

# 硕士学位论文

非合作目标视觉位姿估计与交会对接  
模型预测控制

**VISUAL POSE ESTIMATION AND  
MODEL PREDICTIVE CONTROL FOR  
RENDEZVOUS AND DOCKING WITH A  
NON-COOPERATIVE TARGET**

李东庭

哈尔滨工业大学  
2020 年 12 月



Classified Index: TP29

U.D.C: 681.5

A dissertation submitted in partial fulfillment of the  
requirements for the professional degree of Master of  
Engineering

**VISUAL POSE ESTIMATION AND  
MODEL PREDICTIVE CONTROL FOR  
RENDEZVOUS AND DOCKING WITH A  
NON-COOPERATIVE TARGET**

<b>Candidate:</b>	Li Dongting
<b>Supervisor:</b>	Prof. Wu Aiguo
<b>Academic Degree Applied for:</b>	Master of Engineering
<b>Specialty:</b>	Control Engineering
<b>Affiliation:</b>	Harbin Institute of Technology, Shenzhen
<b>Date of Defence:</b>	December, 2020
<b>Degree-Conferring-Institution:</b>	Harbin Institute of Technology

## 摘要

针对空间中日益增加的非合作航天器会占用过多太空资源，以及当前空间任务中往往要求执行任务的航天器具备自主导航与控制决策能力，本学位论文主要研究与姿态翻滚非合作目标之间的交会对接技术，用以完成空间碎片清理、在轨服务等空间任务，主要包括单目视觉相对位姿估计与预测控制方法，具体研究内容如下：

基于 Stanford SLAB 制作的 Tango 航天器数据集，采用残差卷积神经网络（ResNet）拟合出目标单目灰度图与其六自由度位姿信息之间的非线性变换。考虑单目灰度图中目标位置与姿态信息存在耦合，提出了双分支网络结构进行位姿解耦。考虑到相对位置以及相对姿态信息与图像之间变换模型复杂度不同，采用更适用于复杂模型的 50 层卷积 ResNet-50 网络拟合相对位置与二维图像的非线性变换，采用 34 层卷积的 ResNet-34 网络拟合相对姿态与图像之间的变换。

相对位姿估计器输出信息可作为控制器的输入。考虑视线坐标系下的 LOS 动力学、Euler 角描述的相对姿态可直接利用相对导航输出信息而无需坐标变换，但现有文献并没将二者纳入统一框架，因此定义以相同欧拉转序分别从参考坐标系旋转至视线坐标系与本体系的方式，提出了 LOS-Euler 框架，该框架在继承了 LOS 动力学及 Euler 动力学优点的基础上，可有效描述姿态翻滚的非合作目标对接轴端点位置与姿态的耦合情况。此外，考虑输入饱和约束、避碰约束、接近域约束、视场约束等限制条件，现有约束构建方法并不适用于所提出的 LOS-Euler 框架，因此对上述约束进行重新构建，新构建策略具有减小计算量、可直接施加在状态本身、避免线性化逼近等优点。此外，基于欧拉角描述姿态的方法存在两种数学表达对应同一角度位置的情况，称之为奇异点。对于跟踪问题，当参考信号到达奇异点时，其数学表达将产生跳变，输入受限的系统将无法跟踪跳变的参考信号，因此提出了可有效解决此类问题的无奇异策略。

针对交会对接控制策略，由于 LOS-Euler 框架的动力学均为非线性模型，因此采用了基于分段仿射（Piecewise Affine, PWA）模型逼近非线性模型的方法。首先对标准基于 PWA 模型的预测控制器（PWA-based PC）进行了设计与仿真，验证了提出的 LOS-Euler 框架、约束条件构建、无奇异策略的有效性。随后对标准 PWA-based PC 进行了分析，提出了基于 PWA 模型的优化预测控制器（PWA-based OPC）。在 PWA-based OPC 的基础上，对其进一步改进提出了基于 PWA 模型的改进优化预测控制器（PWA-based IOPC）并采用了线性矩阵不等式与 S 过程理论对

## 摘 要

---

所提出算法进行了稳定性分析。考虑到相对位姿估计误差，在 PWA-based IOPC 的基础上，将控制器与滤波器进行了融合。考虑到不可测扰动，在 PWA-based IOPC 的基础上引入了基于 Tube 的鲁棒预测控制策略，并进行了稳定性分析。

**关键词：**非合作目标；姿态翻滚航天器；单目视觉位姿估计；模型预测控制；交会对接

## Abstract

Since the increasing non-cooperative targets occupy too much space resource, and the chaser spacecrafts are usually required to have autonomous navigation and control capabilities, this dissertation studies the autonomous rendezvous and docking strategy with a tumbling non-cooperative target, which mainly includes monocular relative pose estimation and model predictive control strategy. The specific research contents are as follows:

The residual convolutional neural network is adopted to estimate the relative pose between the mission spacecraft and a non-cooperative target. Based on the dataset which is produced by Stanford SLAB, with the Tango satellite as the estimated target, the non-linear transformation between the monocular gray image of the target and its 6-DOF pose information is fitted. Consider the coupling between the position and attitude of the target, a dual-branch residual neural network is proposed to decouple. In addition, since the relative position is described by the coordinates between the chaser's and the target's centroid, the projection of the three-dimensional centroid in the two-dimensional plan is affected by the attitude of the target and its shape, which results the deep learning of the relative position is harder than the relative attitude. Therefore, a 50-layer convolutional ResNet-50 which is more suitable for complex models for the relative position learning is adopted, a 34-layer convolutional ResNet-34 for the relative attitude learning is adopted. Finally, experimental data verify the effectiveness of the proposed strategy.

The output of the estimator is the input of the controller, and the basis of control is a precise and practical position-attitude dynamics framework. Consider the advantages of LOS dynamics and Euler dynamics, that the navigation information can be directly used without any coordinate transformation. Since existing papers have not considered the two dynamics in one framework, a novel frame called LOS-Euler framework is proposed by defining the way of Euler rotation from the reference coordinate system to the LOS frame and the body frame with a same rotation sequence, which can effectively describe the coupling between the position and attitude of the tumbling target's docking port. In addition, consider the constraints on the input saturation, collision avoidance constraints, entry cone, field of view, the existing constraints construction method does not apply to the proposed LOS-Euler framework, hence the constraints are reconstructed. The novel

---

Abstract

---

construction strategy can reduce the effort of calculation and avoiding the linear approximation. In addition, since the Euler angles is adopted to describe the attitude, there will be two mathematical expressions corresponding to the same angular position, which is called singularity. Consider a tracking problem, the reference signal will jump once it reaches a singular point. Therefore, a Singularity-free strategy is proposed to avoid this situation.

The control strategy of RVD with a non-cooperative target is also studied in this dissertation, model predictive control (MPC) is adopted for the advantage of dealing with constraints. Since the dynamics in LOS-Euler framework are nonlinear, the piecewise affine model (PWA) is adopted. The standard PWA-based predictive control is firstly designed and simulated to verify the effectiveness of the proposed strategies. Subsequently, the PWA-based PC is analyzed, and a PWA-based optimal predictive control (PWA-based OPC) strategy is proposed. Then, based on PWA-based OPC, a novel PWA-based improved optimal predictive control (PWA-based IOPC) is proposed and the linear matrix inequality (LMI) and S process theory are used to prove the stability of the proposed algorithm. Consider the error of the relative pose estimator, this dissertation integrates the controller and the filter. Finally, a tube-based robust predictive control strategy is introduced and the stability is improved. Numerical simulation shows that the PWA-based IOPC controller proposed has improved the control performance, and the strategies can achieve ideal results.

**Keywords:** non-cooperative target, tumbling, monocular pose estimation, model predictive control, autonomous rendezvous and docking

## 目 录

摘 要.....	I
ABSTRACT .....	III
第 1 章 绪论 .....	1
1.1 课题研究背景与意义.....	1
1.2 课题研究现状与分析.....	2
1.2.1 非合作目标相对位姿估计研究现状与分析 .....	2
1.2.2 航天器交会对接预测控制算法研究现状与分析 .....	3
1.3 主要研究内容.....	5
第 2 章 非合作目标交会对接基础 .....	7
2.1 坐标系定义 .....	7
2.1.1 目标航天器轨道坐标系.....	7
2.1.2 视线坐标系 .....	7
2.1.3 航天器本体坐标系 .....	8
2.2 航天器动力学基础 .....	8
2.2.1 相对位置动力学.....	8
2.2.2 姿态运动学与动力学.....	9
2.2.3 姿轨动力学框架.....	11
2.3 PWA 系统稳定性分析基础.....	12
2.3.1 LMI 基础 .....	12
2.3.2 Schur 补与 S 过程 .....	12
2.3.3 分段仿射系统基础 .....	13
2.3.4 平衡点及状态椭圆集转换方法.....	15
第 3 章 非合作目标视觉位姿估计 .....	16
3.1 引言 .....	16
3.2 Tango 航天器数据集.....	18
3.3 基于 ResNet 的非合作目标位姿估计 .....	20
3.3.1 网络结构.....	20
3.3.2 训练策略.....	21

---

3.4 实验结果及分析 .....	22
3.5 本章小结 .....	25
<b>第4章 基于PWA模型的交会对接预测控制.....</b>	<b>26</b>
4.1 LOS-Euler 动力学框架.....	26
4.2 基于 LOS-Euler 框架的交会对接约束构建 .....	29
4.2.1 控制输入饱和约束 .....	30
4.2.2 避碰约束.....	30
4.2.3 接近域约束 .....	31
4.2.4 视场约束.....	32
4.3 无奇异 (Singularity-free) 策略 .....	33
4.4 基于 PWA 模型的预测控制器设计 .....	34
4.4.1 预测 .....	36
4.4.2 优化指标.....	38
4.5 仿真结果与分析 .....	43
4.5.1 工况一：目标旋转角速度非受控 .....	44
4.5.2 工况二：目标旋转角速度受控.....	45
4.6 本章小结 .....	53
<b>第5章 基于PWA模型的改进优化预测控制.....</b>	<b>54</b>
5.1 基于 PWA 模型的优化预测控制器 .....	54
5.1.1 控制器设计 .....	54
5.1.2 仿真验证.....	57
5.2 基于 PWA 模型的改进优化预测控制器 .....	57
5.2.1 控制器设计 .....	57
5.2.2 稳定性分析 .....	59
5.2.3 仿真验证.....	66
5.3 考虑导航误差的滤波器融合 .....	67
5.3.1 系统设计 .....	67
5.3.2 仿真验证.....	70
5.4 基于 Tube 的鲁棒预测控制器 .....	70
5.4.1 控制器设计 .....	70
5.4.2 稳定性分析 .....	72
5.4.3 仿真验证.....	74
5.5 本章小结 .....	74

## 目 录

---

结 论.....	75
参考文献.....	77
攻读硕士学位期间发表的论文及其他成果.....	82
哈尔滨工业大学学位论文原创性声明和使用权限.....	83
致 谢.....	84

## 第1章 绪论

### 1.1 课题研究背景与意义

随着科技社会的蓬勃发展，世界上各国都愈加重视对太空资源的利用，例如现代社会信息安全问题日益凸显，而量子通信卫星被认为可以有效解决保密通讯问题；通过深空探测小行星有希望寻找到人类所需的稀有金属和矿物；通过发射火星探测器有希望帮助人类未来建立地外生存环境，因此加大对空间技术研究的投入对于我国安全保障、综合国力的提升、改善国民生活幸福指数具有重要意义。

航天器交会技术是空间近场操作任务中的一个重要分支，包括但不限于空间碎片捕获与清理、对空间站进行补给、在轨卫星的维护、火星采样探测器上升器与轨道器交会对接后返回地球等。而交会对象按照其状态信息是否已知一般分为合作目标与非合作目标，与合作目标之间的交会由于目标信息已知，且可以通过在目标上配置辅助条件例如视觉特征点更加易于实现。而空间中的非合作目标例如失效卫星或者敌方航天器等，无法获取其信息将导致相对导航信息需要追踪器依靠测量传感器与状态估计算法得到，对控制算法的要求也会相应的提高。考虑到实际环境中更多的是非合作目标，因此研究与非合作目标的交会技术虽然难度更大但前景也更加广阔。

对于与非合作目标的交会对接任务，可以将其划分为相对导航部分、逼近制导、悬停绕飞控制、对接控制以及对接后组合体飞行等部分。其中采用视觉传感器实现对非合作翻滚目标的状态估计是其中重要一环，相当于追踪航天器的“眼睛”，只有确定与目标的相对位置与姿态信息才能进行后续制导律与控制律设计。对于存在姿态翻滚的非合作目标，如何实时确定其运动信息尤其是时变的姿态信息是需要解决的难点。当得到相对位姿信息之后，控制器需要驱动追踪航天器快速且以极小误差跟踪规划出来的期望路径飞行至交会平面，随后进行对接控制，其中需要考虑到测量误差与实际环境中受到的各种扰动。

本学位论文将研究与空间中存在姿态翻滚的非合作目标交会对接策略，主要包括采用视觉传感器对目标的位姿进行估计，以及以高精度、高快速性的方式与目标进行交会的控制，本学位论文的研究内容可以为与非合作翻滚目标的交会对接提供理论支持与仿真数据支持，为我国空间技术的发展贡献出一份力量。

## 1.2 课题研究现状与分析

### 1.2.1 非合作目标相对位姿估计研究现状与分析

利用单目相机对非合作航天器的位姿进行星载估计是在轨服务和碎片清除任务的关键，例如美国国防部高级研究计划局（DARPA）的凤凰计划，美国国家航空航天局（NASA）的 Restore-L<sup>[1]</sup>任务。在这些任务中，近场操作过程中的目标航天器都为合作目标，可以通过地面控制完成相应的操作。然而，考虑到实际环境中更多的是非合作目标，目标航天器可能未配备有效的通信或可识别的标记，例如用于位姿估计的发光二极管或角锥反射镜。此外，基于地面站对目标航天器运动的估计可能会受到不确定性的影响，对于这些任务，地面站的频繁操作是不可能的。因此，必须使用星载传感器估算目标航天器的相对位置和姿态。此外，与基于 LiDAR 和立体视觉传感器相比，单目相机可确保在低质量和低功率要求下进行姿态估计，因此研究只配备单目相机的非合作目标状态估计算法具有重要的实际意义，然而，由于单目传感器无法提供相对范围的直接测量，因此较低的硬件复杂度需要配备更加先进的算法。

目前已经被提出的几种采用单目相机进行近场操作的导航系统<sup>[2-8]</sup>，可以实现 在近距离内的快速位姿估计与跟踪。通常，基于视觉的导航系统采用图像处理子系统，子系统负责识别单目图像中可见目标的特征，随后将信息输入姿态求解器中，最后通过导航滤波算法增加估计精度。现有的算法都是基于手工设计或临时特征的方法<sup>[9-11]</sup>，或利用了位姿的先验知识<sup>[12-14]</sup>。常见的位姿求解器通常采用迭代算法，将图像中检测到的特征与已知 3D 模型的对应特征通过拟合使得误差最小化。在初始化效果不佳的情况下，这些系统可能会收敛到局部最小值，从而导致位姿估计不正确。现有的在航天领域应用的姿态初始化方法都是将机器人导航算法直接应用于空间图像。然而，这些技术要求目标航天器上存在已知的基准标记或依赖于手动调整图像处理参数。文献[15]中的方法可以用于单幅图像的位姿估计，尽管其不需要先验位姿信息，但需要提供几个正确的特征对应关系时算法才能产生正确的位姿解，但上述方法的优势在于使用场景和图像之间的透视变换来假设和测试在 2D 图像和目标航天器已知的 3D 模型中检测到的特征对应关系。然而，特定特征的表达不能扩展到具有不同结构和物理特性的航天器，并且不能适应空间的动态照明条件。其次，由于任务操作的限制，并不总是可以获得目标位姿的先验知识。

目前在地面广泛应用的位姿估计技术的最新成果依赖于深度学习算法，这些算法无须采用基于经典图像处理框架，而是尝试以端到端的方式学习二维输入图像空间和六维输出姿势空间之间的非线性变换。基于深度学习的方法要么离散化位姿空间并解决相应的分类问题，要么直接从输入图像中回归相对位姿。Render-for-CNN<sup>[16]</sup>方法提出了如何使用渲染图像训练卷积神经网络，以便对实际摄像机图像进行视点估计。PoseCNN<sup>[17]</sup>方法使用卷积神经网络的单独分支来预测语义标签。但是，如果没有使用迭代最近点方法进行进一步细化，该方法将不够准确。<sup>[18]</sup>展示了使用卷积神经网络进行边界框检测和 2D 关键点检测。然后，将检测到的关键点与航天器的 3D 模型结合使用，以使用 Perspective-nPoint 求解器求解姿态。基于分类的方法依赖于将位姿空间细化为大量位姿标签，以实现合理的位姿估计精度。另一方面，基于直接回归的方法需要仔细选择参数，以避免不可预测的行为，同时学习输入的二维像素信息与描述自由度位姿空间的输出回归参数之间的转换。

### 1.2.2 航天器交会对接预测控制算法研究现状与分析

在航天器近场操作的控制问题上，目前已经有很多成熟的算法在其中应用。例如最优控制<sup>[19]</sup>、鲁棒控制<sup>[20]</sup>、自适应控制<sup>[21, 22]</sup>、 $H_\infty$  控制<sup>[23]</sup>等，这些成熟的方法已经被实际验证可以取得良好的控制效果。然而，随着执行务场景复杂程度的逐渐提高，对飞行器可以实现的功能也提出了更多的要求，例如当对当航天器的控制已经研究的十分成熟时，人们希望可以引入航天器集群，即编队系统，通过多航天器的协作实现单航天器无法实现的功能；又例如补给飞行器与空间站的交会对接，这些更加复杂的任务都要求对航天器的状态增加了约束，例如防止编队成员碰撞、补给飞行器在特定区域内接近空间站、保证航天器视觉传感器实时对准需要获取信息的目标等。因此，研究受限条件下的最优控制问题变成了研究的重点。

模型预测控制器<sup>[24, 25]</sup>起源于最优控制思想，因其具有处理显式约束的能力被广泛应用。近年来，学术界同样尝试采用预测控制技术处理空间飞行器的有关控制问题，文献<sup>[26]</sup>采用了模型预测控制器实现了椭圆轨道下与静止航天器的交会，文献<sup>[27]</sup>将预测控制拓展到与空间翻滚目标的交会对接控制中，文献<sup>[28]</sup>采用了轨道平面的视线动力学实现了交会控制，文献<sup>[29]</sup>考虑了存在扰动情况下交会预测控制，文献<sup>[30]</sup>考虑了交会任务中接近域与避碰约束，文献<sup>[31]</sup>在数值仿真的基础上增加了实验验证了预测控制在交会对接中的有效性。文献<sup>[32]</sup>将预测控制方法引

入到航天器姿态控制中。文献[33]将预测控制首次应用到基于对偶四元数的姿轨一体化控制中。

上述提及的文献都成功地将预测控制应用到航天器交会对接任务中并取得了良好的效果。然而，对于目前存在的绝大部分工作，对于航天器相对位置的描述都是基于近圆轨道下的 C-W 方程以及椭圆轨道下的线性化 T-H 方程，上述动力学方程都可以被化为一阶线性状态空间表达式的形式，从而采用标准线性预测控制方法进行控制律设计。线性预测控制的本质是以当前时刻为基准，通过定义一个有限长度的预测域，将基于过程模型的前向预测状态及其对应的期望状态带入到一个预定的指标函数中，通过将指标函数化为标准二次规划形式进行求解。二次规划的指标函数本身是一个非线性的二次函数，但是当其中存在约束时，约束需要表示成线性的形式。然而，当采用基于 C-W 方程或线性化 T-H 方程描述相对位置时，其状态变量为相对位置在三轴下的描述，并不具备实际物理意义，因此考虑到交会对接中的实际约束条件，例如对距离的约束或方位角的约束时，不可避免地需要对状态变量求解二范数或者进行三角函数运算，随后为了带入到二次规划函数中，需要对约束进一步线性化近似，这不仅增加了计算量，同时也不能保证精度。

文献[28]由于采用了轨道平面基于视线坐标系描述下的相对位置动力学，将相对距离以及视线角作为状态变量进行控制律设计，因此约束条件可以直接施加在状态变量本身而无需任何变换。然而，由于视线动力学本身为非线性方程，标准的线性预测控制将不再适用。目前学术界有一部分工作室是针对非线性系统的预测控制器设计的，然而由于非线性预测控制器需要解决一个受限条件下的非线性优化问题而非标准的二次规划问题，非线性优化容易造成指标函数非凸无法求解全局最优解以及实时性无法保证的问题。因此大部分工作都是围绕如何采用分段线性模型逼近原本非线性模型，通过对局部子系统采用线性的预测控制算法得到控制律，随后进行模型切换重复上述过程。

基于切换系统的预测控制<sup>[34]</sup>目前是控制理论界的热门研究方向，根据采用线性模型逼近非线性模型方式的不同，可以将非线性系统转化为 LTV 系统<sup>[35]</sup>或者 LPV 系统<sup>[36, 37]</sup>进行设计，LTV 系统是通过在每个局部工作点对线性系统进行一阶泰勒展开从而得到一系列局部子系统，而 LPV 系统将线性化的相邻子系统进行数值拟合，可以减小分段线性模型的个数，从而减小计算量。然而，LPV 与 LTV 本质都是依照利用分段线性系统逼近非线性系统的方式，属于分段仿射系统，而分段仿射系统是一种特殊的切换系统。因此，通过对基于分段仿射系统预测控制方法<sup>[38]</sup>的研究，可以有效推进预测控制在航天器控制领域的应用。此外，由于实际

环境中的系统都不可避免地受到干扰，因此基于分段仿射系统鲁棒预测控制也具有重要的研究价值，文献[39]以及文献[40]基于 LPV 框架研究了基于 Tube 的鲁棒预测控制方法，并证明了其稳定性。文献[41]在 PWA 系统的框架下对鲁棒预测控制进行了研究。

### 1.3 主要研究内容

本文主要研究与非合作且姿态翻滚航天器交会对接中的相对位姿估计与控制方法，相对位姿估计器实时向控制系统输出追踪航天器与目标航天器之间的相对位姿信息作为控制器的输入信号，控制器负责驱动追踪航天器使其跟踪翻滚目标航天器对接轴位置，同时保持姿态与目标航天器一致。图 1-1 展示了本文主要组织结构。本文具体研究内容如下：

(1) 针对与非合作目标的单目视觉相对位姿估计，通过采用卷积神经网络以端到端的方式拟合目标单目图像与其 6-DOF 位姿信息之间的非线性变换。在以 Tango 航天器作为被估计目标的 SPEED 数据集的基础上，通过大量训练数据及其对应的位姿标签拟合出一组网络最优参数。考虑到单目灰度图中位置与姿态信息存在耦合，因此通过采用双分支的结构对位姿信息进行解耦，同时考虑位置与姿态与图像对应的变换复杂度不同，分别采用了不同卷积层数的网络进行拟合。通过将训练结果在测试集中进行拟合效果测试，将本文所达到的位姿估计精度与现有基于学习的相对位姿估计方法进行了对比。

(2) 针对与翻滚目标的交会对接策略，首先分析现有姿轨动力学框架的优缺点，主要分析是否适和与预测控制方法进行结合完成交会对接控制，随后提出更加适用于本文研究交会对接场景的姿轨动力学框架。考虑交会对接中的约束，在新框架的基础上对约束条件进行重新构建，并分析了新构建策略对比现有文献方法的优势。考虑新框架中会出现一个角度位置对应多个数学表述的奇异问题，通过提出一种避免奇异策略实现跨越奇异点的连续跟踪。

(3) 对于交会对接中的预测控制方法，考虑到动力学框架中的方程为非线性方程，因此采用计算量很小的在线 Embedding 与 Euler 离散化结合的分段线性化方法，得到了非线性系统对应的分段仿射系统，并基于得到的分段仿射系统设计预测控制器，完成了交会对接控制过程。考虑到基于在线获得分段仿射模型的预测控制存在的缺点，提出了对预测过程进行优化的优化预测控制。此外，对上述提出的优化预测控制进行进一步改进，提出了改进优化预测控制，并通过线性矩阵不等式以及 S 过程证明了其稳定性。考虑到测量误差，将提出的改进优化预测

控制方法与滤波器进行了结合来克服测量误差的影响。最后考虑到不可测的扰动，将基于 Tube 的方法引入提出的改进优化预测控制方法提高了算法的鲁棒性，并进行了稳定性分析。

