

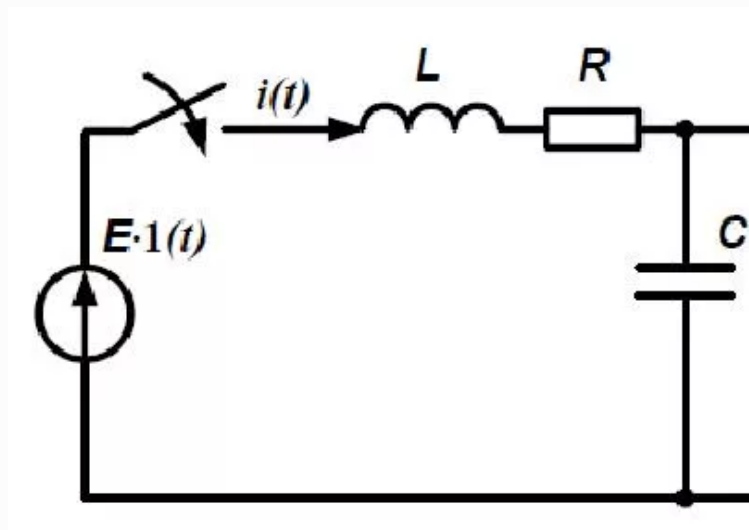
РЕЗОНАНС В RLC-ЦЕПИ

Владимир Латыпов && Серёжа Онищенко

Методика

Рассмотрим резонансную кривую, для этого промерим непустое множество точек в районе «ROI» — Region Of Interest, в именно — вокруг пика.

Подключим щупы осциллографа к резистору, собрав схему:



Затем, крутя ручку генератора и записывая его частоту, будем также замечать амплитуду, которую показывает осциллограф. Был ещё вариант записывать всё на видео, но мы посчитали его нецелесообразным, например, потому что он мешает оценивать нашу работу в реальном времени и, соответственно, не даёт достаточной обратной связи.

Теоретическое обоснование

Напряжение на катушке и на конденсаторе противоположны по фазе, то есть сумма векторов — просто разность модулей. Проекция этой суммы, напряжения на резисторе и на источнике должны давать ноль, следовательно,

$$U_0^2 = U_{0R}^2 + (U_{0L} - U_{0C})^2 \quad (1)$$

$$U_0^2 = (RI)^2 + (L \frac{d^2 q}{dt^2} - \frac{q}{C})^2$$

Так как

$$I_0 \cos(wt) = \frac{dq}{dt} = \frac{d(CU_c)}{dt} = C \frac{dU_c}{dt} \quad (2)$$

$$\frac{dU_c}{dt} = \frac{1}{C} I_0 \cos(wt)$$

$$U_C = \frac{1}{wC} I_0 \sin(wt)$$

$$U_{0C} = \frac{1}{wC}$$

Аналогично для катушки

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} = U_L \quad (3)$$

$$L \frac{d(I_0 \cdot \cos(wt))}{dt} = U_L$$

$$U_L = LwI_0 \cdot \sin(wt)$$

$$U_{0L} = Lw \cdot I_0$$

Тогда

$$U_0^2 = I^2 R^2 + (\frac{1}{wC} - wL)^2 I^2 \quad (4)$$

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{\sqrt{R^2 + (\frac{1}{wC} - wL)^2}}$$

