

Типовик по линейной алгебре модуль 1:
Задания 1 и 2

Латыпов Владимир Витальевич,
ИТМО КТ М3138, **вариант 12**

16 марта 2022 г.

Содержание

1	Задание 1	3
1.1	Способ №1	3
1.2	Способ №2	4
1.3	Способ №3	5
2	Задание 2	5

1. Задание 1

1.1. Способ №1

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 8 \\ 1 & 5 & 4 & -9 \\ 2 & 4 & 6 & -9 \\ 1 & 2 & 3 & -4 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{2+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 2 & 8 \\ 4 & 6 & -9 \\ 2 & 3 & -4 \end{vmatrix} + 5 \cdot (-1)^{2+2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 & 8 \\ 2 & 6 & -9 \\ 1 & 3 & -4 \end{vmatrix} +$$
$$4 \cdot (-1)^{2+3} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & -9 \\ 1 & 2 & -4 \end{vmatrix} + -9 \cdot (-1)^{2+4} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} =$$
$$-1 \begin{vmatrix} 2 & 2 & 8 \\ 4 & 6 & -9 \\ 2 & 3 & -4 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 8 \\ 2 & 6 & -9 \\ 1 & 3 & -4 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & -9 \\ 1 & 2 & -4 \end{vmatrix} - 9 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} =$$
$$-1 \left(2 \times (-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} 6 & -9 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} + 2 \times (-1)^{1+2} \times \begin{vmatrix} 4 & -9 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} + 8 \times (-1)^{1+3} \times \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \right)$$
$$+ 5 \left(3 \times (-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} 6 & -9 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} + 2 \times (-1)^{1+2} \times \begin{vmatrix} 2 & -9 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} + 8 \times (-1)^{1+3} \times \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \right)$$
$$- 4 \left(3 \times (-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} 4 & -9 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} + 2 \times (-1)^{1+2} \times \begin{vmatrix} 2 & -9 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} + 8 \times (-1)^{1+3} \times \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \right)$$
$$- 9 \left(3 \times (-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + 2 \times (-1)^{1+2} \times \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 2 \times (-1)^{1+3} \times \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \right) =$$
$$-1 (2(-24 + 27) - 2(-16 + 18) + 8(12 - 12)) + 5 (+3(-24 + 27) - 2(-8 + 9) + 8(6 - 6))$$
$$- 4 (+3(-16 + 18) - 2(-8 + 9) + 8(4 - 4)) - 9 (+3(12 - 12) - 2(6 - 6) + 2(4 - 4)) = 17$$

(1)

1.2. Способ №2

$$\begin{aligned}
\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 8 \\ 1 & 5 & 4 & -9 \\ 2 & 4 & 6 & -9 \\ 1 & 2 & 3 & -4 \end{vmatrix} &= 2 \times (-1)^{3+1} \times \begin{vmatrix} 1 & 5 & -9 \\ 2 & 4 & -9 \\ 1 & 2 & -4 \end{vmatrix} + 4 \times (-1)^{3+2} \times \begin{vmatrix} 3 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & -9 \\ 1 & 2 & -4 \end{vmatrix} + \\
&6 \times (-1)^{3+3} \times \begin{vmatrix} 3 & 2 & 8 \\ 1 & 5 & -9 \\ 1 & 2 & -4 \end{vmatrix} + 3 \times (-1)^{3+4} \times \begin{vmatrix} 3 & 2 & 8 \\ 1 & 5 & -9 \\ 2 & 4 & -9 \end{vmatrix} = \\
&2 \left(1 \times (-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} 4 & -9 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} + 5 \times (-1)^{1+2} \times \begin{vmatrix} 2 & -9 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} + (-9) \times (-1)^{1+3} \times \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \right) \\
&-4 \left(3 \times (-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} 4 & -9 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} + 2 \times (-1)^{1+2} \times \begin{vmatrix} 2 & -9 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} + 8 \times (-1)^{1+3} \times \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \right) \\
&+6 \left(1 \times (-1)^{3+1} \times \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 5 & -9 \end{vmatrix} + 2 \times (-1)^{3+2} \times \begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 1 & -9 \end{vmatrix} - 4 \times (-1)^{3+3} \times \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} \right) \\
&-3 \left(2 \times (-1)^{3+1} \times \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 5 & -9 \end{vmatrix} + 4 \times (-1)^{3+2} \times \begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 1 & -9 \end{vmatrix} - 9 \times (-1)^{3+3} \times \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} \right) \\
&= 2(1(-16+18)-5(-8+9)-9(4-4))-4(3(-16+18)-2(-8+9)+8(4-4)) \\
&+6(1(-18-40)-2(-27-8)-4(15-2))-3(2(-18-40)-4(-27-8)-9(15-2)) \\
&= 2 \cdot -3 - 4 \cdot 4 + 6 \cdot -40 - 3 \cdot -93 = 17 \quad (2)
\end{aligned}$$

1.3. Способ №3

$$\begin{aligned}
 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 8 \\ 1 & 5 & 4 & -9 \\ 2 & 4 & 6 & -9 \\ 1 & 2 & 3 & -4 \end{vmatrix} &= - \begin{vmatrix} 1 & 5 & 4 & -9 \\ 3 & 2 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & 6 & -9 \\ 1 & 2 & 3 & -4 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 5 & 4 & -9 \\ 0 & -13 & -10 & 35 \\ 0 & -6 & -2 & 9 \\ 0 & -3 & -1 & 5 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 5 & 4 & -9 \\ 0 & -13 & -10 & 35 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & -1 & 5 \end{vmatrix} = \\
 &= - \begin{vmatrix} 1 & 5 & 4 & -9 \\ 0 & -13 & -10 & 35 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & -1 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 4 & -9 \\ 0 & -13 & -10 & 35 \\ 0 & -3 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = \\
 \begin{vmatrix} 1 & 5 & 4 & -9 \\ 0 & -13 & -10 & 35 \\ 0 & -3 + 13 \cdot \frac{3}{13} & -1 + 10 \cdot \frac{3}{13} & 5 - 35 \cdot \frac{3}{13} \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} &= 1 \cdot -13 \cdot \left(-1 + 10 \frac{3}{13} \right) \cdot -1 = 17
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

2. Задание 2

$$\begin{cases} x + 4y + 3z = 1 \\ 2x + 3y + 2z = -2 \\ 3x + y + z = -3 \end{cases}
 \tag{4}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -4
 \tag{5}$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -2 & 3 & 2 \\ -3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 6
 \tag{6}$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 8
 \tag{7}$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 3 & 1 & -3 \end{vmatrix} = -14
 \tag{8}$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = -1.5 \quad (9)$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = -2 \quad (10)$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = 3.5 \quad (11)$$

$$(12)$$

Проверим:

$$\begin{cases} -1.5 + 4 \cdot -2 + 3 \cdot 3.5 == 1 \\ 2 \cdot -1.5 + 3 \cdot -2 + 2 \cdot 3.5 == -2 \\ 3 \cdot -1.5 + -2 + 3.5 == -3 \end{cases} \quad (13)$$