

VILNIAUS UNIVERSITETAS  
MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS  
PROGRAMŲ SISTEMŲ KATEDRA

# **Duomenų dimensiškumo mažinimas ir klasifikavimas**

## **Dimensionality reduction and classification**

Bakalauro baigiamasis darbas

|                |                   |           |
|----------------|-------------------|-----------|
| Atliko:        | Donatas Kučinskas | (parašas) |
| Darbo vadovas: | Vytautas Valaitis | (parašas) |
| Recenzentas:   | Julija Vysockytė  | (parašas) |

Vilnius – 2015

## **Santrauka**

Glaustai aprašomas darbo turinys: pristatoma nagrinėta problema ir padarytos išvados. Santraukos apimtis ne didesnė nei 0,5 puslapio. Santraukų gale nurodomi darbo raktiniai žodžiai.

**Raktiniai žodžiai:** raktinis žodis 1, raktinis žodis 2, raktinis žodis 3, raktinis žodis 4, raktinis žodis 5

## Summary

Santrauka anglų kalba. Santraukos apimtis ne didesnė nei 0,5 puslapio.

**Keywords:** keyword 1, keyword 2, keyword 3, keyword 4, keyword 5

## TURINYS

|   |    |
|---|----|
| ĮVADAS .....  | 5  |
| 1. DIRBTINIŲ NEURONŲ TINKLAS .....                  | 6  |
| 1.1. Dirbtinis neuronas .....                       | 6  |
| 1.2. Dirbtiniai neuronai/tinklas? .....             | 7  |
| 1.3. Daugiasluoksnis perceptronas .....             | 8  |
| 2. DUOMENYS .....                                   | 10 |
| 2.1. Vilkdagių duomenys .....                       | 10 |
| 2.2. Genų duomenys .....                            | 10 |
| 2.3. Duomenų normavimas .....                       | 10 |
| 3. DUOMENŲ GRUPĖS/DUOMENŲ APMOKYMAS/... ..          | 12 |
| 4. DIMENSIŠKUMO MAŽINIMAS .....                     | 14 |
| 4.1. Tiesinė diskriminantinė analizė .....          | 14 |
| 4.2. Dimensiškumo mažinimas neuroniniu tinklu ..... | 15 |
| REZULTATAI IR IŠVADOS .....                         | 17 |
| ŠALTINIAI .....                                     | 18 |
| SUTARTINIS TERMINŲ ŽODYNAS .....                    | 19 |

## Įvadas

Klasifikavimas - tai dažnai sutinkama užduotis, turintį įvairių sprendimo būdų. Šios uždavinio tikslas - identifikuoti, kuriai grupei priklauso tiriamas objektas. Tiriamieji objektai dažniausiai būna vienos rūšies, aprašomi tam tikrais parametrais, o grupės, kuriems jie yra priskiriami - iš anksto žinomos. Pavyzdžiui, galima klasifikuoti gyvūnus pagal tam tikras jų fizines savybes - kojų ilgį, storį, kitas kūno apimtis, kailio ilgį ir pan. Natūralu, kad kiekvienas net ir tos pačios rūšies gyvūnas turės šiek tiek kitokius parametrus, tačiau šie parametrai dažniausiai turi įvairius dėsniumus, pagal kuriuos galima bandyti atspėti, kuriai rūšiai tam tikras gyvūnas priklauso.

Norint išspręsti konkretų klasifikavimo uždavinį, akivaizdžiausias sprendimas galėtų būti šių grupių parametrų ištirimas - pavyzdžiui, norint mokėti atskirti triušius nuo liūtų turint jų ūgius nėra sunki užduotis. Tačiau problema kyla, kai atskiriamos klasės yra labai panašios viena į kitą - tokiu atveju pastebėti tam tikrus dėsniumus ir juos sumodeliuoti bei realizuoti ir kur kas sunkiau. Be to, sprendžiant konkretų klasifikavimo uždavinį, tektų gilintis į klasifikuojamus objektus - pavyzdžiui, norint sukurti tam tikrų kiškių rūšių klasifikavimą, gilios žinios apie šias kiškių rūšių savybes būtų privalomos. Dažniausiai įvairūs dėsniumai apima ne vieną dydį, bet jų kombinaciją, kurią atrasti ir apskaičiuoti reikalautų daug pastangų. O norint efektyviai atskirti tam tikras objektų klases, gali prireikti daugybės skirtingų dėsniumų. Šios priežastys labai apsunkina efektyvaus klasifikavimo algoritmo kūrimą analizuojant klases, todėl yra retai naudojamas.

Vienas populiariausių klasifikavimo sprendimo metodų - klasifikavimas naudojant neuroninį tinklą. Turint pakankamai didelį tiriamų objektų duomenų kiekį, galima įžvelgti tam tikrus dėsniumus. Neuroninis tinklas leidžia tai automatizuoti - vietoje to, kad žmogus mokytųsi apie objekto savybes, tai atliekama su neuroniniu tinklu. Turimi duomenys panaudojami apmokyti neuroninį tinklą, kuris po to geba pats pasakyti, kuriai grupei tiriamas objektas priklauso. Žinoma, neuroninis tinklas nėra visada teisingas, kadangi jis remiasi patirtimi, kurią įgijo pavyzdinių duomenų apmokymo metu, tačiau jei šie apmokymui buvo surinkta pakankamai korektiškų duomenų, neuroninis tinklas geba klasifikuoti objektus pakankamai tiksliai.

Dimensiškumo mažinimas (angl. *dimensionality reduction*) Savybių ištraukimas (angl. *feature extraction*)

TODO: TODO: pridėti paaiškinimą, kad dažniausiai turime daug duomenų?

TODO: neuroniniai tinklai?

