데이터마이닝팀

4**팀** 성준혁 노정아 이상혁 진재언 한준호

INDEX

1. 트리 기반 모델

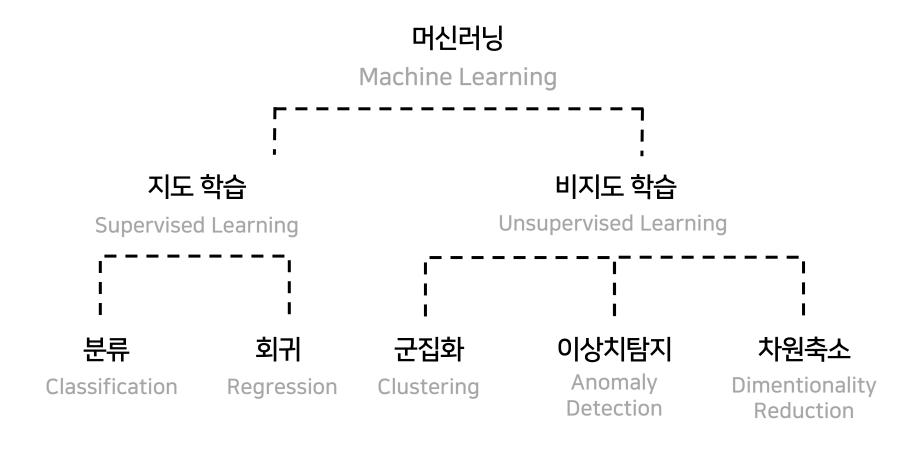
2. 클러스터링

3. 비선형 모델

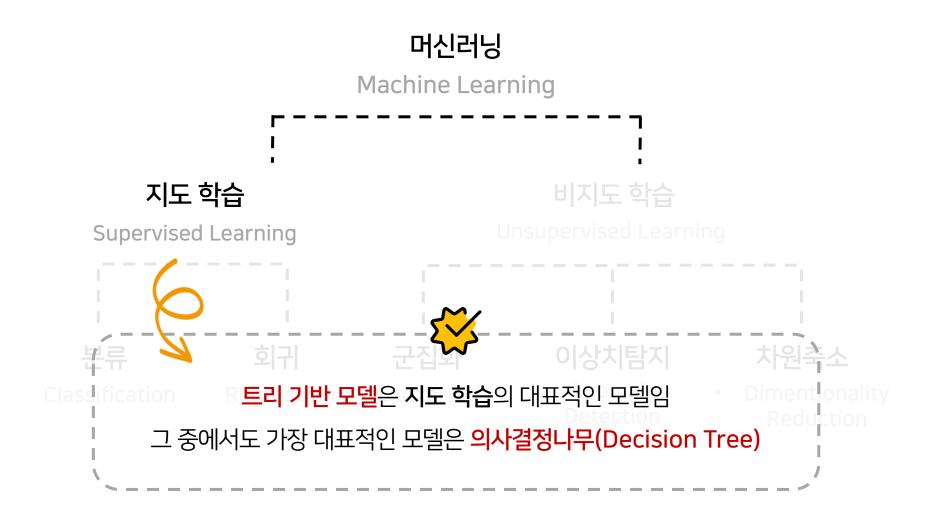
1

트리 기반 모델

머신러닝 Remind



머신러닝 Remind



의사결정나무(Decision Tree)

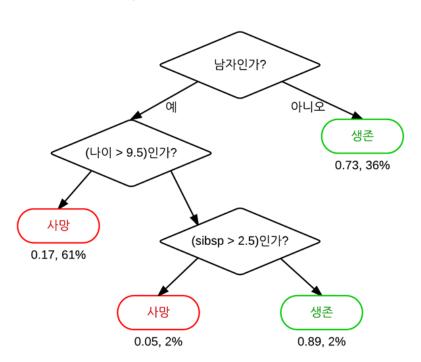
의사결정나무(Decision Tree)

간단한 규칙들을 논리적으로 결합한 순차적 모델(sequential model)

흔히 아는 스무고개와 비슷한 매커니즘으로 작동함

의사결정나무(Decision Tree)



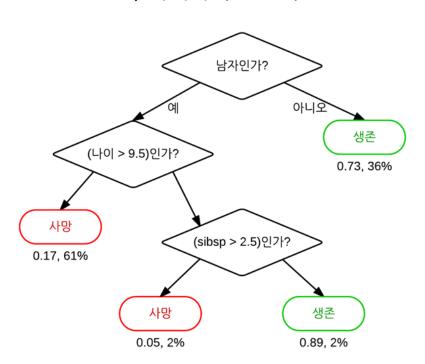


타이타닉 탑승자들의 정보(나이, 성별, 동행자 수 등)를 바탕으로 생존 여부를 예측하는 프로젝트

스무고개처럼 각 질문에 대해서 '예'와 '아니오' 로 구분

의사결정나무(Decision Tree)



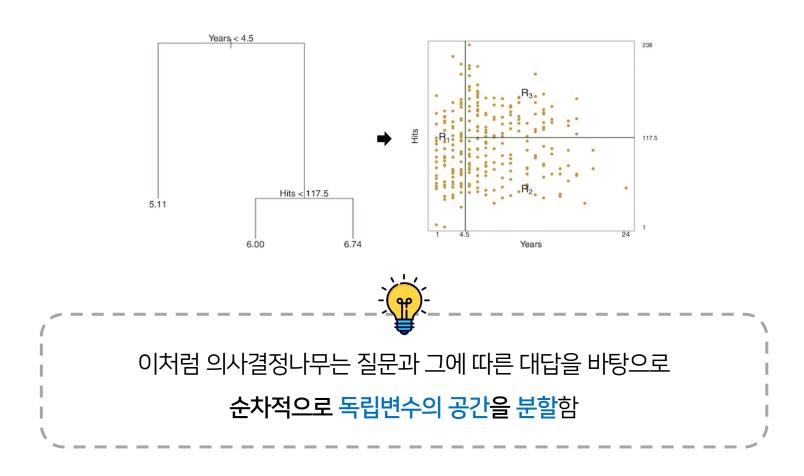


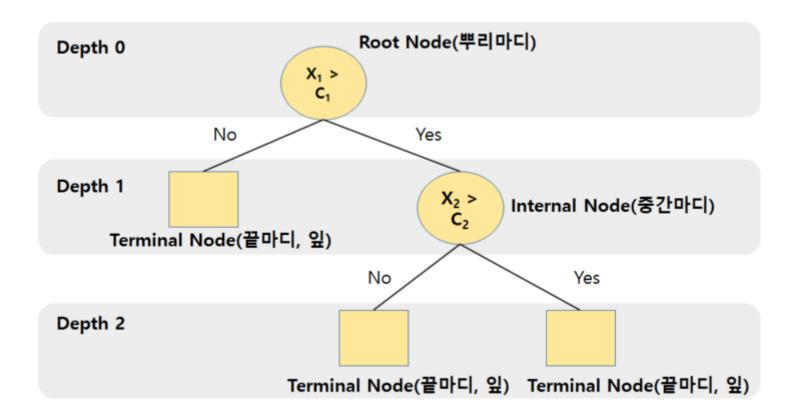


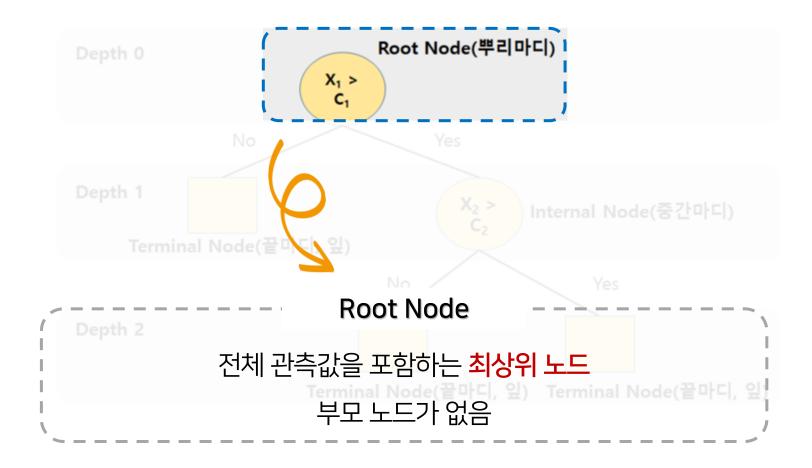


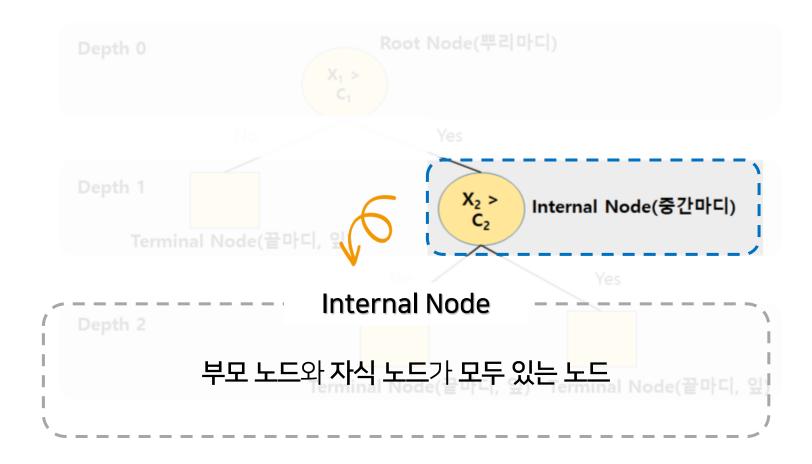
'나이 > 9.5?'라는 질문에 대해 '예'와 '아니오' 에 따라 다시 '예' 영역이 분할됨

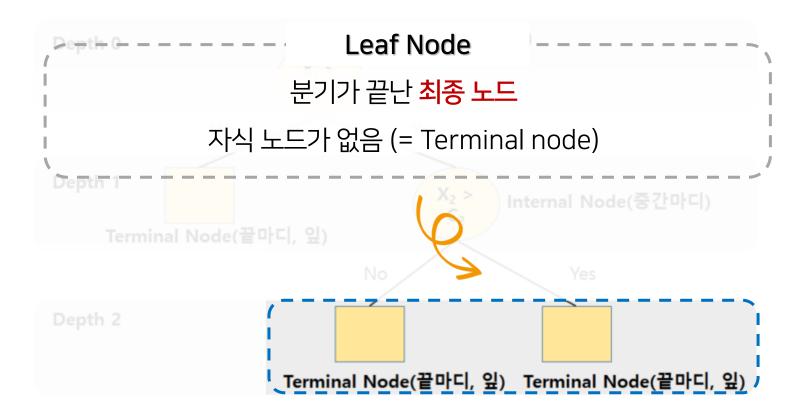
의사결정나무(Decision Tree)