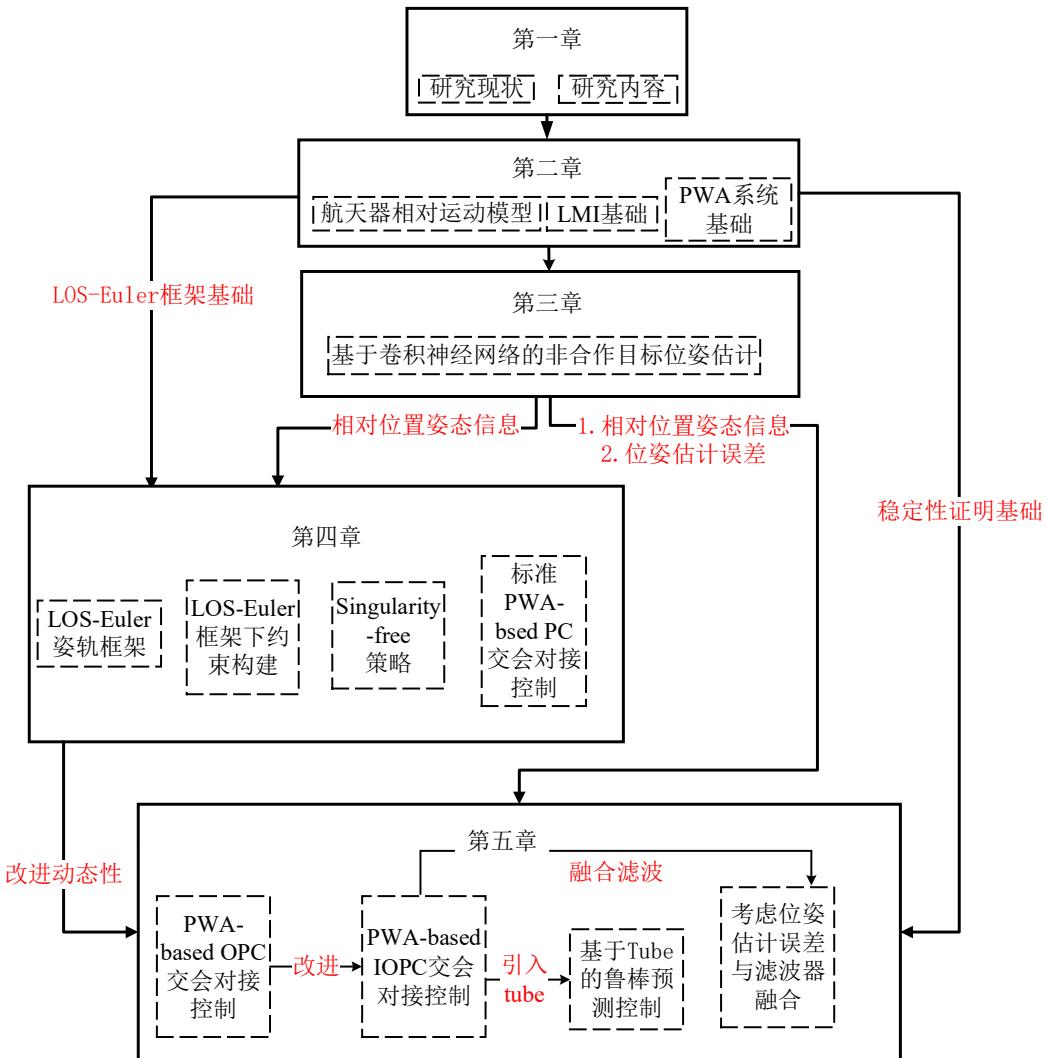


图 1-1 本文组织结构

## 第2章 非合作目标交会对接基础

针对空间中与非合作目标的交会对接，本章将介绍后续导航与控制器设计所必备的基础知识。第一节对全文所涉及的坐标系进行统一定义；第二节介绍追踪航天器与目标航天器相对位姿运动学与动力学方程；第三节介绍后续控制器稳定性分析所需的线性矩阵不等式理论、S过程以及分段仿射系统基础。

### 2.1 坐标系定义

#### 2.1.1 目标航天器轨道坐标系

如图2-1所示，定义目标航天器轨道坐标系 $\mathcal{F}_l = \{O_l, \hat{x}_l, \hat{y}_l, \hat{z}_l\}$ 如下：原点 $O_l$ 位于目标航天器质心， $\hat{z}_l$ 轴指向地心， $\hat{y}_l$ 轴沿轨道角速度方向， $\hat{x}_l$ 轴位于轨道平面内，与目标航天器飞行方向同向且与 $\hat{z}_l$ 、 $\hat{y}_l$ 轴构成右手坐标系。

#### 2.1.2 视线坐标系

如图2-1所示，定义视线坐标系（Line-of-sight） $\mathcal{F}_s = \{O_s, \hat{x}_s, \hat{y}_s, \hat{z}_s\}$ 如下：原点 $O_s$ 位于目标航天器质心，视线轴 $\hat{x}_s$ 由目标航天器质心指向追踪航天器质心， $\hat{y}_s$ 轴沿视线轴 $\hat{x}_s$ 旋转角动量方向， $\hat{z}_s$ 与 $\hat{x}_s$ 、 $\hat{y}_s$ 轴构成右手坐标系。

定义 $\varepsilon$ 为偏离角，表示视线（目标器质心指向追踪器质心的连线）与视线在轨道平面投影之间的夹角；定义 $\beta$ 为视线角，表示视线在轨道平面投影与目标航天器轨道系 $\hat{x}_l$ 轴（目标器飞行方向）之间的夹角。由图2-1可以发现，视线坐标系 $\mathcal{F}_s$ 是由 $\mathcal{F}_l$ 坐标系以 $2\beta - 3\varepsilon$ 为转序的欧拉旋转得到。此外，为了避免万向锁情况，定义 $\varepsilon \in (-\pi/2, \pi/2)$ ， $\beta \in (-\pi, \pi)$ 。目标航天器轨道系 $\mathcal{F}_l$ 到视线坐标系 $\mathcal{F}_s$ 旋转矩阵如下所示：

$$C(\varepsilon, \beta) = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \cos \beta & \sin \varepsilon - \cos \varepsilon \sin \beta \\ -\sin \varepsilon \cos \beta & \cos \varepsilon + \sin \varepsilon \sin \beta \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

### 2.1.3 航天器本体坐标系

定义目标航天器本体坐标系  $\mathcal{F}_{bt} = \{O_t, \hat{x}_{bt}, \hat{y}_{bt}, \hat{z}_{bt}\}$  如下：原点  $O_t$  位于目标航天器质心， $\hat{x}_{bt}$ 、 $\hat{y}_{bt}$ 、 $\hat{z}_{bt}$  轴分别沿目标航天器三个相互正交的惯量主轴方向，且构成右手坐标系。

同理，定义追踪航天器本体坐标系为  $\mathcal{F}_{bc} = \{O_c, \hat{x}_{bc}, \hat{y}_{bc}, \hat{z}_{bc}\}$ ：原点  $O_c$  位于追踪航天器质心，三轴定义方法与目标航天器本体系相同。

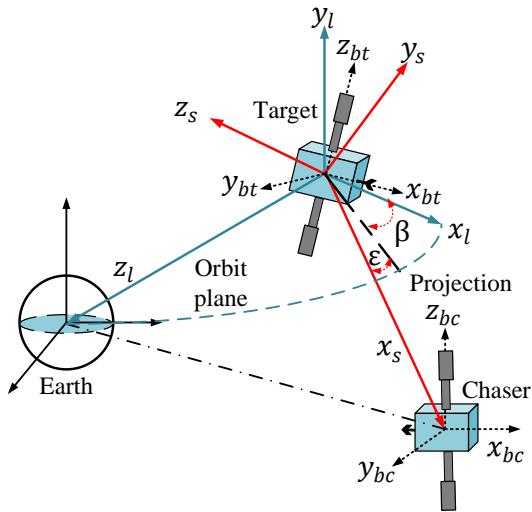


图 2-1 坐标系定义

## 2.2 航天器动力学基础

### 2.2.1 相对位置动力学

考虑椭圆轨道下目标航天器与追踪航天器的相对位置运动，本小节将介绍 Tschauner-Hempel (TH) 方程与视线坐标系下描述的相对位置动力学方程。

#### 2.2.1.1 T-H 方程

当目标航天器飞行在椭圆轨道，且两航天器之间的相对距离远小于目标航天器与地心之间的距离，两航天器之间的相对位置可以由如下方程描述<sup>[51]</sup>：

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = -2 \begin{bmatrix} 0 & -\dot{v} & 0 \\ \dot{v} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{v}^2 & \dot{v} & 0 \\ -\ddot{v} & \dot{v}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \omega^2 \left( \frac{1 + e \cos \nu}{1 - e^2} \right) \begin{bmatrix} 2x \\ -y \\ -z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

其中  $e$  为轨道偏心率，当  $e = 0$  时，T-H 方程将退化为圆轨下描述相对位置的 C-W 方程； $\omega$  表示轨道角速度； $\nu$  表示真近角。

### 2.2.1.2 Line-of-sight (LOS) 动力学方程

基于视线坐标系描述下的相对位置动力学可表示为如下形式<sup>[42]</sup>:

$$\begin{cases} \ddot{\rho} - \rho\dot{\varepsilon}^2 - \rho(\dot{\beta} - \omega)^2 \cos^2 \varepsilon = \frac{-\mu}{R_t^3}(\rho - 3\rho \cos^2 \varepsilon \sin^2 \beta) + u_\rho \\ \rho\ddot{\varepsilon} + 2\dot{\rho}\dot{\varepsilon} + \rho(\dot{\beta} - \omega)^2 \sin \varepsilon \cos \varepsilon = \frac{-3\mu}{R_t^3}\rho \sin \varepsilon \cos \varepsilon \sin^2 \beta + u_\varepsilon \\ \rho(\ddot{\beta} - \dot{\omega}) \cos \varepsilon + 2\dot{\rho}(\dot{\beta} - \omega) \cos \varepsilon - 2\rho\dot{\varepsilon}(\dot{\beta} - \omega) \sin \varepsilon = \frac{3\mu}{R_t^3}\rho \cos \varepsilon \sin \beta \cos \beta - u_\beta \end{cases} \quad (2-3)$$

式中

$\rho$ ——追踪器与目标器相对距离；

$\varepsilon$ ——偏离角；

$\beta$ ——视线角；

$a$ ——椭圆轨道半长轴；

$\nu$ ——真近角；

$e$ ——偏心率；

$\mu$ ——引力常数；

$R_t = \frac{a(1-e^2)}{(1+e \cos \nu)}$ ——目标航天器与地心之间的距离；

$\omega = \frac{\sqrt{\mu a(1-e^2)}}{R_t^2}$ —— $\nu$ 一阶导数；

$\dot{\omega} = \frac{-2\mu e \sin \nu}{R_t^3}$ —— $\omega$  的一阶导数。

需要着重说明的是，状态量  $\rho$ 、 $\varepsilon$ 、以及  $\beta$  可以由相对导航系统直接测得，因此可以避免实际空间任务中对相对导航信息的实时坐标变换，可以有效减少计算量及变换过程导致的时滞。此外，视线坐标系动力学变量与轨道坐标系下三轴位置分量有如下转换关系：

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varepsilon \cos \beta \\ y = \rho \sin \beta \\ z = -\rho \cos \varepsilon \sin \beta \end{cases} \quad (2-4)$$

### 2.2.2 姿态运动学与动力学

本小节将介绍描述航天器姿态的方法，主要包括欧拉角法与四元数法。此外，修正罗德里格斯参数法（MRPs）作为一种描述航天器姿态的有效方法同样受到了学术界的广泛应用，此处对此方法不进行详细介绍。

#### 2.2.2.1 欧拉运动学与动力学

基于欧拉角描述的航天器姿态具有物理意义清晰、直观等优点。定义航天器姿态角表示为将参考坐标系统绕坐标轴转动三次得到本体坐标系的欧拉旋转角，根

据绕坐标轴旋转顺序的不同共有 24 种表示方法，此处以 2-3-1 转序为例，介绍如下欧拉角描述的航天器姿态运动学：

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi}_c(t) \\ \dot{\theta}_c(t) \\ \dot{\psi}_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \cos(\phi) \tan(\psi) & \sin(\phi) \tan(\psi) \\ 0 & \cos(\phi) \sec(\psi) & -\sin(\phi) \sec(\psi) \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{c,1} \\ \omega_{c,2} \\ \omega_{c,3} \end{bmatrix} \quad (2-5)$$

其中  $\phi_c(t)$ 、 $\theta_c(t)$  以及  $\psi_c(t)$  (rad) 分别表示绕追踪器本体系  $\hat{x}_{bt}$ ,  $\hat{y}_{bt}$ ,  $\hat{z}_{bt}$  旋转的角度，称为追踪航天器的翻滚角、俯仰角及偏航角。对于  $i = 1, 2, 3$ ,  $\omega_{c,i}$  表示追踪航天器的三轴角速度。此外，为了避免万向锁，俯仰角  $\theta_c$  将限制在  $(-\pi/2, \pi/2)$  之内。

考虑如下航天器姿态动力学：

$$\begin{cases} J_1 \dot{\omega}_{c,1} = (J_2 - J_3) \omega_{c,2} \omega_{c,3} + M_1 \\ J_2 \dot{\omega}_{c,2} = (J_3 - J_1) \omega_{c,1} \omega_{c,3} + M_2 \\ J_3 \dot{\omega}_{c,3} = (J_1 - J_2) \omega_{c,1} \omega_{c,2} + M_3 \end{cases} \quad (2-6)$$

其中对于  $i = 1, 2, 3$ ,  $J_i$  分别为不同惯量主轴的转动惯量， $M_i$  表示不同主轴的控制输入力矩。当考虑飞轮作为航天器姿态执行机构时，控制输入力矩可表示为如下形式：

$$\begin{cases} M_1 = -\tilde{J}_1 (\dot{\omega}_{c,1} + \ddot{\alpha}_1 + \dot{\alpha}_3 \omega_{c,2} - \dot{\alpha}_2 \omega_{c,3}) \simeq -\tilde{J}_1 (\dot{\omega}_{c,1} + \ddot{\alpha}_1) \\ M_2 = -\tilde{J}_2 (\dot{\omega}_{c,2} + \ddot{\alpha}_2 + \dot{\alpha}_1 \omega_{c,3} - \dot{\alpha}_3 \omega_{c,1}) \simeq -\tilde{J}_2 (\dot{\omega}_{c,2} + \ddot{\alpha}_2) \\ M_3 = -\tilde{J}_3 (\dot{\omega}_{c,3} + \ddot{\alpha}_3 + \dot{\alpha}_2 \omega_{c,1} - \dot{\alpha}_1 \omega_{c,2}) \simeq -\tilde{J}_3 (\dot{\omega}_{c,3} + \ddot{\alpha}_3) \end{cases} \quad (2-7)$$

其中对于  $i = 1, 2, 3$ ,  $\tilde{J}_i$  表示不同惯量主轴上飞轮的转动惯量， $\alpha_i$  表示三轴飞轮角速度。

考虑航天器角速度与飞轮加速度的关系如下：

$$\dot{\omega}_{c,i} = -\frac{\tilde{J}_i}{J_i} \ddot{\alpha}_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2-8)$$

将表达式 (2-7) 及式 (2-8) 带入姿态动力学 (2-6) 中，可得以飞轮作为执行机构的航天器姿态动力学：

$$\begin{cases} J_1 \dot{\omega}_{c,1} = (J_2 - J_3) \omega_{c,2} \omega_{c,3} + \frac{(\tilde{J}_1^2 - J_1 \tilde{J}_1)}{J_1} \\ J_2 \dot{\omega}_{c,2} = (J_3 - J_1) \omega_{c,1} \omega_{c,3} + \frac{(\tilde{J}_2^2 - J_2 \tilde{J}_2)}{J_2} \\ J_3 \dot{\omega}_{c,3} = (J_1 - J_2) \omega_{c,1} \omega_{c,2} + \frac{(\tilde{J}_3^2 - J_3 \tilde{J}_3)}{J_3} \end{cases} \quad (2-9)$$

### 2.2.2.2 四元数运动学与动力学

欧拉旋转定理表明：刚体在三维空间中的旋转可以等价为绕通过某一固定点的固定轴的旋转。这一旋转可以由四元数来准确描述，定义四元数有如下形式：

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_0 \\ \mathbf{q}_v \end{bmatrix} \quad (2-10)$$

其中,  $q_0$  表示四元数标量部分,  $\mathbf{q}_v$  为四元数矢量部分, 且有:

$$q_0 = \cos \frac{\Phi}{2}, \quad \mathbf{q}_v = \begin{bmatrix} q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} = \mathbf{e} \sin \frac{\Phi}{2} \quad (2-11)$$

$\mathbf{e}$  表示旋转轴方向的单位向量,  $\Phi$  表示旋转角。

由四元数表示的航天器运动学及动力学方程如下:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\mathbf{q}_v^T \\ q_0 I_3 + \mathbf{q}_v \times \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_c \quad (2-12)$$

$$J\dot{\boldsymbol{\omega}} = -\boldsymbol{\omega}^\times J\boldsymbol{\omega} + \mathbf{u} \quad (2-13)$$

其中  $\boldsymbol{\omega}_c$  表示追踪航天器三轴角速度,  $J$  为转动惯量矩阵,  $\mathbf{u}$  为姿态控制输入, 对于任意  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$ ,  $\mathbf{x}^\times$  表示斜对称阵:

$$\mathbf{x}^\times := \begin{bmatrix} 0 & -x_3 & x_2 \\ x_3 & 0 & -x_1 \\ -x_2 & x_1 & 0 \end{bmatrix}$$

### 2.2.3 姿轨动力学框架

考虑现有交会对接姿轨动力学框架, 一种方案是采取对航天器相对位置 (T-H 方程、视线动力学方程等)、姿态 (欧拉角法、四元数法等) 分开建模并分别设计控制器的方式, 这种作法的优点是可以从不同位置及姿态描述方法中选择更加适合实际任务的一种, 缺点是无法对近场操作中姿态轨道耦合部分进行描述。

另外一种大多是以对偶四元数为数学工具对航天器进行姿轨一体化建模, 这种方法的好处是可以对近场操作航天器姿态轨道耦合部分进行精确建模, 更加精确的数学模型无疑会使得控制效果更加理想; 该方法的缺点是对偶四元数中的各个分量无法直接表示相对位置及姿态, 当空间任务中需要实时对航天器相对位置及姿态信息进行约束, 以对偶四元数表示出来的约束形式会表现出极强的非线性以及实时变换带来的时滞, 这种约束形式并不适合本文中采用的模型预测控制器。

## 2.3 PWA 系统稳定性分析基础

### 2.3.1 LMI 基础

线性矩阵不等式 (Linear Matrix Inequality, LMI) 是在控制系统分析与设计中的重要工具，绝大多数的控制问题都可以被转化为由 LMI 描述的凸优化问题，并进一步采用成熟的数值求解方法得到控制问题的解。LMI 具有如下数学表达：

$$F(x) = F_0 + x_1 F_1 + x_2 F_2 + \cdots + x_m F_m < 0 \quad (2-14)$$

其中  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T \in \mathbb{R}^m$  为决策向量，其中每个元素  $x_i$  为实数决策变量。 $F_i = F_i^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$  为给定的实对称矩阵。此外，上式中  $F(x) < 0$  表示  $F(x)$  负定，即对任意  $v \in \mathbb{R}^n$ ，都有  $v^T F(x) v < 0$ ，或者可理解为  $F(x)$  最大特征值为负。

### 2.3.2 Schur 补与 S 过程

舒尔补 (Schur Compliment) 的作用是可以将非线性凸不等式转化至线性矩阵不等式 LMI 从而进行控制系统分析与设计。考虑如下矩阵：

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (2-15)$$

其中  $S_{11} \in \mathbb{R}^{m \times m}$  ( $m < n$ )，若  $S_{11}$  非奇异，则称式  $S_{22} - S_{21}S_{11}^{-1}S_{12}$  为  $S_{11}$  的舒尔补。

引理 2.1 [43] 对于给定的对称阵 (2-15)，以下三个条件等价：(i)  $S < 0$ ；(ii)  $S_{11} < 0$ ,  $S_{22} - S_{12}^T S_{11}^{-1} S_{12} < 0$ ；(iii)  $S_{22} < 0$ ,  $S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{12}^T < 0$ 。

通过舒尔补的性质，可以将非线性矩阵不等式转化成 LMI 处理。

$S$  过程的作用是可以将受到约束限制的线性矩阵不等式转化为不带约束的线性矩阵不等式，考虑变量为  $x$  的二次型函数：

$$F_i(x) = x^T H_i x + 2f_i^T x + v_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n \quad (2-16)$$

其中  $H_i$  为对称阵， $v_i$  对于每一个  $i$  都为常数。

引理 2.2 [43] 若存在  $c_1 \geq 0, c_2 \geq 0, \dots, c_n \geq 0$  对所有  $x$  都存在

$$F_0(x) - c_1 F_1(x) - c_2 F_2(x) - \cdots - c_n F_n(x) \geq 0 \quad (2-17)$$

可得到使  $F_i(x) \geq 0$  的所有自变量  $x$ ，都有  $F_0(x) \geq 0$ 。

例如，考虑常见的线性系统  $\dot{x} = Ax + Bu$ ，若存在对称矩阵  $P > 0$  使得约束  $\zeta^T \zeta \leq x^T H^T H x$  满足的所有  $x \neq 0$  与  $\zeta$ ，都有：

$$\begin{bmatrix} x \\ \zeta \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A^T P + PA & PB \\ B^T P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \zeta \end{bmatrix} < 0 \quad (2-18)$$

则根据上述引理可得当且仅当存在一个常数  $\tau \geq 0$  与对称阵  $P > 0$ , 使得:

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA + \tau H^T H & PB \\ B^T P & -\tau I \end{bmatrix} < 0 \quad (2-19)$$

即将约束条件下的 LMI 转化为关于  $P$  与  $\tau$  的标准 LMI。

### 2.3.3 分段仿射系统基础

虽然对线性系统的分析设计方法已经十分成熟, 但考虑到实际中系统模型都或多或少具有非线性特性, 因此对非线性系统的研究具有重要实际意义。非线性系统的控制方法中, 有一些是可以基于非线性模型直接进行控制律设计的, 如滑模控制、自适应控制等; 也有一些方法是通过多个局部线性系统逼近非线性系统, 随后采用成熟的线性系统控制器设计方法设计对局部线性化模型设计局部控制器, 所有的分段线性模型即构成了原系统的分段仿射系统 (Piecewise Affine System), 理论上 PWA 模型可以逼近任何非线性动态。本文将采用分段仿射系统逼近非线性系统的方法进行控制器设计, 因此首先介绍分段仿射系统的稳定性理论。

将非线性系统在不同工作点进行雅可比线性化从而得到多个逼近非线性模型的分段线性模型是目前学术界与工程界常用的方法, 而对此类系统的理论分析可以将其转化为线性时变系统 (Linear time-varying systems, LTV), 如下式所示:

$$x(k+1) = A_k x(k) + B_k u(k) + b_k \quad (2-20)$$

式中

$(x_i, u_i)$ ——第  $i$  个工作点;

$A_k = \frac{\partial f}{\partial x}|_{(x_i, u_i)}$ —— $k$  时刻系统矩阵;

$B_k = \frac{\partial f}{\partial u}|_{(x_i, u_i)}$ —— $k$  时刻控制输入矩阵;

$b_k = x_i - \frac{\partial f}{\partial x}|_{(x_i, u_i)} x_i - \frac{\partial f}{\partial u}|_{(x_i, u_i)} u_i$ ——修正项。

其中每个分段线性模型都有相对应的状态子空间区域, 对于连续系统区域为连续的, 而离散系统中区域可能是间断的。考虑到采用过多线性模型逼近非线性模型可能造成计算量增加, 甚至每个分段划分的区域过小可能导致 LTV 系统无法覆盖全局非线性动态。因此可以将相邻多个分段进行数值拟合形成新的线性模型, 即构造原非线性系统多胞线性变参数系统 (Linear parameter-varying systems, LPV) 进行分析与控制器设计, 拟合后的分段线性系统的系统矩阵与输入矩阵组成凸包, 任意时刻系统矩阵以及输入矩阵都可以由凸包所有顶点加权表示。LPV 系统相比 LTV 系统的优势是可以自由调整分段线性系统的个数, 避免计算量过高以及无法

