

优化设计

约束优化实验报告

姓名：董校廷 学号：SC21002046

1、 运行条件

机器型号：联想小新 700

CPU：i5-6300HQ

内存：16GB 2133Mhz

2、 实验内容

使用随机试验法、随机方向法、线性规划单纯形法求解约束优化问题：

$$\min f(x_1, x_2) = (x_1 - 7)^2 + (x_2 - 3)^2$$

$$s.t. \ g1(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - 10 \leq 0$$

$$g2(x_1, x_2) = x_1 + x_2 - 4 \leq 0$$

$$g3(x_1, x_2) = -x_2 \leq 0$$

根据数值解法可知极小值点为 $[x_1, x_2]^T = [3, 1]^T$ ，极小值为 20。

3、 实验结果

共有四个.m 脚本文件，一个主函数文件 main.m，三个算法函数文件。

主函数中分别调用三个算法对上述问题求解，每种方法都循环 50 次，取最优（函数值最小）的一次结果，计时是 50 次的总时间，迭代次数是 50 次的平均值。

所有方法收敛精度为 0.001。

运行结果如下表：

方法	极值点坐标	极值	平均迭代次数 (50 次)	总时间 (50 次)
随机试验法	[3.0000, 1.0000]	20.0001	4.18	2.0981s
随机方向法	[3.0000, 0.9999]	20.0006	27.44	0.6121s
线性规划单纯形法	[3.0119, 0.9612]	20.0615	9.54	0.0364s

4、 总结

4.1 三种方法的思路：

随机试验法的思路是首先在指定的区间内随机生成 1000 个点，逐一判断所有点是否满足约束条件，如果满足则计算出函数值，不满足则重新生成该点，直至满足约束条件；接着根据函数值将所有点根据函数值由小至大进行排序，计算前 10 个点的平均值 x_m 和标准差 d ，判断是否收敛，如果不收敛则以 x_m 为区间中心点， $3*d$ 为区间左右边界距离，重新确定边界，在边界内重新生成 1000 个随机点，重复上述操作直至收敛。

随机方向法选定约束区间内的点 $(0, 0)$ 做为初始点，初始步长为 1；首先在 $(-1, 1)$ 区间内生成 1000 个随机的方向，再根据这 1000 个方向，结合步长就可以得到 1000 个步进后的点，判断每个点是否满足约束条件，再根据函数值就可以找到这 1000 个方向中函数值下降最快的方向；如果没找到下降的方向，就缩小步长，再重新寻找即可；得到最快的下降方向之后，就可以在该方向上依据步长不断寻找极小值点；找到之后判断函数值和坐标的变化值是否满足收敛精度，不满足则继续上述步骤。

线性规划单纯形法，又称复合形法；思路是首先在指定初始区间内随机生成一个满足约束条件的点，之后再随机生成第二个和第三个点，如果另外两个点不满足约束条件，则将该点向已满足约束条件点的中心点方向进行比例移动，最终得到初始的单纯形；接着排序得到最优点、最差点和次差点；计算除最差点外所有点的中心点；如果中心点满足约束，则将最差点根据中心点进行反射，并且通过调整反射比例使反射点满足约束且函数值减小，将该反射点取代最差点做为新的单纯形，再对所有的点进行排序重复上述操作；如果中心点不满足约束，则选择中心点和最优点之间的区间作为初始区间，重新生成单纯形。约束条件是判断所有点与最优点之间的平方差的均值开平方根是否满足约束精度。

4.2 结果分析

根据结果可以看出，随机试验法和随机方向法精度相差不大，但随机方向法的迭代次数更大，而随机试验法耗时要远高于随机方向法；说明随机方向法收敛速度更快。

单纯形法的结果精度不高，远低于上述两种方法，并且如果不是多次计算取最优解的话，可能会出现收敛到非极小值点的情况，但该方法耗时较短。