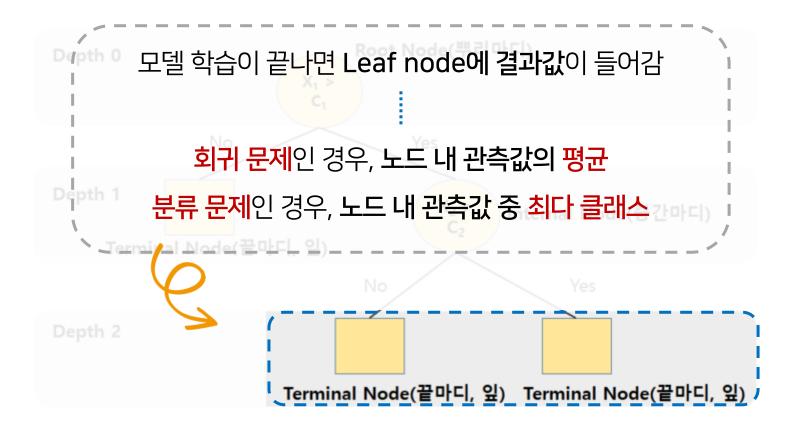




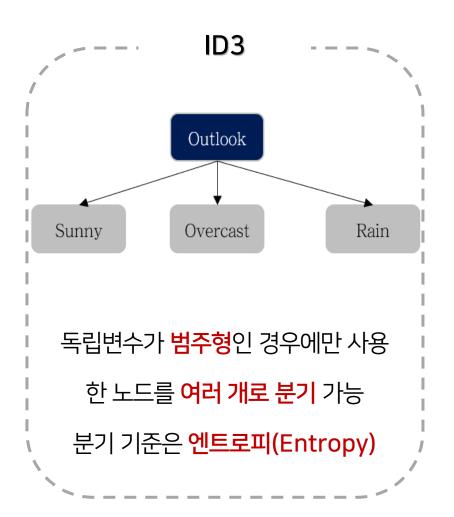


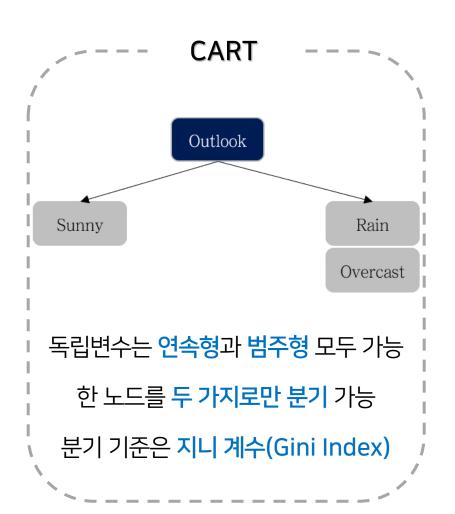




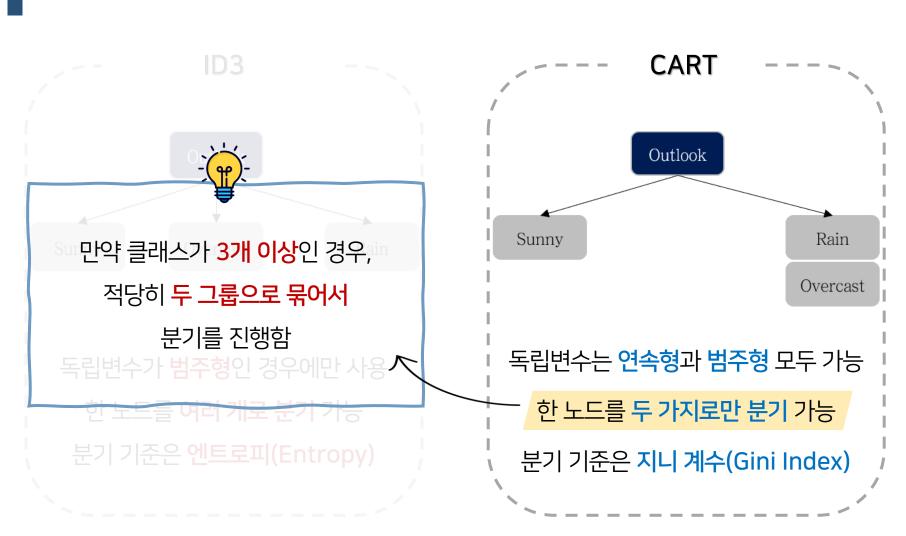


트리 알고리즘의 종류





트리 알고리즘의 종류



DecisionTreeClassifier

분기 기준

DecisionTreeClassifier는 영역들의 <mark>불순도(impurity)</mark>를 기준으로 분기

영역 내에서 **서로 다른 범주의 개체**들이 얼마나 포함되어 있는가를 의미 불순도가 높을수록 분류가 잘 되지 않았다고 판단함

DecisionTreeClassifier



DecisionTreeClassifier

자세한 내용은 딥러닝 1주차 클린업 참고!

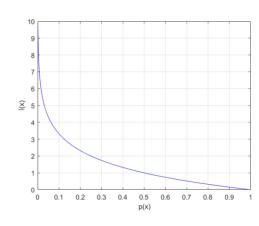
Entropy

확률분포가 가지는 정보량을 수치로 표현한 것

특정 사건이 발생할 확률이 작아질수록 정보량이 높음

$$I(x) = -\log_b P(X)$$

P(X): 사건 X가 발생할 확률



DecisionTreeClassifier

자세한 내용은 딥러닝 1주차 클린업 참고!

Entropy

확률분포가 가지는 정보량을 수치로 표현한 것

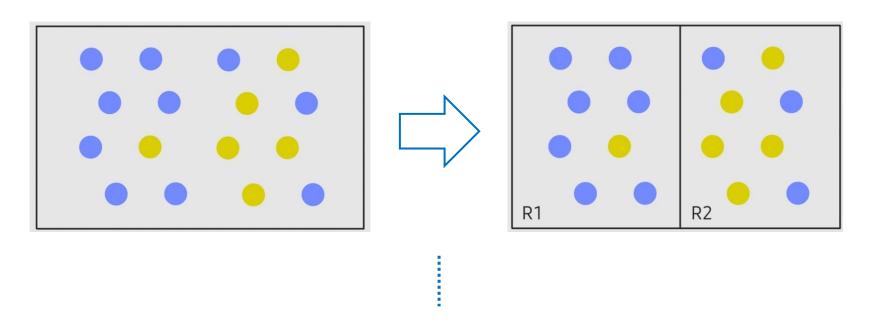


특정 사건이 발생할 확률이 작아질수록 정보량이 높음

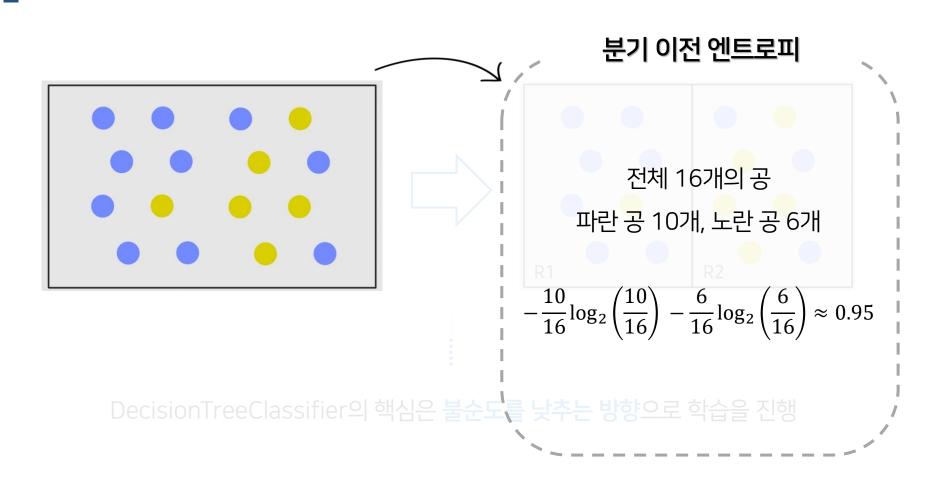
발생확률을 영역 내 특정 클래스의 비율이라고 생각하고 DecisionTreeClassifier의 분기 기준을 살펴보자

P(X) : 사건 X가 발생할 확률

엔트로피 계산 과정



DecisionTreeClassifier는 불순도를 낮추는 방향으로 학습을 진행 Entropy를 사용해서 불순도를 계산



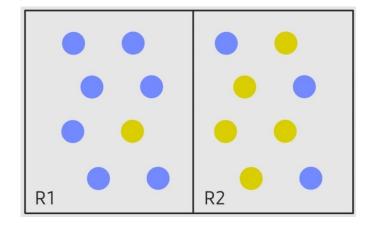
분기 이후 엔트로피

$$R1: -\frac{7}{8}\log_2\left(\frac{7}{8}\right) - \frac{1}{8}\log_2\left(\frac{1}{8}\right)$$

$$R2: -\frac{3}{8}\log_2\left(\frac{3}{8}\right) - \frac{5}{8}\log_2\left(\frac{5}{8}\right)$$

엔트로피 =
$$R1 + R2 \approx 0.75$$





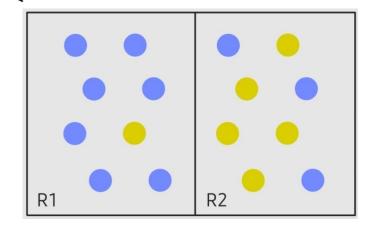
분기 이후 엔트로피

$$R1: -\frac{7}{8}\log_2\left(\frac{7}{8}\right) - \frac{1}{8}\log_2\left(\frac{1}{8}\right)$$

$$R2: -\frac{3}{8}\log_2\left(\frac{3}{8}\right) - \frac{5}{8}\log_2\left(\frac{5}{8}\right)$$

엔트로피 = R1 + R2 ≈ 0.75

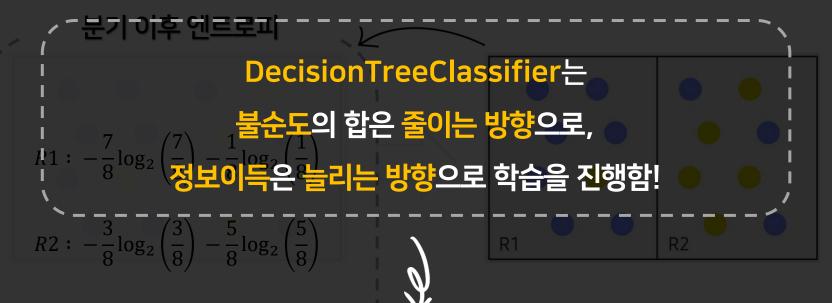
DecisionTreeClassifier의 핵심은



불순도가 분기 이전에 비해 0.2만큼 감소

이러한 불순도의 감소량을 <mark>정보이득</mark>이라고 함





엔트로피 = R1 + R2 ≈ 0.75

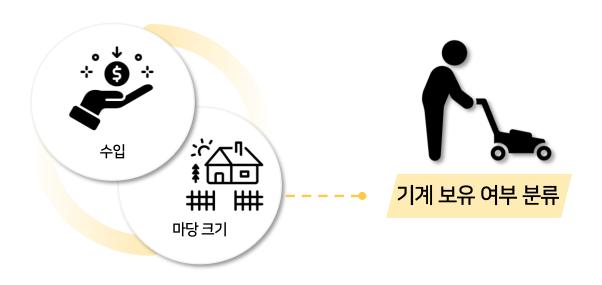
불순도가 분기 이전에 비해 0.2만큼 감소

분기 기준을 살펴봤으니 이제 <mark>함습 과정</mark>을 살펴보자! ormation Gain)

Decision Tree Classifier | 학습 프로세스

Ex)

24개 가구에 대해서 **잔디깎이 기계가 있는지 여부를 분류**하려고 한다. 독립변수로는 **수입(Income)**과 **마당 크기(Lot size)**를 사용했다.



Decision Tree Classifier | 학습 프로세스

Income	Lot size	Ownership
51.0	14.0	Non-owner
63.0	14.8	Non-owner
59.4	16.0	Non-owner
85.5	16.8	Owner
64.8	17.2	Non-owner
:	:	
33.0	18.8	Non-owner
110.1	19.2	Owner
75.0	19.6	Non-owner

① 하나의 변수 기준으로 **오름차순으로 정렬**함 Ex) Lot size

Decision Tree Classifier | 학습 프로세스

Income	Lot size	Ownership
51.0	14.0	Non-owner
63.0	14.8	Non-owner
59.4	16.0	Non-owner
85.5	16.8	Owner
64.8	17.2	Non-owner
:	:	:
33.0	18.8	Non-owner
110.1	19.2	Owner
75.0	19.6	Non-owner

분기 이전의 엔트로피

$$1 - \left(\frac{12}{24}\right)^2 - \left(\frac{12}{24}\right)^2 = 0.5$$

분기 이후의 엔트로피

$$\frac{1}{24} \left(1 - \left(\frac{1}{1}\right)^2 \right) + \frac{23}{24} \left(1 - \left(\frac{12}{23}\right)^2 - \left(\frac{11}{23}\right)^2 \right)$$

$$\approx 0.48$$

② Split 가능한 모든 경우의 **불순도**를 탐색

Decision Tree Classifier | 학습 프로세스

Income	Lot size	Ownership
51.0	14.0	Non-owner
63.0	14.8	Non-owner
59.4	16.0	Non-owner
85.5	16.8	Owner
64.8	17.2	Non-owner
:	:	:
33.0	18.8	Non-owner
110.1	19.2	Owner
75.0	19.6	Non-owner

불순도가 분기 이전에 비해

0.02만큼 감소 = 0.02만큼의 정보 이득

(Information Gain)

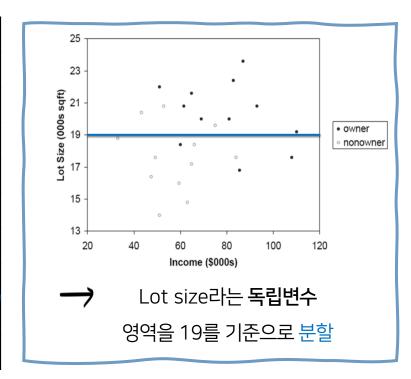
분기 이후의 엔트로피

1 변수가 여러 개이기 때문에 11 모든 경우를 탐색하여 최선의 결과를 찾음 ≈ 0.48

② Split 가능한 모든 경우의 **불순도**를 탐색

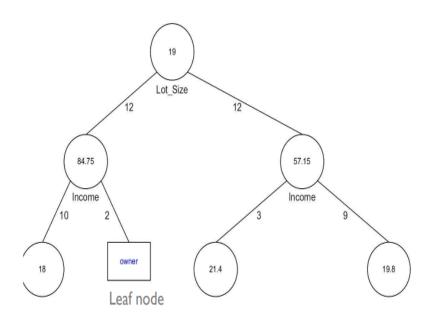
Decision Tree Classifier | 학습 프로세스

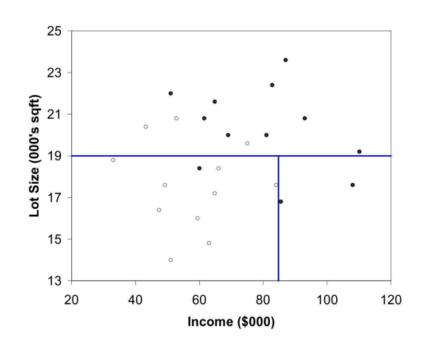
Income	Lot size	Ownership
51.0	14.0	Non-owner
63.0	14.8	Non-owner
59.4	16.0	Non-owner
85.5	16.8	Owner
64.8	17.2	Non-owner
:	:	:
33.0	18.8	Non-owner
110.1	19.2	Owner
75.0	19.6	Non-owner