覆盖非线性动态的情况。然而，LPV 模型若采用较少分段逼近非线性模型也可能造成保守性过高的情况，实际应用中需要进行权衡。如图 2-2 所示，无论对各个子分段采取怎样的数学描述，以上两种方法都可以认为是采用多个分段的线性模型逼近原本非线性模型，属于分段仿射系统的范畴，只是保守性与计算量有所不同。

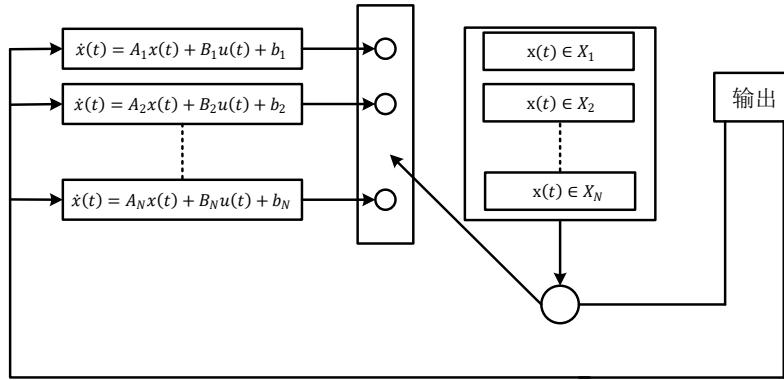


图 2-2 PWA 系统

本文将以 PWA 系统作为理论框架对稳定性进行分析，对 PWA 系统定义如下：

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = A_i \mathbf{x}(k) + B_i \mathbf{u}(k) \\ [\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)]^T \in \Omega_i \end{cases} \quad (2-21)$$

其中  $i$  表示第  $i$  个子系统， $k$  为采样时刻，若在每一个采样时刻只有唯一一个子系统与其对应，此时  $k$  与  $i$  等价，若考虑将相邻多个分段拟合成一个子系统，则第  $i$  个子系统可能对应多个时刻  $k$ 。 $\Omega_i = X_i \times U_i$  表示第  $i$  个子系统状态与控制输入空间的凸面体集，该集合可以由 LMI 进行描述，一旦系统状态到达第  $i$  个与第  $i+1$  个凸集边界时将进行子系统切换。对于第  $i$  个子系统状态空间  $X_i$ ，部分文献将其描述为多面体形式，也有文献采用椭圆集方式对其进行描述，为了方便后续采用 LMI 进行稳定性分析，此处将采用椭圆集的方式描述状态空间，有如下表示：

$$\chi_i = \{x \mid \|E_i x + e_i\| \leq 1\} \quad (2-22)$$

其中  $E_i$  与  $e_i$  为椭圆集系数，将上式转换为 LMI 形式则有：

$$\begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} E_i^T E_i & * \\ * & e_i^T E_i - 1 + e_i^T e_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} \leq 0$$

在本文后续约束处理中，通常把子系统受限状态空间描述为  $X_i = \{x \mid x_i^{\min} < f_i^T x < x_i^{\max}\}$ ，其中  $f_i$  为一向量， $x_i^{\min}$  与  $x_i^{\max}$  分别为第  $i$  个子系统状态空间约束下界与上

界，则椭圆集  $\chi_i$  中系数可由以下公式求得：

$$\begin{cases} E_i = \frac{2f_i^T}{x_i^{\max} - x_i^{\min}} \\ e_i = -\frac{x_i^{\max} + x_i^{\min}}{x_i^{\max} - x_i^{\min}} \end{cases} \quad (2-23)$$

对于离散 PWA 系统的稳定性证明，主流方法是采用 Lyapunov 函数与 LMI 结合的方式来证明。而对于 Lyapunov 函数的选取，可分为采用一个全局 Lyapunov 函数进行稳定性证明，这种方法会带来保守性过高，例如可能找不到一个 Lyapunov 函数来证明实际全局稳定的系统是稳定的；另一种方法是对每个分段分别采用不同的 Lyapunov 函数，并且证明在子系统切换后的 Lyapunov 函数相比切换前为递减的。接下来给出椭圆集描述状态空间下 PWA 系统稳定性引理：

**引理 2.3** 对于如下离散 PWA 系统：

$$x(k+1) = \sum_{i=1}^N \alpha_i(k) A_i x(k) + \sum_{i=1}^N \alpha_i(k) B_i u(k) + \sum_{i=1}^N \alpha_i(k) b_i, \quad x(k) \in X_i, \quad i \in I \quad (2-24)$$

其中  $\alpha_i(k)$  为切换标志向量，且  $\sum_i^N \alpha_i(k) = 1$ ， $i \in I = 1, 2, \dots$  为子系统编号。若

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_i = Q_i^T > 0, Q_j = Q_j^T > 0, \gamma_i > 0 \\ \begin{pmatrix} Q_i & (A_i Q_i + B_i Y_i)^T & (E_i Q_i)^T \\ A_i Q_i + B_i Y_i & Q_j & \gamma_i b_i e_i^T \\ E_i Q_i & \gamma_i e_i b_i^T & -\gamma(I - e_i e_i^T) \end{pmatrix} > 0 \\ x(k) \in X_i, \quad i, j \in I \end{array} \right. \quad (2-25)$$

有解，则控制律  $u(k) = Y_i Q_i^{-1} x(k)$  可以使系统渐近稳定。

### 2.3.4 平衡点及状态椭圆集转换方法

本小节主要介绍平衡点及状态椭圆集坐标转换方法，考虑到若需要将系统的状态驱动至某个平衡点  $x_s$ ，则可通过坐标转换的方法将  $x_s$  平移至零点进行处理，对应的椭圆集也会进行相应变换。对于第  $i$  段子系统，定义中间变量  $e = x - x_s$ ，则系统变为：

$$e(k+1) = A_i e(k) + B_i u(k) + b_i^s \quad (2-26)$$

其中  $b_i^s = b_i + A_i x_s$ ，椭圆集变为：

$$\varepsilon_i = \{x \mid \|E_i x + e_i^s\| \leq 1\} \quad (2-27)$$

其中  $e_i^s = e_i + E_i x_s$ 。通过上述坐标转换方法，可以将实际任务中期望的理想状态转化至零点进行控制律设计。

## 第3章 非合作目标视觉位姿估计

### 3.1 引言

本章主要研究采用卷积神经网络（Convolutional Neural Network, CNN）估计追踪航天器与非合作目标之间的相对位姿，对比传统位姿估计方法，基于 CNN 的方法无需人为设计特征点、且无需获取目标任何先验信息，仅通过一幅单目灰度图像即可输出相对位姿。对比采用雷达以及双目视觉位姿估计方案，采用单目传感器更适用搭载在小尺寸卫星、且在低质量和低功率要求下进行位姿估计。基于卷积神经网络估计相对位姿的主要核心思想是通过由大量相对位姿数据及其对应的单目灰度图组成的训练集，试图以端到端的方式拟合出二维输入灰度图像空间与六自由度输出位姿空间之间的非线性变换。

接下来介绍神经网络的基本原理，如图 3-1 所示，神经网络的每个单元有如下形式：

$$f(W^T x) = f\left(\sum_{i=1}^n W_i x_i + b_i\right) \quad (3-1)$$

其中  $n$  表示神经元有  $n$  个输入， $x_i$  为第  $i$  个输入信号， $W = [W_1, W_2, \dots, W_n]^T$  为权重向量， $f(\cdot)$  表示非线性函数， $b_i$  为其对应的偏置。将多个单元组合起来并建立层级结构时，就形成了神经网络，图 3-1 展示了含有一层隐藏层的神经网络模型，采用数学描述可表达如下：

$$\begin{cases} a_1^{(2)} = f(W_{11}^{(1)} x_1 + W_{12}^{(1)} x_2 + W_{13}^{(1)} x_3 + \dots + b_1^{(1)}) \\ a_2^{(2)} = f(W_{21}^{(1)} x_1 + W_{22}^{(1)} x_2 + W_{23}^{(1)} x_3 + \dots + b_2^{(1)}) \\ a_3^{(2)} = f(W_{31}^{(1)} x_1 + W_{32}^{(1)} x_2 + W_{33}^{(1)} x_3 + \dots + b_3^{(1)}) \\ \vdots \\ h_{W,b} = f(W_{11}^{(2)} a_1^{(2)} + W_{12}^{(2)} a_2^{(2)} + W_{13}^{(2)} a_3^{(2)} + \dots + b^{(2)}) \end{cases} \quad (3-2)$$

其中上标代表第 1 层或者第 2 层，其余变量与上述神经元定义方法一致。通过构造上述神经网络结构，即可用以拟合出无法采用传统建模方法得到的非线性函数，此外，可以通过增加层级形成多层神经网络可以拟合出更加复杂的函数对象。而通过输入输出数据得到一组最优权重即为训练过程，神经网络的训练思想就是寻找一组权重值，使得神经网络输出值与真实值误差达到最小，而误差由预定义的损失函数表示，该过程可以理解为对多个非线性函数单元进行加权与嵌套处理，使之拟合目标对象输入输出之间的非线性变换，理论上含有隐藏层的神经网络可

以拟合任意非线性函数。对于多层网络，在最小化损失函数时，需要采用链式求导法则对隐含层节点求导，使其梯度下降到全局最小值，即反向传播法则。

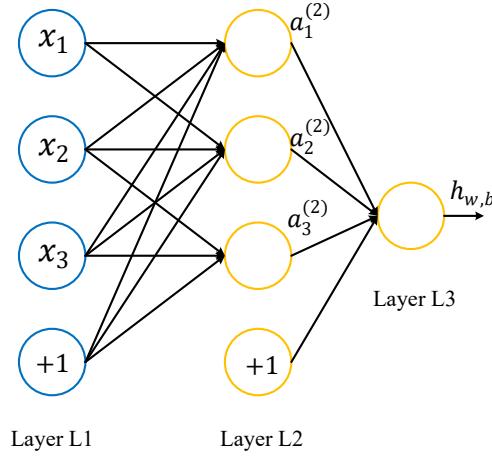


图 3-1 神经网络

由于采用全连接方式的传统神经网络结构在处理图像时会忽视形状信息，将全部数据作为同一维度进行处理，同时由于图像信息过于丰富，采用全连接的方式将带来巨大的计算量。因此目前广泛采用更加适用图像处理的卷积神经网络，卷积神经网络是在全连接层的基础上增加了卷积层与池化层。CNN一般的连接顺序为“卷积层-激活函数-池化层”，有时在靠近输出的层中会采用标准的“全连接层-激活函数”的结构。卷积层通过局部感知使单神经元只对图像的局部信息提取特征，然后在更高层的将所有局部信息进行综合得到全局信息，可以有效减少计算量。进一步的，卷积层通过权值共享可以降低特征提取中数据重建的复杂度。此外，通过添加多个卷积核，可以学习到多种特征。在提取到特征之后，通过池化可以进一步减少参数。池化是使图像高与长方向空间缩小的运算，通过对局部特征进行最大池化（Max Pooling）或平均池化（Average Pooling），可以在保留特征的前提下减小局部特征图的尺寸，且对微小的位置变化具有鲁棒性。激活函数（Sigmoid、ReLU 等）的作用是增加非线性的表达能力。此外，采用多卷积层可以保证网络学到更加全局化的特征。

虽然理论上加深层级可以“学习”到更全局化的特征从而取得更加优秀的性能，但实际情况中过多的层级将导致退化（Degradation），即随着网络层加深，模型的准确率先不断提高至最大值然后大幅降低。若考虑将深层神经网络等价为多个浅层网络与恒等变换网络的拼接，随着网络层数的增加，可能就会出现深层网络无法实现恒等变换的功能，因此微软亚洲研究院引入了残差 ResNet 模块<sup>[44]</sup>，增

加了快捷结构，以试图为非线性模型引入线性结构，如图 3-2 所示。按照上述思想，将残差模块引入 CNN 中可以得到学术界经常适用的 ResNet-18、ResNet-34 以及 ResNet-50 网络等，表 3-1 给出了 34 层与 50 层残差卷积神经网络的结构。

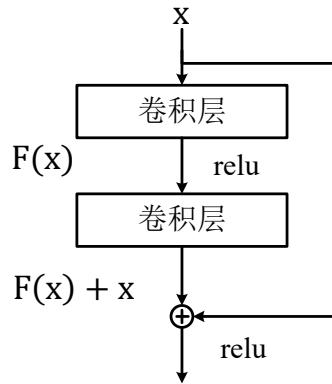


图 3-2 ResNet 构建块

### 3.2 Tango 航天器数据集

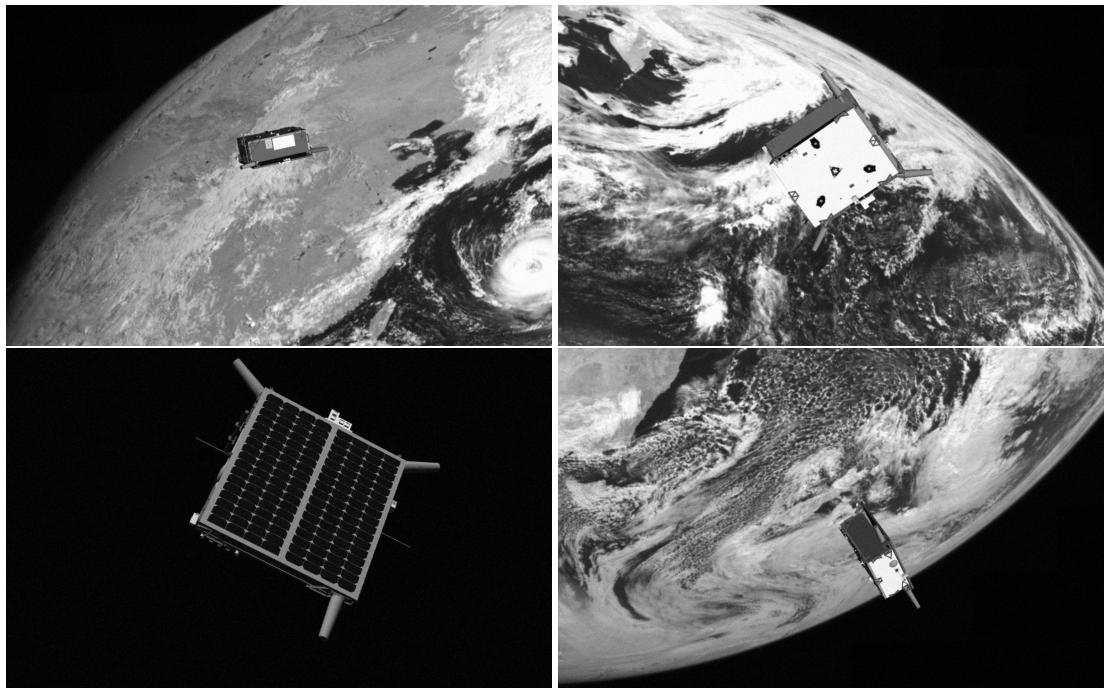
本学位论文采用了斯坦福大学空间交会实验室制作的 SPEED (Spacecraft PosE Estimation Dataset) 数据集<sup>[45]</sup>，如图 3.2 所示，该数据集主要由欧洲航天局高光谱应用先导任务 (PRISMA) 中 Himawari-8 气象卫星拍摄的 Tango 航天器真实图像以及使用 Tango 真实模型合成的图像组成，合成图像是基于 OpenGL 软件对 Tango 航天器 3D 模型渲染所得到，此外合成图像以高保真度模拟了地球反照率和太阳光，以求逼近太空中存在的照明条件。

数据集中主要包含了 12000 张真实 Tango 图像与采用其 3D 模型合成的模拟图像，数据集中具有只显示 Tango 航天器的灰度图，也具有以地球为背景的航天器图像。每张图像标签对应一组长度为 7 的向量，前四个分量为姿态四元数，后三个分量为目标航天器在相机坐标系下的坐标。需要说明的是，在实际空间任务中，相对导航系统往往直接测量的是相对位置、偏离角、视线角以及三个姿态角，因为数据集中的标签采用单位四元数以及位置坐标，考虑到单位四元数计算误差时需采用乘性计算方法，会对训练过程增加难度，因此本文首先对标签数据进行了预处理，对单位四元数进行了欧拉角转换操作，欧拉转序与第二章中定义转序相同，即 2-3-1 转序。

考虑到数据集中的图片为非连续的，意味着没有航天器的速度信息标签，在

表 3-1 ResNet-34 与 ResNet-50 结构

	输出尺寸	ResNet-34	ResNet-50
卷积层1	$112 \times 112$	$7 \times 7, 64$	$7 \times 7, 64$
卷积层2	$56 \times 56$	$\begin{bmatrix} 3 \times 3 \text{ max pooling} \\ \left[ 3 \times 3, 64 \right] \times 3 \\ 3 \times 3, 64 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \times 3 \text{ max pooling} \\ \left[ 1 \times 1, 64 \right] \\ \left[ 3 \times 3, 64 \right] \times 3 \\ 1 \times 1, 256 \end{bmatrix}$
卷积层3	$28 \times 28$	$\begin{bmatrix} 3 \times 3, 128 \\ 3 \times 3, 128 \end{bmatrix} \times 4$	$\begin{bmatrix} 1 \times 1, 128 \\ 3 \times 3, 128 \end{bmatrix} \times 3 \\ 1 \times 1, 512$
卷积层4	$14 \times 14$	$\begin{bmatrix} 3 \times 3, 256 \\ 3 \times 3, 256 \end{bmatrix} \times 6$	$\begin{bmatrix} 1 \times 1, 256 \\ 3 \times 3, 256 \end{bmatrix} \times 23 \\ 1 \times 1, 1024$
卷积层5	$7 \times 7$	$\begin{bmatrix} 3 \times 3, 512 \\ 3 \times 3, 512 \end{bmatrix} \times 3$	$\begin{bmatrix} 1 \times 1, 512 \\ 3 \times 3, 512 \end{bmatrix} \times 3 \\ 1 \times 1, 2048$
	$1 \times 1$	平均池化层 + 全连接层	平均池化层 + 全连接层

图 3-3 Tango 航天器数据集<sup>[45]</sup>

SPEED 数据集上暂时无法得到相对位置速度以及相对姿态角速度，考虑实际任务中目标航天器的运动是连续的，因此在实际任务中可以由目标航天器运动的连续性获取对速度信息的估计。此外，由于本文只采用了基于 Tango 航天器的数据集进行训练，因此所训练出的网络理论上不具备可迁移性及泛化能力。而在实际任务中，为了增强网络的泛化能力，可以通过以下两种思路：一是通过在数据集中增加其他航天器的有关图像及标签，通过大量数据集训练增加网络的泛化能力；二是分别对不同类型的航天器进行训练，在实际任务中先对目标进行检测，进而切换到适用于目标的网络进行位姿估计。

### 3.3 基于 ResNet 的非合作目标位姿估计

#### 3.3.1 网络结构

如图 3-4 所示，考虑到单目灰度图中目标航天器位置与姿态信息存在耦合，将其放入同一网络进行训练由于耦合部分的影响将无法取得较高的估计精度，因此本文将采用二分支的卷积神经网络从单个灰度图像中以解耦的方式分别估计目标航天器相对位置与姿态。通过深度卷积神经网络对图像的特征进行提取，随着模型的规模逐渐扩大，理论上可以使模型学习到更多更具体的特征，但是随着模型的深度不断加深，在训练过程中会造成模型参数梯度衰减甚至消失的情况，导致模型难以继续进行学习，因此在此基础上引入了残差结构。此外，考虑到相对位置的定义为追踪器与目标航天器质心之间的坐标表示，而目标航天器由于其自身具有一定的尺寸，且其三维质心在单目灰度图中的投影受到自身旋转的影响，因此对相对位置的学习理论上更加复杂。基于以上分析，本文利用第一分支 50 层残差卷积网络对图像进行特征提取用以学习相对位置信息；利用二分支 34 层残差卷积网络对相对姿态进行学习，经过测试显示，这种二分支网络可以有效避免姿轨耦合的影响，且姿轨联合估计精度达到最高。本文使用 pytorch 中预训练的 ResNet-34 与 ResNet-50 模块，将其最后一层进行替换，更改为输出维度为 3 的全连接层。输入图像大小压缩成 480\*480，采用批处理方式进行数据处理，根据卷积神经网络输出得到航天器姿态和位置参数的预测结果。将卷积网络的输出和真实的训练数据输入到均方误差损失函数中，通过梯度反向传播算法对模型进行训练。

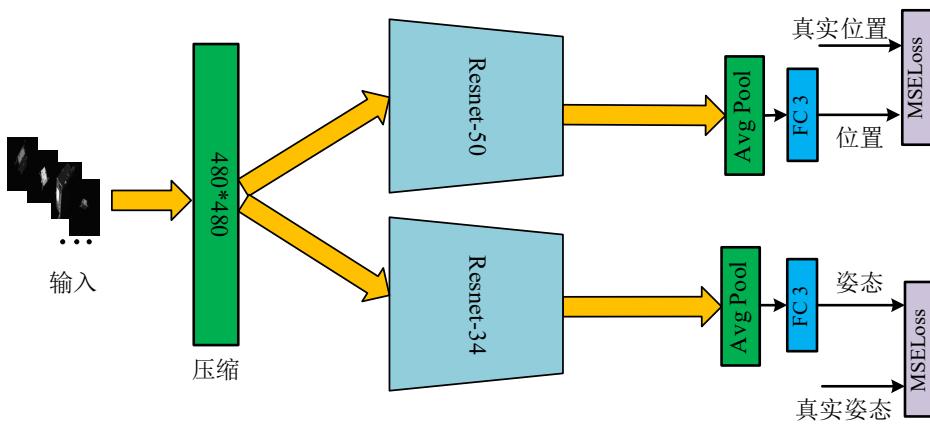


图 3-4 网络结构

### 3.3.2 训练策略

#### 3.3.2.1 损失函数

定义均方误差损失函数如下：

$$MSELoss = \frac{1}{2} \sum_k (y_k - t_k)^2 \quad (3-3)$$

其中， $y_k$  表示神经网络的输出， $t_k$  表示真实的监督数据， $k$  表示数据的维度。采用随机梯度下降的方法对损失函数进行优化，本文的优化策略是：在训练过程自变量每次迭代中只随机选择一个样本来计算梯度，同时加入动量法，这种处理方式减小了在梯度下降过程中自变量迭代的计算开销，也减少模型收敛过程的振荡，加快模型的收敛速度，提高计算效率。梯度计算如下式：

$$\begin{cases} v_t = \gamma v_{t-1} + \eta_t g_t \\ x_t = x_{t-1} - v_t \end{cases} \quad (3-4)$$

其中  $x_t$  为时间步  $t$  的自变量， $\eta_t$  为学习率， $g_t$  为梯度值，在时间步为 0 时创建速度变量，动量超参数  $\gamma$  ( $0 \leq \gamma \leq 1$ )，当  $\gamma = 0$  时，动量法就等价于原始的随机梯度下降。

#### 3.3.2.2 模型参数选择

模型的超参数选取对于模型的训练起到非常关键的作用，需要根据网络输出不断调试。通过训练测试，选取批处理大小为 16，学习率为 0.001，动量超参数取 0.9，数据集 12000 张图片，90% 作为训练集，10% 作为测试集。采用自适应思想设置学习率，每隔 10 个训练周期将学习率乘以 0.2，保证在模型训练后期减小参数变化范围，更加精确收敛到最优解。

### 3.4 实验结果及分析

采用 3.3 节中的网络结构对训练集进行训练，随后将训练结果应用在测试集结果进行统计，此处随机抽取 100 张图片用来绘制结果图像，其中相对位置估计表现如图 3-5 a) 至图 3-5 f) 所示，相对位置估计精度统计在表 3-2 中给出。可以看出，三轴估计误差均值分别为 0.0706 m、0.0474 m、0.0899 m，均达到厘米级，又因为相对位置定义为与目标航天器质心之间的距离，且由于目标器本身具有一定的形状与尺寸，因此不可避免地会对估计精度产生影响。

表 3-2 相对位置估计精度表

指标	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
平均误差 m	0.0706	0.0474	0.0899
误差处于 10 cm 内百分比	74%	91%	75%
误差处于 5 cm 内百分比	46%	65%	42%
误差处于 3 cm 内百分比	38%	44%	23%
误差处于 1 cm 内百分比	15%	12%	6%

表 3-3 相对姿态估计精度表

指标	翻滚角	俯仰角	偏航角
平均误差 deg	4.1255	4.5468	4.2999
误差处于 10 deg 内百分比	95%	91%	90%
误差处于 5 deg 内百分比	70%	69%	73%
误差处于 3 deg 内百分比	38%	45%	52%
误差处于 1 deg 内百分比	13%	14%	14%

