

Die Vermessung der Welt

Leben und Werk des Naturwissenschaftlers
Carl Friedrich Gauß
(30. April 1777 – 23. Februar 1855 : 78 Jahre)



50- jähriger Gauß (1828)



Zielsetzung des Vortrages

Was können wir von Gauß lernen ?

Erzähle es mir, und ich vergesse es.	Zeige es mir, und ich erinnere mich daran.
Lasse es mich tun, und ich lerne es.	Lasse es mich erklären, und ich verstehe es.

Chinesische Erfahrungsweisheit

Nichts ist erfolgreicher als der Erfolg!

Warum war Gauß so erfolgreich als Wissenschaftler?

Es lag nicht zuletzt an seiner Persönlichkeit.

Talent	Charakter
Neigung	Nutzdenken

Gauß und Miss Marple

Die vier berühmten Fragen der Miss Marple

Wer tat das?	Was tat er?
Wie tat er das?	Warum tat er das?

Wer war Gauß? (8000 Briefe/Notizen)	Was tat Gauß? (Veröffentlichungen/Akten)
Wie tat er das? (Spur des Fuchses)	Warum tat er das? (Broterwerb)

Was kann man lernen,
wenn man sich mit Gauß beschäftigt?

Persönlichkeit



Persönlichkeit

Gauß war kein Hero.

Er war ein Mensch (wie Du und ich) mit seinem Widerspruch:
ein zweifelnder und suchender,
von Stimmungen (!) nicht freier,
sehr vom Wetter abhängiger,
oft leidender Mensch.

Mit einem Hang zum Fatalismus,
weich, sensibel, verletzlich,
meist pessimistisch,
zu Zeiten aber auch fröhlich.

Die hier vereinten (160 von ca. 8000) Dokumente sollten das
erkennen lassen.

K. R. Biermann

Cet un caractère

Gauß ist einer der sonderbarsten Menschen in der Welt,
dem man mit allen seinen rauen Ecken doch eigentlich
nicht böse sein kann, wenn man sich auch oft ärgert.

Aufmerksamkeiten,
wie Sie bemerken und wie ich aus wiederholter eigener Erfahrung
weiß,
werden gewöhnlich durch **Äußerungen übler Laune** anerkannt.

Weber behauptet,
daß Gauß' üble Laune hauptsächlich von **Hühneraugen** komme,
von denen er in außergewöhnlichem Maße geplagt sein soll.

Wenn diese ihm hart zusetzen,
ist Gauß so **ärgerlich und verdrießlich als möglich**
und ein paar Stunden nachher,
wenn der Schmerz aufgehört hat,
die Lebenswürdigkeit selbst.

Das er auch das letzte sein kann,
weiß ich gleichfalls aus eigener Erfahrung;
es kommt aber nicht häufig vor.

Schumacher an Bessel 1942

Charakter – Tugenden

Nichts ist mir **widerlicher**, als wenn Personen,
die ich sonst wegen ihrer Talente hochschätze,
ihre **Kleinlichkeit** zur Schau tragen.

Habsucht ist kein Zug meines Charakters.

Gauß an Schubert, Jan. 1803

Weibische Klagen über die Beschwerden des Verhältnisses,
in welches Du Dich, durch nichts zurückgehalten, gebracht hast,
können und werden nur ein verschlossenes Ohr finden.

Beweise, daß Du Dich in jene wie ein Vernünftiger fügst,
darin eine Schule der Besserung erkennst, nachhaltig gewohnt an
Arbeitsamkeit, Mäßigkeit, Sparsamkeit,
Ordnung und Rechtlichkeit,
dann wirst Du ein offenes Ohr finden bei Deinem Vater.

Gauß an den 20-jährigen „Tunichtgut“ Eugen, Okt. 1832

Es wäre mir daran gelegen gewesen, (den Hamburger Kaufmann)
Parish zu sprechen, um seinen Rat zu erhalten,
wie man auf ganz sichere und wenigst kostspielige Weise
Geld nach Amerika überweisen kann,
indem ich meinem Sohn Eugen, der sich **jetzt ganz gesetzt** zeigt,
das noch in meinen Händen befindliche mütterliche Erbteil zu
extrahieren geneigt bin.

Gauß an Schumacher, Mai 1839

Persönlichkeit Gefühle : Liebe

Oh, wie hatte ich auf dieses Glück gehofft;
ich bin nicht schön, nicht galant,
ich habe nichts anzubieten als ein redliches Herz voll treuer
Liebe.
Ich verzweifelte, je Liebe zu finden.

Der 27- jährige Gauß an Bolyai, Nov. 1804

Glücklich fließen die Tage in dem einförmigen Gang des
häuslichen Lebens;
wenn das Mädchen einen neuen Zahn kriegt
oder der Junge ein paar neue Wörter gelernt hat,
so ist das fast ebenso wichtig,
als wenn ein neuer Stern oder eine neue Wahrheit entdeckt ist.

Gauß an Bolyai, Okt. 1808

Private Bemerkungen aufgezeichnet in Bremen nach dem Tod seiner ersten Frau Johanna
--

Okt. 1809

Persönlichkeit *Gefühle : Glaube*

Gemäß seiner weltanschaulichen Grundhaltung konnte Gauß die
materialistische Philosophie Ludwig Feuerbachs
(1804 – 1872)

nur ablehnen. In Anspielung auf dessen 1841 erschienene Schrift
„Vom Wesen des Christentums“
sprach er gegenüber Weber von
„tiefen Verwirrungen des menschlichen Geistes“

Persönlichkeit *Gefühle : Glaube*

Überhaupt, lieber Kollege, ich glaube , Sie sind viel
bibelgläubiger als ich.