③ Information Gain이 가장 큰 경우에 따라 분기

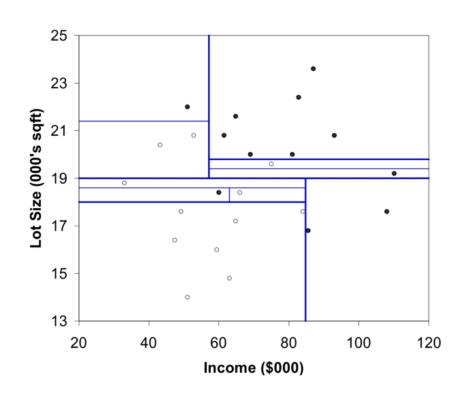
Decision Tree Classifier | 학습 프로세스





④ 분기되는 노드를 따라가면서, 위 과정 반복

Decision Tree Classifier | 학습 프로세스



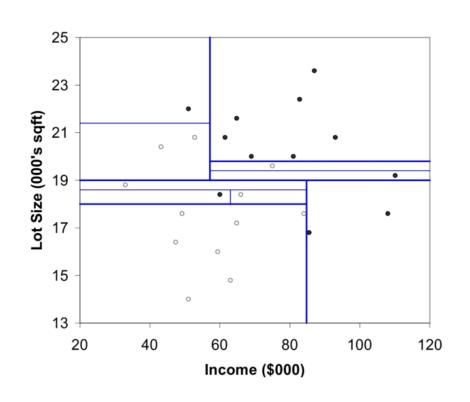


서로 다른 클래스의 관측값이 겹쳐 있지 않다면, 학습 데이터를 100% 구분할 수 있음 → 이를 Full-Tree라고 함

이후 새로운 관측값은 트리를 따라 내려가며 Leaf node의 비율대로 판단함

⑤ Information Gain=0 이 되면 분기를 종료

Decision Tree Classifier | 학습 프로세스





서로 다른 클래스의 관측값이 경쳐 있지 않다면, 학습 데이터를 100% 구분할 수 있음 이를 Full-Tree라고 함



이후 새로운 관측값은 트리를 따라 내려가며 Leaf node의 비율대로 판단함

⑤ Information Gain=0 이 되면 분기를 종료

Decision Tree Regressor

Decision Tree를 회귀 문제에 적용할 수 있게 변형시킴 분기하는 기준이 달라짐



RSS (Residual Sum of Squares, 실제값과 추정값의 차이)

 $MSE(Mean\ Square\ error) = \frac{RSS(Residual\ sum\ of\ square)}{degree\ of\ freedom}$

Decision Tree의 모델 학습은 RSS 값을 줄이는 방향으로 작동함

Decision Tree Regressor

Decision Tree를 회귀 문제에 적용할 수 있게 변형시킴 분기하는 기준이 달라짐



RSS (Residual Sum of Squares, 실제값과 추정값의 차이)

 $MSE(Mean\ Square\ error) = \frac{RSS(Residual\ sum\ of\ square)}{degree\ of\ freedom}$

→ Decision Tree의 모델 학습은 **RSS 값을 줄이는 방향**으로 작동함

Decision Tree Regressor

목적함수

$$\min_{cm} \sum_{i=1}^{N} \{y_i - f(x_i)\}^2 = \min_{cm} \sum_{i=1}^{N} \left\{ y_i - \sum_{m=1}^{M} c_m I(X \in R_m) \right\}^2$$

 c_m : m번째 노드의 예측값 (=해당 노드 관측값의 평균)

 R_m : m번째 노드

M: 전체 노드 개수

N: 전체 관측치 개수

Decision Tree Regressor

목적함수

$$\min_{cm} \sum_{i=1}^{N} \{y_i - f(x_i)\}^2 = \min_{cm} \sum_{i=1}^{N} \left\{ y_i - \sum_{m=1}^{M} c_m I(X \in R_m) \right\}^2$$



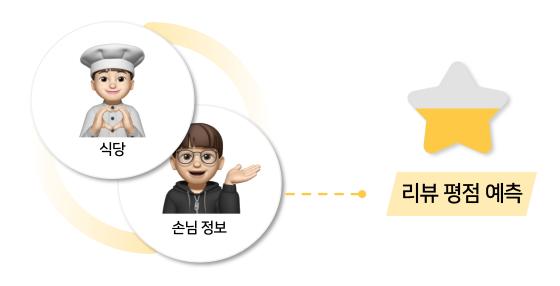
i번째 관측치의 실제값과 예측값의 차이가 있고,

그 차이의 제곱합을 최소화시켜야 한다는 의미

Decision Tree Regressor | 학습 프로세스

Ex)

어느 식당에서 손님들의 정보를 바탕으로 **리뷰 평점을 예측**하려고 한다. 독립변수로는 **지불 금액(**Price), **주차 비용(**Parking fee), **외국인 여부(**Foreign)를 사용했다.



Decision Tree Regressor | 학습 프로세스

Price	Parking fee	Foreign	Review Rating
10.0	0.0	0	10
11.0	1.0	0	10
12.0	2.0	1	10
13.0	3.0	0	10
14.0	4.0	1	13
15.0	5.0	0	20
17.5	7.5	1	35
18.0	8.0	1	44
18.5	8.5	1	52
19.0	9.0	0	55
21.0	11.0	1	80
22.0	12.0	0	83
23.0	13.0	1	80
24.0	14.0	1	83

① 한 변수를 기준으로 관측값을 정렬 Ex) Price

Decision Tree Regressor | 학습 프로세스

Price	Parking fee	Foreign	Review Rating
10.0	0.0	0	10
11.0	1.0	0	10
12.0	2.0	1	10
13.0	3.0	0	10
14.0	4.0	1	13
15.0	5.0	0	20
17.5	7.5	1	35
18.0	8.0	1	44
18.5	8.5	1	52
19.0	9.0	0	55
21.0	11.0	1	80
22.0	12.0	0	83
23.0	13.0	1	80
24.0	14.0	1	83

② Split 가능한 모든 경우의 RSS를 탐색

분기 조건에 따라 RSS 값은 달라지고, 그때마다 모든 Split Point를 탐색함

Decision Tree Regressor | 학습 프로세스

Price	Parking fee	Foreign	Review Rating	
10.0	0.0	0	10	20000
11.0	1.0	0	10	20000
12.0	2.0	1	10	15000
13.0	3.0	0	10	
14.0	4.0	1	13	10000
15.0	5.0	0	20	
17.5	7.5	1	35	5000
18.0	8.0	1	44	19
18.5	8.5	1	52	
19.0	9.0	0	55	•
21.0	11.0	1	80	트리의 첫 번째 분기 기준을 'Price ≤ 19.0'으로 기
22.0	12.0	0	83	
23.0	13.0	1	80	(ex. 3961.8 vs 6412.4 vs 11685.0)
24.0	14.0	1	83	

③ 가장 RSS가 작은 경우에 따라 분기

변수가 여러 개라면, 각 변수별로 최소 RSS가 나오는 지점을 찾고, 그 값들 중 가장 작은 경우를 채택

Decision Tree Regressor | 학습 프로세스

④ 분기되는 노드를 따라 내려가면서, 위 과정을 반복

⑤ RSS 값이 더이상 작아지지 않으면 분기를 종료

이렇게 트리가 완성되고 나면, **새로운 객체는 만들어둔 트리를** 따라 내려가서 Leaf node의 예측값(평균값)대로 판단하면 된

Decision Tree Regressor | 학습 프로세스

④ 분기되는 노드를 따라 내려가면서, 위 과정을 반복

⑤ RSS 값이 더이상 작아지지 않으면 분기를 종료

이렇게 트리가 완성되고 나면, **새로운 객체는 만들어둔 트리를** 따라 내려가서 Leaf node의 예측값(평균값)대로 판단하면 됨



Decision Tree Regressor | 학습 프로센스

어디까지 분기할 것인가?

④ 문기되는 노드를 따라 대려가면서, 위 과정을 반복

Decision Tree는 불순도나 RSS가 더 줄어들지 않을 때까지 분기

하지만 이 Full-Tree는 노이즈의 정보까지 학습

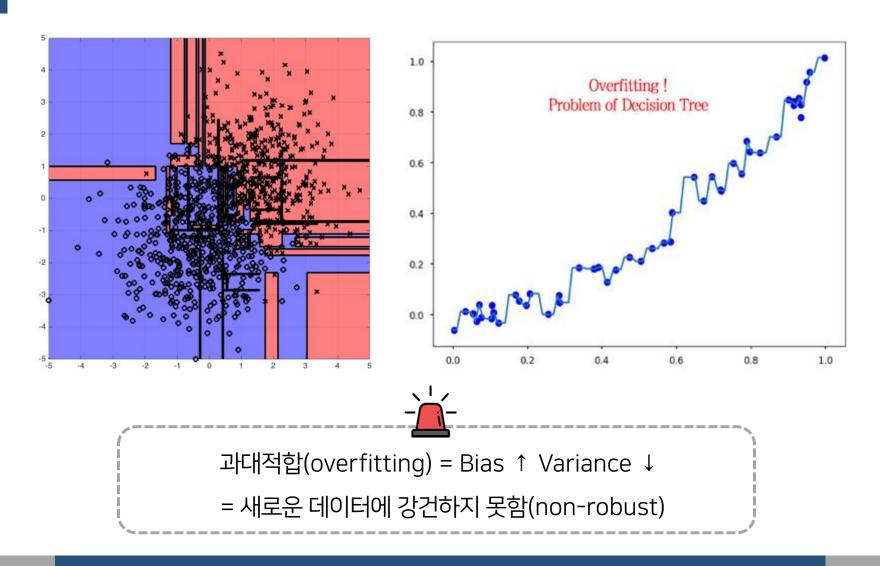
-® RSS 값이-더이상 작아지지 않으면 분기를 종로





따라 내려가서 Leaf node의 예측값(평균값)대로 판단하면 됨

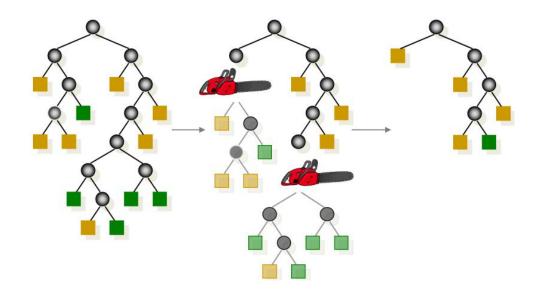
트리 기반 모델의 과적합 (feat. Pruning)



트리 기반 모델의 과적합 (feat. Pruning)

가지치기 (Pruning)

과적합을 방지하고자 Decision Tree의 **분기 깊이를 적정 수준에서 제한**하는 방법 = Full-Tree까지 다 만들지 않겠다는 뜻



트리 기반 모델의 과적합 (feat. Pruning)

가지치기 (Pruning)

과적합을 방지하고자 Decision Tree의 **분기 깊이를 적정 수준에서 제한**하는 방법 = Full-Tree까지 다 만들지 않겠다는 뜻



훈련 성능이 완벽하지 않더라도, 적당히 학습량을 조절하여 일반화 성능을 확보하자는 것이 핵심

트리 기반 모델의 과적합 (feat. Pruning)

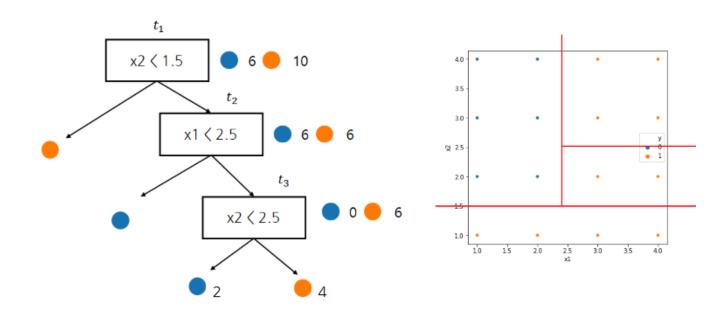
가지치기 (Pruning)

과적합을 방지하고자 Decision Tree의 **분기 깊이를 적정 수준에서 제한**하는 방법 = Full-Tree까지 다 만들지 않겠다는 뜻

Full-Tree를 만든 후, 적절한 수준에서 Leaf node를 결합함 트리의 깊이나 Leaf node 내 최소 관측값 수를 미리 지정해, Tree가 일정 수준 이상 자라지 못하게 함

사후 가지치기(post-pruning)

REP (Reduce Error Pruning)



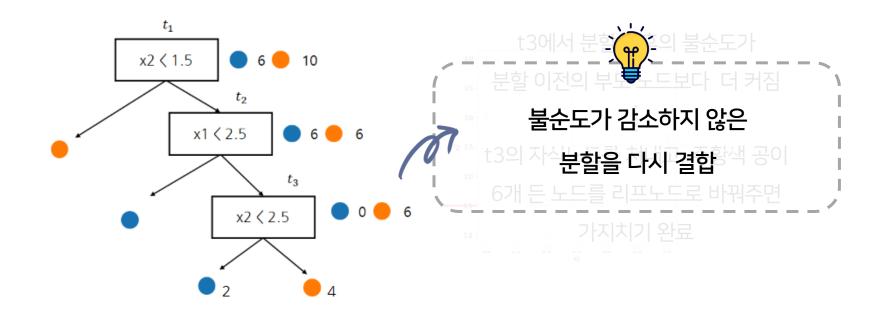
사후 가지치기(post-pruning)