表 3-4 估计精度与其他工作对比

方法	姿态估计精度 (deg)	位置估计精度 (m)
SVD	38.99	[0.13, 0.12, 0.46]
SVD (high.conf)	2.76	[0.14, 0.06, 0.51]
AlexNet	17.12	[-, -, 0.44]
AlexNet (high.conf)	16.48	[-, -, 0.43]
SPN-3	5.749	[0.03, 0.03, 0.86]
本文结果	4.32	[0.07, 0.05, 0.09]

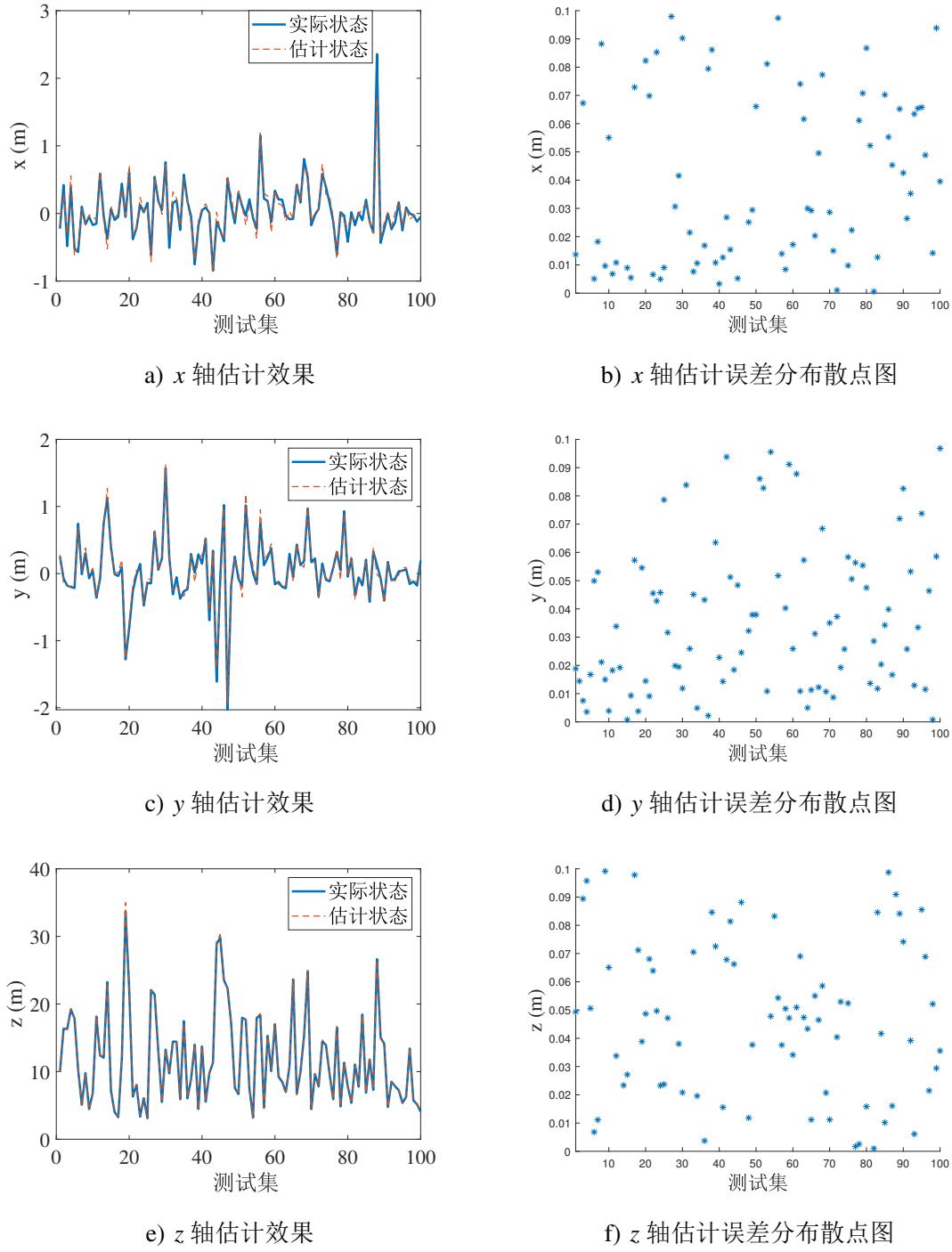


图 3-5 相对位置估计效果

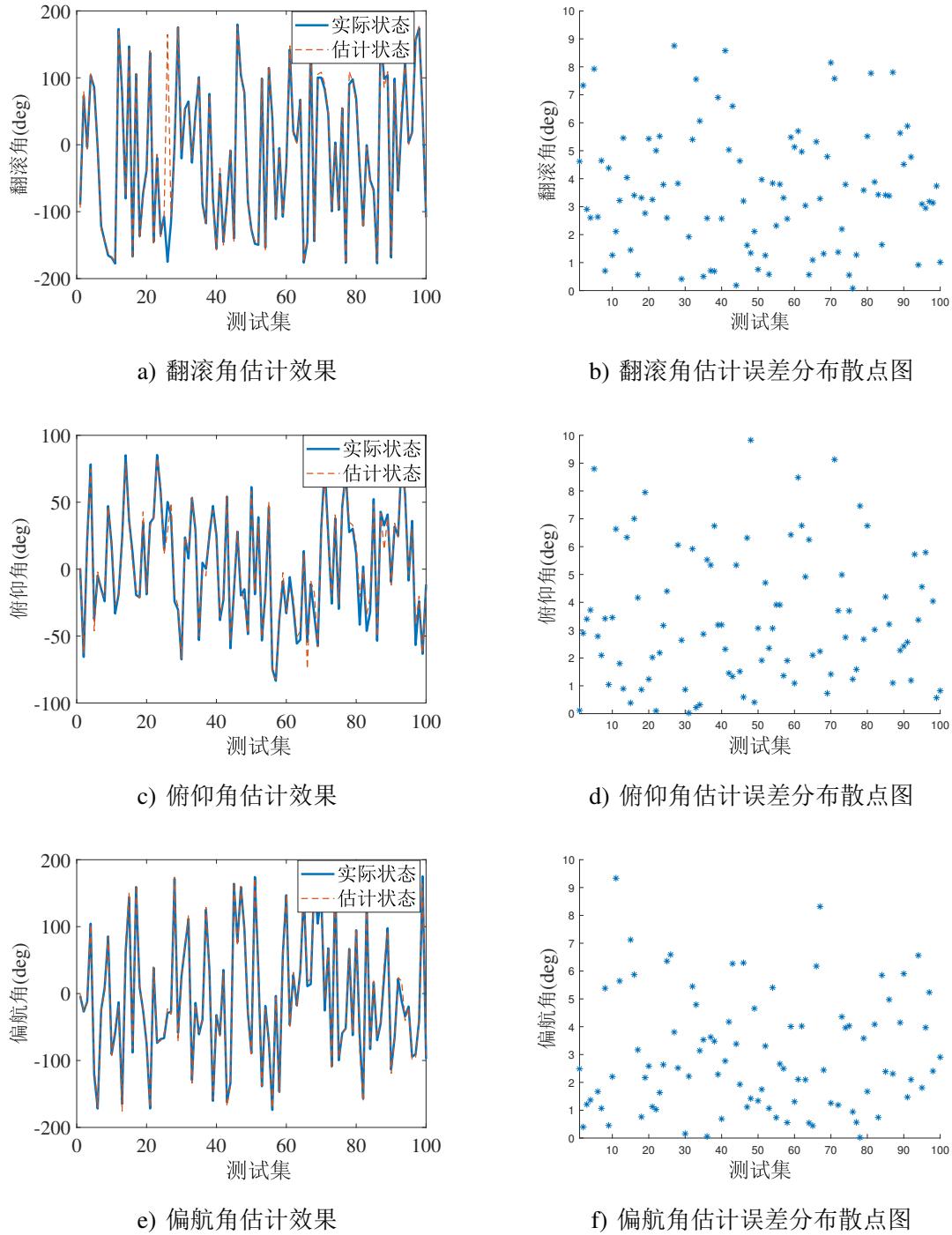


图 3-6 相对姿态估计效果

相对姿态估计表现如图 3-6 a) 至图 3-6 f) 所示，相对姿态估计精度统计在表 3-3 中给出。可以看出，三个姿态角估计误差均值分别为  $4.1255 \text{ deg}$ 、 $4.5468 \text{ deg}$ 、 $4.2999 \text{ deg}$ ，均达到度级，其中有一个突变项是因为目标的俯仰角处于  $90 \text{ deg}$ ，由于万向锁的情况导致了误差跳变。

表格 3-4 对比了本文与其他文章提出网络的估计精度，其中 SPN-3 是由 Stanford 于 2020 年所提出的方法<sup>[45]</sup>，通过表中数据可以得到本文的相对位置估计精度高于除 SPN-3 的所有方法，且  $z$  轴估计精度远高于 SPN-3，其余两轴略低于 SPN-3。对于相对姿态估计精度，本文优于除 SVD (high.conf) 的所有方法，优于包括 SPN-3 的方法，且与 SVD (high.conf) 估计精度相差 1.56 度。

### 3.5 本章小结

本章主要采用了残差卷积神经网络进行与非合作目标之间的单目视觉相对位姿估计，为了对单目灰度图中位姿信息进行解耦，本章采用了双分支网络分别对位置与姿态进行训练，实验结果表明采用双分支估计精度高于采用单独网络对位姿信息联合训练。考虑相对位置及相对姿态信息与二维图像之间的非线性变换模型复杂度不同，采用了不同卷积层数的网络分别对位姿进行拟合，经过验证，本章提出的方法对位姿与姿态的估计精度除个别指标略低于现有基于学习的方法，绝大部分指标优于现有基于学习的方法，姿轨联合估计精度基本优于现有基于学习的非合作目标位姿估计方法。

## 第4章 基于PWA模型的交会对接预测控制

第三章相对位姿估计器的输出可作为控制器的输入，本章将介绍模型预测控制在航天器交会对接中的应用，预测控制具有在显式约束下实现最优控制的能力，可以保证系统在输入及状态受限的情况下达到最优控制效果，因此得到了广泛应用。首先，本章将对现有文献中交会对接动力学框架进行分析，随后提出一种更加适用于本文所考虑交会对接条件下的 LOS-Euler 姿轨动力学框架，该框架具有描述翻滚目标航天器对接轴端点位置与姿态耦合、避免相对导航信息实时坐标变换、无需对约束近似线性化处理、有效简小约束计算量等优点。第二节在 LOS-Euler 框架的基础上对交会对接任务中的约束条件进行重新构建，主要包括避碰约束、接近域约束、视场约束等。此外，由于欧拉角描述的航天器姿态具有奇异问题，第三节将介绍可以实现跨越奇异点连续跟踪的 Singularity-free 策略。考虑到所采用的动力学为具有耦合的非线性方程，本章将基于 Embedding 与 Euler 离散化结合的方式得到分段仿射模型（PWA）来逼近非线性模型，第四节基于得到的 PWA 模型，对系统设计模型预测控制器。第五节给出相关数值仿真结果，用于验证本章提出的 LOS-Euler 框架、全新约束构建策略、Singularity-free 策略以及预测控制器的有效性。第六节将对本章的研究内容进行总结。

### 4.1 LOS-Euler 动力学框架

首先对姿轨动力学框架进行分析，目前对于航天器姿轨联合的控制策略主要分为对姿态轨道分开设计控制器、或采用一体化模型（基于对偶四元数描述等方式）设计统一控制器两种方式。采用一体化模型的优点在于近场操作中姿态与位置之间的耦合体现在模型的数学表达中，因此可以通过设计控制器有效处理耦合信息。然而，这种描述方式并不适用于本文采用的预测控制策略，首先由于一体化模型定义的自变量维度较大，若在预测控制中采用过长的预测域将因优化变量维度过大从而导致整个优化过程的实时性无法保证。而采用对轨道与姿态分开设计预测控制器的方式可以近似理解为一种并行计算机制，在相同预测步长的条件下，分开设计预测控制器的实时性要优于采用姿轨一体化模型。当然，分开设计控制器将无法对姿轨耦合部分进行建模，因此本文采取的策略是：对轨道与姿态分开设计预测控制器，将姿轨耦合当作干扰，通过增加控制器鲁棒性的方式使系统有效克服耦合项带来的影响。

如 2.2 节所介绍, 考虑到基于视线坐标系 (LOS) 描述的相对位置动力学可以直接控制视线距离、偏离角及视线角, 这种方案可以有效避免相对导航输出实时坐标变换带来的计算量增加及滞。此外, 通过将视线距离、偏离角及视线角作为被控状态, 后续所考虑的交会对接约束可以直接施加在状态变量本身, 这是基于 T-H 方程的描述方法所不能实现的。类似的, 由于姿态角信息无法由四元数直接描述, 采用基于欧拉角的姿态描述方式可以直接将约束施加在状态变量上而无需变换。对于本文所考虑的受限系统, 对受限条件构建复杂度的处理需要被纳入到整个系统设计的考量中, 基于这一点, 本文采用视线动力学描述相对位置、欧拉运动学及动力学描述相对姿态。

虽然视线动力学与欧拉动力学早已存在, 但现有文献并没有将二者结合起来以一个统一的框架解决交会对接问题。因此本文提出了一种新的动力学框架: 采用从目标轨道系  $\mathcal{F}_l$  以 2-3-1 欧拉转序的方式旋转至视线坐标系  $\mathcal{F}_s$  与目标本体系  $\mathcal{F}_{bt}$  来定义相对位置与目标航天器姿态; 定义从目标轨道系  $\mathcal{F}_l$  以 2-3-1 欧拉转序的方式旋转至目标本体系  $\mathcal{F}_{bt}$  的方式描述目标航天器的姿态, 从目标轨道系  $\mathcal{F}_l$  以 2-3-1 欧拉转序的方式旋转至追踪本体系  $\mathcal{F}_{bt}$  的方式描述追踪航天器的姿态 (当追踪器与目标器距离极小时, 认为二者处于同一轨道面上)。当采用同样的旋转顺序定义相对位置与姿态时, 可以有效描述翻滚的目标航天器对接轴端点时变位置与其本身姿态耦合的情况。即当不考虑目标器绝对位置变化, 采用 LOS 动力学跟踪目标对接轴端点对应的期望偏离角  $\varepsilon_d$  与期望视线角  $\beta_d$  可以表示为由目标轨道系以 2-3-1 转序旋转至视线坐标系时  $Z_l$  轴与  $Y_l$  的旋转角度, 由于定义目标航天器姿态为从目标轨道系以 2-3-1 旋转至目标体坐标系的欧拉旋转, 因此可以推出期望的偏离角以及视线角即对应目标航天器的俯仰角  $\theta_c$  以及偏航角  $\psi_c$ , 即可以通过姿态信息描述出翻滚目标对接轴端点的位置信息。

根据上述提出的 LOS-Euler 框架定义, LOS 坐标系是由目标轨道系以  $2\beta - 3\varepsilon$  为转序旋转得到, 且相对位置动力学如式 (2-3) 所示。定义相对位置变量为  $\mathbf{x}_p = [x_{p1}, x_{p2}, x_{p3}, x_{p4}, x_{p5}, x_{p6}]^T = [\rho, \varepsilon, \beta, \dot{\rho}, \rho\dot{\varepsilon}, \rho\dot{\beta}]^T$ , 其中下标  $p$  代表位置, 则式 (2-3) 可转化为如下形式:

$$\dot{\mathbf{x}}_p(t) = A_p^c(\mathbf{x}_p)\mathbf{x}_p(t) + B_p^c(\mathbf{x}_p)\mathbf{u}_p(t) \quad (4-1)$$

其中,

$$\mathbf{u}_p = [u_{p,\rho}, u_{p,\varepsilon}, u_{p,\beta}]^T \quad (4-2)$$

表示控制输入,  $A_p^c(\mathbf{x}_p)$  和  $B_p^c(\mathbf{x}_p)$  为状态相关的时变矩阵, 上标 c 表示该系统为连续系统,  $A_p^c(\mathbf{x}_p)$  以及  $B_p^c(\mathbf{x}_p)$  有如下形式:

$$A_p^c(\mathbf{x}_p) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{x_{p1}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{x_{p1}} \\ a_{41} & 0 & 0 & 0 & \frac{x_{p5}}{x_{p1}} & a_{46} \\ a_{51} & 0 & 0 & \frac{-x_{p5}}{x_{p1}} & 0 & a_{56} \\ a_{61} & 0 & 0 & 2\omega - \frac{x_{p6}}{x_{p1}} & 2\tan x_{p2}(-\omega + \frac{x_{p6}}{x_{p1}}) & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_p^c(\mathbf{x}_p) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 - \frac{1}{\cos x_{p2}} \end{bmatrix}$$

其中

$$\begin{aligned} a_{41} &= \omega^2 \cos^2 x_{p2} - \frac{\mu}{R^3} (1 - 3 \cos^2 x_{p2} \sin^2 x_{p3}) \\ a_{46} &= \left( -2\omega + \frac{x_{p6}}{x_{p1}} \right) \cos^2 x_{p2} \\ a_{51} &= \left( -\omega^2 - 3 \frac{\mu}{R^3} \sin^2 x_{p3} \right) \cos x_{p2} \sin x_{p2} \\ a_{56} &= \left( 2\omega - \frac{x_{p6}}{x_{p1}} \right) \cos x_{p2} \sin x_{p2} \\ a_{61} &= \dot{\omega} + \frac{3\mu}{R^3} \sin x_{p3} \cos x_{p3} \end{aligned}$$

$$B_p^c = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 - \frac{1}{\cos x_{p2}} \end{bmatrix}$$

需要说明的是，这种将非线性模型转换为拟线性化形式的方式被称为 Embedding，式 (4-1) 仍然可以无误差地描述相对位置动力学的非线性特性，当对其进行 Euler 离散化处理时，系统矩阵以及输入矩阵被置为常数阵，即在对应的局部状态子空间内采用分段线性离散模型逼近原本非线性模型，而所有分段线性系统即组成非线性系统的分段仿射 (PWA) 系统。

同理，考虑由目标轨道系（极近距离时认为其与追踪器轨道系等价）以 2 – 3 – 1 转序定义的欧拉运动学 (2-5) 和动力学 (2-9)。定义姿态状态变量为  $\mathbf{x}_a$

$= [x_{a1}, x_{a2}, x_{a3}, x_{a4}, x_{a5}, x_{a6}]^T = [\phi_c, \theta_c, \psi_c, \omega_{c,1}, \omega_{c,2}, \omega_{c,3}]^T$ , 合并式 (2-5) 与式 (2-9), 则可得如下状态空间表达式:

$$\dot{\mathbf{x}}_a(t) = A_a^c(\mathbf{x}_a)\mathbf{x}_a(t) + B_a^c\mathbf{u}_a(t) \quad (4-3)$$

其中,

$$\mathbf{u}_a = [u_{a,\phi}, u_{a,\theta}, u_{a,\psi}]^T \quad (4-4)$$

表示控制输入,  $A_a^c(\mathbf{x}_a)$  为状态相关的时变矩阵,  $B_a^c(\mathbf{x}_a)$  为常矩阵, 分别表示为:

$$A_a^c(\mathbf{x}_a) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & -\cos x_{a1} \tan x_{a3} & \sin x_{a1} \tan x_{a3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos x_{a1} \sec x_{a3} & -\sin x_{a1} \sec x_{a3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin x_{a1} & \cos x_{a1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{x_{a6}(J_2-J_3)}{J_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{x_{a4}(J_3-J_1)}{J_2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{x_{a5}(J_1-J_2)}{J_3} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

以及

$$B_a^c(\mathbf{x}_a) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{(J_1^2-J_1\tilde{J}_1)}{J_1^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(J_2^2-J_2\tilde{J}_2)}{J_2^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(J_3^2-J_3\tilde{J}_3)}{J_3^2} \end{bmatrix}$$

由于采用追踪器与目标器分开建模描述的方式无法描述出追踪器位姿耦合的情况, 例如轨道执行机构对姿态的影响以及姿态执行机构对轨道的影响, 因此本文提出的 LOS-Euler 框架将把这一部分耦合当作扰动进行处理, 通过后续提高所提出预测控制器的鲁棒性克服这一耦合现象。

## 4.2 基于 LOS-Euler 框架的交会对接约束构建

在本小节中, 交会对接中的相关约束条件将在 LOS-Euler 框架下重新构建。由于所定义的控制变量分别为视线距离、偏离角、视线角以及三个欧拉姿态角, 这些状态变量都可由相对导航系统直接测得且具有实际物理意义, 对比基于 T-H 方程描述的相对位置以及基于四元数描述的姿态方法, 限制条件可以直接施加在状态变量本身而无需进行任何坐标变换与线性化近似, 这可以有效简化约束条件的处理从而提高预测控制器的控制效率。

### 4.2.1 控制输入饱和约束

在实际航天任务中，负责航天器轨道及姿态的执行机构所能提供的控制输入都是有界的，即输入饱和特性。在本文中，输入上限约束将作为一种显式约束代入到预测控制器进行处理。考虑推力器作为控制航天器相对位置的执行机构，则推力器约束可表示为：

$$|\boldsymbol{u}_p| \leq \boldsymbol{u}_p^{\max} \quad (4-5)$$

其中， $\boldsymbol{u}_p^{\max} = [u_{p,\rho}^{\max}, u_{p,\epsilon}^{\max}, u_{p,\beta}^{\max}]^T$  表示相对位置控制输入三个分量的上限。

考虑反作用飞轮作为追踪航天器姿态控制的执行机构，则飞轮约束可表示为：

$$|\boldsymbol{u}_a| \leq \boldsymbol{u}_a^{\max} \quad (4-6)$$

其中， $\boldsymbol{u}_a^{\max} = [u_{a,\phi}^{\max}, u_{a,\theta}^{\max}, u_{a,\psi}^{\max}]^T$  表示姿态控制输入三个分量的上限。

### 4.2.2 避碰约束

为保证交会对接中的安全性，需要控制追踪器避免与目标器碰撞。避碰约束实现的思想就是通过限制追踪器时刻保持在以目标器质心为球心，一个安全距离为半径的安全区域外部。具体实现是对两航天器相对距离施加约束，使其大于一个所预设的安全半径  $r_{\text{safe}}$ 。

基于上一节所提出 LOS-Euler 框架下对避碰约束重新构建，为了阐述新构建方法的优点，首先考虑现有工作中以 T-H 方程描述的相对位置动力学（2-2）对避碰约束的构建<sup>[27]</sup>：

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \geq r_{\text{safe}} \quad (4-7)$$

其中， $[x, y, z]^T$  为相对位置在轨道坐标系中的三轴分量， $r_{\text{safe}}$  为预设的安全半径。由上式可知：该约束条件为非线性表达式，考虑到本文采用的控制器是基于分段线性逼近模型预测控制方法，线性预测控制器基本都是将其化为标准的二次规划（Quadratic Programming）问题进行数值求解，该非线性约束将无法直接带入到指标函数中进行求解，而二次规划的标准形式为：优化指标为二次形式而约束条件为线性的，因此将不得不对该上述约束条件进行近似线性化处理。

考虑采用 LOS 动力学描述的相对位置，由于视线距离被当作状态量直接控制，对比上述方法，新框架下的避碰约束可以直接施加在控制变量本身，约束形式为线性、无需任何线性化近似且计算量更低，更加适合在实际空间任务中应用。

基于 LOS-Euler 框架下的避碰约束可表示为:

$$\rho \geq r_{\text{safe}} \quad (4-8)$$

#### 4.2.3 接近域约束

如图 4-1 所示, 为了实现安全对接, 追踪航天器应该保持在一个锥形区域内接近目标航天器对接轴, 该锥形区域则被称为接近域。在以 T-H 方程描述的相对位置动力学 (2-2) 为代表的文献中, 首先需要采用 4 边或 6 边金字塔锥体对圆锥体区域进行近似, 随后分别计算金字塔椎体各个外表面的法向量, 而接近域约束则是通过控制相对位置向量与外法线之间夹角的方式来实现的<sup>[2]</sup>。因此, 该方法不仅需要近似化、而且占用极大的计算量, 并不适合实际空间任务中的应用。基于 LOS-Euler 框架, 接近域约束可以通过直接约束偏离角及视线角的方式来实现, 具体可表示为:

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_t(t) - \gamma_e \leq \varepsilon \leq \theta_t(t) + \gamma_e \\ -\pi/2 < \varepsilon < \pi/2 \\ \psi_t(t) - \gamma_e \leq \beta \leq \psi_t(t) + \gamma_e \\ -\pi \leq \beta \leq \pi \end{array} \right. \quad (4-9)$$

