Типовик по линейной алгебре модуль 1: Задания 1 и 2

Латыпов Владимир Витальевич,
ИТМО КТ м3138, **вариант 12**

1 октября 2021 г.

1. Задание 1

1.1. Способ №1

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 8 \\ 1 & 5 & 4 & -9 \\ 2 & 4 & 6 & -9 \\ 1 & 2 & 3 & -4 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{2+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 2 & 8 \\ 4 & 6 & -9 \\ 2 & 3 & -4 \end{vmatrix} + 5 \cdot (-1)^{2+2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 & 8 \\ 2 & 6 & -9 \\ 1 & 3 & -4 \end{vmatrix} +$$

$$4 \cdot (-1)^{2+3} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & -9 \\ 1 & 2 & -4 \end{vmatrix} + -9 \cdot (-1)^{2+4} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$-1 \begin{vmatrix} 2 & 2 & 8 \\ 4 & 6 & -9 \\ 2 & 3 & -4 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 8 \\ 2 & 6 & -9 \\ 1 & 3 & -4 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & -9 \\ 1 & 2 & -4 \end{vmatrix} - 9 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$-1 \left(2 \times (-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} 6 & -9 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} + 2 \times (-1)^{1+2} \times \begin{vmatrix} 4 & -9 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} + 8 \times (-1)^{1+3} \times \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \right)$$

$$+5 \left(3 \times (-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} 6 & -9 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} + 2 \times (-1)^{1+2} \times \begin{vmatrix} 2 & -9 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} + 8 \times (-1)^{1+3} \times \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \right)$$

$$-4 \left(3 \times (-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} 4 & -9 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} + 2 \times (-1)^{1+2} \times \begin{vmatrix} 2 & -9 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} + 8 \times (-1)^{1+3} \times \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \right)$$

$$-9 \left(3 \times (-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + 2 \times (-1)^{1+2} \times \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 2 \times (-1)^{1+3} \times \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \right) =$$

$$-1 \left(2(-24+27) - 2(-16+18) + 8(12-12) \right) + 5 \left(+3(-24+27) - 2(-8+9) + 8(6-6) \right)$$

$$-4 \left(+3(-16+18) - 2(-8+9) + 8(4-4) \right) - 9 \left(+3(12-12) - 2(6-6) + 2(4-4) \right) = 17$$

$$\tag{1}$$

1.2. Способ №2

$$
\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 8 \\ 1 & 5 & 4 & -9 \\ 2 & 4 & 6 & -9 \\ 1 & 2 & 3 & -4 \end{vmatrix} = 2 \times (-1)^{3+1} \times \begin{vmatrix} 1 & 5 & -9 \\ 2 & 4 & -9 \\ 1 & 2 & -4 \end{vmatrix} + 4 \times (-1)^{3+2} \times \begin{vmatrix} 3 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & -9 \\ 1 & 2 & -4 \end{vmatrix} +
$$

$$
6 \times (-1)^{3+3} \times \begin{vmatrix} 3 & 2 & 8 \\ 1 & 5 & -9 \\ 1 & 2 & -4 \end{vmatrix} + 3 \times (-1)^{3+4} \times \begin{vmatrix} 3 & 2 & 8 \\ 1 & 5 & -9 \\ 2 & 4 & -9 \end{vmatrix} =
$$

$$
2 \cdot -3 - 4 \cdot 4 + 6 \cdot -40 - 3 \cdot -93 = 17 \quad (2)
$$

1.3. Способ №3

$$
\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 8 \\ 1 & 5 & 4 & -9 \\ 2 & 4 & 6 & -9 \\ 1 & 2 & 3 & -4 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 5 & 4 & -9 \\ 3 & 2 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & 6 & -9 \\ 1 & 2 & 3 & -4 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 5 & 4 & -9 \\ 0 & -13 & -10 & 35 \\ 0 & -6 & -2 & 9 \\ 0 & -3 & -1 & 5 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 5 & 4 & -9 \\ 0 & -13 & -10 & 35 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & -1 & 5 \end{vmatrix} =
$$

$$
= - \begin{vmatrix} 1 & 5 & 4 & -9 \\ 0 & -13 & -10 & 35 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & -1 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 4 & -9 \\ 0 & -13 & -10 & 35 \\ 0 & -3 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} =
$$

$$
\begin{vmatrix} 1 & 5 & 4 & -9 \\ 0 & -13 & -10 & 35 \\ 0 & -3 + 13 \cdot \frac{3}{13} & -1 + 10 \cdot \frac{3}{13} & 5 - 35 \cdot \frac{3}{13} \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot -13 \cdot \left(-1 + 10\frac{3}{13}\right) \cdot -1 = 17
$$

$$(3)$$

2. Задание 2

$$
\begin{cases} x + 4y + 3z = 1 \\ 2x + 3y + 2z = -2 \\ 3x + y + z = -3 \end{cases} \quad (4)
$$

3

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -4 \tag{5}$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -2 & 3 & 2 \\ -3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 6 \tag{6}$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 8 \tag{7}$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 3 & 1 & -3 \end{vmatrix} = -14 \tag{8}$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = -1.5 \tag{9}$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = -2 \tag{10}$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = -3.5 \tag{11}$$

$$\tag{12}$$