Ich bin es nicht recht und Sie sind viel glücklicher dran als ich.

Ich muss sagen, wenn ich so öfters sah in früheren Zeiten
Leute in niederen Ständen, simple Handwerker,
die so recht von Herzen glauben konnten:

Ich habe sie immer beneidet.

Sagen Sie mir doch, wie fängt man dies an?

**Hatten Sie vielleicht das Glück,
einen gläubigen Vater oder Mutter zu haben?**

Gauß im Gespräch mit Wagner, Dez. 1854

Auch in meinem Leben kamen Erfahrungen vor,
welche mich oft stutzig machten
und mich hinführten auf eine **Vorsehung** im einzelnen,
die Sie annehmen.

Ich sollte nach Petersburg.

Da wäre ich reiner Mathematiker geworden.

So z.B. ist es eine solche Führung,
die mich zum Astronomen machte,
mich hierhin (nach Göttingen) führte.

Gauß im Gespräch mit Wagner, Dez. 1854

Persönlichkeit Gefühle : Frohsinn

Lebe wohl, mein treuer alter Freund.
Vor allem bewahre Dir ein **heiteres Gemüt**,
ohne welches kein Erdengut einen Wert hat.

Gauß an Bolyai, März 1832

Farkas (Wolfgang) Bolyai (1775 – 1856) kam 1 Jahr später als
Gauß an die Universität Göttingen;
beide schlossen als Kommilitonen lebenslange Freundschaft.

Sie verabredeten beim Abschied,
am letzten Tag jeden Monats zwischen 20 und 22 Uhr
beim **Rauch einer Pfeife** einander zu gedenken.

Bolyai wurde Mathematikprofessor am Kollegium zu Maros
Vasarhely / Siebenbürgen



Die Vermessung der Welt

**Naturwissenschaft =
Meßtechnik + Mathematik**



Gauß, ein Genie?

Die größten Mathematiker,
wie Archimedes, Newton und Gauß
haben stets
Theorie und Anwendungen
in gleicher Weise miteinander vereinbart.

Felix Klein

Zum Prof. für Mathematik an der Universität Helmstedt
Johann Friedrich Pfaff (1765 - 1825),
bei dem Gauß am 16. Juli 1799 promovierte:

Pfaff zeigt das **untrügliche Kennzeichen eines Genies**,
eine Materie nicht eher zu verlassen,
als bis er sie womöglich ergrübelt hat.

Gauß an Bolyai, Nov. 1798

Gauß, der Wissenschaftler oder die Suche nach Wahrheiten

„Was ist Wahrheit“:

berühmte Frage nicht nur eines bekannten Juristen

Thou, NATURE, art my goddess;
to thy laws
my services are bound

Du, NATUR,
bist meine Göttin;
Deinen Gesetzen diene ich.

Nach Shakespeare, King Lear, oft zitiert von Gauß.

Ein **Mathematiker** findet den Namen Gauß in der
Bezeichnung von nahezu

50

Gesetzen und Theoremen,
Verfahren und Methoden,
Abbildungen und Verteilungen.

Gleichermaßen ist Gauß bekannt unter
Naturwissenschaftlern, unter

Astronomen und Geodäten,
Naturphilosophen (Physiker) und Geophysikern,
Optikern und Technikern.

Gauß, der Fuchs

Jüngere Mathematiker der nächsten Generation
machten Gauß den Vorwurf,
er habe absichtlich bei seinen Darlegungen alle Andeutungen
vermieden,
aus denen man ablesen könne,
wie er zu seinen Ergebnissen gekommen sei.

Der Norwegische Mathematiker Niels Henrik Abel
sprach von Gauß sogar als von einem Fuchs,
der mit seinem Schwanze alle seine Spuren verwische.

<p>Wenn wir von Gauß lernen wollen, dann müssen wir zuerst diese Spuren bestmöglich rekonstruieren.</p>

Mathematik und Skepsis

Schopenhauer (1788-1860), den man sicher zu den heftigsten philosophischen Gegnern der Mathematik zählen muss, findet daran allerdings nur
„den Weg, den sie geht, seltsam, ja verkehrt“

Er will daher das Schwergewicht

- von den mathematischen **Beweisen**
- auf die reine **Anschauung**

als die eigentliche **Quelle** der mathematischen Erkenntnis verschieben.

(Was man konstruieren kann, muss man nicht beweisen.)

Anschauung ohne Begriffe ist blind,
Begriffe ohne Anschauung sind leer.

Kant (1724-1804)

Die Mathematik steht ganz falsch in dem Rufe,
untrügliche Schlüsse zu liefern.

Ihre ganze Sicherheit ist nichts weiter als Identität.

Zwei mal zwei ist nicht vier,
sondern es ist eben - zwei mal zwei,
und **das nennen wir abkürzend** vier.

Und so geht es immer weiter mit ihren Folgerungen,
nur dass man in den höheren Formeln
die Identität aus den Augen verliert.

Johann Wolfgang von Goethe (1749-1832)

Letzteres sollte mit einem guten Kalkül vermeidbar sein.

Physik und Skepsis

Die Verknüpfung zwischen
Ursache und Wirkung
kann nur erfahrungsgemäß erkannt und niemals anders denn als
Erfahrungstatsache
formuliert werden.

Richard von Mises

Ich glaube, dass alle großen Leistungen
in der Entwicklung der Physik
Vorurteile und Mythen
mit sich gebracht haben, Mythen, die sich für die weitere Entwicklung

- manchmal positiv
- manchmal aber auch **extrem** negativ

ausgewirkt haben.

Hermann Bondi

Die Physiker sind auf dem besten Wege eine **Kirche** zu werden,
und eignen sich auch schon deren geläufige Mittel an.