其中,  $\gamma_e$  表示锥体角度的一半,  $\theta_t$  及  $\psi_t$  为目标的姿态角, 即通过目标姿态信息对其位置信息进行描述, 有效描述了其位置与姿态的耦合。对式(4-9)进行处理, 可得如下形式:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon^{\min}(t) < \varepsilon < \varepsilon^{\max}(t) \\ \beta^{\min}(t) \leq \beta \leq \beta^{\max}(t) \end{array} \right. \quad (4-10)$$

其中  $\varepsilon^{\min}(t) = \max\{-\pi/2, \theta_t(t) - \gamma_e\}$ ,  $\varepsilon^{\max}(t) = \min\{\pi/2, \theta_t(t) + \gamma_e\}$ ,  $\beta^{\min}(t) = \max\{-\pi, \psi_t(t) - \gamma_e\}$  以及  $\beta^{\max}(t) = \min\{\pi, \psi_t(t) + \gamma_e\}$  为时变函数。

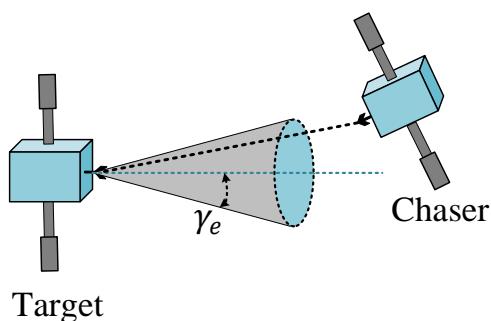


图 4-1 接近域约束

#### 4.2.4 视场约束

如图 4-2 所示，当追踪航天器装备有视觉传感器时，需要对姿态进行约束从而保证目标航天器始终处于追踪器视场内。基于单位四元数描述的航天器姿态虽然具有可以避免奇异等优点，但当考虑到对姿态角约束时，不仅需要将约束实时转化为四元数表示形式、而且也不能保证约束为线性的。因此，本文将采用欧拉旋转描述的运动学，并将视场约束直接施加在所控制的姿态角上，可以避免信息的转化提高控制效率。

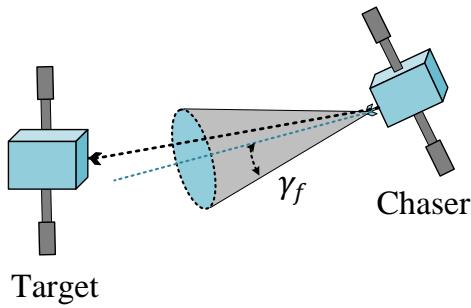


图 4-2 视场约束

在 LOS-Euler 框架下，视场约束可表示为：

$$\begin{cases} -\pi \leq \phi_c \leq \pi \\ \theta_c^{\min}(t) < \theta_c < \theta_c^{\max}(t) \\ \psi_c^{\min}(t) \leq \psi_c \leq \psi_c^{\max}(t) \end{cases} \quad (4-11)$$

其中， $\phi_c$ ,  $\theta_c$ ,  $\psi_c$  分别为追踪器三个姿态角，由于视场约束下无需对翻滚角进行约束，只需对俯仰及偏航两个方向的姿态角进行限制，因此需满足： $\theta_c^{\min}(t) = \max\{-\pi/2, \varepsilon(t) - \gamma_f\}$ ,  $\theta_c^{\max}(t) = \min\{\pi/2, \varepsilon(t) + \gamma_f\}$ ,  $\psi_c^{\min}(t) = \max\{-\pi, \beta(t) - \gamma_f\}$ ,  $\psi_c^{\max}(t) = \min\{\pi, \beta(t) + \gamma_f\}$  为时变函数； $\gamma_f$  表示视场约束锥体的半角。图 4-3 表示以俯仰角  $\theta_c$  为例进行的视场约束详细描述，由图可得如下关系：

$$\theta_c - \gamma_f \leq \varepsilon(t) \leq \theta_c + \gamma_f$$

上式可转化为：

$$\varepsilon(t) - \gamma_f \leq \theta_c \leq \varepsilon(t) + \gamma_f$$

由此可得出对俯仰角的视场约束表达式，此外，由于为了避免万向锁的情况，俯仰角被约束在  $(-\pi/2, \pi/2)$  之间。偏航角约束同理可得出。

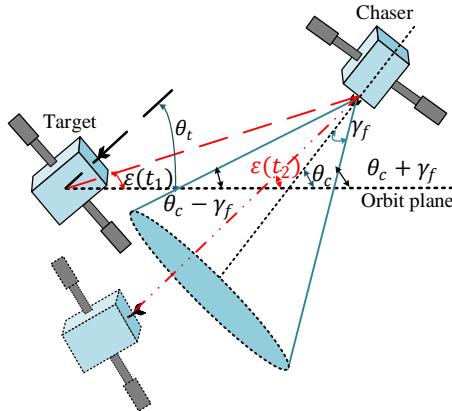


图 4-3 俯仰角视场约束

### 4.3 无奇异 (Singularity-free) 策略

由于本文所采用的 LOS-Euler 框架是由参考坐标系经由欧拉旋转到目标坐标系表示的，为了避免万向锁的情况，需限制第二次欧拉旋转的角度在  $(-2/\pi, 2/\pi)$  之间，第一次及第三次欧拉旋转角在  $(-\pi, \pi)$  之间，即分别对应位置变量中的偏离角  $\varepsilon$  及姿态变量中的俯仰角  $\theta_c$  在  $(-2/\pi, 2/\pi)$ ，其余角度变量在  $(-\pi, \pi)$  之间，这样就会带来一个奇异问题，即  $-\pi$  与  $\pi$  代表相同物理角度位置却有不同的数学表达。

如图 4-4 所示，奇异表示同一个位置有不同的数学表达，当考虑跟踪问题时，若参考信号到达奇异点，下一时刻其数学表达将会发生跳变，对于输入受限的系统而言，实际状态将无法在极端时间跟踪上跳变的参考信号。例如  $-\pi$  与  $\pi$  代表同一位置，假设参考信号以顺时针方向到达  $\pi$  时，下一时刻将跳变为  $-\pi$ ，而实际状态将以逆时针方向跟踪顺时针运动的参考信号，且无法短时间内跟踪。因此，本小节将提出可以解决此类问题的 Singularity-free 策略。



图 4-4 奇异现象

Singularity-free 策略的基本思想是通过状态运动的连续性从不同奇异值中选

择正确的数学表达，并设计一个自动切换机制在不改变航天器状态物理位置的前提下切换参考信号及实际状态在控制器中的数学表达，从而保证实际状态可以沿着参考信号运动的方向跨越奇异点实现连续跟踪。如算法 4-1 所示，假定翻滚目标航天器是连续运动且不会在奇异点位置连续反复切换，分别考虑实际状态以滞后方式以及超调方式跟踪参考信号到达奇异点，以及参考信号顺时针运动或逆时针运动等情况。首先假定参考信号以顺时针方向运动至奇异点，当实际状态以滞后方式追踪参考信号到达奇异点时，当参考信号到达  $\pi$ ，下一时刻将以  $-\pi + \delta(t_1)$ ,  $\delta(t_1) > 0$  方向运动，此时假设实际状态位于  $\pi - \zeta$ ,  $\zeta > 0$ 。根据 Singularity-free 策略，首先将参考信号置为  $\pi + \delta(t_1)$ （不改变物理位置）以保证实际信号仍然按照参考信号的方向运动，直至实际信号到达奇异点时将实际状态置为  $-\pi$ ，若此时时间为  $t_2$ ，随后则将参考信号还原为  $-\pi + \delta(t_2)$  以保证跟踪可以继续进行。当实际状态以超调方式追踪参考信号到达奇异点时，首先将实际状态置为  $-\pi$ ，假设此时参考信号以  $\pi - \delta(t_1)$ ,  $\delta(t) > 0$  且向  $\pi$  方向运动，根据 Singularity-free 策略将参考信号置为  $-\pi - \delta(t_1)$  以保证实际信号跟踪参考信号，直至参考信号到达奇异点。当参考信号以逆时针方向运动时，相关策略同理。

#### 4.4 基于 PWA 模型的预测控制器设计

本节将介绍交会对接模型预测控制器设计过程。起源于最优控制思想，模型预测控制因具备处理对状态及控制输入显式约束的能力而被广泛应用。在每个采样时刻，基于确定的过程模型可以预测出 N 步前向状态，随后将预测状态以及对应的期望状态带入到预定的指标函数中，最小化指标函数可以求得一个控制输入序列，即在当前时刻规划以此 N 步控制序列作为输入可保证前向状态以最小误差跟踪期望状态，随后采取该序列中第一个输入信号作为实际控制输入，并在下一步重复此过程，直至任务完成。对于一个标准的线性系统，上述优化过程可以转化为一个标准的具有约束条件的二次规划（Quadratic programming）进行求解。

对于本文考虑的非线性系统，通过 Embedding 方式对其进行拟线性化，随后对拟线性化模型离散化处理。因状态矩阵及控制输入矩阵包含时变状态信息，故在任一采样时刻  $k$  将当前时刻状态带入状态矩阵及控制输入矩阵，并在相邻采样时刻间将状态矩阵及控制输入矩阵置为常矩阵，这种处理方法可以看作为采用零阶保持器对系统进行处理。经过处理后可以得到多个逼近不同子状态空间中非线性模型的线性分段模型，所有的线性分段模型组成分段仿射系统。因而可以对每个子系统设计局部线性预测控制器，这种做法的优点在于原本非线性模型不一定

```

1 if  $x_d$  in the clockwise direction then
2   if  $x_d(k) = n_x\pi$  and  $x(k) < n_x\pi$  then
3     i=1
4     while  $x(k + N) < n_x\pi$  do
5       |  $x_d(k + i) \leftarrow x_d(k + i) + 2n_x\pi$ ,  $i \leftarrow i + 1$ 
6     end
7      $x(k + N + 1) \leftarrow -n_x\pi$ 
8   end
9   if  $x_d(k) < n_x\pi$  and  $x(k) = n_x\pi$  then
10    |  $x(k + 1) = -n_x\pi$ 
11    |  $i = 1$ 
12    | while  $x_d(k + N) < n_x\pi$  do
13      |   |  $x_d(k + i) \leftarrow x_d(k + i) - 2n_x\pi$ ,  $i \leftarrow i + 1$ 
14    end
15  end
16 end
17 if  $x_d$  in the counter clockwise direction then
18   if  $x_d(k) = -n_x\pi$  and  $x(k) > n_x\pi$  then
19     i=1
20     while  $x(k + N) > n_x\pi$  do
21       |  $x_d(k + i) \leftarrow x_d(k + i) - 2n_x\pi$ ,  $i \leftarrow i + 1$ 
22     end
23      $x(k + N + 1) \leftarrow n_x\pi$ 
24   end
25   if  $x_d(k) > -n_x\pi$  and  $x(k) = -n_x\pi$  then
26     |  $x(k + 1) = n_x\pi$ 
27     |  $i = 1$ 
28     | while  $x_d(k + N) > n_x\pi$  do
29       |   |  $x_d(k + i) \leftarrow x_d(k + i) + 2n_x\pi$ ,  $i \leftarrow i + 1$ 
30     end
31   end
32 end

```

能保证优化指标时刻为凸函数，而经过分段仿射处理的模型组成了凸集，即保证了优化函数时刻为凸。

#### 4.4.1 预测

##### 4.4.1.1 相对位置

考虑相对位置动力学 (4-1)，对其进行离散化处理。设定控制器预测域为  $N_p$ ，即在当前时刻  $k$  根据系统动力学模型预测前向  $N_p$  个状态  $\mathbf{x}_p^*(k) = [\mathbf{x}_p^T(k+1|k), \mathbf{x}_p^T(k+2|k), \dots, \mathbf{x}_p^T(k+N_p|k)]^T$ ，其中

$$\begin{cases} \mathbf{x}_p(k+1|k) = A_p(k)\mathbf{x}_p(k) + B_p(k)\mathbf{u}_p(k) \\ \mathbf{x}_p(k+2|k) = A_p(k+1)\mathbf{x}_p(k+1) + B_p(k+1)\mathbf{u}_p(k+1) \\ \mathbf{x}_p(k+3|k) = A_p(k+2)\mathbf{x}_p(k+2) + B_p(k+2)\mathbf{u}_p(k+2) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_p(k+N_p|k) = A_p(k+N_p-1)\mathbf{x}_p(k+N_p-1) + B_p(k+N_p-1)\mathbf{u}_p(k+N_p-1) \end{cases} \quad (4-12)$$

将 (4-12) 化简为紧凑形式，如下：

$$\mathbf{x}_p^*(k) = A_p^*\mathbf{x}_p(k) + \bar{B}_p^*\mathbf{u}_p^* \quad (4-13)$$

其中，

$$A_p^*(k) = \begin{pmatrix} A_p(k) & & & \\ A_p(k+1)A_p(k) & & & \\ \vdots & & & \\ \prod_{i=0}^{N_p-1} A_p(k+i) & & & \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{6N_p \times 6}$$

$$\bar{B}_p^*(k) = \begin{pmatrix} B_p(k) & \cdots & 0 \\ A_p(k+1)B_p(k) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \prod_{i=1}^{N_p-1} A_p(k+i)B_p(k) \cdots B_p(k+N_p-1) & & \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{6N_p \times 3N_p}$$

以及

$$\bar{\mathbf{u}}_p^* = [\mathbf{u}_p(k)^T, \mathbf{u}_p(k+1)^T, \dots, \mathbf{u}_p(k+N_p-1)^T]^T \in \mathbb{R}^{3N_p}$$

式 (4-13) 表示在当前时刻  $k$  采用  $N_p$  个控制输入可以得到  $N_p$  个前向预测状态。然而，根据预测控制器滚动优化的基本思想：预测  $N_p$  步状态但只采用第一步的控制信号作为实际输入，即在实际控制器设计中随着预测步数的增加，越

靠后的预测状态重要性将降低。因此在实际控制器设计中为了降低计算量及提高实时性，通常采用比预测域  $N_p$  更少的控制输入进行预测。定义控制域为  $N_c$  且  $N_c < N_p$ ，则采用  $N_c$  个控制输入预测得到的前向  $N_p$  个状态可以表示为：

$$\mathbf{x}_p^*(k) = A_p^* \mathbf{x}_p(k) + B_p^* \mathbf{u}_p^* \quad (4-14)$$

其中  $B_p^*$  为  $\bar{B}_p^*(k)$  的前  $3N_c$  列， $\mathbf{u}_p^*$  为  $\bar{\mathbf{u}}_p^*$  的前  $3N_c$  行。

此外，考虑将控制输入拆分为上一时刻输入与当前时刻增量相加的形式，即  $u_k = u_{k-1} + \Delta u_k$ ，这种做法可以通过控制输入信号的增量而非控制输入本身而达到更好的控制效果，将控制输入向量  $\mathbf{u}_p^*$  化为如下形式：

$$\mathbf{u}_p^*(k) = \Lambda \mathbf{u}_p(k-1) + \Gamma \Delta \tilde{\mathbf{u}}_p(k) \quad (4-15)$$

其中， $\Delta \tilde{\mathbf{u}}_p(k) = \sum_{i=0}^{N_c-1} \Delta \mathbf{u}_p(k+i)|i\rangle \in \mathbb{R}^{3N_c}$  表示  $N_c$  个控制输入增量的增广向量， $\Lambda = \sum_{i=1}^{N_c} I_3|i\rangle \in \mathbb{R}^{3N_c \times 3}$ ，以及

$$\Gamma = \begin{pmatrix} I_3 \\ I_3 & \ddots \\ \vdots & \ddots & \ddots \\ I_3 & \cdots & \cdots & I_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3N_c \times 3N_c}$$

将 (4-15) 带入式 (4-14) 可得以  $N_c$  作为控制域且以控制增量作为直接控制对象而非控制输入本身的前向  $N_p$  个预测状态可表示为：

$$\mathbf{x}_p^*(k) = A_p^* \mathbf{x}_p(k) + B_p^* \Lambda \mathbf{u}_p(k-1) + B_p^* \Gamma \Delta \tilde{\mathbf{u}}_p(k) \quad (4-16)$$

#### 4.4.1.2 相对姿态

类似地，考虑追踪航天器姿态动力学 (4-3)，在当前时刻  $k$  根据系统动力学模型预测前向  $N_p$  个状态  $\mathbf{x}_a^*(k) = [\mathbf{x}_a^T(k+1|k), \mathbf{x}_a^T(k+2|k), \dots, \mathbf{x}_a^T(k+N_p|k)]^T$ ，其中

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x}_a(k+1|k) = A_a(k) \mathbf{x}_a(k) + B_a(k) \mathbf{u}_a(k) \\ \mathbf{x}_a(k+2|k) = A_a(k+1) \mathbf{x}_a(k+1) + B_a(k+1) \mathbf{u}_a(k+1) \\ \mathbf{x}_a(k+3|k) = A_a(k+2) \mathbf{x}_a(k+2) + B_a(k+2) \mathbf{u}_a(k+2) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_a(k+N_p|k) = A_a(k+N_p-1) \mathbf{x}_a(k+N_p-1) + B_a(k+N_p-1) \mathbf{u}_a(k+N_p-1) \end{array} \right. \quad (4-17)$$

将 (4-17) 化简为紧凑形式，如下：

$$\mathbf{x}_a^*(k) = A_a^* \mathbf{x}_a(k) + \bar{B}_a^* \mathbf{u}_a^* \quad (4-18)$$

其中， $A_a^*$ 、 $\bar{B}_a^*$  的定义方式与 4.4.1.1 节中相同。

同理，采用  $N_c$  个控制输入预测得到的前向  $N_p$  个状态可以表示为：

$$\mathbf{x}_a^*(k) = A_a^* \mathbf{x}_a(k) + B_a^* \mathbf{u}_a^* \quad (4-19)$$

其中  $B_a^*$  为  $\bar{B}_a^*(k)$  的前  $3N_c$  列， $\mathbf{u}_a^*$  为  $\bar{\mathbf{u}}_a^*$  的前  $3N_c$  行。

同理，将控制输入拆分为上一时刻输入与当前时刻增量相加的形式，控制输入向量  $\mathbf{u}_a^*$  可化为如下形式：

$$\mathbf{u}_a^*(k) = \Lambda \mathbf{u}_a(k-1) + \Gamma \Delta \tilde{\mathbf{u}}_a(k) \quad (4-20)$$

其中， $\Delta \tilde{\mathbf{u}}_a(k) = \sum_{i=0}^{N_c-1} \Delta \mathbf{u}_a(k+i)|i\rangle \in \mathbb{R}^{3N_c}$  表示  $N_c$  个控制输入增量的增广向量， $\Lambda$  与  $\Gamma$  与 4.4.1.1 节中定义相同。因此，以  $N_c$  作为控制域且以控制增量作为直接控制对象而非控制输入本身的前向  $N_p$  个预测状态可表示为：

$$\mathbf{x}_a^*(k) = A_a^* \mathbf{x}_a(k) + B_a^* \Lambda \mathbf{u}_a(k-1) + B_a^* \Gamma \Delta \tilde{\mathbf{u}}_a(k) \quad (4-21)$$

#### 4.4.2 优化指标

将上一节得到的前向  $N_p$  个预测状态及其对应的期望状态带入到预定的指标函数中，最小化指标函数即可求得以  $N_c$  为控制域的控制序列，该控制序列的含义为采取该序列作为控制输入即可以全局误差最小的方式驱动  $\mathbf{x}_p^*(k+1|k), \mathbf{x}_p^*(k+2|k), \dots, \mathbf{x}_p^*(k+N_p|k)]^\top$  到期望状态。此外，当考虑到状态及控制输入约束，在约束条件下最小化求解指标函数即可得在满足预定约束的前提下驱动  $N_p$  个状态最小化误差拟合期望状态的最优控制输入。

##### 4.4.2.1 相对位置

考虑如下指标函数：

$$\min J_p(k) = \sum_{i=1}^{N_p} \|\mathbf{x}_p(k+i) - \mathbf{x}_{d,p}(k+i)\|_Q^2 + \sum_{i=0}^{N_c-1} \|\Delta \mathbf{u}_p(k+i)\|_P^2 \quad (4-22)$$

其中， $\mathbf{x}_{d,p}$  代表期望位置状态， $P$  和  $Q$  分别为权重矩阵，该指标函数的含义即为以最小的控制输入使得前向  $N_p$  个预测状态以全局最优的方式跟踪对应的  $N_p$  个期望状态。将上式改写为如下紧凑形式：

$$\min J_p(k) = [\mathbf{x}_p^*(k) - \mathbf{x}_{d,p}^*(k)]^\top \tilde{Q} [\mathbf{x}_p^*(k) - \mathbf{x}_{d,p}^*(k)] + \Delta \tilde{\mathbf{u}}_p^\top \tilde{P} \Delta \tilde{\mathbf{u}}_p \quad (4-23)$$

其中  $\mathbf{x}_{d,p}^*(k) = \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{x}_{d,p}(k+i)|i\rangle$  为期望位置状态的增广向量， $\tilde{Q} = \oplus_{i=1}^{N_p} Q$  和  $\tilde{P} = \oplus_{i=1}^{N_c} P$  分别为权重矩阵对应的增广矩阵。

定义中间变量  $E_p$  如下：

$$E_p = \mathbf{x}_{d,p}^*(k) - A_p^* \mathbf{x}_p(k) - B_p^* \Lambda \mathbf{u}_p(k-1) \quad (4-24)$$

将上式带入(4-23)中可得:

$$\begin{aligned} \min J_p(k) &= [B_p^* \Gamma \Delta \tilde{\mathbf{u}}_p - \mathbf{E}_p]^T \tilde{\mathbf{Q}} [B_p^* \Gamma \Delta \tilde{\mathbf{u}}_p - \mathbf{E}_p] + \Delta \tilde{\mathbf{u}}_p^T \tilde{\mathbf{P}} \Delta \tilde{\mathbf{u}}_p \\ &= \frac{1}{2} \Delta \tilde{\mathbf{u}}_p^T H_p \Delta \tilde{\mathbf{u}}_p + \mathbf{f}_p^T \Delta \tilde{\mathbf{u}}_p + \mathbf{E}_p^T \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{E}_p \end{aligned} \quad (4-25)$$

其中,  $H_p = 2(\Gamma^T B_p^{*T} \tilde{\mathbf{Q}} B_p^* \Gamma + \tilde{\mathbf{P}})$ ,  $\mathbf{f}_p = -2\Gamma^T B_p^{*T} \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{E}_p$ 。

式(4-25)即为标准的二次规划形式,可以由QP Solver进行求解。然而,考虑到交会对接中的相关约束,需要将约束处理为求解器可以接受的形式带入指标函数中,才可以得到满足约束条件下的最优控制序列。在本文中,对航天器之间相对位置模型施加的约束主要有控制输入饱和约束、避碰约束以及接近域约束,因此,接下来要对相关输入进行处理并带入到优化指标函数中。

首先,考虑式(4-5)中描述的推力器控制输入饱和,将其拓展到 $N_c$ 维可得如下表达式:

$$-\tilde{\mathbf{u}}_p^{\max} \leq \Lambda \mathbf{u}_p(k-1) + \Gamma \Delta \tilde{\mathbf{u}}_p \leq \tilde{\mathbf{u}}_p^{\max} \quad (4-26)$$

其中,  $\tilde{\mathbf{u}}_p^{\max} = \sum_{i=1}^{N_c} \mathbf{u}_p^{\max}|i\rangle \in \mathbb{R}^{3N_c}$  表示推力器输入上限的增广向量。将上式转化为如下形式:

$$G_c \Delta \tilde{\mathbf{u}}_p \leq \mathbf{g}_{c,p} \quad (4-27)$$

其中

$$\begin{aligned} G_c &= \begin{pmatrix} \Gamma \\ -\Gamma \end{pmatrix} \\ \mathbf{g}_{c,p} &= \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_p^{\max} - \Lambda \mathbf{u}_p(k-1) \\ \tilde{\mathbf{u}}_p^{\max} + \Lambda \mathbf{u}_p(k-1) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

考虑式(4-8)中所描述的避碰约束,将其拓展到 $N_p$ 维可得如下表达式:

$$\tilde{\mathbf{f}}_1 \mathbf{x}_p^*(k) \geq \tilde{\mathbf{r}}_{\text{safe}} \quad (4-28)$$