TODO: dimensiškumo mažinimas

TODO: tyrimo tikslai?

TODO: Šaltiniai:

[HC94] [LG00] [LG00] [YL02]

# 1. Dirbtinių neuronų tinklas

Dirbtinis neuronų tinklas - tai tarpusavyje susijungusių dirbtinių neuronų tinklas, kurio užduotis yra spręsti tam tikrą užduotį arba užduotis. Dirbtinis neuronų tinklas gavęs pradinį užduoties duomenį, juos apdoroja ir taip gaunamas tam tikras atsakymas. Šis atsakymas nebūtinai yra teisingas - neuronų tinklai suprojektuoti taip, kad galėtų būti mokomi kai gauna neteisingą atsakymą.

## 1.1. Dirbtinis neuronas

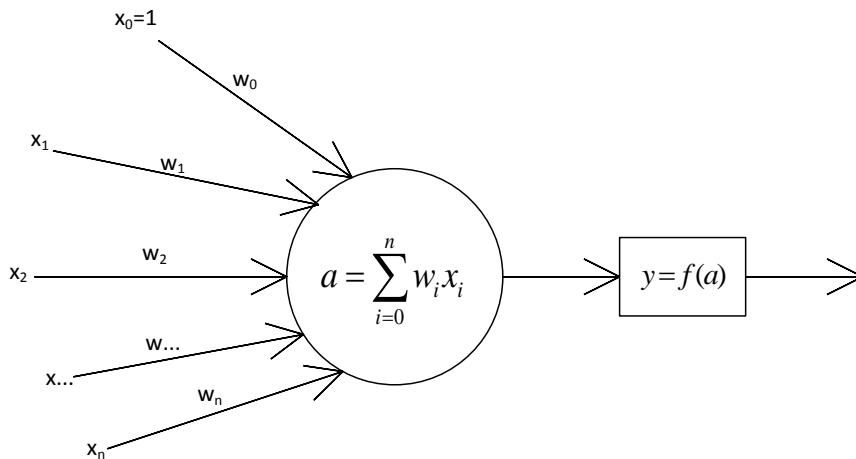
Dirbtinių neuronų tinklas sudarytas iš daugybės dirbtinių neuronų, todėl norint suprasti tinklą, reikia pradėti nuo vieno dirbtinio neurono. Žmogaus smegenys sudarytos iš daugybės neuronų. Dirbtinis neuronas - tai supaprastintas šių biologinių neuronų modelis. Jo modelis pavaizduotas 1 paveiksliuke. Dirbtinio neurono veikimo principas gan paprastas - per kairėje esančias jungtis dirbtinis neuronas gauna signalus iš kitų dirbtinių neuronų - iš  $k$ -tosios jungties gaunamas  $x_k$  dydžio signalas. Šiuos signalus neuronas apjungia ir pertvarko, ir taip sugeneruojamas dirbtinio neurono išeinamasis signalas. Šis išeinamasis signalas gali būti siunčiamas daugybei kitų neuronų - dešinėje esančios jungtys yra neurono išeinamojo signalo jungtys, kuriomis ir yra siunčiamas išeinamasis signalas.

Dirbtinis neuronas generuoja išeinamąjį signalą pagal tam tikrą modelį. Pirmiausia, kiekviena įeinančioji jungtis  $k$  turi savo svorį  $w_k$  - šis svoris yra padauginamas iš įeinančio signalo dydžio  $x_k$ . Tada visos šios signalų dydžių ir svorių sandaugos yra susumuojamos - taip gaunamas sužadavimo signalas  $a$  (1 formulė). Tada sužadavimo signalas  $a$  yra paduodamas kaip argumentas tam tikrai funkcijai  $f$  ir gaunamas neurono išeities signalas  $y = f(a)$ . Ši funkcija  $f$  yra vadinama aktyvacijos funkcija - ją galima keisti pagal tai, kokio tikslo siekiama iš šio dirbtinio neurono. Populiariausios aktyvacijos funkcijos - slenkstinė, tiesinė, hiperbolinis tangentas bei sigmoidinė (2 formulė). Iš esmės aktyvacijos funkcija gali būti bet kokia funkcija, tačiau vėliau norint apmokyti dirbtinį neuronų tinklą, reikia rasti šios funkcijos išvestinę. Dėl šios priežasties dažniausiai pasirenkamos tokios aktyvacijos funkcijos, kurios ne tik tinkamai pertvarko signalą išvedimui, tačiau ir kurios išvestinės yra paprastos.

Įeinamosios neurono jungtys numeruojamos nuo 1 iki  $k$ . Norint  $a$  reikšmę padaryti tinkamesnę neuroninio tinklo funkcijoms, dažniausiai įvedama papildoma 0-inė jungtis su svoriu  $w_0$  ir signalo stiprumu  $x_0 = 1$ . Tokiu būdu prie  $a$  (formulė 1) reikšmės papildomai pridedama  $w_0 * x_0 = w_0$  reikšmė.

$$a = \sum_{k=1}^N w_k x_k \quad (1)$$

$$f(a) = \frac{1}{1 + e^{-a}} \quad (2)$$



1 pav.: Dirbtinis neuronas

## 1.2. Dirbtiniai neuronai/tinklas?

TODO: finish

Dirbtinių neuronų tinklas (angl. *Artificial neural network*) - tai tinklas, kurį sudaro dirbtiniai neuronai bei jungtys, jungiančios kai kuriuos dirbtinius neuronus. Per kiekvieną jungtį gali eiti signalas, kuris perduoda vieno neurono išeinamąjį signalą kitam neuronui. Kiekvienas neuronas gali turėti bet kokių skaičių įeinančių ir bet kokių skaičių išeinančių jungčių.

