Типовик по линейной алгебре модуль 2: Задание 2 «Комплексные множества»

Латыпов Владимир Витальевич,
ИТМО КТ M3138, ***вариант 12***

17 декабря 2021 г.

Содержание

1. Формулировка условия

Утверждение 1. Условие таково:

Решить неоднородную систему линейных уравнений.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 - x_3 + x_4 = -9 \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 = 4 \\ x_1 + x_3 = 4 \\ 4x_1 - 6x_2 + 4x_3 - 6x_4 + 3x_5 = 4 \end{cases} \tag{1}$$

2. Решение

Приведём расширенную матрицу коэффициентов к трапецевидной форме:

$$\left(\begin{array}{ccccc|c}1 & -2 & 1 & -2 & 1 & 0\\ 2 & -4 & -1 & 1 & 0 & -9\\ 2 & -2 & 2 & -2 & 1 & 4\\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 4\\ 4 & -6 & 4 & -6 & 3 & 4\end{array}\right) \equiv$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c}1 & -2 & 1 & -2 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -3 & 5 & -2 & -9\\ 0 & 2 & 0 & 2 & -1 & 4\\ 0 & 2 & 0 & 2 & -1 & 4\\ 0 & 2 & 0 & 2 & -1 & 4\end{array}\right) \equiv$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c}1 & -2 & 1 & -2 & 1 & 0\\ 0 & 2 & 0 & 2 & -1 & 4\\ 0 & 0 & -3 & 5 & -2 & -9\end{array}\right) \equiv$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}1 & -2 & 1 & 2t_1 - t_2\\ 0 & 2 & 0 & 4 - 2t_1 + t_2\\ 0 & 0 & -3 & -9 - 5t_1 + 2t_2\end{array}\right) \equiv$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}1 & 0 & 1 & -4 + 4t_1 - 2t_2\\ 0 & 2 & 0 & 4 - 2t_1 + t_2\\ 0 & 0 & -3 & -9 - 5t_1 + 2t_2\end{array}\right) \equiv$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}1 & 0 & 0 & -4 + 4t_1 - 2t_2 + \frac{1}{3}(-9 - 5t_1 + 2t_2)\\ 0 & 2 & 0 & 4 - 2t_1 + t_2\\ 0 & 0 & -3 & -9 - 5t_1 + 2t_2\end{array}\right) \equiv$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}1 & 0 & 0 & -7 + \frac{7}{3}t_1 - \frac{4}{3}t_2\\ 0 & 1 & 0 & 2 - t_1 + \frac{1}{2}t_2\\ 0 & 0 & 1 & 3 + \frac{5}{3}t_1 - \frac{2}{3}t_2\end{array}\right) \tag{2}$$

$$\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\\ x_5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-7\\ 2\\ 3\\ 0\\ 0\end{pmatrix} + t_1\begin{pmatrix}\frac{7}{3}\\ -1\\ \frac{5}{3}\\ 1\\ 0\end{pmatrix} + t_2\begin{pmatrix}-\frac{4}{3}\\ \frac{1}{2}\\ -\frac{2}{3}\\ 0\\ 1\end{pmatrix} \tag{3}$$

Получили частное решение системы плюс линейную оболочку — общее решение однородной системы, то есть в сумме общее решение НЕоднородной системы.

$$dim(L) = n - rg(A) \tag{4}$$

$rg(A)$ мы уже попутно вывели, как раз получается, что $2 = 5 - 3$