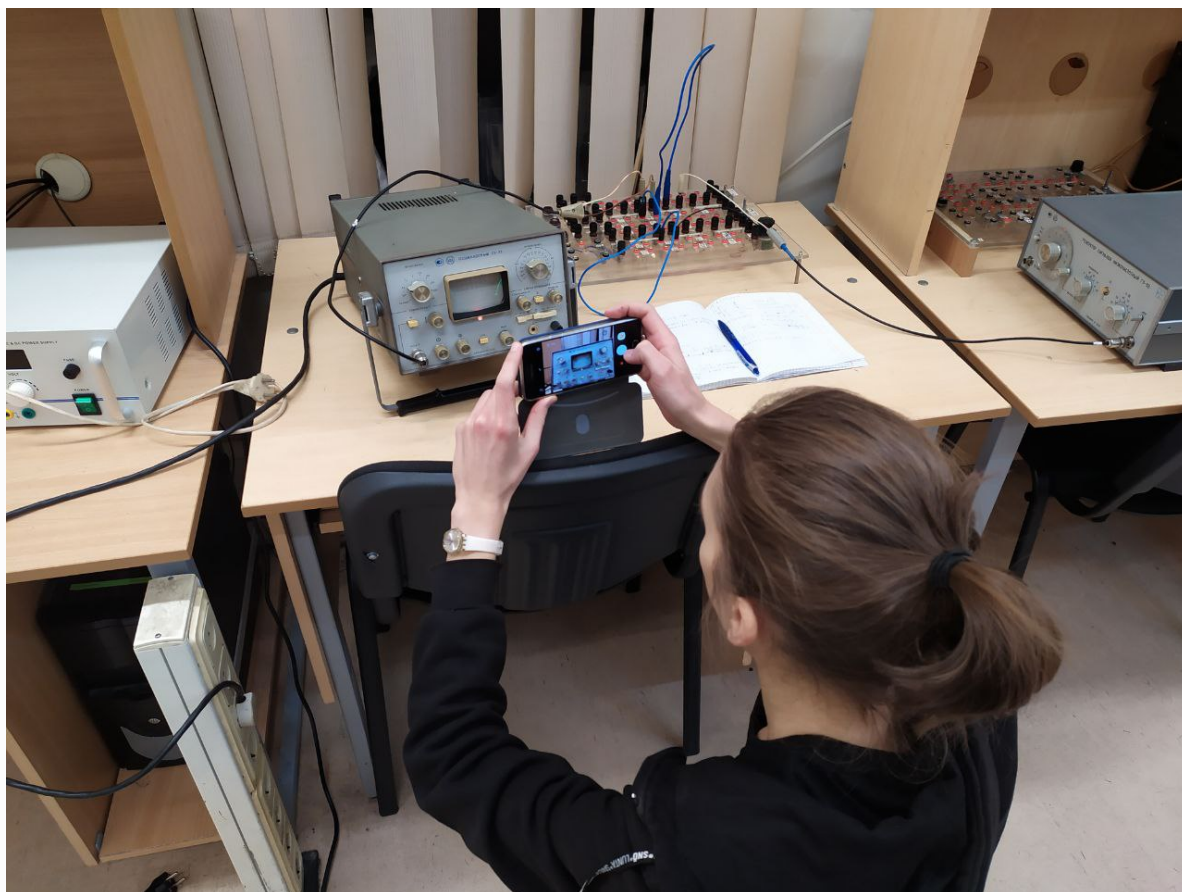
Резонанс

Найдём частоту, при которой достигается максимальный ток в цепи, а значит — и напряжение на резисторе. Понятно, что если мы рассматриваем зависимость от частоты, то наша задача — минимизировать слагаемое в знаменателе амплитуды $(\frac{1}{wC} - wL)^2$, тогда минимум при $\frac{1}{wC} = wL; w = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

Измерения

Примерно так проходил процесс получения экспериментальных данных.

Репортаж с места съёмок:



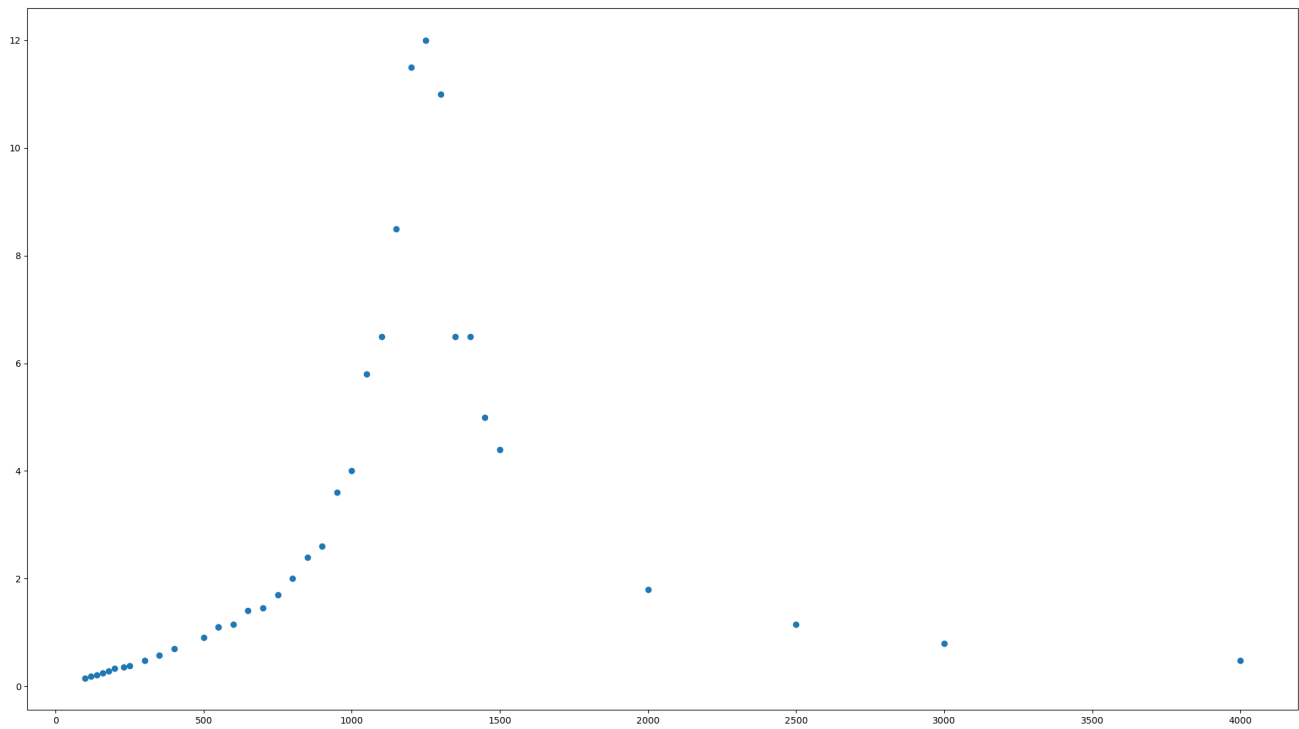
Экспериментальные данные

Серия измерений состоит из нескольких точек, для которых на осциллографе были выставлены одинаковые диапазоны значений по обеим осям. Записываются частоты и количества делений вместе с ценой деления по вертикали.

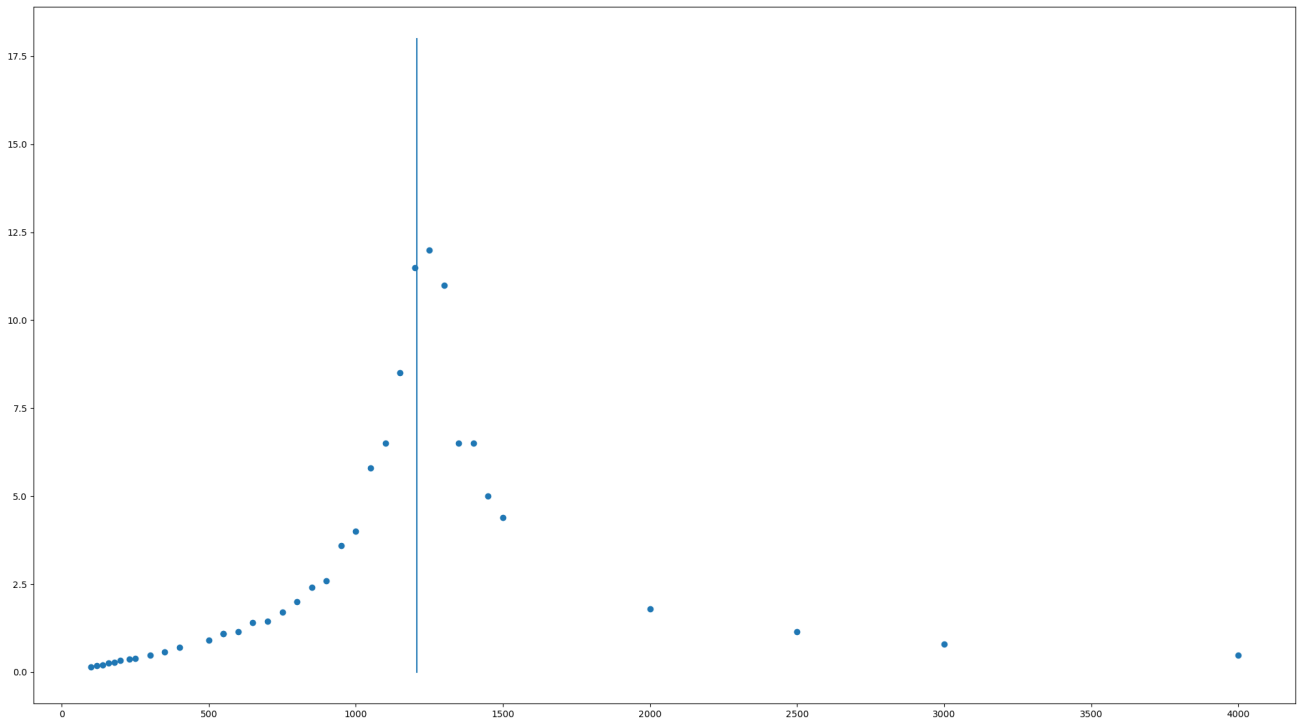
Примерно так выглядит типичный *json* с описанием эксперимента:

```
54 new_experiments = [  
55     {  
56         "voltage_step": 0.05,  
57         # "time_step": 2,  
58         "data": [  
59             (100, 30),  
60         ]  
61     },  
62     {  
63         "voltage_step": 0.1,  
64         # "time_step": 2,  
65         "data": [  
66             (120, 18),  
67             (140, 21),  
68             (160, 25),  
69             (180, 28),  
70         ]  
71     },  
72     {  
73         "voltage_step": 0.2,  
74         "data": [  
75             (200, 16.5),  
76             (230, 18),  
77             (250, 19),  
78             (300, 24),  
79             (350, 29),  
80         ]  
81     },  
82     {  
83         "voltage_step": 0.5,  
84         "data": [  
85             (400, 14),  
86             (500, 18),  
87             (550, 22),  
88             (550, 22),  
89             (600, 23),  
90         ]  
91     }  
92 ]
```