其中  $\tilde{\mathbf{f}}_1 = E_{N_p} \otimes \mathbf{f}_1 \in \mathbb{R}^{N_p \times 6N_p}$ ,  $\otimes$  表示两个向量间的 Kronecker 乘积,  $E_{N_p} \in \mathbb{R}^{N_p \times N_p}$  为 $N_p$ 维单位阵,  $\mathbf{f}_1 = [1, 0, 0, 0, 0, 0]$ ,  $\tilde{\mathbf{r}}_{\text{safe}} = \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{r}_{\text{safe}}|i\rangle \in \mathbb{R}^{N_p}$  表示最小安全距离  $\mathbf{r}_{\text{safe}}$  的增广向量。将上式转化为矩阵形式:

$$G_a \Delta \tilde{\mathbf{u}}_p \leq \mathbf{g}_a \quad (4-29)$$

其中

$$\begin{aligned} G_a &= -\tilde{\mathbf{f}}_1 B_p^* \Gamma \\ \mathbf{g}_a &= -\tilde{\mathbf{r}}_{\text{safe}} + \tilde{\mathbf{f}}_1 A_p^* \mathbf{x}_p(k) + \tilde{\mathbf{f}}_1 B_p^* \Lambda \mathbf{u}_p(k-1) \end{aligned}$$

考虑式(4-10)中所描述的接近域约束,将其拓展到 $N_p$ 维可得如下表达式:

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\max}(k) \leq \tilde{\mathbf{f}}_2 \mathbf{x}_p^*(k) \leq \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\max}(k) \quad (4-30)$$

以及

$$\tilde{\beta}^{\max}(k) \leq \tilde{f}_3 \mathbf{x}_p^*(k) \leq \tilde{\beta}^{\min}(k) \quad (4-31)$$

其中  $\tilde{f}_2 = E_{N_p} \otimes f_2$ ,  $f_2 = [0, 1, 0, 0, 0, 0]$ ;  $\tilde{f}_3 = E_{N_p} \otimes f_3$ ,  $f_3 = [0, 0, 1, 0, 0, 0]$ 。  
 $\tilde{\epsilon}^{\min}(k) = \sum_{i=1}^{N_p} \epsilon^{\min}(k+i)|i\rangle$  表示式 (4-10) 中  $\epsilon^{\min}(k)$  的增广向量。类似地,  $\tilde{\epsilon}^{\max}(k) = \sum_{i=1}^{N_p} \epsilon^{\max}(k+i)|i\rangle$ ,  $\tilde{\beta}^{\min}(k) = \sum_{i=1}^{N_p} \beta^{\min}(k+i)|i\rangle$ ,  $\tilde{\beta}^{\max}(k) = \sum_{i=1}^{N_p} \beta^{\max}(k+i)|i\rangle$ 。将上式分别转化为矩阵形式:

$$G_{e1} \Delta \tilde{\mathbf{u}}_p \leq \mathbf{g}_{e1} \quad (4-32)$$

其中

$$G_{e1} = \begin{pmatrix} \tilde{f}_2 B_p^* \Gamma \\ -\tilde{f}_2 B_p^* \Gamma \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{g}_{e1} = \begin{pmatrix} \tilde{\epsilon}^{\max}(k) - \tilde{f}_2 [A_p^* \mathbf{x}_p(k) + B_p^* \Lambda \mathbf{u}_p(k) - 1] \\ -\tilde{\epsilon}^{\min}(k) + \tilde{f}_2 [A_p^* \mathbf{x}_p(k) + B_p^* \Lambda \mathbf{u}_p(k-1)] \end{pmatrix}$$

以及

$$G_{e2} \Delta \tilde{\mathbf{u}}_p \leq \mathbf{g}_{e2} \quad (4-33)$$

其中

$$G_{e2} = \begin{pmatrix} \tilde{f}_3 B_p^* \Gamma \\ -\tilde{f}_3 B_p^* \Gamma \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{g}_{e2} = \begin{pmatrix} \tilde{\beta}^{\max}(k) - \tilde{f}_3 [A_p^* \mathbf{x}_p(k) + B_p^* \Lambda \mathbf{u}_p(k-1)] \\ -\tilde{\beta}^{\min}(k) + \tilde{f}_3 [A_p^* \mathbf{x}_p(k) + B_p^* \Lambda \mathbf{u}_p(k-1)] \end{pmatrix}$$

综上所述, 二次形式的指标函数 (4-25), 及其对应的约束 (4-27)、(4-29)、(4-32) 以及 (4-33) 共同构成了标准二次规划问题 (Quadratic Programming), 表示如下:

$$\Delta \tilde{\mathbf{u}}_p = \arg_{\Delta \mathbf{u}} J_p(k)$$

s.t.

$$\begin{cases} \mathbf{x}_p(k|k) = \mathbf{x}_p(k) \\ \mathbf{x}_p^*(k) = A_p^* \mathbf{x}_p(k) + B_p^* \mathbf{u}_p^* \\ G_P^* \Delta \tilde{\mathbf{u}}_p \leq \mathbf{g}_P^* \end{cases} \quad (4-34)$$

其中,  $G_P^* = [G_{c,p}^T, G_a^T, G_{e1}^T, G_{e2}^T]^T$ ,  $\mathbf{g}_P^* = [\mathbf{g}_{c,p}^T, \mathbf{g}_a^T, \mathbf{g}_{e1}^T, \mathbf{g}_{e2}^T]^T$ 。求解上式即可得出受限情况下, 以  $N_p$  为预测域的全局最优控制输入序列, 根据预测控制中的滚动优化原则, 将控制序列中与当前时刻  $k$  所对应的控制输入作为实际的信号, 直至完成

预定的控制任务为止。

#### 4.4.2.2 相对姿态

与 4.4.2.1 节中类似，考虑如下指标函数：

$$\min J_a(k) = \sum_{i=1}^{N_p} \|\mathbf{x}_a(k+i) - \mathbf{x}_{d,a}(k+i)\|_Q^2 + \sum_{i=0}^{N_c-1} \|\Delta\mathbf{u}_a(k+i)\|_P^2 \quad (4-35)$$

其中， $\mathbf{x}_{d,a}$  代表期望姿态状态， $P$  和  $Q$  分别为权重矩阵。将上式改写为紧凑形式：

$$\min J_a(k) = [\mathbf{x}_a^*(k) - \mathbf{x}_{d,a}^*(k)]^\top \tilde{Q} [\mathbf{x}_a^*(k) - \mathbf{x}_{d,a}^*(k)] + \Delta\tilde{\mathbf{u}}_a^\top \tilde{P} \Delta\tilde{\mathbf{u}}_a \quad (4-36)$$

其中  $\mathbf{x}_{d,a}^*(k) = \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{x}_{d,a}(k+i)|i\rangle$  为期望姿态状态的增广向量， $\tilde{Q} = \oplus_{i=1}^{N_p} Q$  和  $\tilde{P} = \oplus_{i=1}^{N_c} P$  分别为权重矩阵对应的增广矩阵。

定义中间变量  $E_a$  如下：

$$\mathbf{E}_a = \mathbf{x}_{d,a}^*(k) - A_a^* \mathbf{x}_a(k) - B_a^* \Lambda \mathbf{u}_a(k-1) \quad (4-37)$$

将上式带入 (4-36) 中可得：

$$\begin{aligned} \min J_a(k) &= [B_a^* \Gamma \Delta\tilde{\mathbf{u}}_a - \mathbf{E}_a]^\top \tilde{Q} [B_a^* \Gamma \Delta\tilde{\mathbf{u}}_a - \mathbf{E}_a] + \Delta\tilde{\mathbf{u}}_a^\top \tilde{P} \Delta\tilde{\mathbf{u}}_a \\ &= \frac{1}{2} \Delta\tilde{\mathbf{u}}_a^\top H_a \Delta\tilde{\mathbf{u}}_a + \mathbf{f}_a^\top \Delta\tilde{\mathbf{u}}_a + \mathbf{E}_a^\top \tilde{Q} \mathbf{E}_a \end{aligned} \quad (4-38)$$

其中  $H_a = 2(\Gamma^\top B_a^{*\top} \tilde{Q} B_a^* \Gamma + \tilde{P})$ ， $\mathbf{f}_a = -2\Gamma^\top B_a^{*\top} \tilde{Q} \mathbf{E}_a$ 。

考虑航天器姿态约束，本文主要考虑以飞轮作为姿态控制器的输入饱和约束以及视场约束。首先考虑式 (4-6) 中描述的飞轮饱和，将其拓展到  $N_c$  维可得如下表达式：

$$-\tilde{\mathbf{u}}_a^{\max} \leq \Lambda \mathbf{u}_a(k-1) + \Gamma \Delta\tilde{\mathbf{u}}_a \leq \tilde{\mathbf{u}}_a^{\max} \quad (4-39)$$

其中， $\tilde{\mathbf{u}}_a^{\max} = \sum_{i=1}^{N_c} \mathbf{u}_a^{\max}|i\rangle \in \mathbb{R}^{3N_c}$  表示飞轮输入上限的增广向量。将上式转化为如下形式：

$$G_a \Delta\tilde{\mathbf{u}}_a \leq \mathbf{g}_{c,a} \quad (4-40)$$

其中

$$\begin{aligned} G_a &= \begin{pmatrix} \Gamma \\ -\Gamma \end{pmatrix} \\ \mathbf{g}_{c,a} &= \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_a^{\max} - \Lambda \mathbf{u}_a(k-1) \\ \tilde{\mathbf{u}}_a^{\max} + \Lambda \mathbf{u}_a(k-1) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

考虑式 (4-11) 中描述的视场约束，将其拓展到  $N_p$  维可得如下表达式：

$$-\tilde{\boldsymbol{\pi}} \leq \tilde{\mathbf{f}}_1 \mathbf{x}_a^*(k) \leq \tilde{\boldsymbol{\pi}} \quad (4-41)$$

表示对翻滚角的约束，其中  $\tilde{\boldsymbol{\pi}} = \sum_{i=1}^{N_p} \boldsymbol{\pi}|i\rangle$  为  $\boldsymbol{\pi}$  的增广向量。将式 (4-21) 代入上式

可得:

$$G_{f1}\Delta\tilde{\mathbf{u}}_a \leq \mathbf{g}_{f1} \quad (4-42)$$

其中

$$\begin{aligned} G_{f1} &= \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{f}}_1 B_a^* \Gamma \\ -\tilde{\mathbf{f}}_1 B_a^* \Gamma \end{pmatrix} \\ \mathbf{g}_{f1} &= \begin{pmatrix} \tilde{\boldsymbol{\pi}} - \tilde{\mathbf{f}}_1 [A_a^* \mathbf{x}_a(k) + B_a^* \Lambda \mathbf{u}_a(k-1)] \\ -\tilde{\boldsymbol{\pi}} + \tilde{\mathbf{f}}_1 [A_a^* \mathbf{x}_a(k) + B_a^* \Lambda \mathbf{u}_a(k-1)] \end{pmatrix} \end{aligned}$$

对俯仰角的约束可表示为:

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_c^{\min}(k) \leq \tilde{\mathbf{f}}_2 \mathbf{x}_a^*(k) \leq \tilde{\boldsymbol{\theta}}_c^{\max}(k) \quad (4-43)$$

其中  $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_c^{\min}(k) = \sum_{i=1}^{N_p} \theta_c^{\min}(k+i)|i\rangle$  为式 (4-11) 中描述的  $\theta_c^{\min}(k)$  的增广向量, 类似地,  $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_c^{\max}(k) = \sum_{i=1}^{N_p} \theta_c^{\max}(k+i)|i\rangle$ 。将式 (4-21) 代入上式可得:

$$G_{f2}\Delta\tilde{\mathbf{u}}_a \leq \mathbf{g}_{f2} \quad (4-44)$$

其中

$$\begin{aligned} G_{f2} &= \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{f}}_2 B_a^* \Gamma \\ -\tilde{\mathbf{f}}_2 B_a^* \Gamma \end{pmatrix} \\ \mathbf{g}_{f2} &= \begin{pmatrix} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_c^{\max}(k) - \tilde{\mathbf{f}}_2 [A_a^* \mathbf{x}_a(k) + B_a^* \Lambda \mathbf{u}_a(k-1)] \\ -\tilde{\boldsymbol{\theta}}_c^{\min}(k) + \tilde{\mathbf{f}}_2 [A_a^* \mathbf{x}_a(k) + B_a^* \Lambda \mathbf{u}_a(k-1)] \end{pmatrix} \end{aligned}$$

对偏航角的约束可表示为:

$$\tilde{\boldsymbol{\psi}}_c^{\min}(k) \leq \tilde{\mathbf{f}}_3 \mathbf{x}_a^*(k) \leq \tilde{\boldsymbol{\psi}}_c^{\max}(k) \quad (4-45)$$

其中  $\tilde{\boldsymbol{\psi}}_c^{\min}(k) = \sum_{i=1}^{N_p} \psi_c^{\min}(k+i)|i\rangle$  为式 (4-11) 中描述的  $\psi_c^{\min}(k)$  的增广向量, 类似地,  $\tilde{\boldsymbol{\psi}}_c^{\max}(k) = \sum_{i=1}^{N_p} \psi_c^{\max}(k+i)|i\rangle$ 。将式 (4-21) 代入上式可得:

$$G_{f3}\Delta\tilde{\mathbf{u}}_a \leq \mathbf{g}_{f3} \quad (4-46)$$

其中

$$\begin{aligned} G_{f3} &= \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{f}}_3 B_a^* \Gamma \\ -\tilde{\mathbf{f}}_3 B_a^* \Gamma \end{pmatrix} \\ \mathbf{g}_{f3} &= \begin{pmatrix} \tilde{\boldsymbol{\psi}}_c^{\max}(k) - \tilde{\mathbf{f}}_3 [A_a^* \mathbf{x}_a(k) + B_a^* \Lambda \mathbf{u}_a(k-1)] \\ -\tilde{\boldsymbol{\psi}}_c^{\min}(k) + \tilde{\mathbf{f}}_3 [A_a^* \mathbf{x}_a(k) + B_a^* \Lambda \mathbf{u}_a(k-1)] \end{pmatrix} \end{aligned}$$

综上所述, 二次形式的指标函数 (4-38), 及其对应的约束 (4-40)、(4-42)、(4-44) 以及 (4-46) 共同构成了标准二次规划问题 (Quadratic Programming), 表示如下:

$$\Delta \tilde{\mathbf{u}}_a = \arg_{\Delta \mathbf{u}} J_a(k)$$

s.t.

$$\begin{cases} \mathbf{x}_a(k|k) = \mathbf{x}_a(k) \\ \mathbf{x}_a^*(k) = A_a^* \mathbf{x}_a(k) + B_a^* \mathbf{u}_a^* \\ G_A^* \Delta \tilde{\mathbf{u}}_a \leq \mathbf{g}_A^* \end{cases} \quad (4-47)$$

其中,  $G_A^* = [G_{c,a}^T, G_{f1}^T, G_{f2}^T, G_{f3}^T]^T$ ,  $\mathbf{g}_A^* = [\mathbf{g}_{c,a}^T, \mathbf{g}_{f1}^T, \mathbf{g}_{f2}^T, \mathbf{g}_{f3}^T]^T$ 。求解上式即可得出受限情况下, 以  $N_p$  为预测域的全局最优控制输入序列, 根据预测控制中的滚动优化原则, 将控制序列中与当前时刻  $k$  所对应的控制输入作为实际的信号, 直至完成预定的控制任务为止。

## 4.5 仿真结果与分析

本节将通过数值仿真实验分别验证所提出 LOS-Euler 框架、约束构建策略、Singularity-free 策略以及预测控制器的有效性。需要说明的是, 本章暂时不考虑姿轨耦合、导航系统误差、PWA 模型逼近非线性动力学误差以及可能存在的扰动, 上述情况将留待第五章中解决。假定目标航天器不存在轨道机动, 本节将分别考虑目标航天器旋转角速度是否受控两个工况进行仿真验证。

假定目标航天器运行在椭圆轨道上, 其轨道参数为: 偏心率  $e = 0.3$ 、半长轴  $a = 10000$  Km、真近角  $f = 0$  deg。目标航天器尺寸为  $6 \text{ m} \times 6 \text{ m} \times 6 \text{ m}$ , 对接轴位于目标航天器本体系  $\mathcal{F}_{bt}$  下  $[0.5, 0, 0]^T \text{m}$ 。

假定追踪航天器转动惯量为  $\text{diag}(50, 35, 40) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、飞轮转动惯量为  $\text{diag}(5, 5, 5) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、追踪航天器尺寸为  $6 \text{ m} \times 6 \text{ m} \times 6 \text{ m}$ , 对接轴位于目标航天器本体系  $\mathcal{F}_{bt}$  下  $[-0.5, 0, 0]^T \text{m}$ 。

在本节中, 预测控制器有关参数设置如下: 预测域  $N_p = 30$ 、控制域  $N_c = 15$ 、仿真时间设为  $200$  s、采样时间  $T_s = 0.1$  s。在相对位置预测控制器中, 加权矩阵  $P = \text{diag}(100, 100, 100)$ 、 $Q = \text{diag}(1000, 30000, 30000, 1000/\rho, 3000/\rho, 3000/\rho)$ 。需要说明的是, 权重矩阵  $Q$  为时变参数, 即随着追踪航天器越靠近目标航天器对接轴, 控制器越看重速度跟踪效果。在姿态预测控制器中, 预测域及控制域与相对位置控制器相同, 加权矩阵  $P = \text{diag}(100, 100, 100)$ 、 $Q = \text{diag}(1000, 30000, 30000, 3000, 3000, 3000)$ 。

工况一、二中有关交会对接参数如表 4-1 所示, 交会对接初始状态、控制输入饱和、避碰约束参数、接近域参数、视场约束参数等都在表中展示。在工况一

表 4-1 交会对接初始条件

参数	工况一	工况二
视线距离 $\rho$ m	80	80
偏离角 $\varepsilon$ deg	25	25
视线角 $\beta$ deg	-10	-10
视线速度 $\dot{\rho}$ m/s	0	0
偏离角速度 $\dot{\varepsilon}$ deg/s	0	0
视线角速度 $\dot{\beta}$ deg/s	0	0
避碰约束 $r_{\text{safe}}$ m	6.5	6.5
锥形接近域约束 $\gamma_e$ deg	30	30
推力器上限 $\mathbf{u}_p^{\max}$	$[3, 3, 3]^T$	$[3, 3, 3]^T$
姿态角 deg	$[20, 25, -10]^T$	$[20, 25, -10]^T$
追踪器角速度 deg/s	$[0, 0, 0]^T$	$[0, 0, 0]^T$
视场约束 $\gamma_f$ deg	30	30
飞轮上限 $\mathbf{u}_a^{\max}$	$[1, 1, 1]^T$	$[1, 1, 1]^T$
目标器角速度 rad/s	$[0.02, 0.015, 0.02]^T$	$0.04[\sin(\frac{\pi t}{100}), \sin(\frac{2\pi t}{100}), \sin(\frac{3\pi t}{100})]^T$

中主要考虑目标翻滚航天器角速度非受控情形，因此在工况一中目标旋转角速度被设为常值。工况二中考虑目标角速度受控，因此目标角速度被设置为时间  $t$  的函数。

此外，需要对控制效果指标进行定义，主要包括对收敛时间以及收敛精度的定义，具体定义如下：

**定义 4.1** 相对距离收敛时间为误差稳定在 0.1 m 以内的时间。

**定义 4.2** 偏离角、视线角以及三个姿态角的收敛时间为误差稳定在 0.5 deg 以内的时间。

**定义 4.3** 跟踪精度为在到达上述定义的收敛时间之后误差绝对值的最大值。

#### 4.5.1 工况一：目标旋转角速度非受控

考虑目标航天器姿态角速度为常值时，采用本章所设计的预测控制器实现交会对接相对位置控制效果如图 4-5 a) 至图 4-5 f) 所示，且收敛时间及收敛精度在表格 4-2 中展示。由表 4-2 中数据可知，当仿真时间为 200 s 时，相对距离、偏离角、视线角均可以视线在 12.7 s 内收敛，相对距离收敛精度达到  $10^{-3}$  m 量级，偏离角与视线角收敛精度可以达到 0.259 deg 及 0.410 deg。由图可知，相对距离没有小于 6.5 m 代表避碰约束得到满足，偏离角与视线角实际状态与期望状态之间误差均小

于锥形接近域所设定的  $30 \text{ deg}$ , 即接近域约束得到满足。图 4-6 c) 展示了到达收敛时间阶段的控制输入曲线, 可以看出控制输入饱和约束得到满足。此外, 图 4-6 a) 展示了由视线坐标系转换至三轴位置的误差收敛情况, 由图可知三轴收敛精度可达到  $2 \times 10^{-2} \text{ m}$  以内。图 4-6 b) 展示了三维实际轨迹跟踪目标对接轴端点位置的情况, 可以看出所设计的预测控制器可以有效跟踪翻滚目标对接轴端点在三维空间中的位置。

图 4-7 a) 至图 4-7 f) 展示了是否采用本文提出的 Singularity-free 策略的姿态跟踪效果, 由图可知采用了 Singularity-free 策略的控制效果可以有效克服奇异现象实现连续跟踪, 而不采用 Singularity-free 策略的控制器在到达奇异点时无法跟踪参考信号。此外, 在仿真实验中, 若不采用 Singularity-free 策略, 系统可能出现不满足受限条件而出现无法求解优化指标的情况, 因此 Singularity-free 策略被证明在受限条件下是非常有效的。姿态跟踪的误差曲线在图 4-8 a) 至图 4-8 c) 中展示, 收敛时间及收敛精度在表格 4-2 中展示。由表 4-2 中数据可知, 当仿真时间为 200 s 时, 相对距离、偏离角、视线角均可以实现在 3 s 内收敛, 由图可知, 各个实际状态与期望状态之间误差均小于视场约束所设定的  $30 \text{ deg}$ , 即视场约束得到满足。如图 4-8 d) 所示, 控制输入饱和约束得到满足。

表 4-2 工况一收敛时间与收敛精度

参数	收敛时间 s	收敛精度
视线距离 $\rho \text{ m}$	12.7	$1.42\text{e}-3$
偏离角 $\varepsilon \text{ deg}$	11.1	0.259
视线角 $\beta \text{ deg}$	11.8	0.410
姿态角 $\phi \text{ deg}$ (无奇异点)	3.0	0.020
姿态角 $\phi \text{ deg}$ (跨奇异点)	-	0.510
姿态角 $\theta \text{ deg}$ (无奇异点)	2.7	0.012
姿态角 $\theta \text{ deg}$ (跨奇异点)	-	0.046
姿态角 $\psi \text{ deg}$ (无奇异点)	3.2	0.019
姿态角 $\psi \text{ deg}$ (跨奇异点)	-	0.34

#### 4.5.2 工况二：目标旋转角速度受控

考虑目标航天器姿态角速度受控时, 采用本章所设计的预测控制器实现交会对接相对位置控制效果如图 4-9 a) 至图 4-9 f) 所示, 且收敛时间及收敛精度在表格 4-3 中展示。由表 4-3 中数据可知, 当仿真时间为 200 s 时, 相对距离、偏离角、

