作者	版本	日期	联系方式
yandq6	1.0	20201111	sdydq1988@126.com

EKF algorithm

1.综述

IMU EKF算法主要是根据IMU输出的原始数据来计算IMU的姿态,基本原理是构建卡尔曼滤波模型,以陀螺的数据构建时间预测方程,以加速度的数据构建量测更新方程,从而实时估计出当前的状态.

2. 主要原理

2.1 时间更新

卡尔曼时间更新方程主要用于预测下一时刻的状态,建立的状态为7维度,四元数+ 零偏,主要的原理步骤为

1. 对于零偏建模为常数值:

$$\dot{b} = 0 \tag{0}$$

因此有:

$$\hat{b}_{k+1|k} = \hat{b}_{k|k} \tag{1}$$

当有新的陀螺测量值ω_{k+1} ,则有:

$$\hat{\omega}_{k+1|k} = \omega_{k+1} - \hat{b}_{k+1|k} \tag{3}$$

2. 有个初始状态四元数,对四元数积分,看做是时间更新方程:

$$\bar{q}_G^L(t_{k+1}) = \Theta(t_{k+1}, t_k)\bar{q}_G^L(t_k) \tag{4}$$

其中,

$$\Theta(\Delta t) = \cos(\frac{|\omega|}{2}\Delta t) \cdot I_{4\times4} + \frac{1}{|\omega|}\sin(\frac{|\omega|}{2}\Delta t) \cdot \Omega(\omega)$$

$$\Omega(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y & \omega_x \\ -\omega_z & 0 & \omega_x & \omega_y \\ \omega_y & -\omega_x & 0 & \omega_z \\ -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z & 0 \end{bmatrix}$$

3. 计算协方差矩阵更新:

$$P_{k+1} = \Phi P_k \Phi^T + GQ_dG^T \tag{5}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Theta & \Psi \\ 0_{3\times3} & I_{3\times3} \end{bmatrix}$$

$$\Theta = \cos(|\hat{\omega}|\Delta t) \cdot I_{3\times3} - \sin(|\hat{\omega}|\Delta t) \cdot [\frac{\hat{\omega}}{|\hat{\omega}|}\times] + (1 - \cos(|\hat{\omega}|\Delta t)) \cdot \frac{\hat{\omega}}{|\hat{\omega}|}\frac{\hat{\omega}}{|\hat{\omega}|}^T$$

$$\Psi = -I_{3\times3}\Delta t + \frac{1}{|\hat{\omega}|^2}(1 - \cos(|\hat{\omega}|\Delta t))[\hat{\omega}\times] - \frac{1}{|\hat{\omega}|^3}(|\hat{\omega}|\Delta t - sin(|\hat{\omega}|\Delta t))[\hat{\omega}\times]^2$$

G矩阵:

$$G = \begin{bmatrix} -I_{3\times3} & 0 \\ 0 & I_{3\times3} \end{bmatrix}$$

Q矩阵:

$$Q_d = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12}^T & Q_{22} \end{bmatrix}$$

2.2 量测更新步骤

给定了时间的更新状态$\hat{\bar{q}}_{k+1|k}$和$\hat{b}_{k+1|k}$以及协方差矩阵$P_{k+1|k}$,目前的观测量$Z(k+1)$以及观测矩阵H,则可以进行量测更新.

计算残差：

$$r = z - \hat{z} \tag{6}$$

由(6)式可以得到

$$z - \hat{z} = (I - [\delta\theta\times])C_n^b g^n - C_n^b g^n$$

因此

$$r = [C_n^b g^n \times]\delta\theta + 0 \cdot bias$$

得到了H 矩阵为$([C_n^b g^n \times] \;\; 0)$

计算卡尔曼滤波增益:

$$K = PH^T(HPH^T + R)^{-1} \tag{7}$$

计算改正数:

$$\Delta\hat{x}(+) = Kr \tag{8}$$

计算更新的状态:

$$x = \hat{x} \oplus \Delta\hat{x}(+) \tag{9}$$

计算更新的协方差矩阵:

$$P_{k+1|k+1} = (I_{6\times 6} - KH)P_{k+1|k}(I_{6\times 6} - KH)^T + KRK^T \tag{10}$$