

Типовик по линейной алгебре модуль 2:
Задание 6. «Сумма и пересечение
подпространств»

Латыпов Владимир Витальевич,
ИТМО КТ М3138, **вариант 12**

23 декабря 2021 г.

1. Формулировка условия

Утверждение 1. Условие таково:

$$A_1 = (1 \ 3 \ -1 \ 1 \ 2)^T \quad (1)$$

$$A_2 = (3 \ 1 \ -1 \ 5 \ 4)^T \quad (2)$$

$$B_1 = (1 \ -2 \ 2 \ 4 \ -1)^T \quad (3)$$

$$B_2 = (-1 \ 2 \ -1 \ -5 \ -1)^T \quad (4)$$

$$B_3 = (1 \ -1 \ 1 \ 3 \ 0)^T \quad (5)$$

2. Нахождение базиса и размерности суммы

Сконкатенируем столбцы в матрицу и посчитаем её ранг и базисные вектора.

$$\begin{aligned} \operatorname{rg} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 5 & 4 & -5 & 3 \\ 2 & 4 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} &= \operatorname{rg} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -8 & -5 & 5 & -4 \\ 0 & 2 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 3 & -4 & 2 \\ 0 & -2 & -3 & 1 & -2 \end{pmatrix} \\ &= \operatorname{rg} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -8 & -5 & 5 & -4 \\ 0 & 8 & 12 & -8 & 8 \\ 0 & 8 & 12 & -16 & 8 \\ 0 & -8 & -12 & 4 & -8 \end{pmatrix} = \operatorname{rg} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 8 & 12 & -8 & 8 \\ 0 & 0 & 7 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 0 \end{pmatrix} \quad (6) \end{aligned}$$