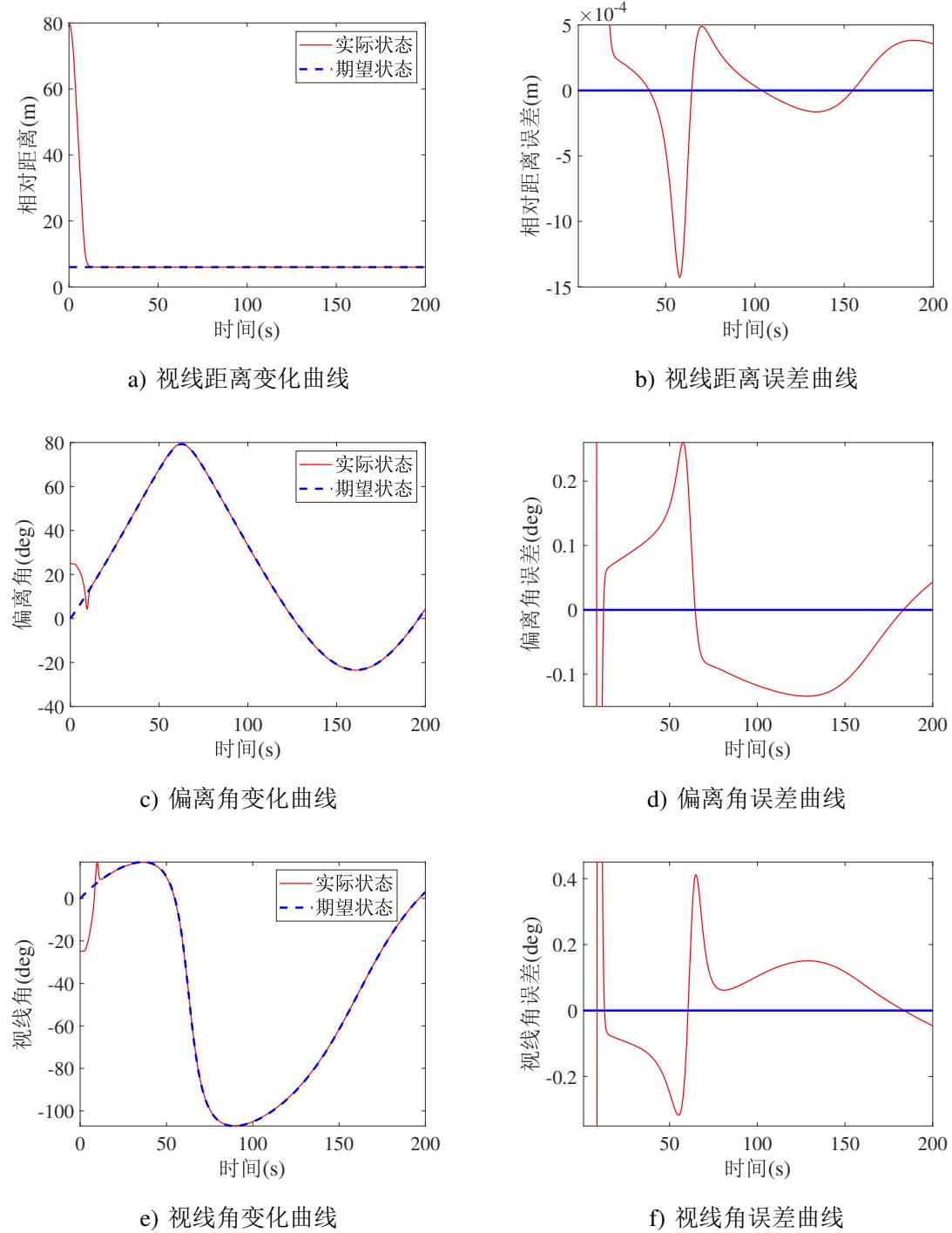


图 4-5 工况一：相对位置控制效果

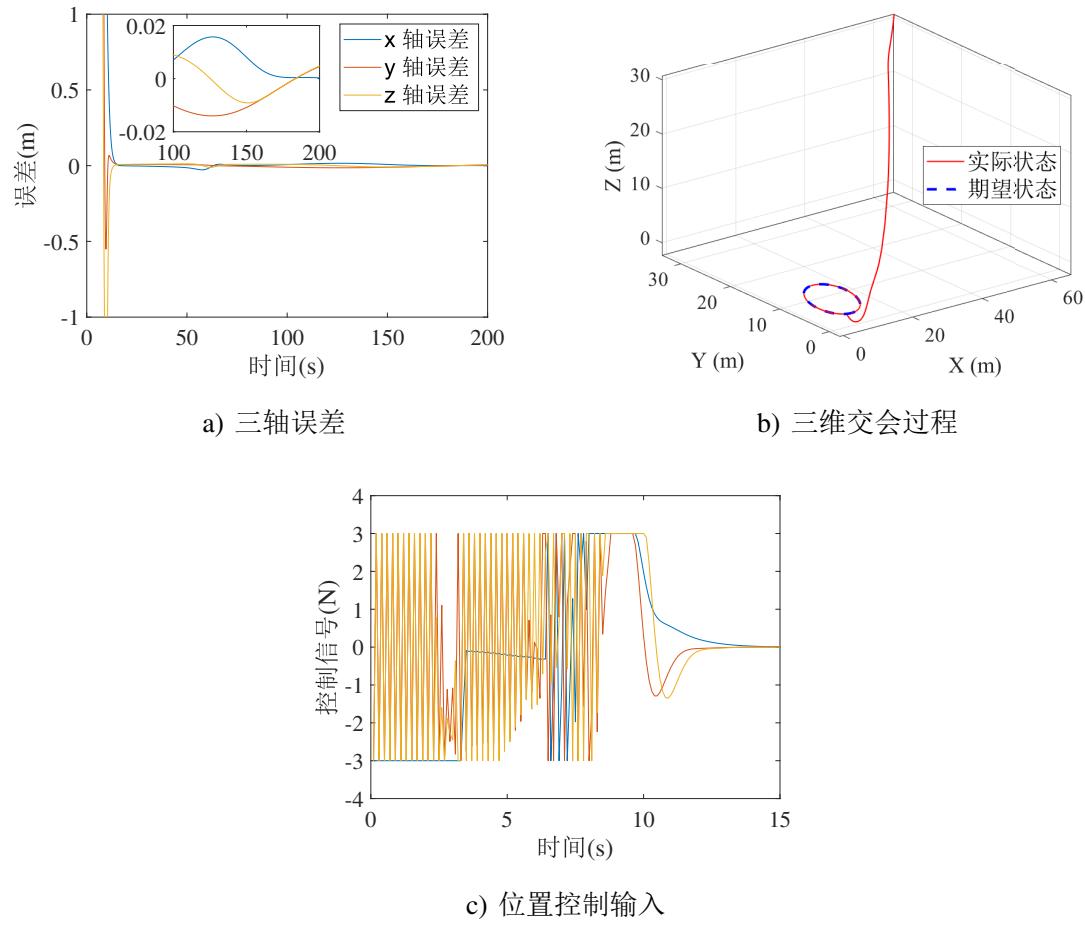


图 4-6 工况一：相对位置控制效果

表 4-3 工况二收敛时间与收敛精度

参数	收敛时间 s	收敛精度
视线距离 $\rho$ m	12.8	9.0e - 4
偏离角 $\varepsilon$ deg	10.5	0.254
视线角 $\beta$ deg	11.6	0.329
姿态角 $\phi$ deg	3.1	0.089
姿态角 $\theta$ deg	2.6	0.0278
姿态角 $\psi$ deg	3.3	0.091

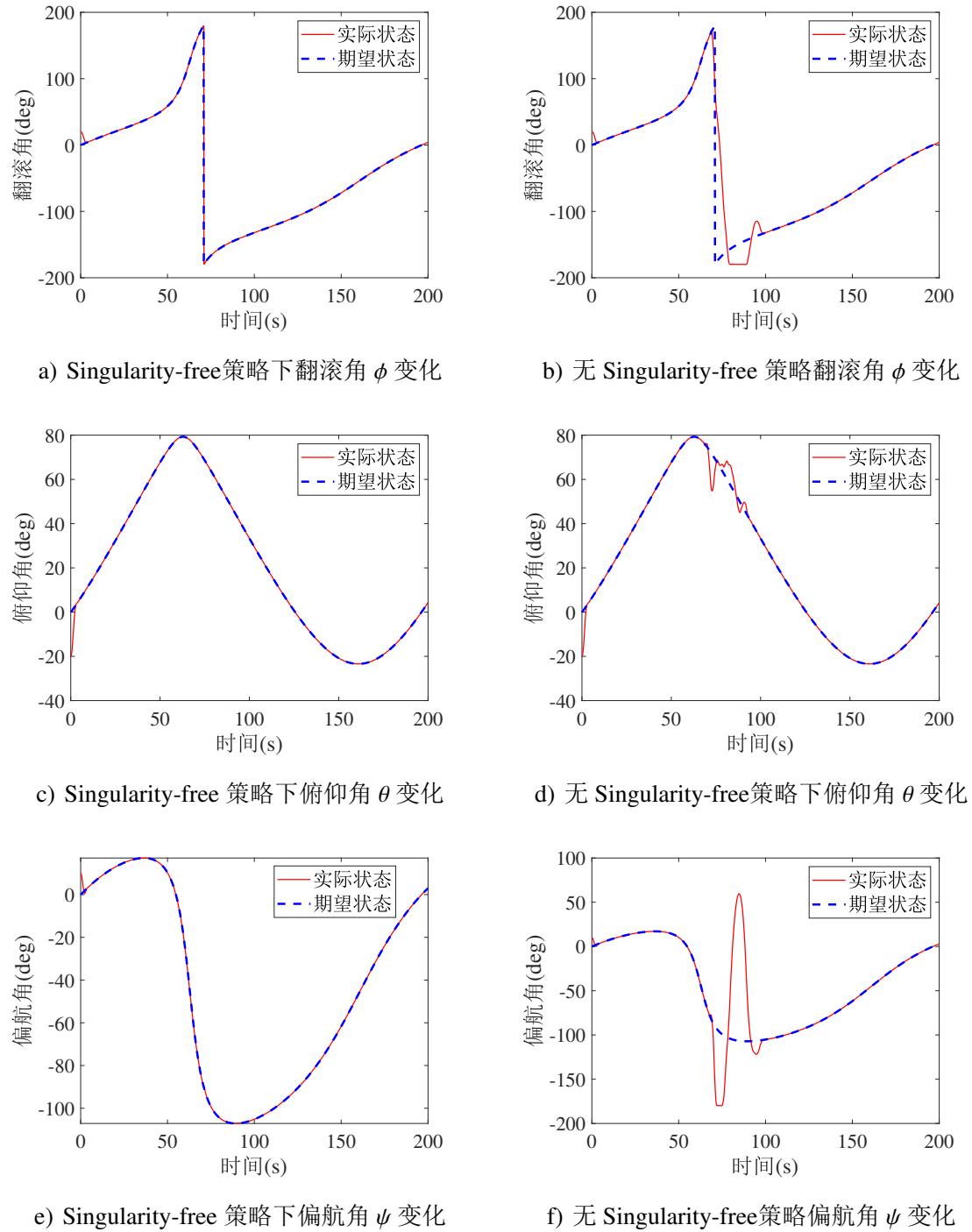


图 4-7 工况一：是否应用 Singularity-free策略对比

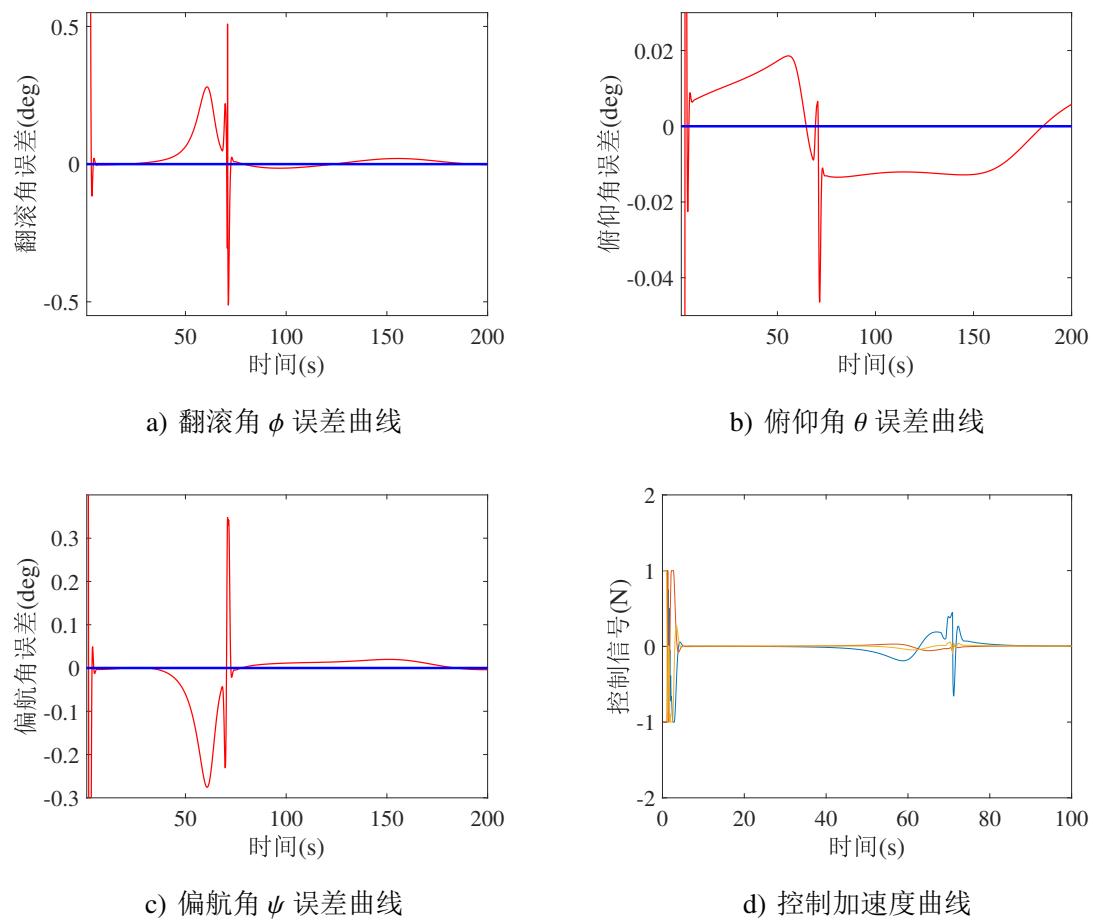


图 4-8 工况一：Singularity-free 下姿态控制效果

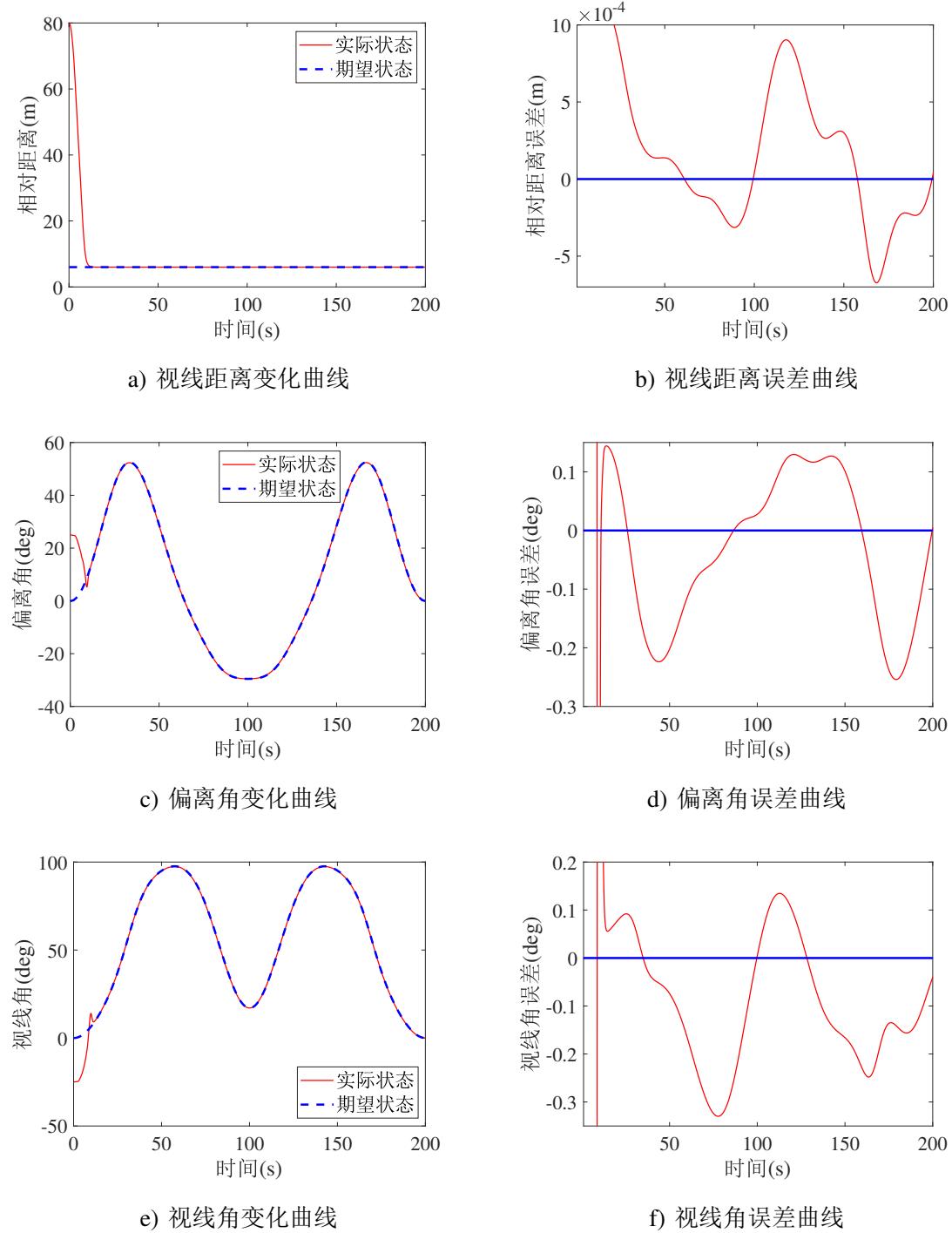


图 4-9 工况二：相对位置控制效果

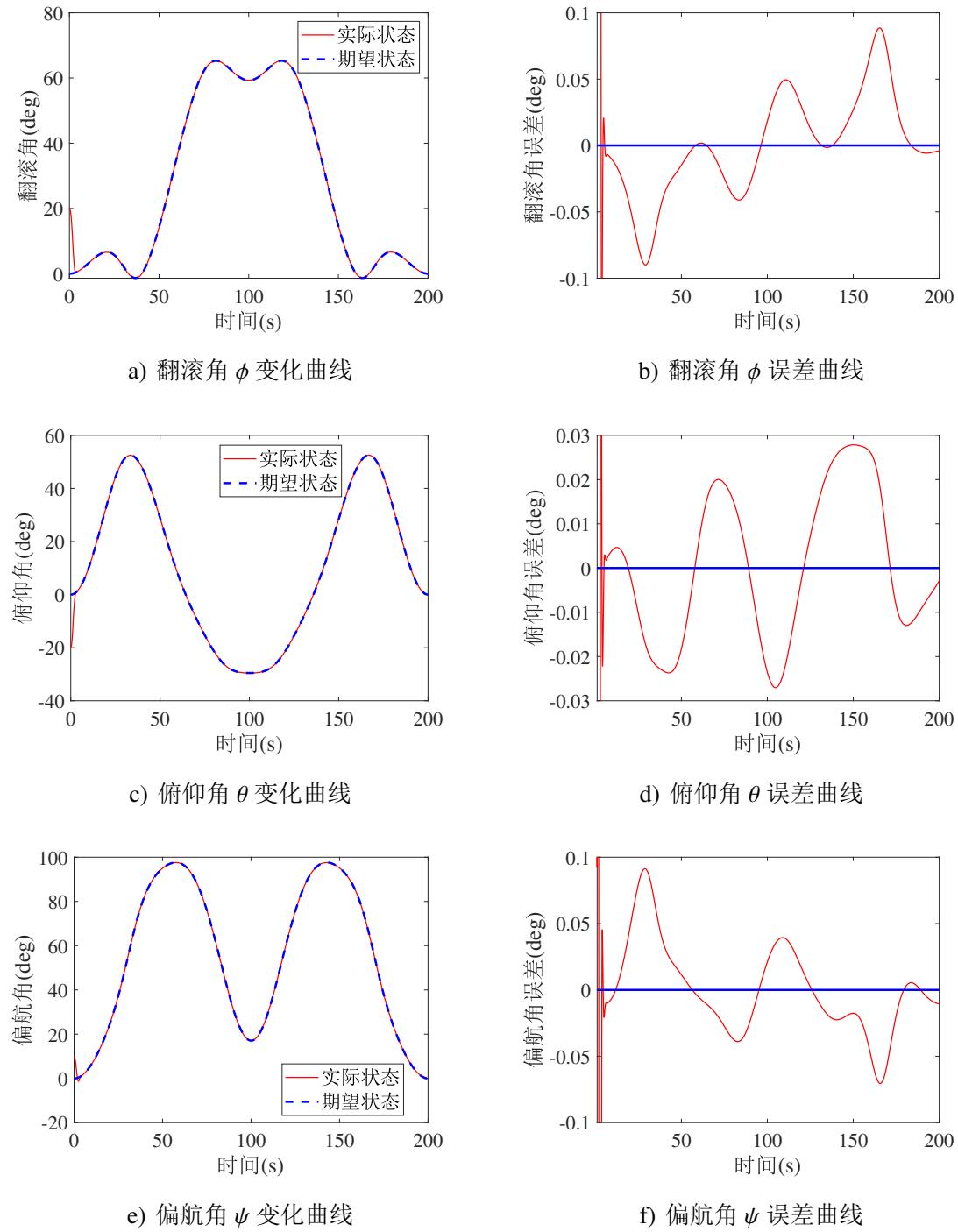


图 4-10 工况二：姿态控制效果

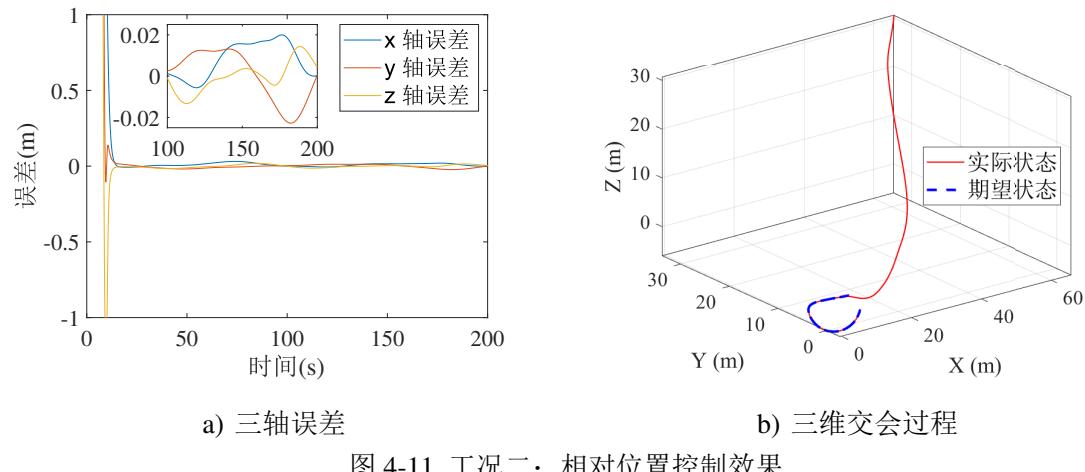


图 4-11 工况二：相对位置控制效果

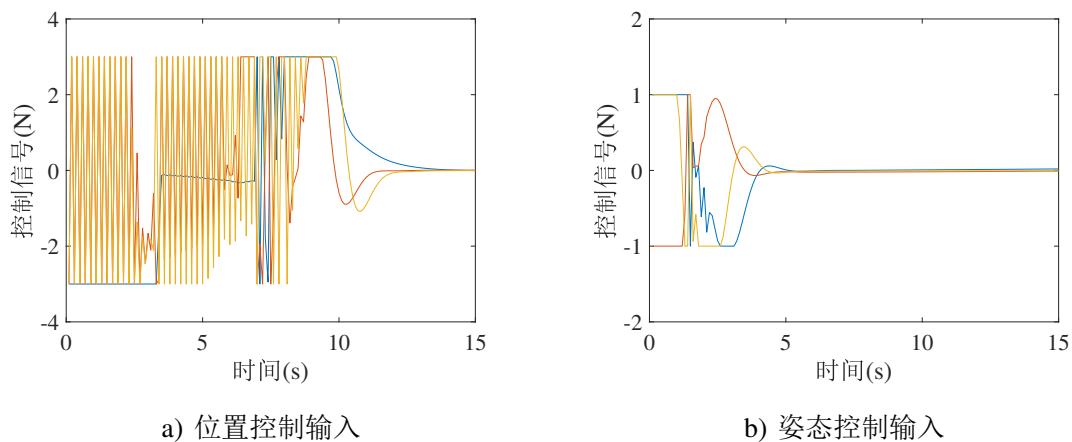


图 4-12 工况二：控制输入曲线

视线角均可以视线在 12.8 s 内收敛，相对距离收敛精度达到  $10^{-4}$  m 量级，偏离角与视线角收敛精度可以达到 0.254 deg 与 0.329 deg。由图可知，相对距离没有小于 6.5 m 代表避碰约束得到满足，偏离角与视线角实际状态与期望状态之间误差均小于锥形接近域所设定的 30 deg，即接近域约束得到满足。如图 4-12 a) 所示，控制输入饱和约束得到满足。此外，图 4-11 a) 展示了由视线坐标系转换至三轴位置的误差收敛情况，由图可知三轴收敛精度可达到  $10^{-2}$  m 量级。图 4-11 b) 展示了三维实际轨迹跟踪目标对接轴端点位置的情况。

