

Практика 1

Мурзина Анастасия

hloshkin@mail.ru
@ventosa

11 февраля 2023

1 Десяток честных монет

Петя и Вася бросают по десять честных монет. Какая вероятность, что они выбросят одинаковое количество единиц?

2 Пустые корзины (индикаторная св)

10 шаров раскладываются по 5 корзинам. Для каждого шара равновероятно выбирается, в какую корзину он помещается. Какое математическое ожидание числа пустых корзин?

3 Линейная оболочка

Дано вероятностное пространство Ω , число $n \in \mathbb{N}$ и $3n$ случайных величин на пространстве Ω , задающих 3 вектора X, Y и Z в \mathbb{R}^n . Верно ли, что $P(Z \in \langle X, Y \rangle | X \neq \lambda Y) > P(Z \in \langle X, Y \rangle | X = \lambda Y)$.

4 Доказательства из R

Напоминание $C_M^n = \frac{(M)_n}{n!} = \frac{M!}{n!(M-n)!}$, $(M)_n = M(M-1)\dots(M-n+1)$ для натуральных чисел. При расширении понятия возьмём вместо M $X \in \mathbb{R}$, $0! = 1$, $(X)_0 = 1$, $C_X^0 = 1$, $(X)_n = X(X-1)\dots(X-n+1)$, $C_X^n = \frac{(X)_n}{n!}$. Доказать (1 балл каждое)

1. $C_X^{n-1} + C_X^n = C_{X+1}^n$ (треугольник Паскаля);
2. $C_{X+Y}^n = \sum_{k=0}^n C_X^k C_Y^{n-k}$ (биномиальная свёртка Вандермонда);
3. $C_{X-1}^n = \sum_{k=0}^n (-1)^{n-k} C_X^k$;

4. $C_{n-X}^{n-m} = \sum_{k=0}^{n-m} (-1)^k C_X^k C_{n-k}^m;$
5. $C_{X+Y+n-1}^n = \sum_{k=0}^n C_{X+n-k-1}^{m-k} C_{Y+k-1}^k;$
6. $C_{-X}^n = (-1)^n C_{X+n-1}^n$

5 Пики

Дать формулы вероятности P_n того, что среди тринадцати карт, извлечённых из 52 карт (полная колода), n карт окажутся пиковой масти.

6 Задача о супружеских парах

Сколькими способами n супружеских пар ($N \geq 3$) можно разместить за круглым столом так, чтобы мужчины и женщины чередовались, но супруги не сидели рядом?

7 Туфельки из детского сада

Найти вероятность того, что никто не уйдёт в своей паре. (2 балла)

Найти вероятность того, что никто не обуется в свою левую и правую туфлю (т.е. в обе чужие туфли). (2 балла)