

# **ДЗ 10**

## **(ордиалы)**

**Владимир Латыпов**  
donrumata03@gmail.com

## Содержание

2 Равенство упорядоченных пар .....	3
3 .....	3

## 2 Равенство упорядоченных пар

**Лемма 2.1** (Формализация разбора случаев): Можно «разделить» на несколько частей, в зависимости от условий, представимых в исчислении (не обязательно дизъюнктивных), дизъюнкция которых  $(\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee \dots)$  доказуема, и при каждом доказуемо  $\gamma$ . Тогда верна  $\gamma$ .

*Доказательство:* Очевидно из введения конъюнкции и схемы аксиом 8 и МР □

*Замечание:* Если в какой-то ветке противоречие, она считается доказанной.

В сторону  $a = c \wedge b = d \rightarrow \langle a, b \rangle = \langle c, d \rangle$  — очевидно из определения равенства.

В другую сторону имеем:

$$\{\{a\}, \{a, b\}\} \supset \subset \{\{c\}, \{c, d\}\}$$

То есть

$$\begin{aligned}\{a\} &= \{c\} \vee \{a\} = \{c, d\} \\ \{a, b\} &= \{c\} \vee \{a, b\} = \{c, d\} \\ \{c\} &= \{a\} \vee \{c\} = \{a, b\} \\ \{c, d\} &= \{a\} \vee \{c, d\} = \{a, b\}\end{aligned}$$

Рассмотрим случаи:

1.  $a = b$ . Тогда  $\langle a, b \rangle = \{\{a\}, \{a, b\}\} = \{\{a\}, \{a, a\}\} = \{\{a\}, \{a\}\} = \{\{a\}\}$ .
2.  $c = d$  — аналогично
3.  $a \neq b \wedge c \neq d$ . Тогда по транзитивности равенства случаи такие:
  1.  $\{c\} = \{a\} \wedge \{c\} \neq \{a, b\}$ , то есть  $c = a \wedge c \neq b$ . Тогда  $\{c, d\} = \{a, b\}$ , так как  $\{c, d\} \neq \{a\}$ , ведь  $c \neq d \Rightarrow d \neq a$ .
  2.  $\{c\} \neq \{a\} \wedge \{c\} = \{a, b\}$ , но  $c \neq a$ . Этого случая не существует.

## 3

a. ...

b.  $\varphi(x) := \neg(x \in b)$

$a \setminus b \equiv \{x \in a \mid \varphi(x)\}$  aka filter  $\varphi$  a

c.