REP (Reduce Error Pruning)



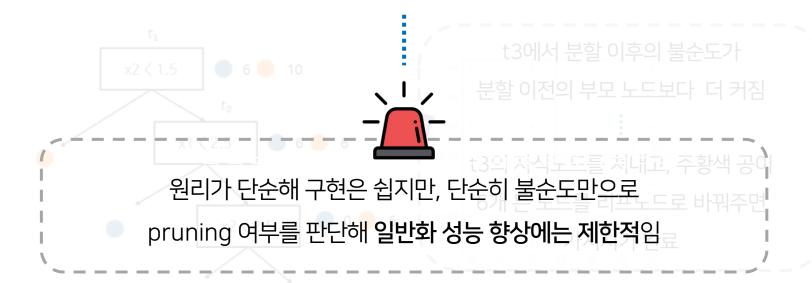
사후 가지치기(post-pruning)

REP (Reduce Error Pruning)



사후 가지치기(post-pruning)

REP (Reduce Error Pruning)



사후 가지치기(post-pruning)

CCP (Cost Complexity Pruning)

트리의 복잡도를 함께 고려하여 더욱 안정적인 Tree를 얻을 수 있음

$$CC(T) = Err(T) + \alpha \times L(T)$$

Error Term: 불순도(gini, entropy, misclassification)

L(T): 리프노드의 개수

 \rightarrow 원래 불순도 지표에서 트리의 복잡도에 따라 적절한 수준(α)의 페널티를 부여

사후 가지치기(post-pruning)

CCP (Cost Complexity Pruning)

트리의 복잡도를 함께 고려하여 더욱 안정적인 Tree를 얻을 수 있음

$$CC(T) = Err(T) + \alpha \times L(T)$$

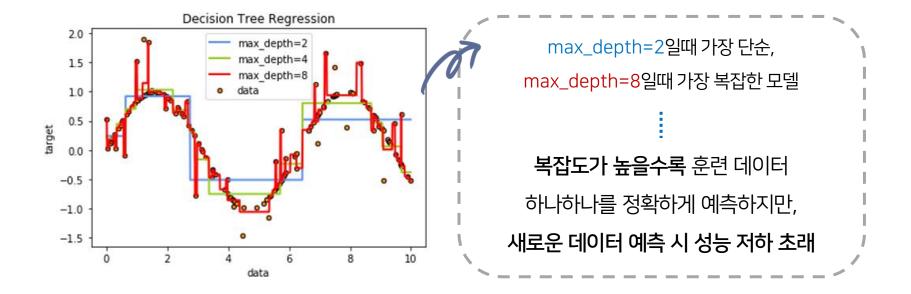
최적의 α 는 .cost_complexity_pruning_path 를 통해 구할 수 있음

 $\rightarrow \alpha$ 의 후보들을 대상으로 교차검증을 실시해 가장 valid score가 좋은 것을 택하면 됨

사전 가지치기(pre-pruning)

Max_depth

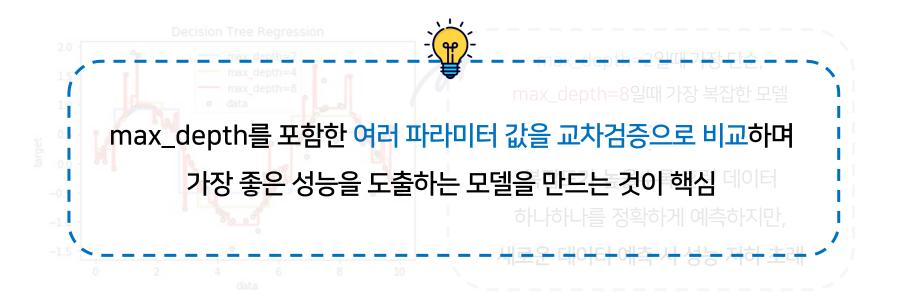
트리가 분기하는 최대 깊이를 제한하여 사전 가지치기를 수행하는 하이퍼 파라미터



사전 가지치기(pre-pruning)

Max_depth

트리가 분기하는 최대 깊이를 제한하여 사전 가지치기를 수행하는 하이퍼 파라미터



사전 가지치기(pre-pruning)

min_samples_split	- 노드를 분할하기 위한 최소 샘플 데이터 수 - "최소한 이 개수보다는 많이 들어있어야 Split 하겠다" - 작게 설정할수록 과적합 가능성 증가 (default=2)	
min_impurity_decrease	- 노드를 분할하기 위한 최소 불순도 감소량 - <i>"최소한 이 정도는 불순도 줄어들어야 Split 하겠다"</i> - 작게 설정할수록 과적합 가능성 증가	
min_samples_leaf	- 리프노드가 되기 위한 최소 샘플 데이터 수 - "리프노드에도 최소한 이 개수의 샘플은 들어있어야 한다" - 작게 설정할수록 과적합 가능성 증가 (default=1) - 불균형 데이터의 경우에는 작게 설정해야 할 수도 있음	
- 리프노드의 최대 개수 - ''리프노드 아무리 많아도 이 정도까지만 있어야 한다" - 크게 설정할수록 과적합 가능성 증가		

외에도 위의 파라미터들을 사용하면 과적합 미리 억제 가능

사전 가지치기(pre-pruning)



min_samples_split

· "최소한 이 개수보다는 많이 들어있어야 Split 하겠다"

하지만 단일 트리 알고리즘은 가지치기(Pruning)로도

- 노드를 분할하기 위한 최소 불순도 감소량

min_imp Overfitting의 문제를 완전히 극복할 수 없음

· 삭게 설성알수톡 과석합 가능성 승기

min_samples_leaf

- "리프노드에도 지소한 이 개수의 샘플은 들어있어야 한다"
 - 작게 설정할수록 과적합 가능성 증가 (default=1)
- 불균형 데이터 경우에는 작게 설정해야 할 수도 있을

리프노드의 최대 개수

max_leaf 단일 트리들을 모아 강력한 모델을 만드는

- 크게 설정할수록 과적합 가능성 증가

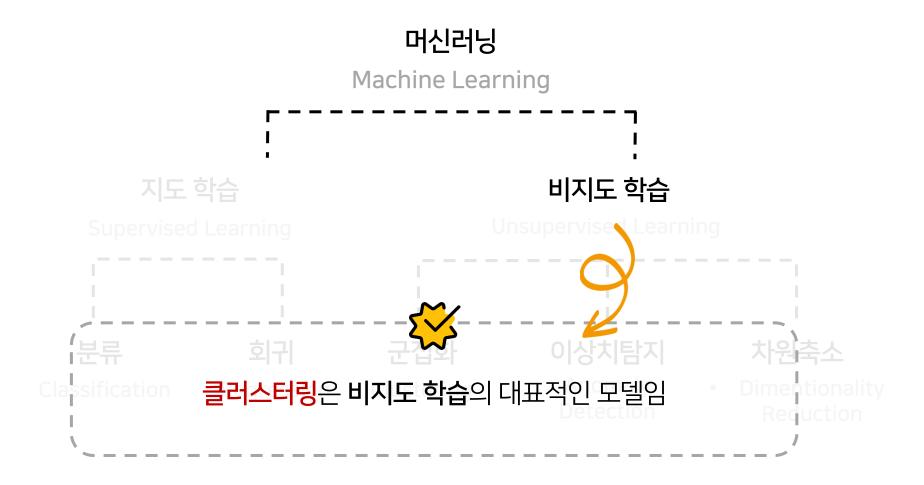
Ensemble method가 있는데,

이는 3주차 클린업에서 다룰 예정!

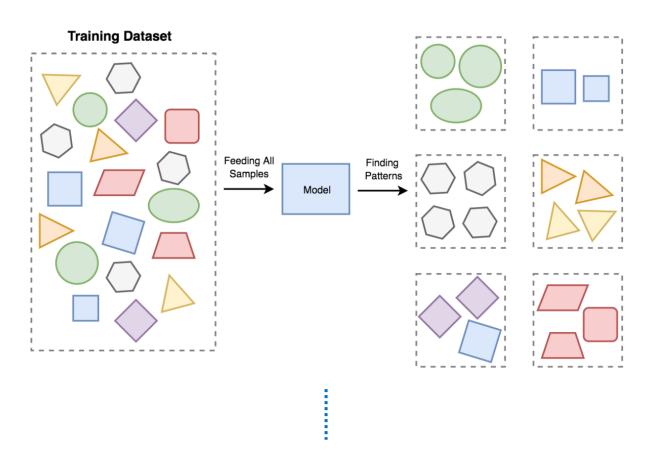
2

클러스터링

머신러닝 Remind

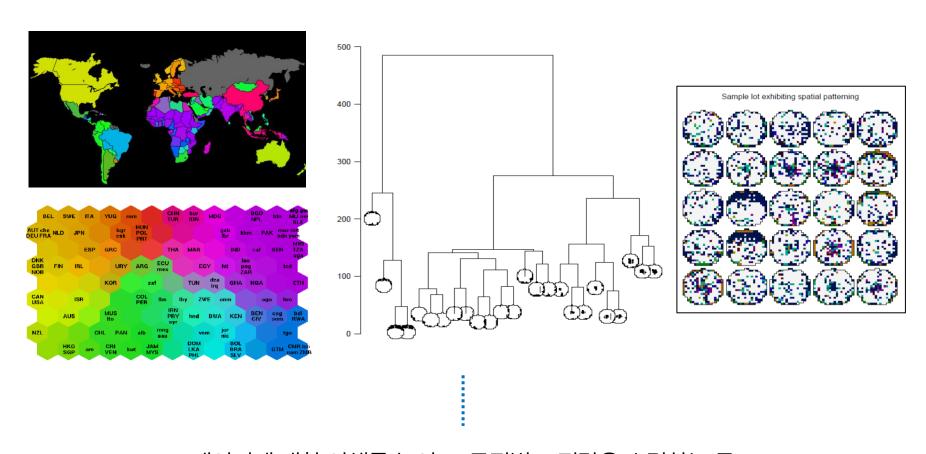


클러스터링



공통된 특징들을 가진 객체끼리 분류하여 그룹으로 구성함

클러스터링



데이터에 대한 이해를 높이고, 군집별로 전략을 수립하는 등 다양한 의사결정 과정에 활용됨

클러스터링



정답(Y)이 없다면 좋은 클러스터링을 어떻게 판단할 수 있을까?



같은 그룹끼리는 비슷하게, 다른 그룹끼리는 차이가 나게 만들자!

군집 내 분산 (Intra-cluster variance)은 최소화하고,

군집 간 분산 (Inter-cluster variance)은 최대화함



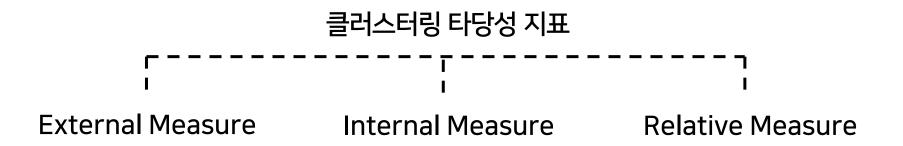
정답(Y)이 없다면 좋은 클러스터링을 어떻게 판단할 수 있을까?



같은 그룹끼리는 비슷하게, 다른 그룹끼리는 차이가 나게 만들자!