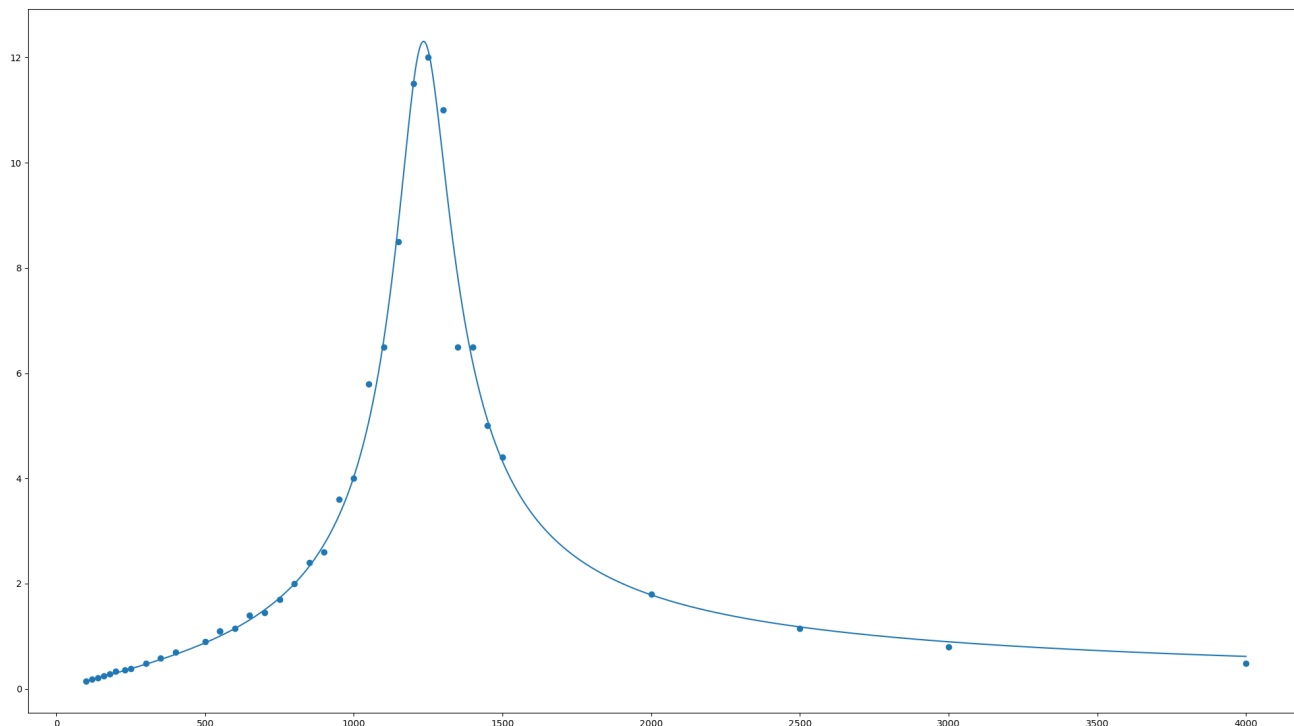
Так выглядит график, построенный по измеренным точкам:



Добавим обозначение теоретического максимума, полученного из измеренных параметров элементов $\left(\nu_{opt} = \frac{1}{\sqrt{LC} \cdot 2\pi} \approx 1206. \text{ Hz}\right)$

