

高斯牛顿法是一种迭代方法，用于最小化残差的平方和。它基于牛顿法的思想，但是将雅可比矩阵（Jacobian matrix）的逆替换为了它的伪逆。高斯牛顿法的迭代步骤如下：

初始化参数向量。

计算残差向量，即观测值与模型预测值之间的差异。

计算雅可比矩阵，表示残差向量对参数向量的偏导数。

使用雅可比矩阵的伪逆来近似求解步长向量。

更新参数向量。

重复步骤 2 至 5，直到收敛条件满足。

高斯牛顿法的优点是收敛速度通常很快，特别是在参数初始值附近的小范围内。然而，它对初始参数值的选择较为敏感，可能会收敛到局部最优解而非全局最优解。

Levenberg-Marquardt 方法是一种综合了最速下降法和高斯牛顿法的迭代算法。它通过引入一个参数（通常称为阻尼因子或 LM 因子）来平衡最速下降法和高斯牛顿法之间的权衡。

Levenberg-Marquardt 方法的迭代步骤如下：

初始化参数向量和阻尼因子。

计算残差向量。

计算雅可比矩阵。

根据阻尼因子调整雅可比矩阵。

求解线性方程组，得到步长向量。

更新参数向量。

根据步长向量和残差向量的变化情况，调整阻尼因子的值。

重复步骤 2 至 7，直到收敛条件满足。

Levenberg-Marquardt 方法的优点是它能够在参数初始值选择较差的情况下仍然收敛到全局最优解。它通过动态调整阻尼因子的值来平衡最速下降法和高斯牛顿法的特点，从而更好地适应问题的性质。

总结起来，高斯牛顿法和 Levenberg-Marquardt 方法在处理非线性迭代时的差异主要体现在：

高斯牛顿法使用雅可比矩阵的伪逆，而 Levenberg-Marquardt 方法通过调整阻尼因子来平衡最速下降法和高斯牛顿法。

高斯牛顿法的收敛速度通常较快，但对初始参数值敏感，容易陷入局部最优解。

Levenberg-Marquardt 方法对参数初始值的选择不太敏感，能够更好地适应不同问题。

Levenberg-Marquardt 方法具有更好的全局收敛性能，能够在参数初始值选择较差的情况下仍然收敛到全局最优解。

总体来说：

高斯-牛顿法：在牛顿法基础上进行修改得到的，用来(仅用于)解决非线性最小二乘问题。高斯-牛顿法相较牛顿法的最大优点是不需要计算二阶导数矩阵(Hessian 矩阵)，当然，这项好处的代价是其仅适用于最小二乘问题。

LM: 与牛顿法一样，当初始值距离最小值较远时，高斯-牛顿法的并不能保证收敛。并且当 $J^T J$ 近似奇异 的时候，高斯牛顿法也不能正确收敛。Levenberg-Marquart 算法是对上述缺点的改进。L-M 方法是对梯度下降法与高斯-牛顿法进行线性组合以充分利用两种算法的优势。通过在 Hessian 矩阵中加入阻尼系数 λ 来控制每一步迭代的步长以及方向。