군집 내 분산 (Intra-cluster variance)은 최소화하고,

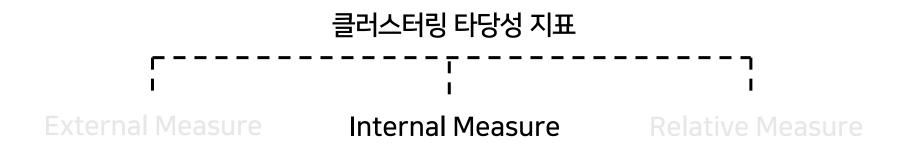
군집 간 분산 (Inter-cluster variance)은 최대화함

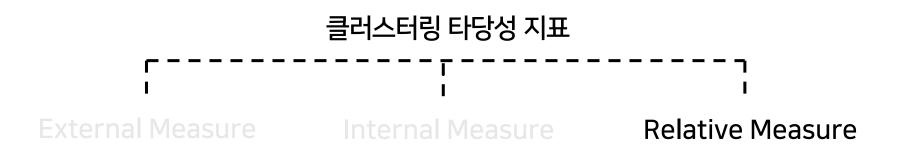


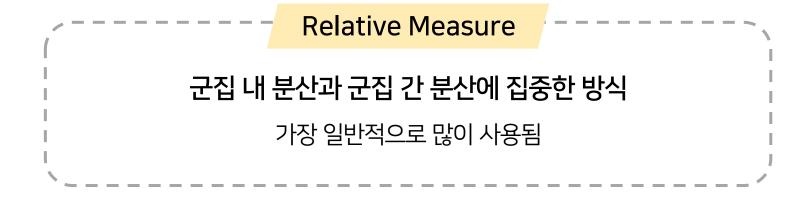


클러스터링 타당성 지표에는 위와 같은 3가지가 존재함

클러스터의 개수와 멤버가 정해져있다고 가정하고 평가하는 방식 새로운 알고리즘 개발 및 연구과정에서 확인용으로 사용됨







Internal Measure

WSS(Within Sum of Squares)

군집 내의 중심과 객체들 간의 거리를 제곱합한 값으로 작을수록 군집화가 잘 된 것으로 판단 가능

$$WSS = \sum_{i=1}^{K} \sum_{x_j \in C_i} ||X_j - C_i||^2$$

클러스터를 많이 생성할수록 줄어들게 되는데 이를 클러스터 개수 선택에 활용할 수 있음

Internal Measure

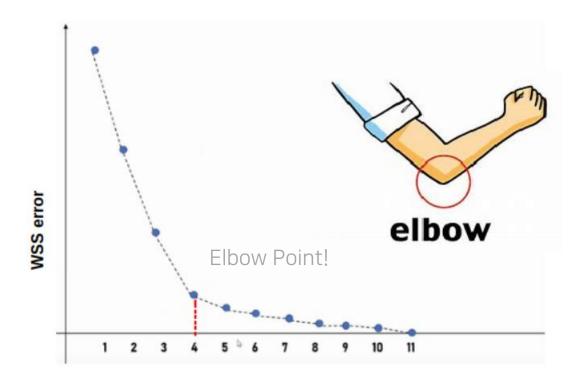
WSS(Within Sum of Squares)

군집 내의 중심과 객체들 간의 거리를 제곱합한 값으로 작을수록 군집화가 잘 된 것으로 판단 가능

$$WSS = \sum_{i=1}^{K} \sum_{x_j \in C_i} ||X_j - C_i||^2$$

클러스터를 많이 생성할수록 줄어들게 되는데, 이를 클러스터 개수 선택에 활용할 수 있음

Internal Measure

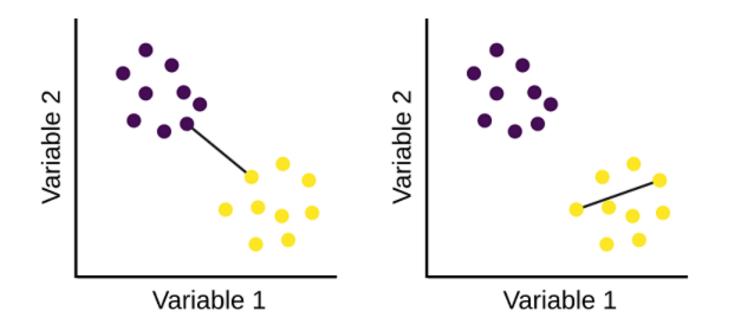


WSS의 감소 폭이 급격하게 줄어드는 지점을 최적의 클러스터 개수로 판단하는 Elbow Method

Relative Measure

Dunn Index

클러스터 내 최대거리에 대한 클러스터 간 최소거리의 비율



Dunn Index

클러스터 내 최대거리에 대한 클러스터 간 최소거리의 비율

군집 간 거리 최소화
$$I(C)=rac{min_{i
eq j}\{dc(C_i,C_j)\}}{max_{1\leq l\leq k}\{\Delta(C_l)\}}$$
 군집 내 거리 최대화

Relative Measure

Dunn Index

클러스터 내 최대거리에 대한 클러스터 간 최소거리의 비율

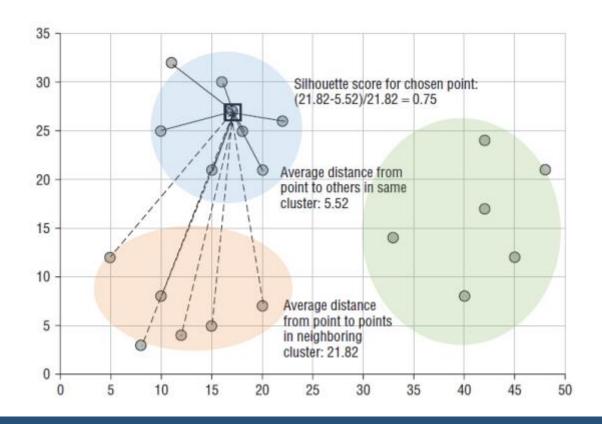


이상치의 영향을 상쇄시키기 위해 min, max 대신에 average를 사용하기도 함

Dunn Index 값이 클수록 클러스터링이 잘 된 것으로 판단함

Silhouette Index

각 데이터 포인트마다 군집 내 거리와 군집 외 거리를 비교한 지표



Silhouette Index

각 데이터 포인트마다 군집 내 거리와 군집 외 거리를 비교한 지표

$$S(i) = \frac{b(i) - a(i)}{max\{a(i), b(i)\}}$$

a(i): 객체 i와 **같은 군집** 안에 속하는 나머지 객체들 간의 거리의 평균

b(i): 객체 i와 <mark>다른 군집</mark> 안에 속하는 나머지 객체들 간의 거리의 평균의 최솟값

Silhouette Index

각 데이터 포인트마다 군집 내 거리와 군집 외 거리를 비교한 지표

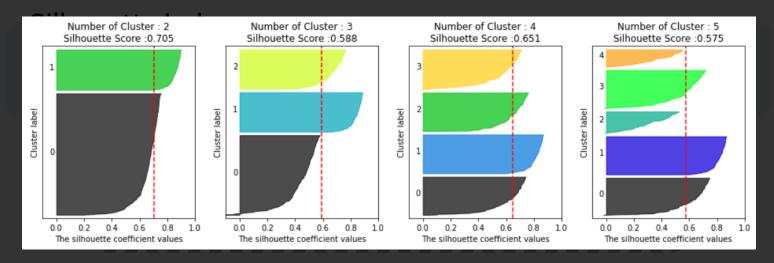


모든 데이터 포인트에 대해서 실루엣 계수를 계산하고, 최종적으로 실루엣 계수들의 **평균값** 사용

> 이론적인 실루엣 계수 범위는 $-1 \le s(i) \le 1$ 1에 가까울수록 잘 묶인 군집이라고 판단함



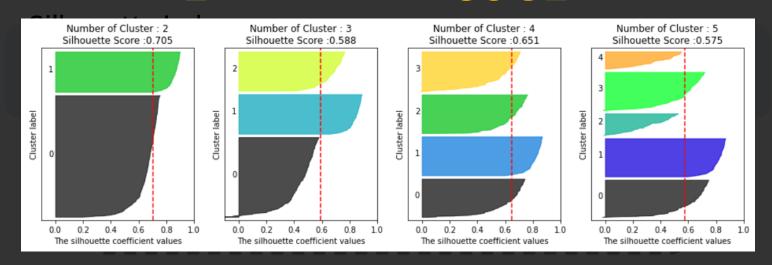
Relative Measure 실루엣 계수가 높으면 항상 좋을까?



Cluster가 2개인 경우, 전체 실루엣 score는 높지만 이론적인 실루엣 계수 범위는 $-1 \le s(i) \le 1$ 이나 0번 군집의 대부분이 전체 score보다 낮음 경험적으로 0.5나 0.7을 넘으면 잘 묶인 군집이라고 판단함



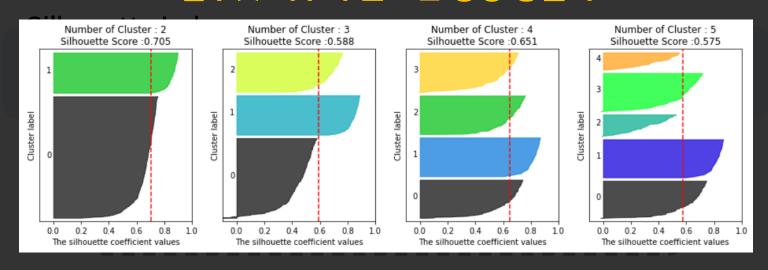
Relative Measure 실루엣 계수가 높으면 항상 좋을까?



Cluster 4개인 경우, 전체 실루엣 score가 더 낮지만 이론적인 실루에 계수 범위는 $-1 \le s(i) \le 1$ 이나 개별 score가 균일하게 전체 score를 웃돌고 있음 경험적으로 0.5나 0.7을 넘으면 잘 묶인 군집이라고 판단함



Relative Measure 실루엣 계수가 높으면 항상 좋을까?

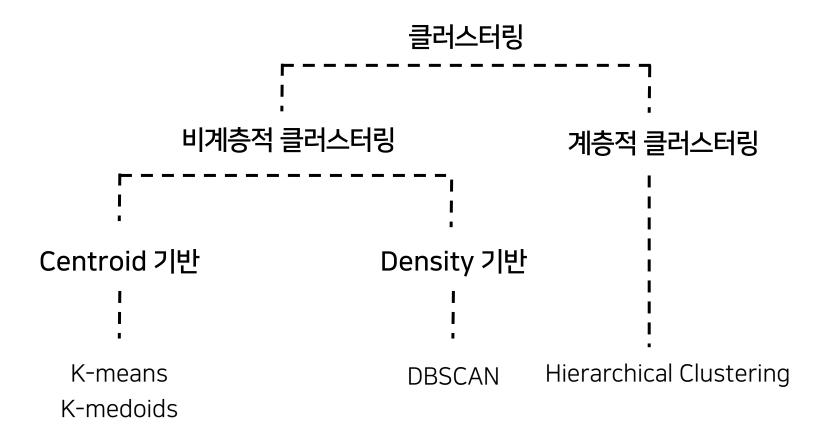


실루엣 계수가 높다고 해서 가장 좋은 클러스터링이라고 단정지을 수 없음

이론적인 실루엣 계수 범위는 $-1 \le s(i) \le 1$ 이나 이론적인 실루엣 계수 범위는 $-1 \le s(i) \le 1$ 이나 경험적으로 0.5나 0.7을 검<mark>르게, 분포하고</mark> 이라고 판단함

특정 군집의 실루엣 계수만 높지 않아야 함

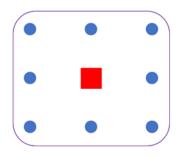
클러스터링 방법

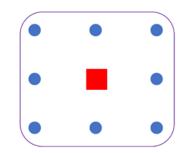


K-means Clustering

K-means Clustering

데이터들의 <mark>평균 지점</mark>을 Centroid로 활용하는 클러스터링



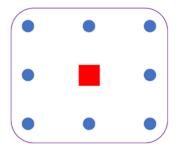


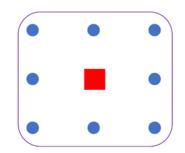
$$\arg\min\sum_{i=1}^K \sum_{x_j \in C_i} ||X_j - C_i||^2$$

K-means Clustering

K-means Clustering

데이터들의 <mark>평균 지점</mark>을 Centroid로 활용하는 클러스터링





Hyperparameter

사전에 클러스터 개수 K를 지정해주어야 함

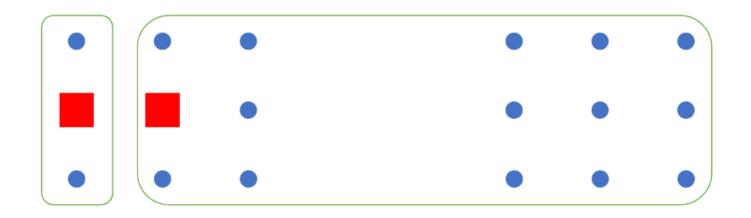
데이터들의 평균 지점이기 때문에 실제 좌표 값이 아닐 수도 있음

K-means Clustering 학습 과정



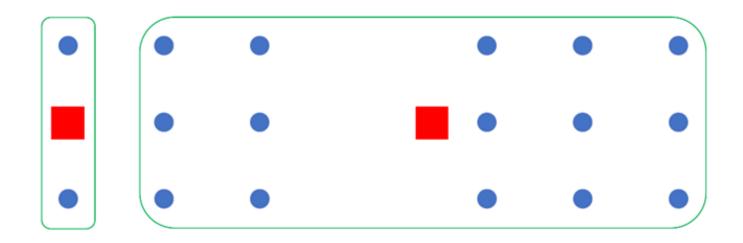
① K개의 Centroid 랜덤하게 생성함

K-means Clustering 학습 과정



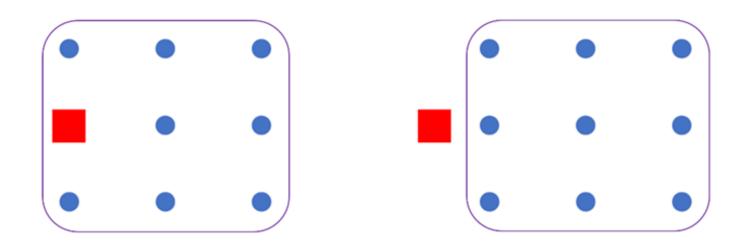
② 관측치들(파란 점)을 가장 가까운 Centroid에 맞게 1차 군집(초록 박스)으로 할당함

