Física Computacional 1

Tarea # 4

Matrices y Fourier

Fecha límite de entrega: 8 de noviembre del 2019.

Dr. Servando López Aguayo

Resuelve los siguientes problemas, señalando claramente cual es tu resultado final del correspondiente procedimiento numérico o analítico realizado.

1.- [10] pts. Descomposición LU.
Utiliza la descomposición LU para determinar la matriz inversa del sistema que sigue. Comprueba tu resultado con la verificación $[A][A]^{-1} = [I]$.

$$\begin{array}{lclclcr} 10x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & = & 27 \\ -3x_1 & - & 6x_2 & - & 2x_3 & = & -61.5 \\ x_1 & + & x_2 & + & 5x_3 & = & -21.5 \end{array}$$

2.- [20] pts. Matrices de Hilbert.
a) Genera una matriz de Hilbert de 3×3. Ésta será la matriz $[A]$. Multiplica esta matriz por el vector columna $\{x\} = [1, 1, 1]^T$ para obtener el vector columna $\{b\}$. Con eliminación Gaussiana programada por tí, encuentra ahora la solución de $[A]\{x\} = \{b\}$ (es decir, en este paso x será como un vector incógnita). Compara tu resultado de este vector x con el vector $\{x\}$ previamente conocido. Utiliza precisión suficiente al mostrar los resultados con objeto de permitir detectar imprecisiones.
b) Repite el inciso a) con el uso de una matriz de Hilbert de 20×20. Comenta si existen o no diferencias importantes. ¿Cuál es el motivo de este fenómeno?

3.- [20] pts. Circuitos eléctricos.
El sistema de ecuaciones que sigue se generó por medio de aplicar la ley de malla de corrientes al circuito de la figura 1 (revisa que estén bien formuladas las ecuaciones):

$$\begin{array}{lclcl} 55I_1 & - & 25_4 & = & -200, \\ -37I_3 & - & 4I_4 & = & -250, \\ -25I_1 - 4I_3 & + & 29I_4 & = & 100. \end{array}$$

Encuentra I_1, I_3 e I_4 utilizando los comandos “prohibidos” en Matlab.

4.- [10] pts. Sistema masa-resorte. Los sistemas idealizados de masa-resorte tienen numerosas aplicaciones en la ingeniería. La figura 2 muestra un arreglo de cuatro resortes en serie comprimidos por una fuerza de 1500 kg. En el equilibrio, es posible desarrollar ecuaciones de balance de fuerza si se definen las relaciones entre los resortes.

$$\begin{array}{l} k_2(x_2 - x_1) = k_1x_1, \\ k_3(x_3 - x_2) = k_2(x_2 - x_1), \\ k_4(x_4 - x_3) = k_3(x_3 - x_2), \\ F = k_4(x_4 - x_3). \end{array}$$

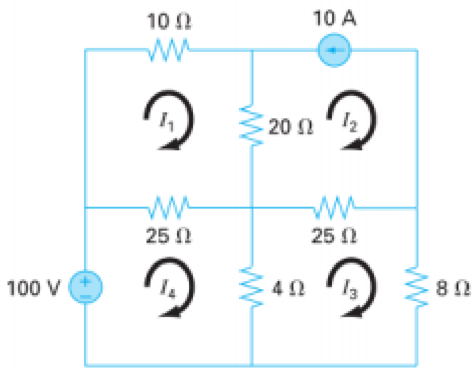

Figure 1: Problema 3

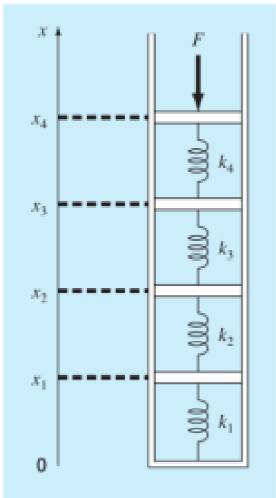

Figure 2: Problema 4

donde las k son constantes de los resortes. Si los valores k_1, k_2, k_3 y k_4 son 100, 50, 80 y 200 N/m, respectivamente, calcule el valor de las x_n utilizando Matlab.

5.- [20] pts. FFT vs DFT.

Usando la definición de la FFT que aparece en Matlab al darle "help fft", programa las funciones correspondientes, tanto para X(k) (fft) como para x(n) (ifft). Utilizando un vector de longitud de 4096 (con valores aleatorios creados con la función "rand"), compara los tiempos que se tardan sus dos algoritmos programdos (DFT y IDFT) encontra de la FFT e IFFT que ya trae implementada por default Matlab. Comenta los resultados obtenidos.

6.- [20] pts. Transformada de Fourier usando la FFT.

Demuestra que la transformada de Fourier de un pulso Gaussiano es otro pulso Gaussiano, utilizando las rutinas de fft, ifft, fftshift e ifftshift. Compara tus resultados numéricos contra los analíticos. Si existe diferencia en ambos, ¿por qué crees que ocurre esto? Comenta y discute tus resultados.

Entregables: Un documento que contenga los resultados obtenidos, así como su correspondiente procedimiento mostrado de la manera más clara posible.