Kai kurios jungtys gali būti prijungtos tik prie vieno neurono. Jungtys, kurios įeina į neuroną tačiau neišeina iš jokio neurono, naudojamos duomenų perdavimui - šiomis jungtimis neuronų tinklui perduodami signalai, atitinkantys duomenis. Jungtys, išeinančios iš neurono tačiau neįeinančios į jokių neuronų, naudojamos rezultato gavimui - kai per visą neuroninį tinklą pereina signalai, būtent šiose jungtyse ir yra gaunamas pateiktus duomenis atitinkantis atsakymas.

Dirbtinio neuronų tinklo užduotis - pagal pateikiamus duomenis sugeneruoti atsakymą. Pirmiausia duomenys pateikiami per tam skirtas jungtis. Neuronai, prijungti prie šių jungčių, gauna šiuos pradinis signalus, juos apdoroja ir pradeda skleisti tam tikro stiprumo signalą išeinančiomis jungtimis. Taip signalai sklinda tolyn ir visi tinklo neuronai būna apdorojami tol, kol galiausiai rezultatas būna gaunamas tam skirtose jungtyse.

Neuronų tinklo pateiktas atsakymas nebūtinai yra teisingas - neuronų tinklas suprojektuotas taip, kad jį būtų galima tobulinti pagal daromas klaidas. Vienas populiariausių būdų, kuris yra naudojamas šiame darbe - atgalinė propogacija (angl. *Backpropagation*). Tam, kad būtų galima apmokyti neuronų tinklą spręsti konkrečią problemą, reikia turėti nemažą šios problemos pavyzdinių duomenų rinkinį bei iš anksto žinoti kiekvienų duomenų teisingą atsakymą. Mokymas vyksta pažingsniui, vienu metu neuroninui tinklui pateikiant vienus duomenis iš turimo duomenų rinkinio. Neuroninis tinklas, gavęs duomenis, juos analizuoja ir pateikia tam tikrą atsakymą. Šis gautas atsakymas yra sulyginamas su teisingu, iš anksto žinomu atsakymu. Pagal tai, kaip neuroninio tinklo pateiktas atsakymas skiriasi nuo teisingojo, neuroninis tinklas būna pertvarkomas. Pertvarkymas vyksta nagrinėjant neuroninį tinklą priešinga tvarka, nei buvo nagrinėjama, kai neuroninis tink-

las analizavo pateiktus duomenis. Nagrinėjant kiekvieną neuroninio tinklo neuroną, į jį įeinančių jungčių svoriai  $w_k$  (įskaitant ir  $w_0$ , kuris naudojamas kaip papildomas parametras) būna pakeičiami taip, kad neuroninis tinklas gautų panašesnę atsakymą į teisingąjį.

Taip atlikus vienų duomenų iš rinkinio apmokymą, imami kiti duomenys iš šio rinkinio ir mokymas kartojamas. Kiekvienus duomenis iš šio rinkinio rekomenduotina naudoti apmokymui bent kelis kartus, kadangi neuroninis tinklas ne iš karto teisingai išmoksta spręsti problemą su konkrečiais duomenimis. Taip pat apmokant tinklą su vienais duomenimis, neuroninio tinklo parametrai gali būti pakeisti taip, kad neuroninis tinklas nebegebės teisingai išspręsti prieš teisingai išspręstų duomenų. Tačiau per daug mokyti neuroninį tinklą taip pat nerekomenduotina, kadangi vėliau tinklas per daug prisitaiko prie jam apmokyti naudojamo duomenų rinkinio, o ne prie problemos. Nors ir gali pasirodyti, kad neuroninio tinklo pateikiami rezultatai vis labiau ir labiau panašėja į teisingus, tačiau išbandžius šį neuroninį tinklą su kitu šios problemos duomenų rinkiniu galima įsitikinti, kad rezultatai po kurio laiko pradeda blogėti. **TODO: įdėti (angl. Validation group)?**

**TODO: error'o skaičiavimas?**

**TODO: backpropagation?**

### 1.3. Daugiasluoksnis perceptronas

Daugiasluoksnis perceptronas - tai tam tikromis savybėmis pasižymintis dirbtinių neuronų tinklas. Tai viena populiariausių dirbtinių neuroninių tinklų rūšis, kadangi savybės, kuriomis šis tinklas pasižymi, leidžia padaryti tam tikras skaičiavimo optimizacijas bei pakankamai lengvai realizuoti veikiantį neuroninį tinklą. Be to, galima keisti daugiasluoksnio perceptrono parametrus pritaikant jį konkrečiai sprendžiamai problemai.

Neuronų tinklą galima nagrinėti kaip grafą, kuriame dirbtiniai neuronai yra grafo viršūnės, o jungtys, jungiančios juos - kryptinės grafo briaunos. Jeigu neuronų tinklo grafe būtų bent vienas ciklas, tai reikštų, kad šiame cikle esančiomis jungtimis einantys signalai gali keistis ne kartą - atnaujinus tam tikro neurono išvedimo signalą, ciklu gali pakisti ir šio neurono įvedimo signalas. Tada reikėtų vėl atnaujinti šio neurono išvedimo signalą, o tai darant vėl gali pasikeisti bet kuris įvedimo signalas ir toks pasikeitimų ciklas gali kartotis labai daug kartų arba net ir niekada nesibaigti. Tai apsunkina dirbtinių neuronų veikimą, todėl dažniausiai naudojami neuronų tinklai, kuriais signalai skleidžiami pirmyn (angl. *feedforward*). Pagal apibrėžimą, jeigu tinklo grafe nėra nei vieno ciklo, tinklas yra pirmyn skleidžiamas.