K-means Clustering 학습 과정



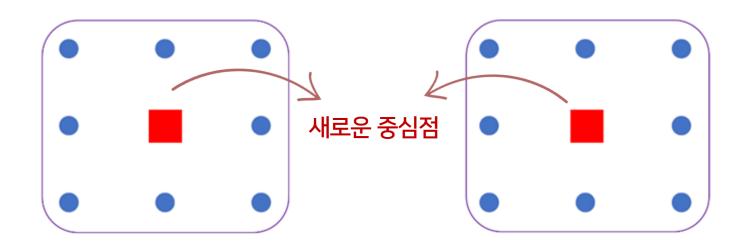
③ 1차 군집의 관측치들을 기준으로 Centroid를 업데이트함

K-means Clustering 학습 과정



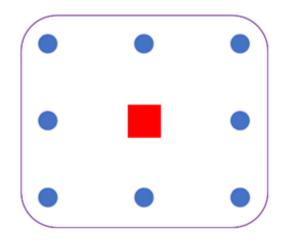
④ 관측치들을 수정된 Centroid에 맞게 2차 군집으로 할당함

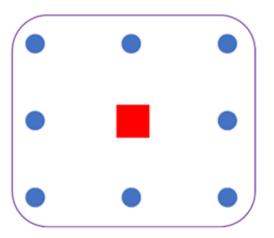
K-means Clustering 학습 과정



⑤ 2차 군집의 관측치들을 기준으로 Centroid를 다시 업데이트함

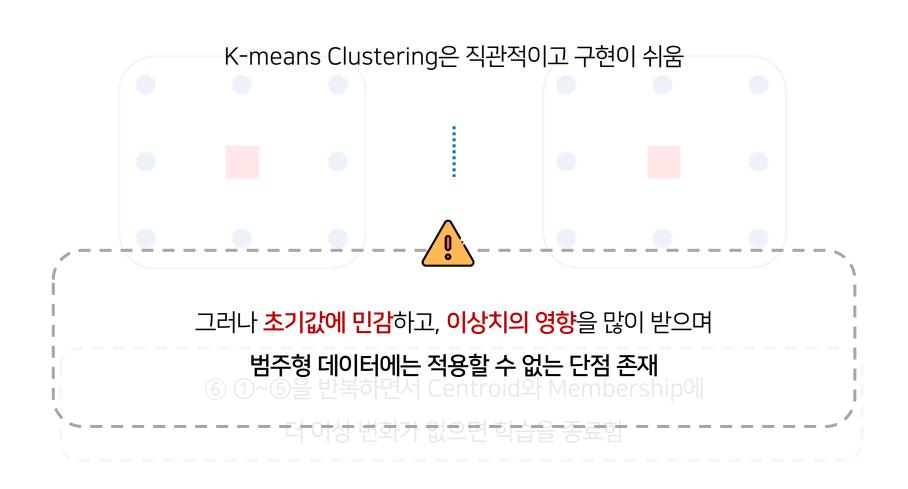
K-means Clustering 학습 과정





⑥ 앞선 과정을 반복하면서 Centroid와 Membership에 더 이상 변화가 없으면 학습을 종료함

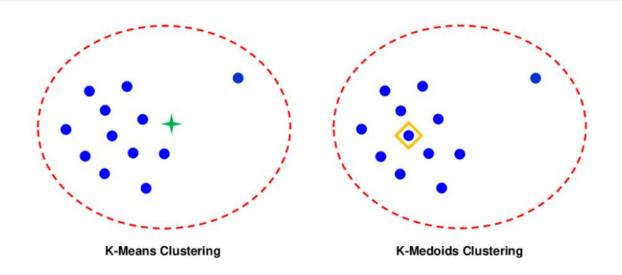
K-means Clustering 학습 과정



K-medoids Clustering

K-medoids Clustering

데이터들의 중앙값을 Centroid로 활용하는 클러스터링



K-means와 전체적인 단계가 매우 유사하지만,

K-medoids는 실제 포인트를 centroid로 활용함

K-medoids Clustering

K-medoids Clustering

데이터들의 중앙값을 Centroid로 활용하는 클러스터링



이상치에 강건하고 군집 자체의 해석도 일부 가능함



그러나 실제 포인트 간 거리를 전부 계산해야 하므로 <mark>연산량이 늘어나는 단점</mark>

거리 기반 클러스터링의 한계

K-Means Clustering

데이터의 평균 지점을 Centroid로 활용 K-Medoids Clustering

데이터의 중앙값을

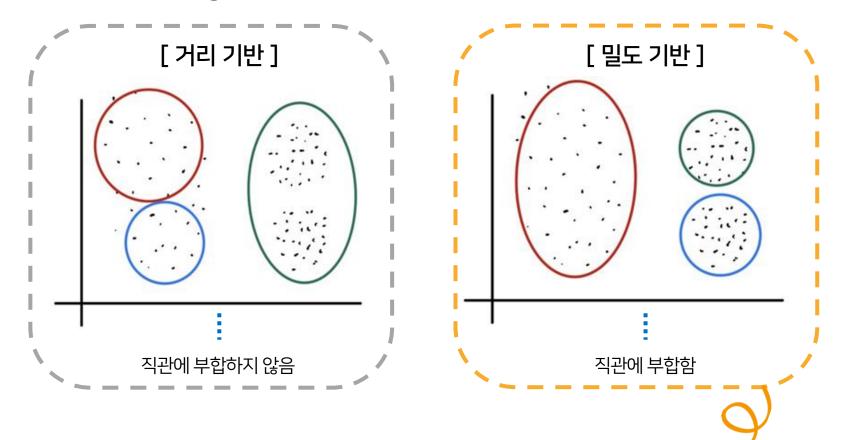
Centroid로 활용



거리 기반 클러스터링은

밀도의 차이나 특수한 형태를 반영하지 못함

거리 기반 클러스터링의 한계

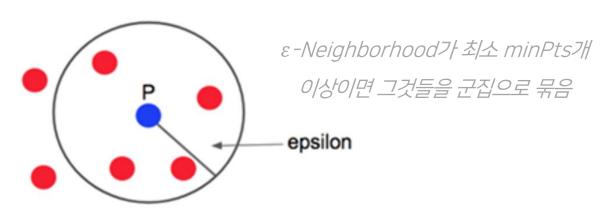


밀도 기반 클러스터링은 데이터의 **분포(뭉쳐있는 정도)를 고려**하므로 직관에 부합하는 결과를 보임

DBSCAN 용어 정리

ε-Neighborhood (of a point p)

$$N_{\epsilon}(p) = \{ q \in D \mid dist(p, q) \le \epsilon \}$$



p와의 거리가 ϵ 보다 작은 점들

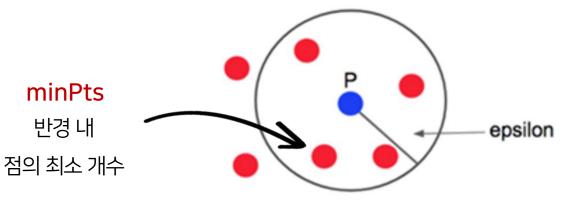
즉, p를 기준으로 반경 ε 내에 있는 모든 점들

DBSCAN 용어 정리

반경 내

ε-Neighborhood (of a point p)

$$N_{\epsilon}(p) = \{ q \in D \mid dist(p, q) \le \epsilon \}$$



엡실론(ε)

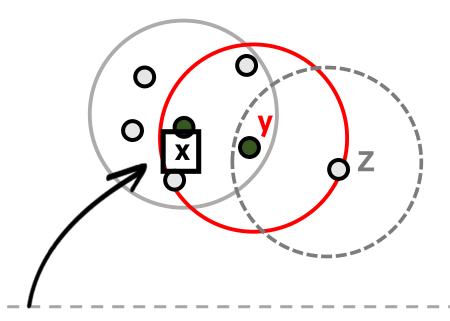
점 p와의 거리



이때, minPts와 엡실론(ε)은 사용자가 지정

DBSCAN 용어 정리

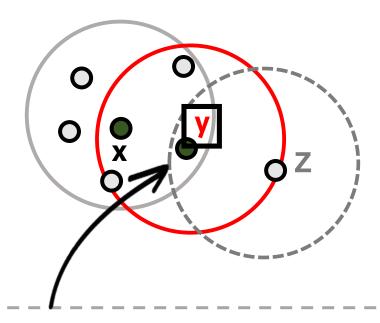
Core point



에실론(ε) 반경 내에 minPts개 이상의 점이 존재하는 점 나중에 군집을 이루는 중심이 됨

DBSCAN 용어 정리

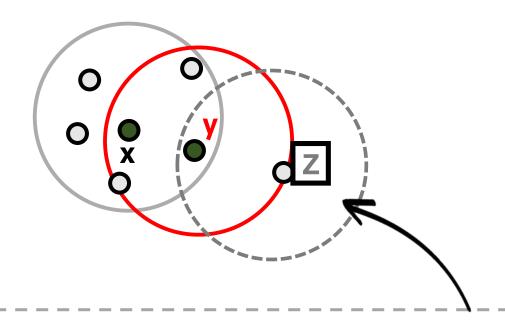
Border point



엡실론(ε) 반경 내에 minPts개 미만의 점을 갖는 점들 중, Core point의 엡실론(ε) 반경 내에 포함되는 점

DBSCAN 용어 정리

Noise point

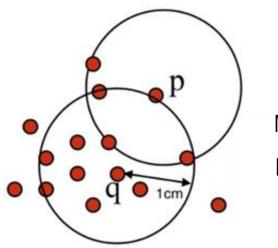


Core도 아니고 Border도 아닌 점

즉, 주변에 minPts개 이하의 점을 가지고 주변에 Core point도 없는 경우

DBSCAN 용어 정리

Directly Density-reachable



MinPts = 5

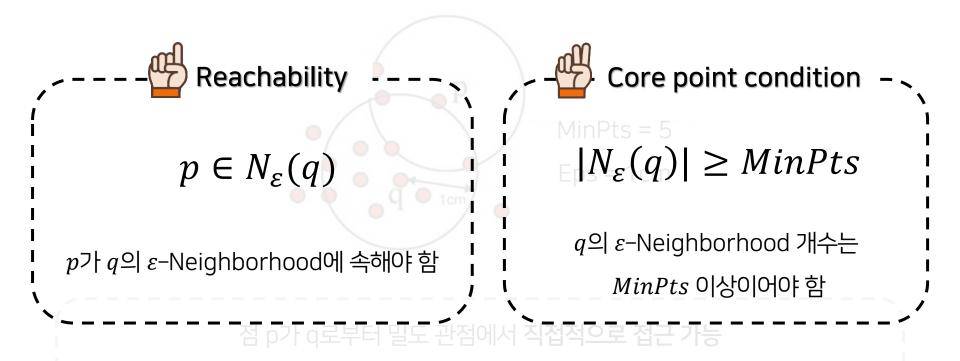
Eps = 1cm

점 p가 q로부터 밀도 관점에서 직접적으로 접근 가능

2가지 조건을 만족해야 함

DBSCAN 용어 정리

Directly Density-reachable



DBSCAN 용어 정리

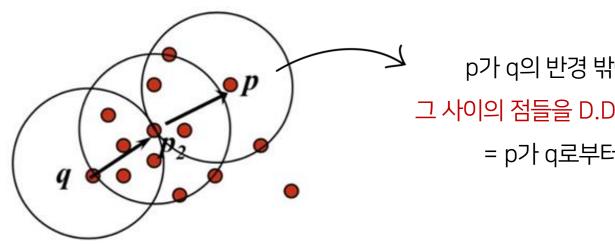
Directly Density-reachable



만약 D.D.R.(직접밀도접근가능)한 점들만 한 군집으로 묶으면, 비교적 바깥쪽에 있는 점들을 놓칠 수 있음

DBSCAN 용어 정리

Density-reachable



p가 q의 반경 밖에 있어도,

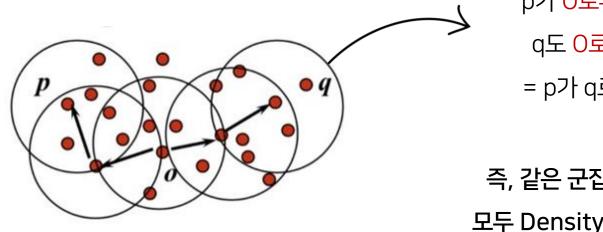
그 사이의 점들을 D.D.R.로 연결 가능

= p가 q로부터 D.R.함

점 p가 q로부터 밀도 관점에서 접근 가능

DBSCAN 용어 정리

Density-connected



p가 O로부터 D.R.하고 q도 O로부터 D.R.함 = p가 q로부터 D.C.함

즉, 같은 군집에 할당된 점들은 모두 Density-connected된 것

점 p가 q로부터 밀도 관점에서 연결되어 있음

DBSCAN 학습 과정

① 임의의 데이터 포인트 선택

② p로부터 Density-reachable한 포인트 탐색

- p가 Core point면 클러스터에 할당

L _ p가 Border point면 다른 point 선택

③ 모든 데이터 포인트가 탐색될 때까지 반복

DBSCAN

DBSCAN의 장점



특정한 모양의 클러스터를 찾아낼 수 있음 (형태의 한정이 없음)



군집에 할당되지 않는 객체도 허용함 즉, 이상치(Noise)를 군집에 할당하지 않아도 됨



클러스터링의 랜덤성이 작음



클러스터 개수(K)를 지정해주지 않아도 됨



DBSCAN

DBSCAN의 한계

DBSCAN의 장점

엡실론(ϵ)과 minPts를 설정하기가 어려움

특히,데이터셋 내에서 밀도가 제각각이라면 더욱 힘들어짐



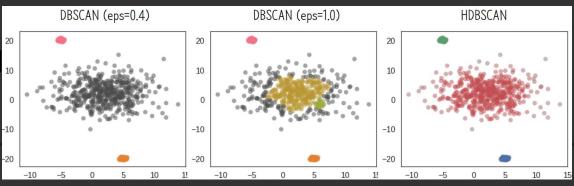
군집에 할당되지 않는 객체도 허용한 즉, 이상치(Noise)를 군집에 할당하지 않아도 됨