Ernst Mach (1838-1916)

Beispiele für Mythen in der Physik

- Die Erde besitzt keine Eigenrotation (Aristoteles)
- Ein Pfeil fliegt zunächst geradeaus, dann senkrecht zur Erde (Aristoteles)
- Eine Kanonenkugel beschreibt eine Parabel (Schulunterricht)

Naturwissenschaft und Historische Studien

Ein sicherer Instinkt leitete ihn (Mach) dahin, sich von dem eigentlichen
naturwissenschaftlichen Tagesbetrieb,
der auf nichts als eine
Vermehrung des Bestandes an Einzelkenntnissen
hinzielte, fernzuhalten und
frei und unabhängig
die ihm angemessene Arbeitsweise zu wählen, die allerdings der
eines Naturforschers **diametral entgegengesetzt** schien.

Richard von Mises

Als das zuverlässigste Mittel
zur Klarheit in methodischen Fragen zu gelangen,
erkannte der junge Mach den Weg
historischer Studien.

Richard von Mises

Über die Aufgaben und Ziele der Angewandten Mathematik

Der Ingenieur,
der es mit seiner Aufgabe ernst nimmt,
wird jedes Werkzeug,
dass ihm die – von seinem Standpunkt – „reine“ Mathematik liefert,
zurichten und zur Bewältigung seiner Aufgaben benutzen.

Besonderen Nachdruck müssen wir dabei legen auf das
„Zurichten“ (zu einem Kalkül).

Richard von Mises

Zurichten:

Anstatt „reine“ und „angewandte“ Mathematik:
„abstrakt begriffliche“ und „konkret konstruktive“ Mathematik

Naturwissenschaft und Technik

Der ungeheuere Strom wissenschaftlicher Entdeckungen
nach 700 v. Chr.

geht einzig und allein auf den Umstand zurück,
dass es den Technikern gelungen war,
ein „**Skiotherikos Gnomon**“ (Schattenfangendes Gnomon)
zu konstruieren.

Der ungeheuere Strom wissenschaftlicher Entdeckungen
nach 1600

geht einzig und allein auf den Umstand zurück,
dass es den Technikern gelungen war,
zur Erstellung schlieren/blasenfreier Linsen geeignete Glasschmelzen
zu erzeugen
und damit **Fernrohre** und **Mikroskope** zu konstruieren.

Der ungeheuere Strom wissenschaftlicher Entdeckungen
nach 1800

geht einzig und allein auf den Umstand zurück,
dass es den Technikern gelungen war,
Geräte zur Erzeugung elektrischen (galvanischen) Stroms zu
konstruieren.

Luigi Galvani (1737-1798), Anatomieprofessor in Bologna 1786 Versuche mit Froschschenkeln 1831 konstruiert Faraday den ersten Dynamo

Der ungeheuere Strom wissenschaftlicher Entdeckungen
nach 1900

geht einzig und allein auf den Umstand zurück,
dass es den Technikern gelungen war,
anständige **Vakuumpumpen** zu konstruieren.

Die Freuden der Mathematik

Alle, die die Kenntnis der Mathematik verachten, haben nie ihre Freuden gekostet.

Aristoteles

Macht Dir das Nachforschen der Wahrheit noch ebenso viel Freude wie sonst ? Wahrlich, es ist

- **nicht das Wissen, sondern das Lernen,**
- **nicht das Besitzen, sondern das Erwerben,**
- **nicht das Dasein, sondern das Hinkommen,**

was den größten Genuss bereitet.

So, stelle ich mir vor, muss einem Welteroberer zu Mute sein, der, nachdem ein Königreich bezwungen ist, schon wieder nach anderen seine Arme ausstreckt.

Gauß an Bolyai, Okt.1808

**Nur die Wissenschaften,
der Schoß der Familie
und die Korrespondenz mit seinen lieben Freunden**

sind es, in denen man sich entschädigen und von der allgemeinen Trübsal (durch den Tod des Herzogs nach der Schlacht von Jena/Auerstädt im Okt. 1806) erholen kann.

Gauß an Sophie Germain, Jan.1808

Gauß und die Zahlen I

Jede Messung, gleich welcher Art, ist eine reine Verhältniszahl

Der Geschmack an den abstrakten Wissenschaften im allgemeinen
und im besonderen an den Geheimnissen der Zahlen
ist äußerst selten, darüber braucht man sich nicht zu wundern:
Die reizenden Zauber dieser erhabenen Wissenschaft
enthüllen sich in ihrer ganzen Schönheit nur denen,
die den Mut haben, sie gründlich zu untersuchen.

In der Tat,
nichts konnte mir auf angenehme und unzweideutigere Art beweisen,
dass die Reize dieser Wissenschaft,
die mein Leben mit so vielen Genüssen verschönt haben,
nicht eingebildet sind,
als die Vorliebe, mit der Sie sie beehrt haben.

Gauß an Sophie Germain („Le Blanc“), April.1807

Gauß und die Zahlen II

Es ist mir eine um so erfreulichere Erscheinung,
dass Sie mit großer Neigung demjenigen Teile der Mathematik
anhängen, der von jeher mein Lieblingsstudium gewesen ist,
je seltener diese ist.

Ich selbst wurde gleich nach dem Erscheinen meiner Disquisitiones
(Zahlentheorie)

- durch andersartige Beschäftigungen
- und später durch meine äußeren Verhältnisse

sehr gehindert, meiner Neigung in dem Maße nachzuhängen, wie ich
gewünscht hätte.