Tai, kad daugiasluoksnis perceptronas yra skleidžiamas pirmyn, suteikia nemažai privalumų. Norint apdoroti tam tikrą neuroną, privalu žinoti visus įeinančiųjų jungčių signalų dydžius, o tai reiškia, kad jau turi būti apdoroti visi neuronai, kurių išeinamosios jungtys įeina į apdorojamąjį neuroną. Grafe be ciklų rasti tokią neuronų seką, kuria būtų galima apdoroti tinklo neuronus nėra sunku - šį uždutis yra plačiai žinoma ir vadinama topologiniu rikiavimu. Yra žinoma, kad beciklį grafą visada galima topologiškai išrikiuoti, o tai reiškia, kad daugiasluoksnį perceptroną galima apdoroti tiesiog paeiliui apdorojant topologiškai išrikiuotų viršūnių seką. Ši savybė palengvina neuroninio tinklo apdorojimą.

Be to, daugiasluoksniai perceptronai yra organizuojami sluoksniais. Tinklas yra sudarytas iš



perceptronų grupių, kurios yra vadinamos sluoksniais. Visi neuronų sluoksniai yra išsidėstę iš eilės, nuo kairės į dešinę. Kiekvieno sluoksnio visi neuronai turi išeinamąsias jungtis į visus neuronus iš sekančio sluoksnio, esančio dešinėje. Išimtis paskutinis sluoksnis - kadangi jis naudojamas išvedimui, todėl neturi jungčių į kitus neuronus, o jo jungtyse formuojamas atsakymas į analizuojamą problemą.

Tokia neuronų organizacija į sluoksnius dar palengvina tinklo veikimą - signalus siųsti galima sluoksnis po sluoksnio, pradedant pirmuoju, kuris gauna problemos duomenis, siunčiant signalus visomis jungtimis antrajam sluoksniui. Po to tas pats atliekama su antruoju sluoksniu siunčiant visus signalus trečiajam ir t.t., kol galiausiai rezultatai gaunami paskutiniame sluoksnyje.

Savybė, kad kiekvieno sluoksnio, išskyrus paskutinio, visi neuronai turi išeinamąsias jungtis į visus sekančio sluoksnio neuronus taip pat yra naudinga - žinant tai, nereikia turėti jokio tinklo grafo, kadangi užtenka žinoti kiekvieno sluoksnio neuronus bei jungčių svorius. Be to, signalų siuntimas iš vieno sluoksnio į sekantį taip pat gali būti suprastintas. Vietoj to, kad programiškai iteruoti per visas dviejų sluoksnių neuronų poras ir atlikti jungties dydžio skaičiavimą, tą galima padaryti su matricų aritmetika. Išanalizavus **TODO: finish**

**TODO: MATRIX CALCULATIONS**

**TODO: LAYERS** **TODO: matricų operacijos**

Tai reiškia, kad grafą galima išrikiuoti topologiškai, t.y. susidaryti tokią viršūnių seką, kuria galėsime apdoroti dirbtinį neuroninį tinklą.

Yra žinoma, kad Kadangi pirmyn skleidžiami grafai neturi ciklų, Yra žinoma, kad kryptinį grafą, neturintį

nėra ciklų topologinis rikiavimas

**TODO: tam pasitarnauja topologinis rikiavimas**

**TODO: Jei būtų ciklas, reikėtų pastoviai atnaujinti.**

Visi tinklo dirbtiniai neuronai veikia pagal anksčiau aprašytą modelį -

**TODO: dirbtinio neurono paveiksliukas**

**TODO: citata?**

**TODO: 110 iš knygos**

**TODO: Perkelti statinės struktūros aprašymą (pateiktą žemiau):**

Prieš pradedant neuroninio tinklo apmokymą, visa jo struktūra yra statiškai aprašoma - parenkama, kiek sluoksnių jis turi. Taip pat aprašoma, kiek kiekvienas sluoksnis turi neuronų, kokios aktyvacijos funkcijos yra naudojamos, kaip duomenys yra paduodami ir panašiai. Visa tai kažkiek suvaržo neuroninio tinklo galimybes mokytis - prireikus išmokti sudėtingesnius duomenis, turima neuroninio tinklo struktūra gali to tiesiog nemokėti. Dėl to konkretus neuroninis tiklas turi tam tikras ribas, iki kurių gali tobulėti.

## 2. Duomenys

### 2.1. Vilkdagių duomenys

Programuojant neuroninius tinklus, testavimui buvo panaudoti vilkdagių (angl. *Iris flower*) duomenys. Tai plačiai taikomi ir viešai pasiekiami duomenys, aprašantys 3 rūšių vilkdagius. Aprašyta po 50 kiekvienos rūšies vilkdagių. Kiekvienas vilkdagis aprašomas pateikiant 4 dydžius: taurėlapio ilgis, taurėlapio plotis, vainiklapio ilgis bei vainiklapio plotis. Šiuos vilkdagių duomenis sudaro 150 gėlių, kurių kiekviena aprašyta 4 parametrais bei priskirta vienai iš 3 vilkdagių grupių.

Šie duomenys puikiai tinka klasifikavimo tinklo apmokymui - tinklo tikslas yra kuo mažiau klystant pasakyti, kuriai iš 3 vilkdagių rūšių tam tikra gėlė su tam tikrais parametrais priklauso. Be to, yra pakankamai duomenų, kad būtų galima dalį jų panaudoti tinklo apmokymui, o kitą dalį - testavimui. Tokiu būdu bus užtikrinama, kad tinklas teisingai išmoko atskirti vilkdagių rūšis pagal parametrus, o ne tiesiog prisitaikė prie mokymui panaudotų duomenų.

TODO: nuoroda į Vilkdagių duomenis

### 2.2. Genų duomenys

TODO: atnaujinti čia panaudotų duomenų sąvokas kitur (įrašas).