HDBSCAN (Hierarchical DBSCAN)



클라

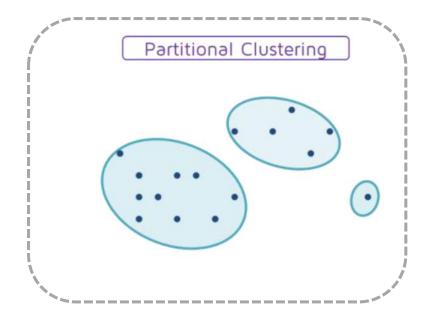


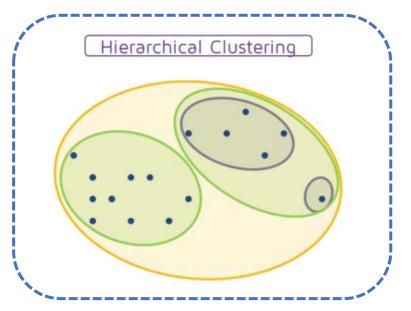
계층적 클러스터링

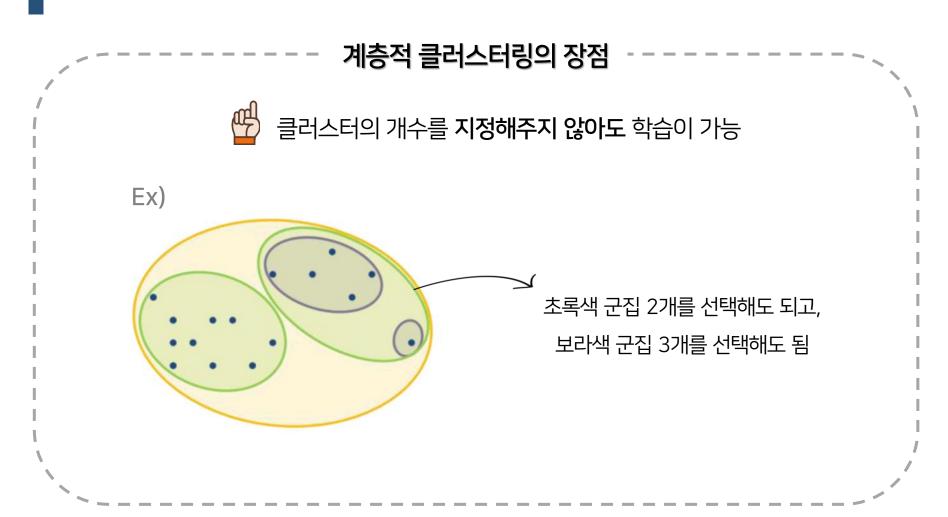
계층적 클러스터링 (Hierarchical clustering)

계층이 존재하는 트리를 이용하여 개별 개체들을

Bottom-up 방식으로 묶어나가는 클러스터링 방식



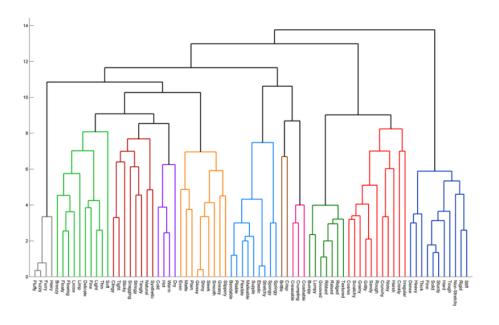




계층적 클러스터링의 장점

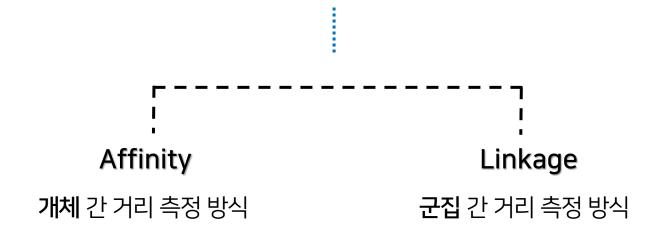


클러스터링 과정을 **덴드로그램**으로 시각화 가능



계층적 클러스터링

계층적 클러스터링은 **가장 가까운 두 객체**를 순차적으로 병합해나가는 방식 즉, **거리**가 계산되어 있어야 함



Affinity (개체 간 거리 측정)

유클리드 거리

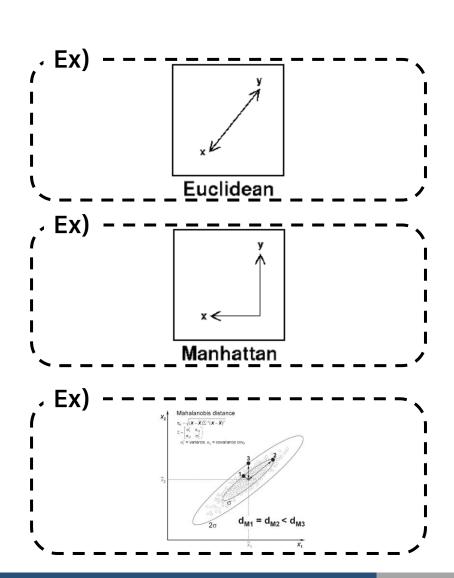
두 관측치 사이의 직선 최단거리

맨하탄 거리

각 좌표축의 방향으로만 이동

마할라노비스 거리

주변 데이터의 맥락을 반영한 거리



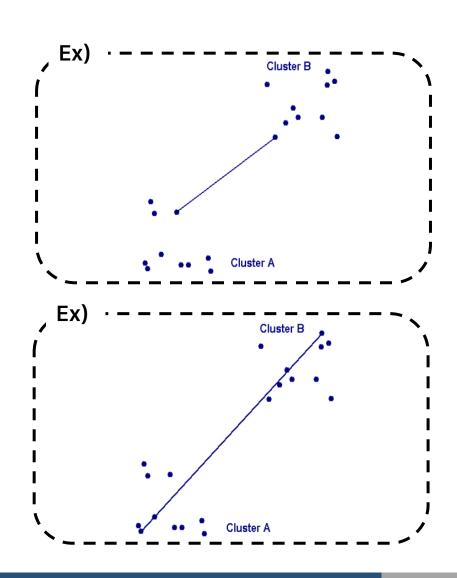
Linkage (군집 간 거리 측정)

Single linkage (min)

서로 다른 군집의 모든 데이터 간 거리 중 **최소값**

Complete linkage (max)

서로 다른 군집의 모든 데이터 간 거리 중 **최대값**



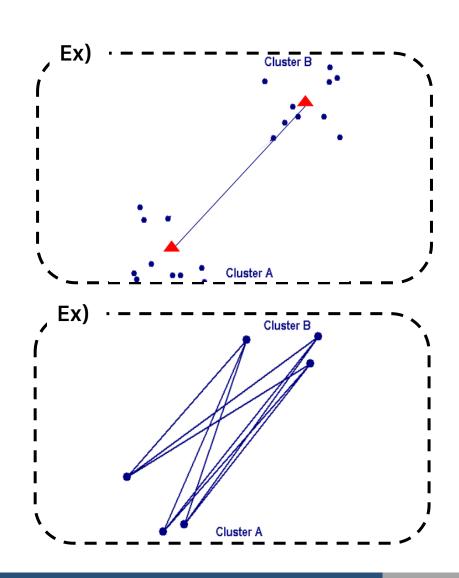
Linkage (군집 간 거리 측정)

Centroid linkage

서로 다른 군집의 중심 점(centroid) 간 거리

Average linkage

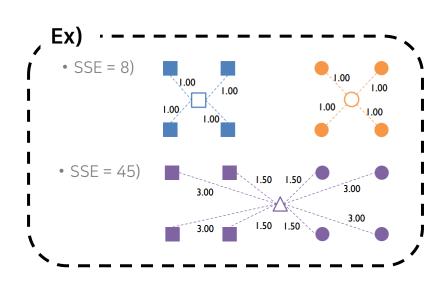
서로 다른 군집의 모든 데이터 간 **거리들의 평균**



Linkage (군집 간 거리 측정)

Ward method

서로 다른 군집의 병합 전 후 분산 차이







계층적 클러스터링의 프로세스를 알아보고, 덴드로그램도 함께 그려보자!

계층적 클러스터링

	А	В	С	D
А		20	7	2
В	20		10	25
С	7	10		3
D	2	25	3	

 $\left(A\right)$

 $\left(\begin{array}{c} \mathbf{B} \end{array} \right)$

 $\left(\begin{array}{c} C \end{array}\right)$

D

① 각 관측치(또는 군집) 간의 거리를 모두 계산

주로 거리 행렬(Distance Matrix) 사용

	А	В	С	D	
А		20	7	2	
В	20		10	25	
С	7	10		3	
D	2	25	3		

A와 D 병합

В

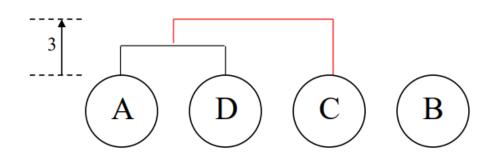
② 계산된 거리가 가장 가까운 두 관측치(또는 군집) 병합

	AD	В	С
AD			
В			
С			

계산된 거리가 덴드로그램 가지 길이에 반영 A D B C

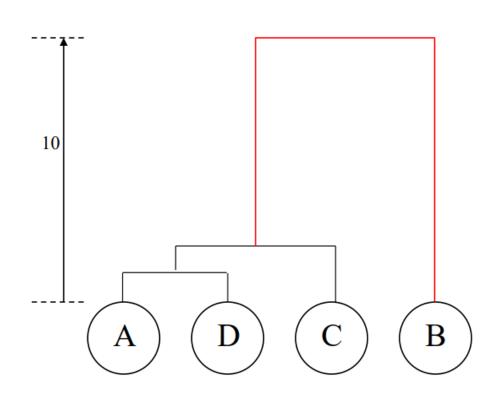
② 계산된 거리가 가장 가까운 두 관측치(또는 군집) 병합

	AD	В	С
AD		20	3
В	20		10
С	3	10	



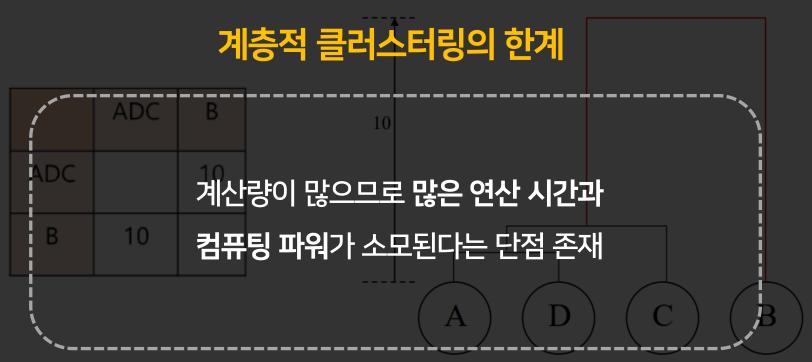
③ 병합 이후 Distance Matrix를 업데이트

	ADC	В
ADC		10
В	10	



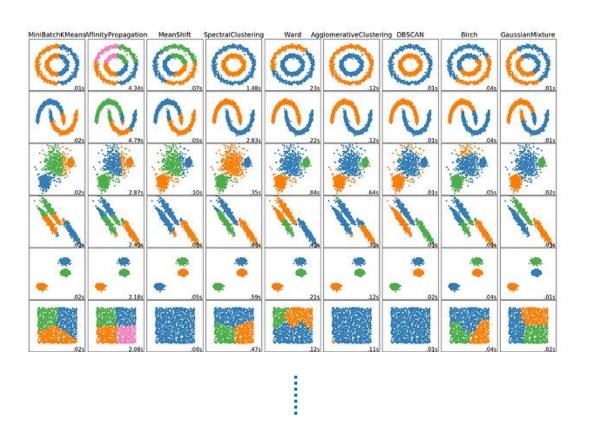
④ 클러스터가 1개만 남을 때까지 ①~③ 반복





④ 클러스터가 1개만 남을 때까지 ①~③ 반복

그 외 클러스터링



그 외에도 Mean shift, GMM, Spectral 등 다양한 클러스터링 방법이 존재함

3

비선형 모델

비선형 모델 (Non-Linear Model)

선형 모델의 한계

흔히 접하는 선형모델은 해석과 추론 측면에서 강점이 있지만 현실 데이터와 잘 맞지 않아 예측 성능이 제한적임



비선형 모델

선형성을 완화하여 예측 성능을 높이면서 해석력은 최대한 유지하는 것을 목표로 함



비선형 모델 (Non-Linear Model)

비선형 모델의 Key Idea



Input matrix에 해당되는 X를 비선형적으로 <mark>변환(transform)함</mark>

$$X \Rightarrow X^*$$



변환된 Input matrix X*와 Y를 Linear한 모델로 학습!

