

Типовик по линейной алгебре модуль 1:
Задание 3 «Векторная алгебра»

Латыпов Владимир Витальевич,
ИТМО КТ М3138, **вариант 12**

15 октября 2021 г.

Содержание

1	Формулировка условия	3
2	Нахождение разности векторов	3
3	Нахождение модуля вектора	3
4	Нахождение векторного произведения векторов	3
5	Косинус ϕ	3
6	Направляющий вектор биссектрисы	4
7	Площадь треугольника	4
8	Объём пирамиды	4
9	Высота пирамиды	4

1. Формулировка условия

Утверждение 1. Условие таково:

$$12. A(3, 1, 2), B(1, 4, 8), C(3, 4, -2), D(1, 7, 8)$$

2. Нахождение разности векторов

$$\overrightarrow{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (-2, 3, 6) \quad (1)$$

3. Нахождение модуля вектора

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2 + 6^2} = 7 \quad (2)$$

4. Нахождение векторного произведения векторов

$$\overrightarrow{AC} = \vec{C} - \vec{A} = (0, 3, -4) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} &= \\ (AB_y AC_z - AB_z AC_y, AB_z AC_x - AB_x AC_z, AB_x AC_y - AB_y AC_x) &= \\ (3 \cdot -4 - (6 \cdot 3), 6 \cdot 0 - (-2 \cdot -4), -2 \cdot 3 - (3 \cdot 0)) &= \\ (-12 - 18, -8, -6) &= (-30, -8, -6) \end{aligned} \quad (4)$$

5. Косинус фи

$$\begin{aligned} \cos \varphi &= \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \\ \frac{0 \cdot -2 + 3 \cdot 3 + 6 \cdot -4}{7 \cdot \sqrt{0 + 9 + 16}} &= \\ \frac{9 - 24}{7 \cdot 5} &= \frac{-15}{5 \cdot 7} = -\frac{3}{7} \end{aligned} \quad (5)$$

6. Направляющий вектор биссектрисы

$$\propto 5\overrightarrow{AB}, 7\overrightarrow{AC} \quad (6)$$

Они имеют равную длину 35, поэтому медиана — это биссектриса, нужно же — найти лишь направление, поэтому берём сумму.

$$\vec{b} = 5\overrightarrow{AB} + 7\overrightarrow{AC} = (-10, 15, 30) + (0, 21, -28) = (-10, 36, 2) \quad (7)$$

7. Площадь треугольника

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = \frac{1}{2} \sqrt{900 + 16 + 36} = \sqrt{238} \quad (8)$$

8. Объём пирамиды

$$\overrightarrow{AD} = (-2, 6, 6) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} V_{pyramid\ ABCD} &= \frac{1}{6} V_{parallelepiped\ ABCD} = \\ &= \frac{1}{6} |(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})| = \\ &= \frac{1}{6} \left| \begin{vmatrix} -2 & 3 & 6 \\ 0 & 3 & -4 \\ -2 & 6 & 6 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{6} \cdot 24 = 4 \quad (10) \end{aligned}$$

9. Высота пирамиды

$$h_D = \frac{3V_{pyramid\ ABCD}}{S_{ABC}} = \frac{3 \cdot 4}{\sqrt{238}} = \frac{6\sqrt{238}}{119} \quad (11)$$