50-jähriger Gauß an Dirichlet, Okt. 1826

Dirichlet (1805-1859) aus Düren bei Aachen; 1828 Prof. f. Mathematik in Berlin; 1855 Nachfolger von Gauß in Göttingen
Jacobi (1805-1851) aus Potsdam; 1826-1844 Prof. in Königsberg, danach Preußische Akademie der Wissenschaften in Berlin
Hamilton (1805-1865) aus Dublin; Prof. und Präsident der Royal Irish Academy in Dublin; 1834/35 – Hamilton Dynamik. Komplexe Zahlen = Zahlenpaare -> Quaternionen, Cliffordsche Zahlen

Gauß und die Zahlen III

- Addition der Zahlen von 1 bis 100:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ 50 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 100 \\ 99 \\ \vdots \\ 51 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 101 \\ 101 \\ \vdots \\ 101 \end{bmatrix} = 50 \cdot 101 = 5050$$

- Mittels des „**Sieb des Eratosthenes**“ hat Gauß Vergnügen daran gefunden, ausgehend von $p=2,3,5,7 < 10$ die Folge der Primzahlen p soweit wie möglich aufzustellen.
- Gauß selbst hat angegeben, er habe bei seinen **geodätischen Arbeiten** mehr als **1 Million Zahlen** rechnerisch verarbeitet.
- Gauß erkannte die grundlegende praktische Bedeutung der arithmetischen **Verwandtschaft von ganzen Zahlen und Polynomen**



Gauß und die Geometrie



Gauß und die Geometrie

Am Beispiel der Geometrie tritt bei Gauß zutage die fruchtbare Verbindung zwischen Theorie und Praxis

Ein Naturwissenschaftler **beschreibt** die Realität

- entweder mittels geometrischer/ stereometrischer Konstrukte (Analog-Rechner)
- oder mittels Gleichungssystemen (Digital-Rechner)

Messinstrumente (Helioskop usw.)	Messdaten (reine Zahlen)
Datenanalyse $l = \{\varphi(p, x) + s\} + \{\varepsilon(q, y) + g\}$	Mathematische Konstrukte (Gleichungssysteme)

Der Geometer schätzt an seiner Wissenschaft, dass er sieht was er denkt.

Felix Klein

Klein(1849-1925) aus Düsseldorf; Prof. f. Mathematik in Erlangen, München, Leipzig und Göttingen

Präzisionsmathematik und Approximationsmathematik

Experimentalwissenschaft Geometrie

Vielleicht kommen wir in einem anderen Leben zu anderen
Einsichten in das

Wesen des Raumes,
die uns jetzt unerreichbar sind.

Bis dahin muss man die Geometrie nicht mit der
Arithmetik, die rein a-priori steht,
sondern mit der Mechanik in gleichen Rang setzen.

Gauß an Olbers, April 1817

Die Geometrie als die Lehre von den räumlichen Erscheinungen
ist, wie Mach wieder und wieder betont,
von derselben Art wie die

Mechanik, Wärmelehre und Elektrizitätslehre.

Über die Beschaffenheit räumlicher Gebilde lässt sich

ohne Erfahrung, ohne Beobachtung

so wenig etwas Richtiges aussagen wie über

die Bewegung der Gestirne

oder die

thermischen Wirkungen des elektrischen Stromes

Richard von Mises

Astronomie (Geometrie) und reine **Größenlehre** (Zahlen) sind
nun einmal die (beiden) **magnetischen Pole**, nach denen sich
mein Geisteskompass immer wendet.

Gauß an Bolyai, 1803

Heron von Alexandria

Mathematik ist eine Wissenschaft, die das sowohl durch das Denken („reine“ Mathematik beruht auf Logik und Beweisen) als auch durch die Sinne („angewandte“ Mathematik beruht auf Messdaten) Fassbare untersucht.

Das erste kann man unterteilen in:

Arithmetik (Diophant/ Gauß)	Geometrie (Euklid, Elemente)
Analysis (Newton/ Leipzig)	Stochastik (Gauß)

Das zweite umfasst nach Heron

Logistik (Rechenkunst)	Geodäsie (Angewandte Geometrie)
Akustik/ Harmonik	Optik
Mechanik (Himmelsmechanik)	Astronomie

Der zweite Teil war das Gebiet der „**Mathematikoi**“, wie die Griechen die damaligen Naturwissenschaften nannten.

Mathematikoi/ Mathematicii

Der bekannte römische Architekt/ Bauingenieur bemerkt zu diesen:

Die aber, denen die Natur soviel

Talent, Scharfsinn und Gedächtnis

verliehen hat, dass sie

Geometrie, Sternenkunde und die übrigen Wissenschaften

voll und ganz beherrschen, wachsen über den Beruf des Architekten hinaus und werden

Mathematicii.

Solche Leute aber findet man selten, wie es z.B. vor Zeiten gewesen sind

- **Aristarchos von Samos,**
- Philolaos und Archytas aus Tarent,
- **Appolonios aus Perge,**
- **Erathostenes aus Kyrene,**
- **Archimedes** und Skopinas **aus Syrakus.**

Vitruvius zählt (wie Gauß) **Euklid nicht** zu den berühmten Mathematicii, trotzdem er dessen „Elemente“ sicherlich kannte.