$$Y = \beta_0 + \beta_1 * X_1^* + \beta_2 * X_2^* + \dots + \beta_n * X_n^*$$

비선형 모델 (Non-Linear Model)



$$f(X) = \sum_{m=1}^{\infty} \beta_m h_m(X)$$





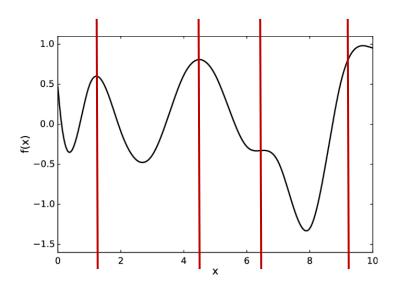
Linear Basis Expansion of X

변환된 Input matrix X*와 Y를 Linear한 모델로 학습!

$$Y = \beta_0 + \beta_1 * X_1^* + \beta_2 * X_2^* + \dots + \beta_n * X_n^*$$

Piecewise Polynomials

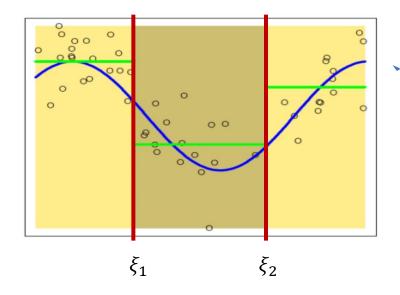
설명변수의 공간을 <mark>매듭점(knot)</mark>으로 분할하고, 각 공간에 다항 함수를 추정하는 회귀 방법



Piecewise Constant Model

Knot으로 분할된 각 공간에 Constant 함수를 적합한 경우

$$h_1(x) = I(X < \xi_1), h_2(x) = I(\xi_1 < X < \xi_2), h_3(x) = I(X \ge \xi_2)$$



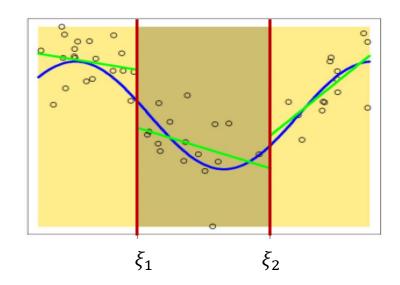
$$f(X) = \sum_{m=1}^{3} \beta_m h_m(X)$$

Piecewise Linear Model

Knot으로 분할된 각 공간에 Linear 함수를 적합한 경우

$$\beta_1 I(x < \xi_1)$$
 $\beta_2 I(\xi_1 \le x < \xi_2)$ $\beta_3 I(\xi_2 \le x)$

$$\beta_4 XI(x < \xi_1)$$
 $\beta_5 XI(\xi_1 \le x < \xi_2)$ $\beta_6 XI(\xi_2 \le x)$



$$f(X) = \sum_{m=1}^{6} \beta_m h_m(X)$$

3

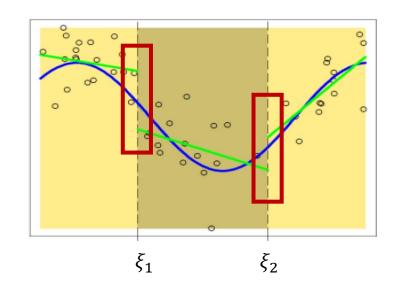
모델링 전략

기저함수(Basis Function) 기반 모델



Knot 지점에서 불연속성(Discontinuity) 문제 발생

 $\beta_{A}XI$ 합리적인 예측이 이루어질 수 없음 $\xi_{A} \leq X$

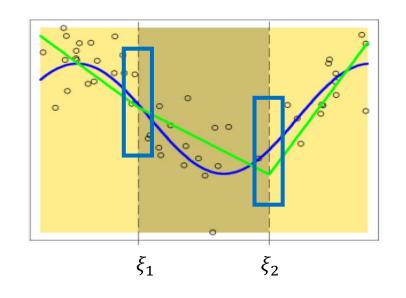


$$f(X) = \sum_{m=1}^{6} \beta_m h_m(X)$$



Knot 기준으로 좌극한과 우극한이 같도록

 $\beta_4 XI(x < \xi$ 만들어주는 제약식,설정 $\beta_6 XI(\xi_2 \le x)$

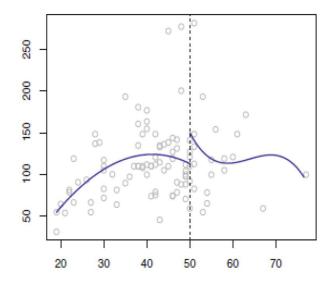


$$f(\xi_1^-) = f(\xi_1^+)$$
 $f(\xi_2^-) = f(\xi_2^+)$
제약식에 의해 연속성 확보!

Cubic Spline

Piecewise 모델의 일종으로, 각 공간에 3차 다항함수를 적합한 경우

$$y_{i} = \begin{cases} \beta_{01} + \beta_{11} x_{i} + \beta_{21} x_{i}^{2} + \beta_{31} x_{i}^{3} + \epsilon_{i} & \text{if } x_{i} < c; \\ \beta_{02} + \beta_{12} x_{i} + \beta_{22} x_{i}^{2} + \beta_{32} x_{i}^{3} + \epsilon_{i} & \text{if } x_{i} \ge c \end{cases}$$

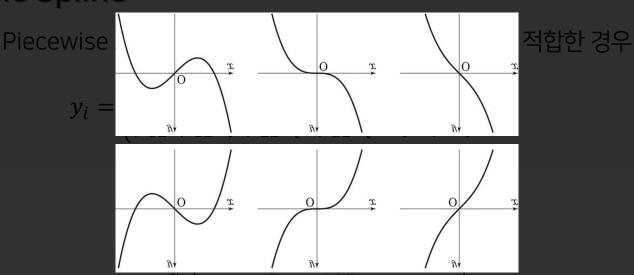




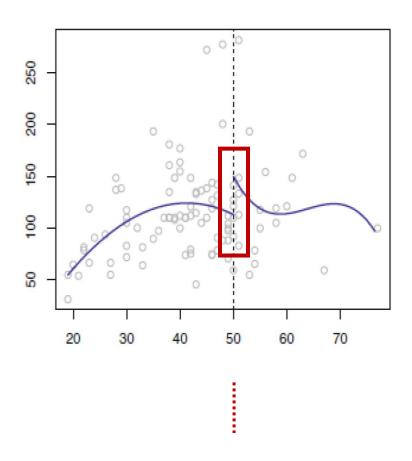
Non-linear Spline

왜 하필 3차 다항식을 사용할까?

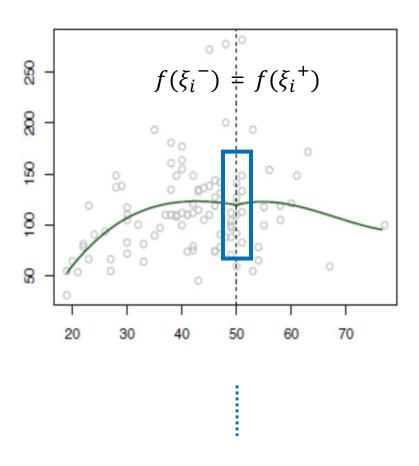
Cubic Spline



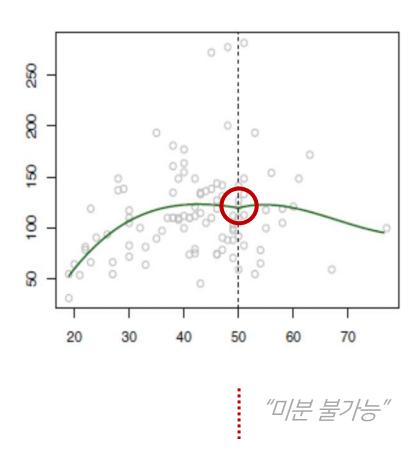
현실에 존재하는 X와 Y의 비선형 관계를 표현하기에 최대 3차항까지 고려하는 것만으로도 충분하기 때문



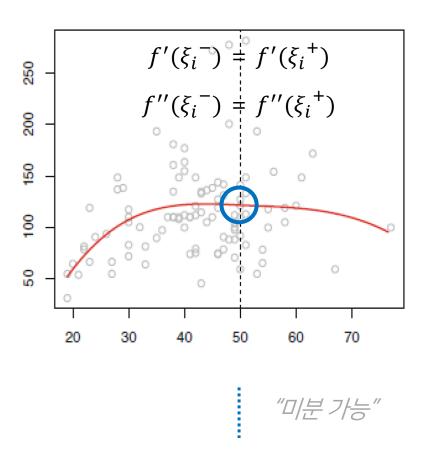
Cubic Spline 역시 불연속성(Discontinuity) 문제가 발생함!



마찬가지로 극한값 제약식을 추가하여 연속성 부여 가능!



하지만, 여전히 Knot을 기준으로 부자연스럽게 꺾인 지점이 존재

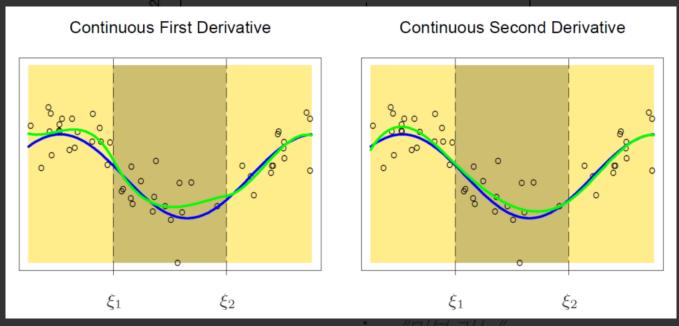


Knot을 기준으로 좌미분계수와 우미분계수가 같다는 제약식 추가



왜 2계 미분이 연속이라는 조건까지 추가할까?

 $f'(\xi_i^-) \stackrel{\text{if}}{=} f'(\xi_i^+)$



<mark>곡선의 곡률까지</mark> 연속으로 만들어 줌으로써

장점

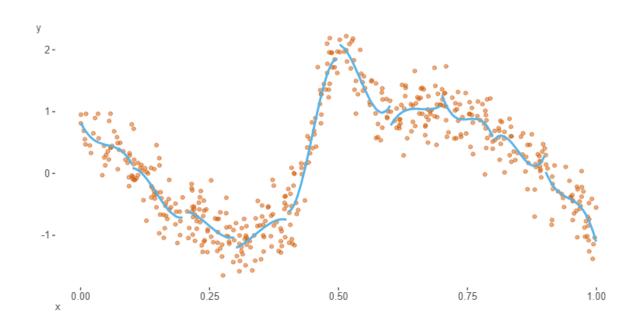
- ♥ 복잡한 데이터에 적합하기 위해 차수를 높이는 것이 아니라,Knot을 늘려 단순한 다항식으로도 유연하게 표현할 수 있음
- ≝ 데이터의 보간법(interpolation)으로도 사용할 수 있음

단점

- **Knot의 개수와 위치**를 어떻게 선정할지 정하기 쉽지 않음
- 설명변수가 3개 이상으로 늘어날 경우,
 Model Variance가 급격히 증가해 사용하기 어려움

GAM (일반화 가법 모델)

기존의 선형 모델에서 **가법성(additivity)은 유지**하면서도 **각 변수에 Non-linear한 적합**을 가능하게 한 방법



GAM (일반화 가법 모델)

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_p x_{ip} + \epsilon$$

$$y = \beta_0 + \sum_{j=1}^{p} f_j(x_{ij}) + \epsilon_i$$

$$y = \beta_0 + f_1(x_{i1}) + f_2(x_{i2}) + \dots + f_p(x_{ip}) + \epsilon$$

다중선형회귀 모형을 확장한 것으로 볼 수 있음!

 $\beta_i x_{ij}$ 의 선형결합을 smooth한 비선형함수 $f_i(x_{ij})$ 의 선형결합으로 대체

GAM (일반화 가법 모델)

각각의 Y에 대한 각각의 예측변수들의 기여를 '더하여' 표현함

$$y = \beta_0 + f_1(x_{i1}) + f_2(x_{i2}) + \dots + f_p(x_{ip}) + \epsilon$$

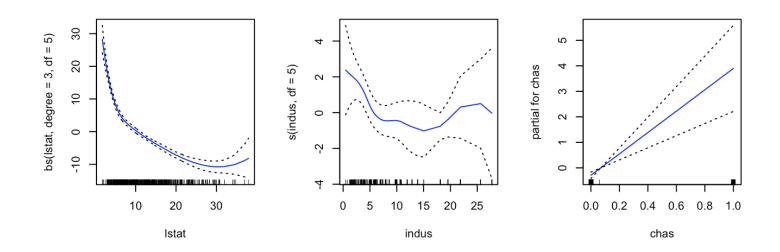
i

여전히 각 변수 x_{ij} 을 각각의 함수 f_i 에 부과하고 있기에 <mark>가법성</mark>이 유지됨

:

각 변수별로 다양한 선형/비선형 함수를 적합하여 보다 유연한 관계에 fitting 가능!

GAM (일반화 가법 모델)



각 변수별로 다양한 선형/비선형 함수를 적합하여 보다 유연한 관계에 fitting 가능!

3 모델링 전략

GAM(Generalized Additive Model)

장점

- ❷ 일반적인 선형모델이 놓칠 수 있는 비선형 관계를 파악할 수 있음
- 변수 각각의 영향력을 확인할 수 있어 설명력을 어느 정도 확보함

단점

- ₩ 모델이 가산적이어야 한다는 제한이 있음
- 변수가 많은 경우 중요한 상호작용을 놓칠 수 있음

다음 주 예고

1. 앙상블

2. eXplainable Al

3. 추천 시스템

감사합니다