

D (a1ao) P (ower)

0rz

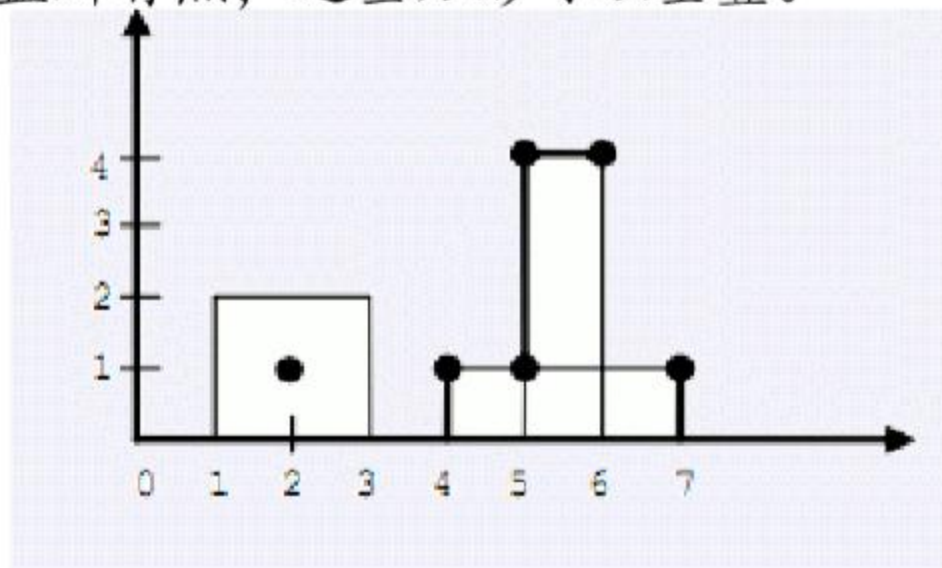
Outline

根据一般的dp题难点，分为三个部分

- [状态的划分](#)
 - [转移的优化](#)
 - [一些常见的dp模型](#)
-
- 你可以把这个课件当作有分类的杂题选讲

Photo

平面上有 n 个点，要求用最少的底边在 x 轴上且面积不超过 A 的矩形覆盖所有点，这些矩形可以重叠。



- $1 \leq n \leq 100, 1 \leq A \leq 200000, 0 \leq x \leq 3000000, 1 \leq y \leq A$.
- Source: CEOI 2009

给定一个 n 个点， m 条边的无向图，在第 i 个点建立旅游站点的费用为 C_i 。在这张图中，任意两点间不存在节点数超过 10 的简单路径。

请找到一种费用最小的建立旅游站点的方案，使得每个点要么建立了旅游站点，要么与它有边直接相连的点里至少有一个点建立了旅游站点。

- $2 \leq n \leq 20000, 0 \leq m \leq 25000$ 。
- Source: POI 2014

求最小代价

JZ0J4019 path

- 给定一个 $n * m$ 的网格，你在左下角 $(n, 1)$ ，一开始你面向上方，你只能往前走或者右拐，障碍和走过的点不能走。给出 x, y ，求走到 (x, y) 的方案数 $\text{mod } k$ 的值。
- 也就是能一直向右转圈。
- $N, m \leq 100$
- $k \leq 10^9$

转移的优化

- 注意题目的性质
- 数据结构
- 决策单调性
- 单调队列
- 斜率优化
- 凸优化
- 长链剖分
- 四边形不等式
- ...

Paint Pearls

给定一个长度为 n 的序列，每一位有一个目标颜色。初始时每一位都没有颜色。每次可以选择一个区间，将区间内的所有元素改为其**目标颜色**。设区间内不同颜色的数量为 x ，则操作的代价为 x^2 。求最小代价。

$n \leq 50000$ 。



Tree chain problem

给定一棵有 n 个点的树，以及 m 条树链，其中第 i 条树链的价值为 w_i ，请选择一些没有公共点的树链，使得价值和最大。

- $1 \leq n, m \leq 100000$ 。
- Source: 2015 Multi-University Training Contest 1

Data Structure You've Never Heard Of

给定一个长度为 n 的序列 a_1, a_2, \dots, a_n , 每个元素都是一个 d 维 01 向量, 求所有不下降子序列的个数。

对于 d 维向量, $a_i \leq a_j$ 等价于 a_i 的每一维都不大于 a_j 。

- $1 \leq n \leq 200000, 1 \leq d \leq 16$ 。
- Source: ftiasch's Contest #4

斜率优化

- NOI2019day1T1 ~~—(加强~~
- 有 n 个点， m 辆火车
- 每辆火车有给定的起点、终点，出发、到达时间
- 现在是零时刻，你要从1号点到 n 号点
- 每一段不坐火车的时间 t 会带来 At^2+Bt+C 的代价。
- 求出每一段不坐火车的时间代价之和 + 最后到达时间的最小值。
- $N \leq 1e5, m \leq 2e5$
- 1s

经典题

- 一个长度为 n 的序列，求出选**恰好** k 个不相交区间的最大权值和。
 - $K, N \leq 1e5$
 - $-1e9 \leq a_i \leq 1e9$
-
- 设函数 $f(z)$ 表示取 z 段的最大值。
 - 观察发现， $F(z)$ 上凸。证略。

一些常见模型

- 排列dp
 - 数位dp
 - ~~插头dp~~
 - 动态dp
-
- 仙人掌/圆方树上dp
 - 树型dp, DAG上dp

Shopping

给定一棵有 n 个点的树，第 i 个点有 d_i 件商品，价格为 c_i ，价值为 w_i 。

你手头有 m 块钱，且你要保证你买过的点在树上互相连通，问买到的物品的总价值最多是多少。

- $1 \leq n \leq 500, 1 \leq m \leq 4000, d_i \leq 100$ 。
- Source: BZOJ 4182

GDSOI2019 D2 T1 高中生数学题

小明知道老师喜欢将简单的题目改点条件变成第二天的作业题，于是开始提前开始思考对于任意数字 m ，杨辉三角第 n 行有多少 m 的倍数。这个问题超出了小明的能力，小明将其简化为， m 只包含一个质因子，也就是可以写成 $m = p^k$ 的形式，其中 p 是一个质数。

形式化地描述这个问题，即给定 n, m ，求 $C_n^i, 0 \leq i \leq n$ 中有多少个数是 m 的倍数。

Data Constraint

对于前 15% 的数据， $n \leq 5000$

对于前 35% 的数据， $n \leq 2 \cdot 10^7$

另外有 20% 的数据， $k = 1$

对于 100% 的数据， $k \geq 1, 1 < p^k \leq n \leq 10^{18}$ 。

NOI 7.12 抽鬼牌

- 求 $1 \sim n$ 的不存在长度大于等于 m 的公差 $=1$ 或 -1 的连续等差数列的排列数。
- $N, m \leq 200$
- 1s, 512mb

NOI 7.13 MIS

- 一棵树，每个点有正或负的权值 c 。
- 一个排列的价值是按顺序删点，并且将当前点上的权值**加给**与其相连的其他点。将每个点被删时的权值求和即为价值。
- 请求出排列的最大价值。
- $N \leq 400$, $c \leq 1e9$

• 完