Der „Mathematikoi“ Erathostenes aus Kyrene

Vitruvius bemerkt des weiteren:

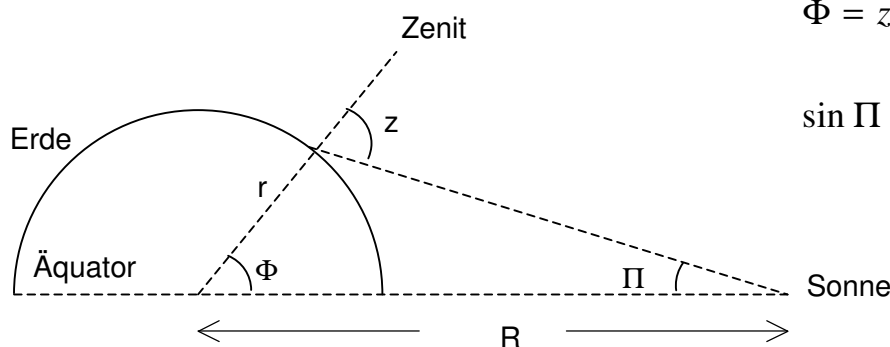
Erathostenes aus Kyrene hat den Erdumfang durch **mathematische Berechnungen und geometrische Methoden** (Cardo/ Decumanus-Methode) nach dem Lauf der Sonne und den **Tag- und Nachtgleichschatten** aus der Polhöhe zu **252000 Stadien** gefunden

1 Stadion = 600 Fuß

1 Schoinos = 30 Stadien I = 32 Stadien II = 40 Stadien III

1 Stadion des Erathostenes = 600 Gudea Fuß = $600 \cdot 0,26455\text{m} = 158,73\text{ m}$

Zenitdistanzmessungen zu Himmelskörpern (Mond, Planeten, Sonne) sind wegen topozentrischer Parallaxe zu reduzieren.



$$\Phi = z - \Pi$$

$$\sin \Pi = \left(\frac{r}{R} \right) \sin z = p \sin z$$

Zur Bestimmung der „astronomischen“ Breite Φ aus Skiotherikos Gnomon - Daten musste Erathostenes die Entfernung R zur Sonne bestimmen.

Gemäß 5 überlieferten Literaturangaben hat bereits Erathostenes die „Astronomische Einheit“ bestimmt zu **(800+4) Millionen Stadien** ~ 130 Millionen km

Geometrie und Arithmetik/ Analysis

Ich habe die Unart, ein lebhaftes Interesse bei mathematischen Gegenständen nur da zu nehmen, wo ich sinnreiche **Ideenverbindungen** und durch Eleganz oder Allgemeinheit sich empfehlende Resultate ahnen darf.

Gauß

1813: Disquisitiones generales circa seriem infinitam

Und noch ein prinzipiell neuer Gedanke über das Wesen der Reihenentwicklung wird von Gauß in der **Anzeige** zu dieser Abhandlung vorgebracht: Hatten die Mathematiker des 17. und 18. Jhrdt. bekannte (transzendente) Funktionen (wie sin und cos) in eine Reihe entwickelt, um z.B. Integrationen ausführen zu können, so betont Gauß:

die Funktionsreihe **definiert** die transzendente Funktion.
„**Hier gilt ... die Reihe selbst als Ursprung der transzendenten Funktionen**“

Eine Analytische Geometrie (einschließlich der sog. Differentialgeometrie) durch Beschreibung geometrischer Konstrukte mittels arithmetisch/ analytischen Kalkülverfahren, was das das Bestreben von Gauß, ist das die Spur des Fuchses?

Eine Analytische Formel beschreibt die reale Konstruktion mittels Zirkel und Lineal eines regelmäßigen 17-Ecks
Analytische Formeln beschreiben nicht- euklidische Räume!
COMPUTER

Gauß und der mathematische Kalkül

Es ist der Charakter der Mathematik der neuen Zeit
(im Gegensatz zum Altertum),
dass durch unsere

Zeichensprache (Symbole) und Namensgebungen (Begriffe)
wir einen Hebel besitzen,
wodurch die verwickeltsten Argumentationen
auf einen gewissen Mechanismus (**Kalkül**) reduziert werden.

Lob des Kalküls

Wenn ein Kalkül
dem innersten Wesen

vielfach vorkommender Bedürfnisse korrespondiert,
dann kann nicht nur jeder, der ihn sich ganz angeeignet hat,
die dazugehörigen Aufgaben lösen,
auch ohne die unbewussten und nicht zu erzwingenden
Inspirationen eines Genies.

Dann kann sogar jeder die dahin gehörigen Aufgaben
auch in **derart verwickelten Fällen** gleichsam mechanisch
lösen,
in denen ohne die Hilfe durch den Kalkül
auch das Genie ohnmächtig wäre.

- Arithmetischer Kalkül (Matrix-Kalkül)
- Differentialkalkül von Leibniz
- Vektor/Tensor- Kalkül
- Spinor-Kalkül

Geometrie, Schwerefeld und Magnetfeld in Geodäsie/ Navigation

- **geometrisch** lassen sich Punkte mittels ellipsoidisch/geodätischen Koordinaten beschreiben:

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \vec{e}_1 \\ \vec{e}_2 \\ \vec{e}_3 \end{bmatrix}_{LV\mathcal{S}} = \begin{bmatrix} (N+h) \cos \varphi \cos \lambda \\ (N+h) \cos \varphi \sin \lambda \\ (N(1+e^2)+h) \sin \varphi \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \vec{e}_1 \\ \vec{e}_2 \\ \vec{e}_3 \end{bmatrix}_{LV\mathcal{S}}$$

$$N = \text{Normalkrümmung} = a(1+e^2 \sin^2 \varphi)^{-1/2}$$

- **potentialtheoretisch** lassen sich Punkte der Erdoberfläche mittels des Schwerkraftvektors beschreiben:

$$\vec{g} = -g \begin{bmatrix} \cos \Phi \cos \Lambda \\ \cos \Phi \sin \Lambda \\ \sin \Phi \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \vec{e}_1 \\ \vec{e}_2 \\ \vec{e}_3 \end{bmatrix}_{LV\mathcal{S}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \vec{e}_1 \\ \vec{e}_2 \\ \vec{e}_3 \end{bmatrix}_Z$$

- Wie kann man den **Magnetfeldstärke-Vektor** zur „Vermessung der Welt“ benutzen ? (I = Intensität, δ = Deklination, i = Inklination)

$$\vec{H} = H \begin{bmatrix} \cos i \cos \delta \\ \cos i \sin \delta \\ \sin i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \vec{e}_1 \\ \vec{e}_2 \\ \vec{e}_3 \end{bmatrix}_Z$$

Ich bin gegen [die geographische Ortsbestimmung mittels magnetischer Beobachtungen] **etwas misstrauisch**, obgleich ich glaube, dass über die

magnetische Kraft der Erde

noch viel zu entdecken sein möchte und dass sich hier noch ein größeres Feld für

Anwendungen der Mathematik

finden wird, als man bisher davon kultiviert hat.

