Программа курса «Аналитическая геометрия и линейная алгебра».
1 семестр.

Аналитическая геометрия.

1. Понятие вектора и основные определения с ним связанные. Линейные операции над векторами. Базис и координаты вектора, арифметические действия с векторами в координатной форме (теорема и следствие). Критерий коллинеарности векторов. Понятие линейной независимости векторов.
2. Декартовая система координат. Задача о делении отрезка в заданном отношении. Декартовая прямоугольная система координат. Длина вектора, орт вектора, направляющие косинусы, проекция вектора на направление.
3. Полярная система координат на плоскости и её связь с декартовой. Преобразования декартовой системы координат на плоскости и в пространстве (поворот, параллельный перенос).
4. Скалярное произведение векторов и его свойства. Выражение координат вектора через скалярное произведение. Критерий ортогональности векторов. Формула скалярного произведения в координатном представлении.
5. Векторное произведение векторов и его свойства (кроме аддитивности). Критерий коллинеарности векторов. Формула векторного произведения в координатном представлении.
6. Смешанное произведение векторов и его свойства. Доказательство аддитивности векторного произведения. Критерий компланарности векторов. Формула смешанного произведения в координатном представлении. Двойное векторное произведение.
7. Теорема об общем уравнении прямой на плоскости. Различные способы задания прямой на плоскости: общее уравнение прямой, уравнение в отрезках, через точку и нормаль, параметрическое, каноническое и нормальное уравнения прямой. Вычисление расстояния от точки до прямой. Полярное уравнение прямой. Взаимное расположение прямых на плоскости.
8. Теорема об общем уравнении плоскости в пространстве. Различные способы задания плоскости в пространстве: общее уравнение плоскости, уравнение в отрезках, через точку и нормаль, нормальное уравнение плоскости. Вычисление расстояния от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей в пространстве.
9. Два способа задания прямой в пространстве (переход от одного способа задания к другому). Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Взаимное расположение прямых в пространстве, вычисление расстояния между прямыми. Задача о поиске общего перпендикуляра скрещивающихся прямых. Задача о поиске точки симметричной относительно заданной прямой (плоскости), уравнение плоскости через определитель.
10. Алгебраические кривые второго порядка на плоскости. Канонические уравнения эллипса, гиперболы, параболы. Вторые определения эллипса, гиперболы, параболы. Уравнения директрис и касательных к эллипсу, гиперболе, параболе. Полярные уравнения эллипса, гиперболы, параболы. Оптические свойства.
11. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.
12. Алгебраические поверхности второго порядка. Определение геометрической формы поверхности второго порядка по ее уравнению (метод сечений). Цилиндрические поверхности.

Линейная алгебра.

Гл. I Основные Алгебраические структуры.

1. Законы композиции. Ассоциативность, коммутативность алгебраических операций. Алгебраическая структура, группа, кольцо, поле. Основные свойства, примеры.
2. Линейное пространство, алгебра. Основные свойства, примеры.
3. Нормированные линейные пространства и алгебры. Примеры.
4. Отношение эквивалентности, фактор-структуры.

Гл. II Алгебра комплексных чисел.

1. Нормированное пространство $(\mathbb{C},|\cdot|)$. Модуль комплексного числа. Различные формы записи комплексных чисел: декартовая, алгебраическая, тригонометрическая, показательная. Примеры. Операция умножения на множестве комплексных чисел, различные формы записи. Нормированная алгебра $(\mathbb{C},|\cdot|)$.
2. Операция сопряжения и деления на множестве комплексных чисел, основные свойства. Поле комплексных чисел. Свойства экспоненты чисто мнимого числа. Формулы Эйлера, Муавра, корня n – ой степени. Вычисление квадратного корня в алгебраическом виде. Примеры.
3. Функции комплексного аргумента: $\exp z$, $\ln z$ z^w, w^z. Примеры.

Гл. III Линейные пространства.

1. Линейная оболочка, линейная независимость векторов. Теорема о линейно независимых системах векторов, следствие. Теорема о «прополке».
2. Порождающая система векторов, конечномерные пространства. Теорема об эквивалентных условиях для базиса. Размерность пространства. Теорема о дополнении любой независимой системы до базиса и о порождающей системе векторов.
3. Координаты вектора и их единственность. Изоморфизм линейных пространств и его свойства. Теорема об изоморфизме конечномерных пространств, следствия.
4. Теорема о линейном подпространстве. Примеры. База, ранг системы векторов. Теорема о ранге. Пересечение и сумма линейных подпространств. Формула Грассмана.
5. Прямая сумма линейных подпространств. Теорема об эквивалентных условиях прямой суммы, следствие. Проекции вектора на линейные подпространства. Примеры. Теорема о совпадении линейных многообразий, следствие. Примеры.

Гл. IV Алгебра матриц.

1. Матрицы: основные понятия. Основные алгебраические операции над матрицами и их свойства. Алгебра матриц.
2. Операция транспонирования и её свойства. Обратная матрица и её свойства.
3. Строчный и столбцовый ранги матрицы. Два утверждения и следствие о линейно независимых отрезках столбцов матрицы. Теорема о ранге матрицы.
4. Свойства ранга матрицы. Пример вычисления ранга матрицы. Теорема о приведении матрицы к трапецивидной форме.

Гл. V Системы линейных уравнений.

1. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ): различные формы записи. Основные понятия: расширенная матрица, однородная – неоднородная, совместная – несовместная, определенная – неопределенная система; частное – общее решение. Теорема Кронекера – Капелли, следствие. Пример (геометрическая интерпретация СЛАУ).
2. Две теоремы об общем решении системы линейных однородных уравнений (СЛОУ), следствия. Фундаментальная система решений (ФСР) СЛОУ. Теорема о структуре общего решения системы линейных неоднородных уравнений (СЛНУ), следствия. Альтернатива Фредгольма.
3. Метод Гаусса решения СЛАУ. Примеры.
4. Нахождение обратной матрицы методом Гаусса. Пример. Теорема об обратной матрице, следствие. Теорема о ранге произведения матриц. Матрица перехода от старого базиса к новому, связь координат вектора в старом и новом базисах.

Гл. VI Определители.

1. Антисимметрическая (альтернированная) полилинейная форма. Антисимметрическая полилинейной форма частного вида и её свойства. Определитель системы векторов. Определитель числовой матрицы (1-ая формула).
2. Элементарные сведения из теории перестановок. Теорема об определителе числовой матрицы (2-ая формула). Теорема об определителе транспонированной матрицы. Формулы для вычисления определителей 2-го и 3-го порядков. Примеры.
3. Свойства определителя числовой матрицы (2°–9°)
4. Теорема о невырожденной матрице. Формула для нахождения обратной матрицы. Теорема Крамера. Пример.
5. Минор k – го порядка, алгебраическое дополнение к минору k – го порядка. Теорема Лапласа. Пример.
6. Второе определение ранга матрицы. Базисный минор. Теорема об эквивалентности определений ранга, следствие. Метод окаймляющих миноров. Пример.
7. Методы вычисления определителей n – го порядка. Примеры.