Duomenis sudaro 12000 genų įrašų. Kiekvienas genas aprašytas 30-čia parametru, apibūdinančių geno savybes. Visos parametru reikšmės yra natūralieji skaičiai. Kiekvienas genas priklauso vienai iš 24 grupių. Visos genų grupės turi po 500 genų.

### 2.3. Duomenų normavimas

Analizuojami duomenų parametrai gali būti labai skirtingi, kadangi jie išreiškia skirtingas savybes, dydžius. Skiriasi parametru masteliai - pvz. vieno parametro reikšmės gali kisti intervale  $[0; 10]$ , o kito  $[10^3; 10^9]$ . Dėl šių skirtumų tokias parametru reikšmes tiesiai pateikti neuroniniui tinklui nėra praktiška. Taip atsitinka dėl neuroninio tinklo veikimo principo - parametrai, kurių reikšmės linkusios būti didesnėmis, turėtų didesnę įtaką rezultatui nei parametrai su mažesnėmis reikšmėmis, kadangi pradiniai duomenų signalai būtų daug stipresni parametru su didesnėmis reikšmėmis. Tačiau daug naudingiau būtų visiems parametrams suteikti vienodą svarbą, kadangi parametro reikšmių intervalas neturi nieko bendro su parametro svarba - gali būti ir taip, kad didelės reikšmės įgyjantis parametras yra kur kas mažiau svarbus nei mažas reikšmės įgyjantysis. Dėl šios priežasties prieš pateikiant duomenis neuroniniui tinklui, juos svarbu normuoti.

Normuojant duomenis, kiekvienas duomenų parametras normuojamas atskirai. Norint su normuotą parametru, reikia išnagrinėti turimas šio parametro reikšmes bei pakeisti jas naujomis. Sunormalizavus duomenis, visi parametrai turėtų turėti beveik lygią svarbą neuroniniui tinklui - jų reikšmių intervalai turėtų būti lygūs. Paprasčiausias parametro normavimo metodas - rasti minimalią  $p_{min}$  ir maksimalią  $p_{max}$  parametro reikšmes ir kiekvieną  $i$ -tojo įrašo analizuojamo parametro reikšmę  $p_i$  pakeisti pagal formulę:

$$p_i = \frac{p_i - p_{min}}{p_{max} - p_{min}} \quad (3)$$

Šis metodas užtikrina, kad naujos parametro reikšmės būtų intervale  $[0; 1]$ . Šis metodas buvo naudojamas tyrimo pradžioje, kadangi tai turbūt paprasčiausias ir lengvai sugalvojamas metodas. Visgi vėliau buvo pradėtas naudoti kitas metodas, naudotas ir aprašytas [RHM97] šaltinyje - Gauso normavimas (angl. *Gaussian Normalization*). Pagal šį metodą, radus parametro vidurkį  $p_{mean}$  ir vidutinį nuokrypį  $p_{std}$ , kiekviena  $i$ -tojo įrašo analizuojamo parametro reikšmė keičiama pagal formulę:

$$p_i = \frac{p_i - p_{mean}}{p_{std}} \quad (4)$$

Šiuo metodu gaunamų reikšmių vidurkis lygus nuliui, o dispersija lygi vienetui. Nors ir šiuo metodu gaunami duomenys nėra apibrėžti konkrečiame reikšmių intervale kaip pirmojo metodo, visgi yra 68% tikimybė, kad jie bus iš intervalo  $[-1; 1]$ . Bandymu metu šis metodas pasirodė tinkamesnis tiriamai problemai.

TODO: palyginti abiejų normavimų efektyvumą?

TODO: rezultatų palyginimas?

### 3. Duomenų grupės/Duomenų apmokymas/...

TODO: nuspręsti poskyrio pavadinimą

Neuroniniai tinklai mokymo procese yra linkę prisitaikyti prie konkrečių mokymui naudojamų duomenų. Taip atsitinka todėl, kad neuroninio tinklo gerumas yra matuojamas pagal tai, kokios klaidos gaunamos naudojant mokymui parinktus duomenis. Kadangi mokymui naudoti yra naudojama baigtinė aibė įrašų, todėl neuroninis tinklas stengiasi kuo labiau prie jų visų prisitaikyti, neatsižvelgdamas į tai, kad gali egzistuoti ir kitokie duomenys. Dėl to po tam tikro skaičiaus mokymo iteracijų dažnai įvyksta persitaikymas (angl. *Overfitting*) - neuroninis tinklas siekia sumažinti mokomų duomenų pateikiamą klaidą taip stipriai, kad nuo to gali kentėti kitų, ne iš mokymo aibės pateikiamų įrašų atsakymai.

Viena priežastis, kodėl taip įvyksta - ne visi duomenys tobulai atitinka analizuojamą populiaciją. Dažniausiai duomenyse egzistuoja tam tikros anomalijos, būdingos tik keliems duomenų įrašams, kurios pirmiausia būna natūraliai ignoruojamos. Nors ir gaunamas blogas atsakymas su tokiomis anomalijomis, visgi tokių įrašų yra mažuma, todėl bendras rezultatas yra neblogas. Atliekant daugybę iteracijų su tais pačiais mokymo duomenimis, neuroninis tinklas nebeturi kur tobulėti, kaip tik prisitaikyti prie šių anomalijų, kadangi ir jos didina neuroninio tinklo klaidą. Tada neuroninio tinklo struktūra keičiasi taip, kad apimtų ir šią anomaliją, tačiau dėl to kenčia likusios populiacijos rezultatai.