Geodäsie und Magnetfeld

Aber auch wie es jetzt (schon) steht, ist meine Erwartung (in die Genauigkeit magnetischer Messungen) weit übertroffen. Die tägliche Variation (Schwankung) kann ich schon fast von Minute zu Minute verfolgen und

wenige Bogensekunden (sage z.B. zwei oder drei) **sicher** sichtbar machen.

Ich hoffe, in allen einzelnen Momenten, nämlich

- Intensität,
- Deklination,
- Inklination

und

- den Variationen dieser drei Elemente

die bisherige Schärfe **weit** überbieten zu können.

Gauß an Gerling, April 1932

Mit meinen magnetischen Beschäftigungen hat es guten Fortgang. Ich habe mir eigentümliche Apparate ausgesonnen, die sich durch

- **Einfachheit, Sicherheit** und eine den
- **astronomischen Beobachtungen**
- gleichkommende Schärfe,
- endlich auch durch **Wohlfeilheit**

empfehlen. Es ist eine wahre Lust, damit

- absolute Deklination,
- ihre Intensität

und die stündlichen und täglichen Variationen von beiden zu beobachten. Später denke ich, auch das letzte Element, die **Inklination** vorzunehmen.

Gauß an Schumacher, Mai 1932

Zielte Gauß ab auf genaue **geodätische** Positionierungen? Es sieht ganz danach aus, nach seinen Briefen an die beiden **Astronomen**.

Nutzen der Mathematik

Von ausschlaggebendem Nutzen war die Mathematik bei den folgenden wissenschaftlich-technischen Herausforderungen zur Lebenszeit von Gauß:

- das Militär/Artillerie benötigte genaue **topographische Karten**;
- zur Messung **geographischer Längen** wurde benötigt eine genaue Zeitübertragung zwischen einer Referenzstation (Paris/Greenwich) und dem Beobachtungsort (Mondbahntheorie? Optische oder telegraphische Signalübertragung; Chronometer (Harrison um 1830))
- **Bahnelemente** wurden benötigt zur weiteren Beobachtung neu entdeckter Planeten/ Planetoiden
- **Daten- und Fehleranalyseverfahren** wurden benötigt zur Nutzung der schnellen und genauen Beobachtungen neu entwickelter Messinstrumente
- neue **elektromagnetische Messtechniken** erlaubten
 - schnelle Kommunikation/ Signalübertragung mittels Telegraphie
 - schnelle Positionierung durch Nutzung des Magnetfeldes
 - Navigation durch Nutzung des Magnetfeldes

Gegen das Dozieren habe ich einmal eine wahre Abneigung;
das perennierende (dauernde) Geschäft eines

Professors der Mathematik

ist doch im Grunde nur, das **ABC** seiner Wissenschaft zu lehren.

Praktische Astronomie = Geodäsie

Der **Nutzen** der Astronomie liegt in

- der Zeitbestimmung (Atomuhren + Schaltsekunden)
- der Geographie (Geoinformationstechnik)
- der Navigation (GPS, Omega, Inertialnavigation)

Gauß in seiner Antrittsvorlesung, Nov. 1808

(Die **praktische** Astronomie) und der Lehrstand sind ja jetzt in
Europa fast das Einzige, wie

ein Mathematiker, der keine eigenen Mittel hat,
seine Subsistenz sichern kann.

In der Tat, wenn man einmal einen Brotberuf dabei nötig hat,
so ist es ziemlich einerlei, welcher es ist,

ob man **Anfängern das ABC der Wissenschaften** vorträgt
oder **Schuhe** macht.

Die Frage bleibt eigentlich nur, bei welcher Arbeit man die meiste
und sorgenfreieste Zeit übrig behält ...

Gauß an Schumacher, Dez. 1824

Curriculum Vitae



Privater Lebenslauf I

30. April 1777 geboren in Braunschweig; Sohn des Gebhard Diterich Gauß und seiner Ehefrau Dorothea

Schul Ausbildung (1784 / 1792 / 1795)

1784 Katharinen Volksschule

1788 Catharineum Gymnasium

18. Febr. 1792 Carolinum Polytechnikum
(seit 1745; TU Braunschweig)

Empfehlungsschreiben an die Universität Göttingen:

Der 18-jährige Gauß hat sich hier in Braunschweig mit ebenso glücklichem Erfolg gewidmet

- **der Philosophie und der klassischen Literatur**
- **als der höheren Mathematik**

Zimmermann, Prof. am Carolinum

Universitätsstudium (1795 / 1799)

11. Okt. 1795 Universität Göttingen

Okt. 1798 Rückkehr nach Braunschweig

16. Juli 1799 Promotion an der Universität Helmstedt (Prof. Pfaff)

Privater Lebenslauf II

Erste Ehe (1805 – 1809)

