Projet : Discrétisation d'E.D.P BS.

Fixons $T = 1$; $K = 1$.

Soit l'EDP :
$$\begin{cases} \partial_T C + r x \partial_x C + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 \partial_{xx}^2 C = rC \quad \forall t \in [0, T[\ \forall x \in \mathbb{R}^+ \\ C(T, x) = (x - K)_+ \end{cases}$$

En choisissant $r = 0$; $\sigma = 1$, Fixons $\varepsilon_x = 0.01$, $\varepsilon_t = 0.01$.

1. En utilisant un schéma d'Euler implicite de pas ε_x et ε_t en l'espace et le temps, construisez la fonction.

   $C(x_0)$: la fonction de prix en fonction du spot x_0.

2. Refaire la même construction avec un schéma Euler explicite.

3. Refaire la même construction avec le schéma Crank-Nicolson.

4. varier σ suivant $[0.01, 0.05, 0.1, 0.25, 0.5, 0.75, 1]$. observez la différence avec la vraie fonction prix en fonction du spot donnée par la formule de Black-Scholes.

5. varier ε_x et ε_t pour une meilleure convergence en fonction de σ.

6. En déduire sur la stabilité du schéma en comparant les schémas d'Euler implicite, explicite et le schéma de Crank-Nicolson

   Hint : comparer les résultats au voisinage du strike.

Extra :

7. Pensez-vous que les résultats changeront pour $r \neq 0$?