{-i(x+yi)}}{2i} = \frac{e^{-y+ix} - e^{y-ix}}{2i} = \frac{e^{-y}e^{ix} - e^ye^{-ix}}{2i} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \sin(1 - 5i) &= \frac{e^5e^i - e^{-5}e^{-i}}{2i} = \\ &= -\frac{i}{2}(e^5(\cos 1 + i \sin 1) - e^{-5}(\cos 1 - i \sin 1)) = \\ &= -\frac{i}{2}(\cos 1(e^5 - e^{-5}) + i \sin 1(e^5 + e^{-5})) = \\ &= \frac{1}{2} \sin 1(e^5 + e^{-5}) + \frac{1}{2}i \cos 1(e^{-5} - e^5) \quad (2) \end{aligned}$$

3. Формулировка условия задания 4

Утверждение 2. Условие таково:

Найти корни многочлена и изобразить их на комплексной плоскости.

12. $z^4 + z^2 - 2$

4. Решение задания 4

Положим $t = z^2$.

$$t^2 + t - 2 = 0 \quad (3)$$

$$t_{1,2} = \{-2, 1\} \quad (4)$$

Для каждого значения t есть два решения уравнения $z^2 = t$ (то есть $z = \sqrt{t}$):

$$\begin{cases} z = 1 \\ z = e^{i\pi} = -1 \\ z \in \sqrt{-2} = \sqrt{2}e^{i\pi} = \{\sqrt{2}e^{\frac{i\pi}{2}}, \sqrt{2}e^{\frac{3i\pi}{2}}\} \end{cases} \quad (5)$$

То есть значения:

$$\{1, -1, i\sqrt{2}, -i\sqrt{2}\} \quad (6)$$

5. Иллюстрация к заданию 4