- 9. Okt. 1805 Heirat mit **Johanna Osthoff**
- 21. Aug. 1806 1. Sohn **Joseph** (Assistent von Gauß bei Landesvermessung,
1824 Offizierslaufbahn hannov. Artillerie,
1846 Direktor hannov. Eisenbahn,
starb 1873 in Hannover)
- 29. Nov. 1807 Umzug nach Göttingen
- 29. Feb. 1808 1. Tochter Wilhelmine/**Minna**
(heiratete 1830 Prof. Ewald, starb 1840)
- 11. Okt. 1809 Sterbetag von Johanna nach Geburt des 3. Kindes

Privater Lebenslauf III

Zweite Ehe (1810 – 1831)

- 4. Aug. 1810 Heirat mit **Minna Waldeck** (Tochter des sehr wohlhabenden Prof. der Rechtswissenschaften)
- 29. Juli 1811 3. Sohn **Eugen**, der „Tunichtgut“ (sehr begabt; 1830 USA zum Militär; Bibelübersetzung in Sioux-Sprache; später Getreidegroßhändler, 1. Dir. der von ihm gegründeten Nationalbank; starb 1896)
- 27. Okt. 1813 4. Sohn **Wilhelm** (heiratete Nichte von Bessel; 1832 USA, zunächst Farmer, dann Schuhgroßhändler; starb 1878)
- 9. Juni 1816 2. Tochter **Therese** (führte später Gauß den Haushalt)

Der Gesundheitszustand seiner Frau Minna verschlechterte sich rapide nach der Geburt von Therese; Söhne in ein Internat.

1817 Gauß' Mutter Dorothea, verwitwet seit 1808, zieht nach Göttingen

12. Sept. 1831 Sterbetag seiner Frau Minna; Therese übernimmt Haushalt

18. April 1839 Sterbetag seiner Mutter Dorothea

23. Febr. 1855 Sterbetag von Carl Friedrich Gauß

Beruflicher Lebenslauf I

Astronomischer Berater der Preußischen Landesaufnahme (1788 – 1806)

1788 Preußischer Oberstleutnant **Carl Ludwig von Lecoq** (top. Landesaufnahme von Westfalen) ist zu beraten in astron. Fragen; angeordnet durch den **Oberbefehlshaber der preußischen Armee** Herzog Carl Wilhelm Ferdinand von Braunschweig; 158 Taler/Jahr

Von Privaturteilen, die zu meiner Wissenschaft [Dissertation!] gekommen sind, ist mir nur wichtig das von

General Tempelhoff in Berlin (Chef der Artillerie).

Es hat mich um so mehr gefreut,

da er einer der besten deutschen Mathematiker ist

und besonders, da meine Vorwürfe ihn selbst als Verfasser eines Kompendiums mit trafen.

Gauß an Bolyai, Dez. 1799

1801 Disquisitiones Arithmeticae (Zahlentheorie)

Ihre Disquisitiones haben sie sogleich eingereiht unter die ersten Mathematiker. Und ich ersehe, dass der letzte Abschnitt die allerschönste analytische Entdeckung enthält, die seit langer Zeit gemacht worden ist.

Lagrange an Gauß

Der Herzog von Braunschweig hat in seinem Lande mehr entdeckt als einen Planeten:

Einen überirdischen Geist in einem menschlichen Körper.

Lagrange in Paris

1802 Ablehnung eines Rufes als Prof. für Mathematik nach Petersburg; Aufstockung seines Gehalts in Braunschweig

Beruflicher Lebenslauf I

Astronomischer Berater der Preußischen Landesaufnahme (1788 – 1806)

Bis 1802 beschäftigte sich Gauß (nach dem Vorbild von Newton/Euler) mit der Mondbahn. Das änderte sich, als Piazzi erstmalig einen Planetoiden entdeckte, der kurz darauf nicht mehr sichtbar war und zu dessen Wiederauffindung seine Bahnelemente benötigt wurden.

1801 Methode zur Berechnung der 6 Keplerelemente des Planetoiden Ceres

- Berechnung von **Näherungswerten** aus 3 Beobachtungen
- **Verbesserung** der Näherungswerte mittels aller Beobachtungen (Linearisierung)

Neujahr 1802 konnte Ceres durch Olbers, Bremen, nur wieder entdeckt werden aufgrund der Gaußschen Bahndaten; Gauß schlagartig berühmt unter den Astronomen.

Aug.-Dez. 1803 viermonatige Ausbildung in astronomischer Messtechnik durch **von Zach** am Observatorium Seeberg bei Gotha.

1802 – 1806 Etablierung eines trig. Netzes für das Herzogtum Braunschweig; **109 trigonometrische Punkte**; Entwicklung astro-geodätischer Methoden (Vorwärtsschnitt, Rückwärtsschnitt)

12. Sept. 1806 Schlacht von Jena (Auerstädt)

- verwundeter Oberkommandierender der preußischen Armee flüchtet nach Altona, stirbt dort;
- Braunschweig und Hannover kommen zum Königreich Westfalen (Jerome Napoleon);
- Gauß sucht händeringend nach neuer Anstellung

Beruflicher Lebenslauf II

Prof. für praktische Astronomie in Göttingen (1806 – 1818)

Nov. 1808 : Antrittsvorlesung

1808 – 1809: 10 Veröffentlichungen über geometrische Aspekte
der Positionsastronomie / sphärische Trigonometrie

1813 Theoria attractionis corporum sphaeroidicorum
ellipticorum homogeneorum
(Erdabplattung/Mondbahneffekte)

Befreundete Astronomen	Schüler
Olbers, Arzt, Bremen, Privatsternwarte	Schumacher, Jurist, Altona
Bessel, Kaufmann,	Encke, Seeberg/Berlin
Bremen/Königsberg 1810	Gerling, Marburg
Harding, Göttingen	Nicolai, Mannheim
Von Zach, Seeberg bei Gotha	Möbius, Leipzig
Lindemann, Seeberg bei Gotha	Listing,
Hansen, Seeberg bei Gotha	.
Struve, Altona/Pulkovo 1839	.
Herschel, England	.