Kita priežastis, dėl kurios įvyksta persitaikymas, yra lokalių minimumų problema. Prieš pradedant neuroninio tinklo apmokymą, visi neuronų jungčių svoriai yra parenkami atsitiktinai. Dėl to gaunamas atsitiktinis neuroninis tinklas, kuris jau pateikia tam tikrus atsakymus. Tikėtina, kad jo pateikiami atsakymai yra labai prasti ir gali būti pagerinti, kadangi tai visiškai naujas atsitiktinai sukurtas tinklas, dar nieko nežinantis apie tiriamą problemą. Dėl to mokymo metu jis tobulėja, mažindamas mokymo duomenų pateikiamą klaidą. Problema kyla dėl to, kad neuroninio tinklo tobulėjimas vyksta mažais žingsniais, iš dabartinių turimų svorių juos truputį pakeičiant taip, kad atsakymas pagerėtų. O kadangi visas mokymas prasideda nuo atsitiktinai sugeneruotų duomenų, todėl pats mokymas bus ne artėjimas prie idealaus tinklo, o prie panašaus į atsitiktinį tinklą, kuris veiktų geriau, nei dabar. Tačiau kartais norint pasiekti gerų rezultatų, gali prireikti drąstiškai pakeisti daugybę tinklo svorių. Visgi to tinklas padaryti negali, nes vienu metu jis analizuoja tik vieną duomenų įrašą, neatsižvelgiant apie kitus, todėl rimtesni pakeitimai sugadintų neuroninį tinklą sprendžiant tiriamą problemą. Dėl to apmokomas tinklas turi ribas, iki kiek gali iš tikro gali tobulėti - ši riba ir yra vadinama lokaliu minimumu. Artėdamas prie lokalaus minimumo, tinklas taip stipriai prisiderina prie mokymui panaudotų duomenų, kad jo struktūros teikiami rezultatai taip pat pradeda blogėti tiriamajai problemos populiacijai.

Paskutinė persitaikymo priežastis, kuri šiek tiek paaiškina prieš tai buvusias priežastis, yra ta, kad neuroninis tinklas vėlesnėse iteracijose per daug siekia tobulumo. Dažnai maža neuroninio tinklo pateikiama klaida nereiškia blogo atsakymo. Klasifikavimo uždavinyje atsakymas yra grupė, kuriai analizuojamas įrašas priklauso. Tačiau jo pateikiamo atsakymo formatas skiriasi - atsakyme yra gaunama, kiek šis įrašas turi kiekvienos grupės savybių. Iš šio tinklo pateikiamo atsakymo rezultatas gaunamas išrenkant grupę, kuri yra būdingiausia įrašui. Dėl to atsakymas bū-

tų idealus, jeigu analizuojamas įrašas būtų 100% priklausomas grupei, kuriai jis priklauso, ir 0% kitoms. Tačiau dažnai netgi patys duomenys gali būti tokios prigimties, kad nors jie ir priklauso vienai konkrečiai grupei, visgi turi ir kitų grupių savybių. Dėl to siekis, kad kiekvienas mokymo duomenų įrašas būtų pripažintas kaip 0% priklausomas kitoms grupėms, šiek tiek kenkia tinklo tobulėjimui - nors ir pasiekiamas teisingas atsakymas, visgi bandoma jį vis tobulinti, siekiant pasiekti 0% ir 100% priklausomybę atitinkamoms grupėms. Čia ir įvyksta persitaikymas, nes po tam tikro iteracijų skaičiaus neuroninis tinklas tiek bando pasiekti minimalią galima klaidą, kad jo rezultatas su likusia problemos duomenų populiacija pradeda kristi.

Norint gauti neuroninį tinklą, kuris efektyviai spręstų ne tik mokymui parinktus duomenis, bet ir visą problemos populiaciją, reikia vengti persitaikymo. Tą galima padaryti naudojant validacijos rinkinį(angl. *validation set*). Apmokymui reikia parinkti ne tik apmokymui naudojamą rinkinį, bet taip pat ir validacijos rinkinį. Šie duomenų rinkiniai turi neturėti bendrų įrašų, priešingu atveju validacija nebus veiksminga. Taip pat tiek apmokymo, tiek validacijos rinkiniuose turėtų būti kuo įvairesnių ir skirtingesnių įrašų - jie turi apimti įvairius skirtingus duomenų variantus tam, kad neuroninis tinklas juos išmoktų bei kad validacija būtų efektyvi. Turint apmokymo ir validacijos rinkinius, apmokymas vyksta įprastai - tinklas mokomas spręsti po vieną įrašą. Tačiau vietoj to, kad tinklo progresas būtų sekamas pagal tai, kaip gerai ji sprendžia apmokymo rinkinį, yra panaudojamas validacijos rinkinys. Po kiekvienos apmokymo iteracijos, neuroniniui tinklui yra duodami validacijos rinkinio įrašai. Juos neuroninis tinklas turi išspręsti, tačiau be mokymosi žingsnio, nes kitaip validacijos rinkinys netektų prasmės. Gavus validacijos grupės atsakymų klaidą, ją galima naudoti stebint neuroninio tinklo progresą. Paprastai mokymo pradžioje validacijos grupės klaida mažėja, tačiau po tam tikro iteracijų skaičiaus ši klaida pradeda didėti, nors apmokymo rinkinio gaunama klaida vis dar mažėja. Būtent šioje vietoje ir prasideda persitaikymas, todėl vos pasiekus šią ribą arba dar po kelių iteracijų nuo jos geriausia neurono apmokymą nutraukti.

Mokymo rinkinys Validacijos rinkinys (Normavimas vyksta kartu)

TODO: paieškoti lokalių minimumų straipsnių

## 4. Dimensiškumo mažinimas

Klasifikavimo problema

Galimi sprendimai:

\* statistinis sprendimas \* neuroniniai tinklai \* veikimas \* apmokymas \* validavimas? \*

Klasifikavimas požymių išskyrimui \* Dimensiškumo mažinimas -> Klasifikavimas

### 4.1. Tiesinė diskriminantinė analizė

Vienas iš galimų dimensiškumo mažinimo sprendimo būdų - tiesinė diskriminantinė analizė (angl. *Linear discriminant analysis*).

