Типовик по линейной алгебре модуль 1: Задания 1 и 2

Латыпов Владимир Витальевич,
ИТМО КТ M3138, ***вариант 12***

8 октября 2021 г.

Содержание

1 Задание 1 **3**
1.1 Способ №1 3
1.2 Способ №2 4
1.3 Способ №3 5

2 Задание 2 **5**

1. Задание 1

1.1. Способ №1

$$
\begin{vmatrix}3 & 2 & 2 & 8\\1 & 5 & 4 & -9\\2 & 4 & 6 & -9\\1 & 2 & 3 & -4\end{vmatrix} = 1\cdot(-1)^{2+1}\cdot\begin{vmatrix}2 & 2 & 8\\4 & 6 & -9\\2 & 3 & -4\end{vmatrix} + 5\cdot(-1)^{2+2}\cdot\begin{vmatrix}3 & 2 & 8\\2 & 6 & -9\\1 & 3 & -4\end{vmatrix} +
$$

$$
4\cdot(-1)^{2+3}\cdot\begin{vmatrix}3 & 2 & 8\\2 & 4 & -9\\1 & 2 & -4\end{vmatrix} + -9\cdot(-1)^{2+4}\cdot\begin{vmatrix}3 & 2 & 2\\2 & 4 & 6\\1 & 2 & 3\end{vmatrix} =
$$

$$
-1\begin{vmatrix}2 & 2 & 8\\4 & 6 & -9\\2 & 3 & -4\end{vmatrix} + 5\begin{vmatrix}3 & 2 & 8\\2 & 6 & -9\\1 & 3 & -4\end{vmatrix} - 4\begin{vmatrix}3 & 2 & 8\\2 & 4 & -9\\1 & 2 & -4\end{vmatrix} - 9\begin{vmatrix}3 & 2 & 2\\2 & 4 & 6\\1 & 2 & 3\end{vmatrix} =
$$

$$
\begin{aligned}
&-1\left(2\times(-1)^{1+1}\times\begin{vmatrix}6 & -9\\3 & -4\end{vmatrix} + 2\times(-1)^{1+2}\times\begin{vmatrix}4 & -9\\2 & -4\end{vmatrix} + 8\times(-1)^{1+3}\times\begin{vmatrix}4 & 6\\2 & 3\end{vmatrix}\right)\\
&+5\left(3\times(-1)^{1+1}\times\begin{vmatrix}6 & -9\\3 & -4\end{vmatrix} + 2\times(-1)^{1+2}\times\begin{vmatrix}2 & -9\\1 & -4\end{vmatrix} + 8\times(-1)^{1+3}\times\begin{vmatrix}2 & 6\\1 & 3\end{vmatrix}\right)\\
&-4\left(3\times(-1)^{1+1}\times\begin{vmatrix}4 & -9\\2 & -4\end{vmatrix} + 2\times(-1)^{1+2}\times\begin{vmatrix}2 & -9\\1 & -4\end{vmatrix} + 8\times(-1)^{1+3}\times\begin{vmatrix}2 & 4\\1 & 2\end{vmatrix}\right)\\
&-9\left(3\times(-1)^{1+1}\times\begin{vmatrix}4 & 6\\2 & 3\end{vmatrix} + 2\times(-1)^{1+2}\times\begin{vmatrix}2 & 6\\1 & 3\end{vmatrix} + 2\times(-1)^{1+3}\times\begin{vmatrix}2 & 4\\1 & 2\end{vmatrix}\right) =\\
&-1\left(2(-24+27) - 2(-16+18) + 8(12-12)\right) + 5\left(+3(-24+27) - 2(-8+9) + 8(6-6)\right)\\
&-4\left(+3(-16+18) - 2(-8+9) + 8(4-4)\right) - 9\left(+3(12-12) - 2(6-6) + 2(4-4)\right) = 17
\end{aligned}
\tag{1}
$$

1.2. Способ №2

$$\begin{vmatrix}3 & 2 & 2 & 8\\ 1 & 5 & 4 & -9\\ 2 & 4 & 6 & -9\\ 1 & 2 & 3 & -4\end{vmatrix} = 2\times(-1)^{3+1}\times\begin{vmatrix}1 & 5 & -9\\ 2 & 4 & -9\\ 1 & 2 & -4\end{vmatrix} + 4\times(-1)^{3+2}\times\begin{vmatrix}3 & 2 & 8\\ 2 & 4 & -9\\ 1 & 2 & -4\end{vmatrix} +$$