1809 – 1813 **Winkelmessungen** in der Umgebung von Göttingen

1810 – 1814 jährliche Reise zum Observatorium Seeberg/Gotha

1814 Fertigstellung des neuen Hauptgebäudes des Obs.

Göttingen; Münchenreise mit 10-jährigem Josef:
Beobachtungsinstrumente

1815 Königreich Hannover erneuert: König wird Georg V von England

Nov. 1816 Titel eines Hofrates für Gauß

Juli 1845 Titel eines geheimen Hofrates

1816 Order des dänischen Königs an Schumacher:
Gradmessung Skagen/Lauenburg

1818 Ministerialorder an Gauß: Etablierung einer
trigonometrischen Basis nahe Lüneburg

Beruflicher Lebenslauf III

1820 Kabinettsorder Georg V an Gauß: Gradmessung im Königreich Hannover

1820 Gauß erfindet Heliotrop: Nutzung auch zur Kommunikation

1821/23/28 Abhandlung über die sog. „Ausgleichung nach kleinsten Quadraten“ basierend auf Wahrscheinlichkeitstheorie

1825 Abhandlung über konforme Abbildung (Gauß/Krüger, UTM)

Ich habe seit meiner Zurückkunft (von Marburg) angefangen, nachzudenken über die

Anordnung der Materialien zu dem größeren Werk,
welches ich über **Höhere Geodäsie** vorhabe
und einiges Einzelne niederzuschreiben.

Leider zeigt sich aber dabei die Notwendigkeit, **sehr weit** auszuholen.

Die allgemeinen Untersuchungen über die krummen Flächen,
die untereinander innig zusammenhängen,
wachsen immer mehr an, und es zeigt sich,
dass die Entwicklung meiner Behandlung selbst
eine neue Behandlung
mancher gewissermaßen **elementarischer Materien** voraussetzt.

Gauß an Gerlich, Nov. 1825

1828 Kabinettsorder Georg V an Gauß: Landesvermessung des Königreiches Hannover.

1848 Vollendung der Landesvermessung durch Gauß:
Koordinaten von 2578 trigonometrischen Punkten.

Beruflicher Lebenslauf IV

Maßeinheiten und Mechanik (1828-1845)

1828 Mitglied der Kommission zur Regulierung der Maßeinheiten des Königreichs Hannover

1829 **Prinzip des kleinsten Zwangs**

zur Aufstellung von Bewegungsgleichungen, wenn **geometrische Bedingungen** (Zwangskräfte) vorliegen.

1830 Principia generalia theoriae fluidorum in statu aequi librii.
(Form der Ozean-Oberfläche = Geoid)

1832 Das Gauß-System der mechanischen Maßeinheiten

Winkel (dimensionslos)	Längen (Fuß, Meter)
Zeit (Tag/Sekunde)	Masse (Kilogramm)

1840 Theoretische Grundlagen der Potentialtheorie

1843 Dioptrische Untersuchungen

1845 Kalibration/Prüfung eines **deutschen Chronometers**

Beruflicher Lebenslauf V

Erdmagnetfeld und Elektromagnetismus (1828-1840)

14. Sept. – 3. Okt. 1828 Reise nach Berlin zur VII Konferenz der deutschen Physiker (eingeladen von Humboldt; Bekanntschaft mit Weber, Oerstedt)

Herbst 1831 **Weber** wird (auf Betreiben von Gauß) Professor in Göttingen

1833 Fertigstellung des „Magnetischen Observatoriums“; Gründung der „Göttinger Magnetischen Gesellschaft“

Göttingen, Leipzig, Bonn, Berlin, Braunschweig, Breslau, Altona, Greifswald, Halle, Freiberg/Sachsen, Marburg, München

Kopenhagen, Mailand, Wien, Den Haag, Dublin, Greenwich, Krakau, Petersburg; a.O.i. Rußland

1833/34 Konstruktion des elektromagnetischen Telegraphen durch Gauß/Weber

1839 Allgemeine Theorie des Erdmagnetismus

1840 Atlas des Erdmagnetismus

(Kugelfunktionsentwicklung)

1841 Der magnetische Südpol der Erde

Die Spur des Fuchses

Gauß widmete seine berufliche Tätigkeit der
Experimentalwissenschaft Geometrie = Geodäsie
Sie zieht sich wie ein roter Faden durch sein Leben.

Zuerst kamen stets **Messungen**;
Formeln zu ihrer Verknüpfung/Analyse kamen anschließend.

Geometrische Konstrukte wie das regelmäßige 17-Eck im
Kreis mussten folgerichtig mit **arithmetisch/analytischen**
Hilfsmitteln (Gleichungen) zu beschreiben sein (wegen der
hohen Messgenauigkeit).

Die Basis dazu bildete die **Zahlentheorie**;
alles weitere ließ sich daraus entwickeln.

Ein **konkret/konstruktiver Aufbau der Arithmetik** war
erforderlich, basierend auf Kalkülverfahren.

Im Zeitalter des **Computers** und der **digitalen Kartographie**
stehen wir offensichtlich vor
den gleichen Herausforderungen wie Gauß.

**Ingenieure müssen die „reine“ Mathematik „zurichten“,
nicht eine „angewandte“ Mathematik neu erfinden.**

Wer die Spur des Fuchses nicht **erkennt**,
kann Gauß nur **bewundern**,
aber niemals **verstehen**.

Wenn man Gauß nicht bewundern will,
sollte man ihn nicht „heruntermachen“,
sondern man sollte lernen, ihn zu verstehen.