TODO: Aprašyti veikimą

Pagrindinis šio metodo suvaržymas yra tai, kad kiekvienas naujas parametras yra gaunamas sudėjus originalių parametų reikšmes, padaugintas iš atitinkamų koeficientų. Tai reiškia, kad naujieji parametrai turi tiesinę priklausomybę nuo senųjų, todėl toks dimensių mažinimas yra labai elementarus. Jeigu norima sukurti naują parametą, kurio išvedimas yra sudėtingesnis, to padaryti naudojant šį metodą nepavyks. Dėl to gaunamos parametų reikšmės gali būti mažai naudingos.

TODO: statistinis dimensių mažinimas - tiesinis (linear), o neuroniniai tinklai geba atlikti sudėtingesnius

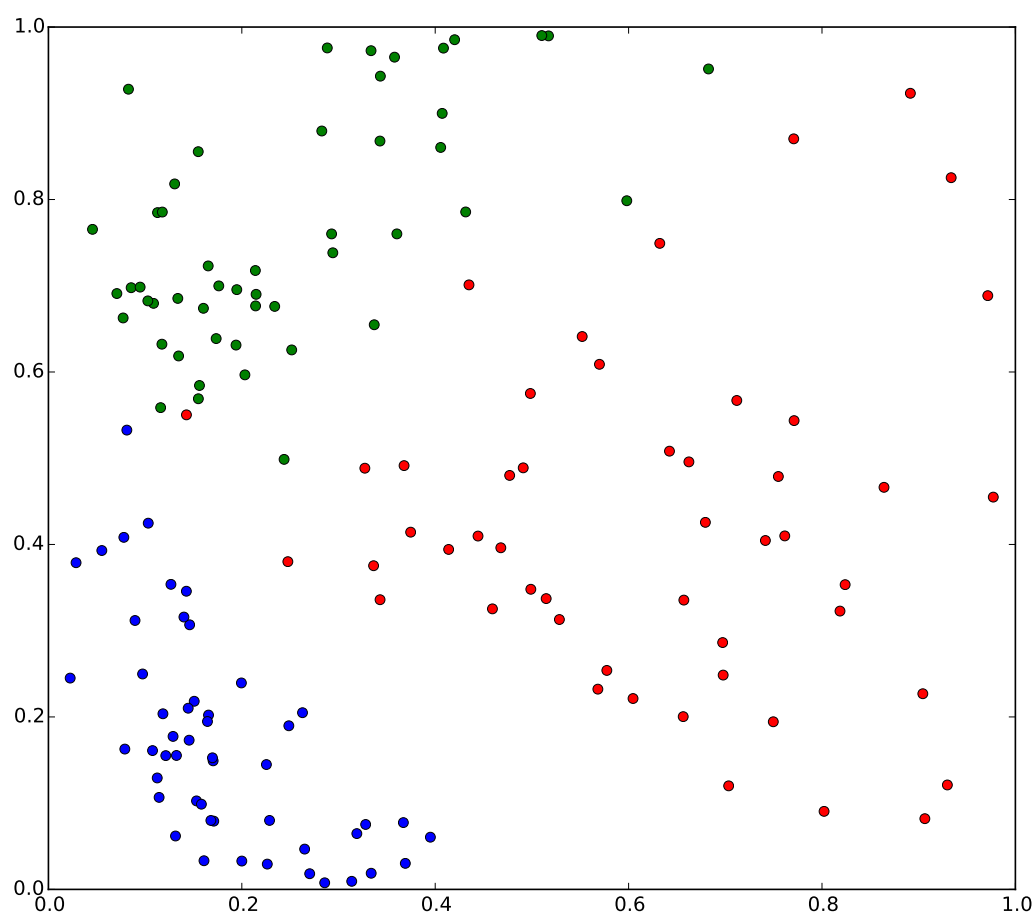
TODO: paaiškinti, kaip veikia tiesinis - kiekviena nauja savybė gaunama iš originalių savybių su tam tikrais koeficientais

[http://en.wikipedia.org/wiki/Linear\\_discriminant\\_analysis#Face\\_recognition](http://en.wikipedia.org/wiki/Linear_discriminant_analysis#Face_recognition)

TODO: Pavyzdinio rezultato paveikslukas

TODO: matlab, python script

TODO: SVD? [http://en.wikipedia.org/wiki/Singular\\_value\\_decomposition](http://en.wikipedia.org/wiki/Singular_value_decomposition)



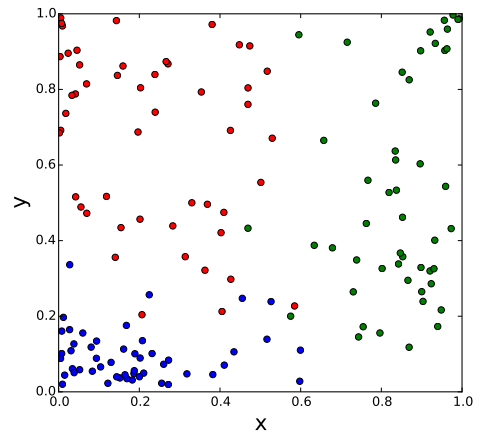
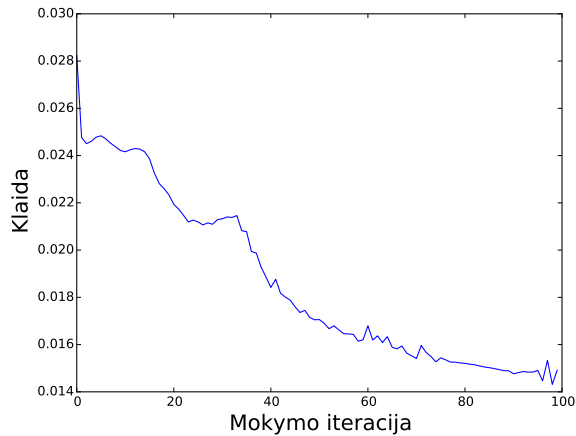
## 4.2. Dimensiškumo mažinimas neuroniniu tinklu