$$6\times(-1)^{3+3}\times\begin{vmatrix}3 & 2 & 8\\ 1 & 5 & -9\\ 1 & 2 & -4\end{vmatrix} + 3\times(-1)^{3+4}\times\begin{vmatrix}3 & 2 & 8\\ 1 & 5 & -9\\ 2 & 4 & -9\end{vmatrix} =$$

$$2\left(1\times(-1)^{1+1}\times\begin{vmatrix}4 & -9\\ 2 & -4\end{vmatrix} + 5\times(-1)^{1+2}\times\begin{vmatrix}2 & -9\\ 1 & -4\end{vmatrix} + (-9)\times(-1)^{1+3}\times\begin{vmatrix}2 & 4\\ 1 & 2\end{vmatrix}\right)$$
$$-4\left(3\times(-1)^{1+1}\times\begin{vmatrix}4 & -9\\ 2 & -4\end{vmatrix} + 2\times(-1)^{1+2}\times\begin{vmatrix}2 & -9\\ 1 & -4\end{vmatrix} + 8\times(-1)^{1+3}\times\begin{vmatrix}2 & 4\\ 1 & 2\end{vmatrix}\right)$$
$$+6\left(1\times(-1)^{3+1}\times\begin{vmatrix}2 & 8\\ 5 & -9\end{vmatrix} + 2\times(-1)^{3+2}\times\begin{vmatrix}3 & 8\\ 1 & -9\end{vmatrix} - 4\times(-1)^{3+3}\times\begin{vmatrix}3 & 2\\ 1 & 5\end{vmatrix}\right)$$
$$-3\left(2\times(-1)^{3+1}\times\begin{vmatrix}2 & 8\\ 5 & -9\end{vmatrix} + 4\times(-1)^{3+2}\times\begin{vmatrix}3 & 8\\ 1 & -9\end{vmatrix} - 9\times(-1)^{3+3}\times\begin{vmatrix}3 & 2\\ 1 & 5\end{vmatrix}\right)$$
$$= 2(1(-16+18)-5(-8+9)-9(4-4))-4(3(-16+18)-2(-8+9)+8(4-4))$$
$$+6(1(-18-40)-2(-27-8)-4(15-2))-3(2(-18-40)-4(-27-8)-9(15-2))$$
$$= 2\cdot -3 - 4\cdot 4 + 6\cdot -40 - 3\cdot -93 = 17 \quad \textbf{(2)}$$

1.3. Способ №3

$$\begin{vmatrix}3&2&2&8\\1&5&4&-9\\2&4&6&-9\\1&2&3&-4\end{vmatrix} = -\begin{vmatrix}1&5&4&-9\\3&2&2&8\\2&4&6&-9\\1&2&3&-4\end{vmatrix} = -\begin{vmatrix}1&5&4&-9\\0&-13&-10&35\\0&-6&-2&9\\0&-3&-1&5\end{vmatrix} = -\begin{vmatrix}1&5&4&-9\\0&-13&-10&35\\0&0&0&-1\\0&-3&-1&5\end{vmatrix} =$$

$$= -\begin{vmatrix}1&5&4&-9\\0&-13&-10&35\\0&0&0&-1\\0&-3&-1&5\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}1&5&4&-9\\0&-13&-10&35\\0&-3&-1&5\\0&0&0&-1\end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix}1&5&4&-9\\0&-13&-10&35\\0&-3+13\cdot\frac{3}{13}&-1+10\cdot\frac{3}{13}&5-35\cdot\frac{3}{13}\\0&0&0&-1\end{vmatrix} = 1\cdot-13\cdot\left(-1+10\frac{3}{13}\right)\cdot-1 = 17 \tag{3}$$

2. Задание 2

$$\begin{cases}x+4y+3z=1\\2x+3y+2z=-2\\3x+y+z=-3\end{cases} \tag{4}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix}1&4&3\\2&3&2\\3&1&1\end{vmatrix} = -4 \tag{5}$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix}1&4&3\\-2&3&2\\-3&1&1\end{vmatrix} = 6 \tag{6}$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix}1&1&3\\2&-2&2\\3&-3&1\end{vmatrix} = 8 \tag{7}$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix}1&4&1\\2&3&-2\\3&1&-3\end{vmatrix} = -14 \tag{8}$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = -1.5 \tag{9}$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = -2 \tag{10}$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = 3.5 \tag{11}$$

$$\tag{12}$$

Проверим:

$$\begin{cases} -1.5 + 4 \cdot -2 + 3 \cdot 3.5 == 1 \\ 2 \cdot -1.5 + 3 \cdot -2 + 2 \cdot 3.5 == -2 \\ 3 \cdot -1.5 + -2 + 3.5 == -3 \end{cases} \tag{13}$$