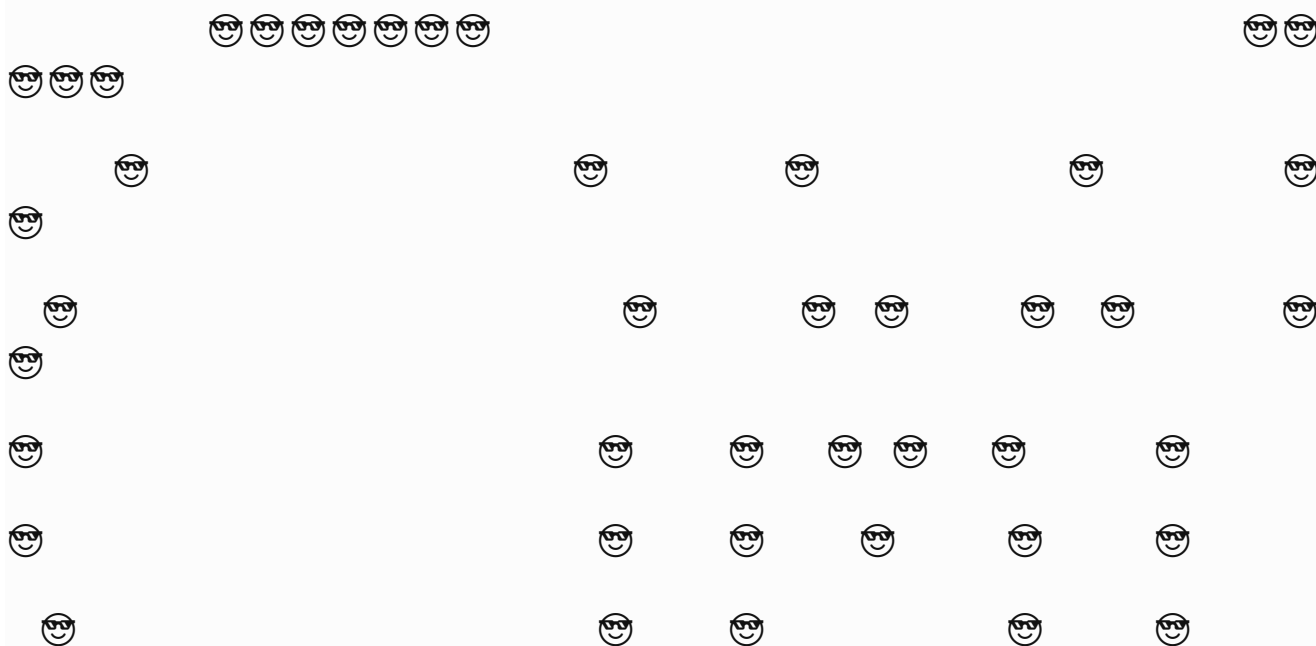


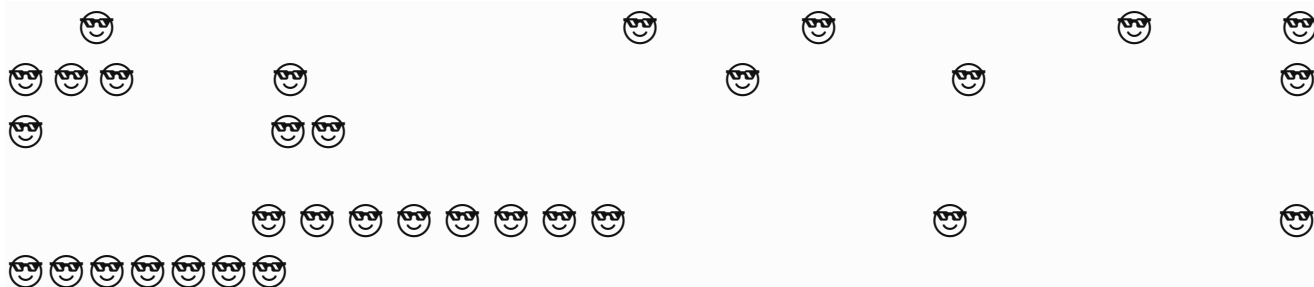
Теперь аппроксимируем этот график указанной в методике функцией $\left(I_0 = \frac{\varepsilon}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}\right):$



В задании было сказано «посмотреть, где в измерениях есть какие-то систематические ошибки и чем они были вызваны», однако точки легли почти идеально, так что нет никаких проблем!

OMG





Вывод

Всё фантазмагорически замечательно.



Заебумбиссимо