Dimensiškumo mažinimui taip pat buvo panaudotas neuroninis tinklas. Turint  $N$  dimensijų ir norint jas sumažinti iki  $M$ , kai  $M < N$ , tai buvo atliekama sukūrus neuroninį tinklą, kurio pirmajame ir paskutiniame sluoksniuose yra po  $N$  neuronų, o viename iš vidinių sluoksnių -  $M$  (šį vidinį sluoksnį vadinkime kompresijos sluoksniu). Tokio neuroninio tinklo užduotis nėra tiesiog sumažinti dimensijų skaičių - tai daroma netiesiogiai. Šiam tinklui perduodant tam tikrus  $M$  dimensijų turinčius duomenis, iš jo tikimasi, kad išeities neuronuose susiformuos rezultatas, lygus pradiniais duomenims - tai yra neuronų tinklas šių duomenų nepakeis. Ši užduotis būtų paprasta, jeigu visi vidiniai turėtų bent  $N$  dimensijų - tada pateikiami duomenys galėtų būti tiesiog perkeliama iš vieno neuronų sluoksnio į kitą nepakeisti. Tačiau kompresijos sluoksnis turi tik  $M$  neuronų - vadinasi, duomenis reikės tam tikru būdu pertvarkyti, kad jie galėtų būti perduodami per šį sluoksnį prarandant kuo mažiau savybių. Būtent čia ir įvyksta dimensiškumo mažinimas - neuroninis tinklas yra apmokomas pateikti kuo panašesnius duomenis į pradinius, ko pasekoje kompresijos sluoksnyje su  $M$  neuronų yra gaunami duomenys, turintys mažiau dimensijų. Norint sumažinti tam tikro duomenų dimensijas, užtenka šį duomenį paduoti apmokytui neuroniniam tinklui ir pažiūrėti, kurie duomenys susidarė kompresijos sluoksnyje. Nuskaičius šių neuronų reikšmes ir bus gaunamas

duomuo, turintis mažiau dimensijų.

Tokiame apmokytame neuroniniame tinkle visi sluoksniai, esantys kairėje nuo kompresijos sluoksnio, yra naudojami dimensiškumo mažinimui. Būtent per šiuos sluoksnius einant signalams ir yra sudaromas mažiau dimensijų turintis duomuo. Kadangi šio neuroninio tinklo tikslas yra pateikti rezultata, kuris būtų kuo panašesnis į pateiktus duomenis, todėl galima teikti, kad sluoksniai, esantys dešinėje nuo kompresijos sluoksnio, yra naudojami pradinių duomenų atstatymui.

TODO: diagrama su dimensijų mažinimo neuroniniu tinku (kompresijos, dekompresijos pusės; N, M





## Rezultatai ir išvados

Rezultatų ir išvadų dalyje išdėstomi pagrindiniai darbo rezultatai (kažkas išanalizuota, kažkas sukurta, kažkas įdiegta), toliau pateikiamos išvados (daromi nagrinėtų problemų sprendimo metodų palyginimai, siūlomos rekomendacijos, akcentuojamos naujovės). Rezultatai ir išvados pateikiami sunumeruotų (gali būti hierarchiniai) sąrašų pavidalu. Darbo rezultatai turi atitikti darbo tikslą.

TODO: Suprogramuotas neuroninis tinklas

TODO: Išanalizuoti duomenys

TODO: Išbandyti skirtingi dimensiškumo mažinimo metodai

TODO: Išbandyti skirtingi klasifikavimo n

TODO: Išbandyti skirtingi dimensiškumo mažinimo ir klasifikavimo apjungimo metodai

## Šaltiniai

- [HC94] J.C. Harsanyi ir Chein-I Chang. Hyperspectral image classification and dimensionality reduction: an orthogonal subspace projection approach. *Geoscience and remote sensing, ieee transactions on*, 32(4):779–785, 1994-07. ISSN: 0196-2892. DOI: 10.1109/36.298007.
- [YL02] Chien-Cheng Yu ir Bin-Da Liu. A backpropagation algorithm with adaptive learning rate and momentum coefficient. *Neural networks, 2002. ijcn '02. proceedings of the 2002 international joint conference on*. Tom. 2, 2002, p. 1218–1223. DOI: 10.1109/IJCNN.2002.1007668.
- [LG00] S. Lawrence ir C.L. Giles. Overfitting and neural networks: conjugate gradient and backpropagation. *Neural networks, 2000. ijcn 2000, proceedings of the ieee-inns-enns international joint conference on*. Tom. 1, 2000, 114–119 vol.1. DOI: 10.1109/IJCNN.2000.857823.
- [RHM97] Yong Rui, T.S. Huang ir S. Mehrotra. Content-based image retrieval with relevance feedback in mars. *Image processing, 1997. proceedings., international conference on*. Tom. 2, 1997-10, 815–818 vol.2. DOI: 10.1109/ICIP.1997.638621.

## **Sutartinis terminų žodynas**

Sąvokų apibrėžimai ir santrumpų sąrašas sudaromas tada, kai darbo tekste vartojami specialūs paaiškinimo reikalaujantys terminai ir rečiau sutinkamos santrumpos.