图 4-10 a) 至图 4-10 f) 展示了姿态跟踪效果及误差曲线，姿态收敛时间及收敛精度在表格 4-3 中展示。由表 4-3 中数据可知，当仿真时间为 200s 时，三个姿态角均可以视线在 3.3 s 内收敛，姿态角跟踪误差均小于 0.1 deg。由图可知，各个实际状态与期望状态之间误差均小于视场约束所设定的 30 deg，即视场约束得到满足。如图 4-12 b) 所示，控制输入饱和约束得到满足。

## 4.6 本章小结

本章首先提出了采用相同欧拉转序定义融合 LOS 动力学与 Euler 动力学的 LOS-Euler 动力学框架，该框架具有可以直接利用相对导航输出信息、有效描述翻滚目标航天器对接轴位置与姿态耦合、简化交会对接约束等优点。基于 LOS-Euler 动力学框架，本章重新构建了输入饱和约束、避碰约束、接近域约束以及视场约束。针对 Euler 角描述航天器姿态存在的奇异问题，本章提出了在本文涉及的交会对接任务中可以有效解决这一问题的 Singularity-free 策略。随后进行了基于 PWA 分段仿射模型的预测控制器设计。根据数值仿真结果显示，本章中采用的 LOS-Euler 动力学框架以及约束构建可以有效处理翻滚目标交会对接问题，Singularity-free 可有效跨越奇异点跟踪时变的参考信号，所提出的预测控制器也可以实现预定的控制目标。然而，本章并未考虑导航系统误差、PWA 模型与非线性模型之间误差、扰动等因素，在下一章中，这些问题将得到解决。

## 第 5 章 基于 PWA 模型的改进优化预测控制

考虑本文是通过 Embedding 方式将非线性模型进行拟线性化，随后在每个采样时刻对拟线性模型离散化处理得到对应各个子状态空间的分段线性模型，所有分段线性模型构成了非线性模型的分段仿射系统。由于预测过程中在当前时刻  $k$  进行以  $N_p$  为预测域的前向状态预测时，从  $k$  至  $k + N_p$  之间每一时刻的状态矩阵与控制输入矩阵皆为时变阵，且在  $k$  至  $k + N_p$  区间内下一时刻的系统矩阵与控制输入矩阵中的时变参数（下一时刻时刻状态）由当前时刻状态、以当前时刻状态作为参数的系统模型、以及当前时刻控制输入信号进行迭代求得，考虑到迭代过程中需要当前时刻的控制输入信号，而该信号是系统通过优化指标函数求得的（在预测过程中为未知量，在控制器执行过程中为已知量），而现有方法通常在预测过程中采用近似的方法得到  $k$  至  $k + N_p$  之间系统矩阵与控制输入矩阵中的时变参数，这就导致了在预测过程中  $k + n$  ( $0 < n < N_p$ ) 时刻用来预测的模型与  $k + n$  ( $0 < n < N_p$ ) 时刻系统真实采用的模型之间存在误差，因此本章提出了对预测过程进行优化的基于 PWA 模型的优化预测控制方法（PWA-based Optimal Predictive Control, PWA-based OPC）。第二节针对所提出的 PWA-based OPC 进行了进一步改进，提出了基于 PWA 模型的改进优化预测控制方法（PWA-based Improved Optimal Predictive Control, PWA-based IOPC）并对其进行了稳定性证明。第三节考虑了第三章中的相对位姿测量误差，将滤波器与改进的预测控制器进行了融合以克服位姿测量误差。在第四节中，考虑 PWA 模型描述非线性模型误差以及不可测的扰动，采用了基于 tube 的鲁棒预测控制方法并给出了稳定性证明。此外，为了便于表述，本章将采用抽象的标准 PWA 系统进行控制器设计，而不是对相对位置系统及姿态系统分别进行控制器设计。

### 5.1 基于 PWA 模型的优化预测控制器

#### 5.1.1 控制器设计

回顾线性定常系统的预测控制器设计过程，首先基于已知的系统动力学方程在当前时刻  $k$  对前向  $N_p$  步状态进行预测，可得如式（4-13）形式的预测状态增广向量。对于线性定常系统，时刻  $k+1$  至  $k+N_p$  的状态矩阵及控制输入矩阵皆为已知项。随后将预测状态增广向量与其每一时刻对应的期望状态增广向量带入形如

式(4-23)中的指标函数。通过引入中间变量,将指标函数化为控制输入增广向量的二次规划形式,利用二次规划求解器得出可以令指标函数最小的增广控制向量,采用其中与时刻  $k$  对应的控制信号作为实际输入直至完成预定任务。

上述过程的意义在于通过最小化指标函数,找到一个最小的控制序列使得接下来  $N_p$  个状态以最小误差的方式跟踪对应的  $N_p$  个期望状态,该控制序列即为以  $N_p$  为域的全局最优解。并且可以通过调整其中每一项的权重来调整对每一个状态跟踪误差的重视程度。

由于本文是基于离散化拟线性系统得到 PWA 模型逼近非线性模型的方式,系统矩阵与控制输入矩阵皆为时变矩阵,且其中  $k+i$  时刻系统矩阵与控制输入矩阵中的时变参数即对应  $k+i$  时刻的状态,于是问题变成了控制器需要求解一个理想的控制输入序列保证  $k+1$  至  $k+N_p$  的状态以全局误差最小的方式跟踪理想状态,但是在求解的过程中却需要  $k+i$  时刻状态作为先验信息,这是不可避免的矛盾问题。现有的解决方法则是利用预测控制器并不需要绝对准确的模型这一优势,假设初始时刻为  $k$  且  $k$  时刻状态皆已知且为真实项,定义在预测过程中  $k+1$  时刻真实系统矩阵为  $A_{k+1}$ ,且有:

$$\begin{cases} A_{k+1} = A_{k+1}(x_{k+1}) \\ x_{k+1} = A_k(x_k)x_k + B_k(x_k)u(k) \end{cases}$$

且  $u(k)$  对应  $N_p$  为预测域的全局最优控制序列中的对应  $k$  时刻的分量,在预测过程中为待求项,在控制器采取实际控制动作时为已知项,因此在预测过程中通常采用

$$\begin{cases} \hat{A}_{k+1} = \hat{A}_{k+1}(\hat{x}_{k+1}) \\ \hat{x}_{k+1} = A_k(x_k)x_k \end{cases}$$

即系统的零输入响应进行替代。当采用控制输入增量的方式而非控制输入本身,则有

$$\begin{cases} \hat{A}_{k+1} = \hat{A}_{k+1}(\hat{x}_{k+1}) \\ \hat{x}_{k+1} = A_k(x_k)x_k + B_k(x_k)u(k-1) \end{cases}$$

可以得出采用控制增量的方式可以实现更好的逼近效果,且控制效果如第四章所示。因此,当对系统模型的描述精度存在些许误差,模型预测控制器仍然可以实现如第四章所示的良好控制效果。

虽然上述现有方法已经可以实现较好的控制效果,但为了实现更优秀的交会对接效果,本章将在上述方法的基础上进行进一步改进。改进的基本思想是增加

对控制输入增量序列的估计项。虽然控制器的目的就是求解控制输入增量，理论上来说无法对要求得的数据进行估计。考虑到想要求得的控制输入增量为使前向  $N_p$  个状态以全局最优的方式跟踪期望状态，但可以在单步局部最优控制增量的基础上进行调整得到一个对全局控制输入增量的估计，采用数学形式可表达如下：

$$\begin{cases} \hat{A}_{k+1} = \hat{A}_{k+1}(\hat{x}_{k+1}) \\ \hat{x}_{k+1} = A_k(x_k)x_k + B_k(x_k)u(k-1) + B_k(x_k)\Delta\hat{u}(k) \end{cases} \quad (5-1)$$

其中， $\Delta\hat{u}(k)$  即为对全局控制输入增量在  $k$  时刻分量的估计，表示如下：

$$\Delta\hat{u}(k) = B_k^+[x_d(k+1) - A_kx_k - B_ku(k-1)] \quad (5-2)$$

$x_d(k+1)$  为  $k+1$  时刻期望状态， $B_k^+ \in \mathbb{R}^{3 \times 6}$  为  $B_k$  的伪逆，一般可表示如下：

$$B_k^+ = (B_k B_k^T)^{-1} B_k^T \quad (5-3)$$

在本文中，伪逆的计算采用了基于 SVD 分解的方法，可以达到更高的精度，计算方法表示如下：

$$\begin{cases} B_k = UDV^T \\ B_k^+ = VD^+U^T \end{cases} \quad (5-4)$$

$D^+$  为对  $D$  中非零元素取倒数后再转置得到的。

采用上述改进方法，可得到  $\hat{A}(k+i)$  与  $\hat{B}(k+i)$  ( $i = 1 \cdots N_p$ )，则 (4-13) 可转化为如下形式：

$$\mathbf{x}_p^*(k) = \hat{A}_p^*\mathbf{x}_p(k) + \hat{B}_p^*\mathbf{u}_p^* \quad (5-5)$$

其中，

$$\begin{aligned} \hat{A}_p^*(k) &= \begin{pmatrix} \hat{A}_p(k) \\ \hat{A}_p(k+1)\hat{A}_p(k) \\ \vdots \\ \prod_{i=0}^{N_p-1} \hat{A}_p(k+i) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{6N_p \times 6} \\ \hat{B}_p^*(k) &= \begin{pmatrix} \hat{B}_p(k) & \cdots & 0 \\ \hat{A}_p(k+1)\hat{B}_p(k) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \prod_{i=1}^{N_p-1} \hat{A}_p(k+i)\hat{B}_p(k) \cdots \hat{B}_p(k+N_c-1) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{6N_p \times 3N_c} \end{aligned}$$

此外，预测控制器中约束条件表达式的改进同样按照式 (5-1) 中方法进行处理。对相应表达式改进之后，预测控制器设计流程与 4.4 节相同，此节将不再赘述。

### 5.1.2 仿真验证

本章主要针对控制算法进行改进，因此采用第四章中工况一的仿真参数对相对位置动力学进行控制，有关参数与第四章相同。对相对姿态的控制经过验证也可实现与相对位置同样的控制性能提升，接下来只给出相对位置的跟踪效果及误差曲线图。由图 5-1 a) 至图 5-1 f) 所示，提出的 PWA-based OPC 算法可以实现更快的收敛速度以及更小的超调，验证了所提出算法的有效性。图 5-2 b) 展示了 PWA-based OPC 控制下的三维交会过程。图 5-2 a)展示了控制输入曲线，可以看出 PWA-based OPC 的控制曲线相较标准 PWA-based PC 效果要更好。PWA-based OPC 的收敛速度以及收敛精度统计在表 5-1 中给出，可以看出所提出的 PWA-based OPC 在相对距离收敛速度与精度与标准 PWA-based PC 基本一致，主要由于期望的距离为常量，而对于时变的偏离角信号以及视线角信号，所提出的 PWA-based OPC 在收敛速度及收敛精度上都有所提高。

## 5.2 基于 PWA 模型的改进优化预测控制器

### 5.2.1 控制器设计

针对 5.1 节中的基于 PWA 模型的优化预测控制方法（PWA-based OPC），由于采取在预测过程中采用了对输入增量的局部最优对全局最优信号进行了估计，会使得在预测过程中的前向分段线性模型更加逼近在实际控制中的线性模型。然而，考虑到局部最优解并不能完全代替全局最优解，因此本小节通过对式（5-2）进行了如下改进：

$$\Delta \hat{u}(k) = w B_k^+ [x_d(k+1) - A_k x_k - B_k u(k-1)] \text{rand}(1) \quad (5-6)$$

其中  $w$  为权重项， $\text{rand}(1)$  为  $[0, 1]$  之间的随机数，其余变量与式（5-2）中一致。通过在预测过程中引入对输入增量的估计（5-6），并且通过调整权重项的大小，可以使得在预测过程中的前向分段线性模型相比标准 PWA-based PC 及上一节提出的 PWA-based OPC 更加逼近在实际控制中的线性模型，从而获得更良好的控制效果，因此将引入式（5-6）的方法称为改进优化预测控制方法（PWA-based Improved Optimal Predictive Control, PWA-based IOPC）。

采用上述改进方法，可得到  $\hat{A}(k+i)$  与  $\hat{B}(k+i)$  ( $i = 1 \cdots N_p$ )，则（4-13）可转化为如下形式：

$$\mathbf{x}_p^*(k) = \hat{A}_p^* \mathbf{x}_p(k) + \hat{B}_p^* \mathbf{u}_p^* \quad (5-7)$$

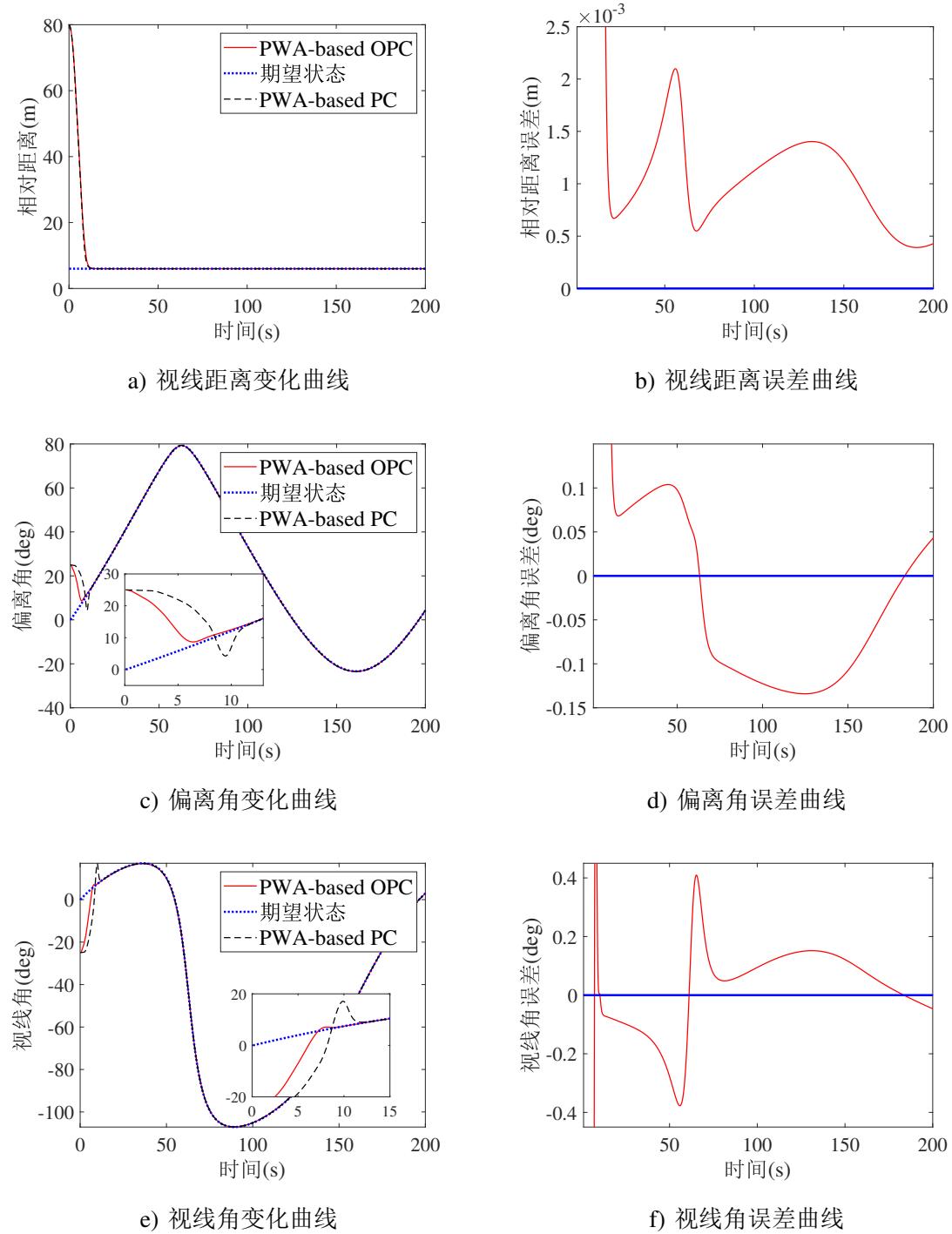


图 5-1 PWA-based OPC 控制下的相对位置状态曲线

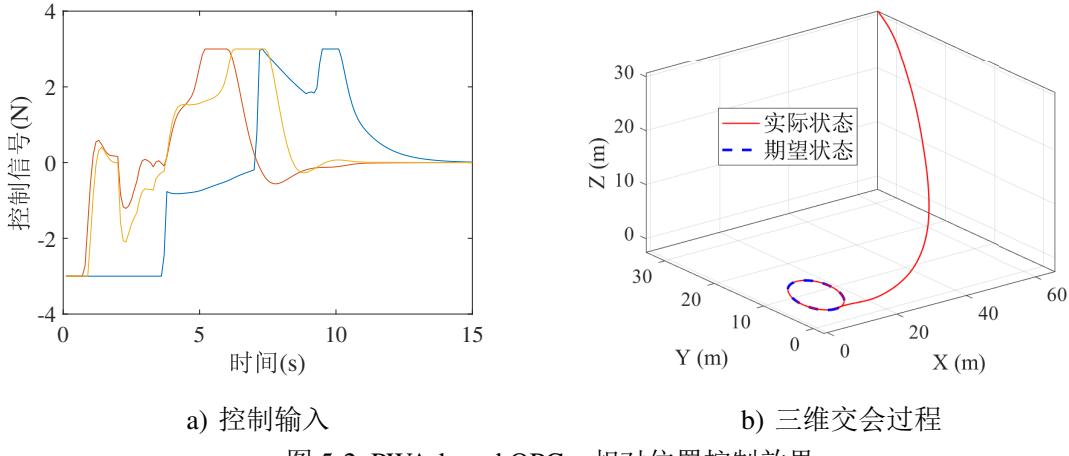


图 5-2 PWA-based OPC: 相对位置控制效果

其中，

$$\hat{A}_p^*(k) = \begin{pmatrix} \hat{A}_p(k) \\ \hat{A}_p(k+1)\hat{A}_p(k) \\ \vdots \\ \prod_{i=0}^{N_p-1} \hat{A}_p(k+i) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{6N_p \times 6}$$

$$\hat{B}_p^*(k) = \begin{pmatrix} \hat{B}_p(k) & \cdots & 0 \\ \hat{A}_p(k+1)\hat{B}_p(k) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \prod_{i=1}^{N_p-1} \hat{A}_p(k+i)\hat{B}_p(k) \cdots \hat{B}_p(k+N_c-1) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{6N_p \times 3N_c}$$

此外，预测控制器中约束条件表达式的改进同样按照式（5-1）中方法进行处理。对相应表达式改进之后，预测控制器设计流程与 4.4 节相同，此节将不再赘述。

### 5.2.2 稳定性分析

本小节将对基于 PWA 模型改进优化预测控制器的稳定性进行证明。考虑 LOS-Euler 框架中的动力学为非线性方程，因此采用了基于 Embedding 的方法对非线性模型进行拟线性化，随后采用 Euler 离散方法在每个采样时刻对拟线性化系统离散得到每个子空间中分段线性模型，随后对分段线性模型设计局部控制律，在局部控制律的作用下，系统在各个分段中进行切换。首先分析采用基于 Embedding 和 Euler 离散化方法结合的线性化方式与采用泰勒展开的线性化方式的区别，采用泰勒展开的方式对非线性特性的逼近效果要高于基于 Embedding 和 Euler 离散化方法结合的方式，但需要在每个采样时刻计算对状态变量的雅可比矩阵，会

造成计算量增加与时滞，在一些对采样率要求不高的场景，采用一阶泰勒展开的方式可以获得更好的控制效果，而本文优先考虑计算代价，因此采用了基于 Embedding 与 Euler 离散化方法结合的方式。需要强调的是：无论是基于任何一种线性化逼近方法，都可以采用提出的 PWA-based IOPC 方法进行控制律设计，因为本文提出的方法是对基于在线获得 PWA 模型的预测过程进行优化，基于上述任何线性化方法都可以获得性能提升。

在控制律设计过程中，是通过在线的方式获得每个子状态空间的分段线性模型，这保证了各个分段之间是相连的，在接下来的稳定性证明过程，假定每个分段已经确定，证明思路是验证所提出的控制律可以使得整个闭环系统渐进稳定，考虑分段仿射系统有如下形式：

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = A_i \mathbf{x}(k) + B_i \mathbf{u}(k) \\ x(k) \in X_k, i \in I \end{cases} \quad (5-8)$$

其中  $\{A_i, B_i\}$  为  $k$  时刻处于第  $i$  个子系统的系统矩阵与控制输入矩阵，在每一个子系统中二者都为常矩阵。需要说明的是，在求解控制律的环节，由于在每一个时刻在线求解对应的 PWA 子系统方程，因此  $i$  与  $k$  是等价的，而在证明稳定性过程，需要证明所采用的控制律可以保证系统在得到的分段系统间正常切换，因此无法假设  $i$  与  $k$  等价。 $i \in I = \{1, 2, 3, \dots, N\}$  表示各个子系统下标集合，其中  $N$  表示子系统的数目。 $X_i$  表示状态在第  $i$  个子系统附近的区域，当且仅当  $\mathbf{x}(k) \in X_i$  时，系统切换到第  $i$  个子系统。在现有文献中，各个子系统区域可以划分为凸多面体或者椭圆集，在此部分证明中，本文采用椭圆集划分方法，即  $X_i \subseteq \cup \chi_i$ ，其中  $\chi_k$  为椭圆且有：

$$\chi_k = \{x \mid \|E_k x + e_k\| \leq 1\} \quad (5-9)$$

将其转换为 LMI 形式则有：

$$\begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} E_k^T E_k & * \\ * & -1 + e_k^T e_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} \leq 0$$

定义预测时域为无穷时的指标函数如下：

$$\min J(k) = \sum_{i=1}^{\infty} \|\mathbf{x}(k+i)\|_Q^2 + \sum_{i=0}^{\infty} \|\mathbf{u}(k+i)\|_P^2 \quad (5-10)$$

接下来考虑上述指标函数的上界，定义在  $k$  时刻的 Lyapunov 函数如下：

$$V(x(k|k)) = x(k|k)^T R x(k|k) \quad (5-11)$$

其中矩阵  $R$  使得

$$V(x(k+i+1|k)) - V(x(k+i|k)) \leq -x(k+i|k)^T Q x(k+i|k) - u(k+i|k)^T P u(k+i|k) \quad (5-12)$$

假设无穷时刻的状态量为零点，即  $V(x(k+\infty|k)) = 0$ 。当  $i=0$  至  $\infty$  时，对上式进行累加求和可得：

$$-V(x(k|k)) \leq -J_\infty(k) \quad (5-13)$$

即为：

$$J_\infty(k) \leq V(x(k|k)) \quad (5-14)$$

上式表示无穷时域的指标函数上界为  $k$  时刻的 Lyapunov 函数，最小化指标函数等价于最小化 Lyapunov 函数。需要说明的是：上述证明过程假设无穷时刻状态位于零点，即终止子系统的平衡点为零点。当终止子系统平衡点非零点时，可以通过坐标变换将其转化为零点，当然其对应的椭圆集也进行了相应的变换，因此在后续证明过程中都可以认为终止子系统的平衡点为零点。

接下来给出 PWA 系统稳定性定理：

**定理 5.1** 对于 PWA 系统 (5-8)，假设系统在有限的  $N$  步之后由第  $i$  个子系统切换到第  $i+1$  个子系统。如果存在  $Y_{i+1} = K_{i+1}Q_I$ ,  $Q_I \geq 0$ ,  $\gamma > 0$ ,  $\varepsilon > 0$  以及一个自由控制序列  $[u(k), u(k+1), \dots, u(k+N)]^T$  使得下列 LMIs 满足，则该系统可以切换至平衡点且渐近稳定。

$$\min \gamma \quad (5-15)$$

s.t.

$$\begin{bmatrix} 1 & * & * & * & * & * & * & * \\ Q^{1/2}x(k|k) & \gamma I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Q^{1/2}x(k+N|k) & 0 & 0 & \gamma I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P^{1/2}u(k|k) & 0 & 0 & 0 & \gamma I & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ P^{1/2}u(k+N|k) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma I & 0 \\ x(k+N+1|k) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_I \end{bmatrix} \geq 0 \quad (5-16)$$

$$\begin{bmatrix} Q_I & * & * & * & * \\ A_{k+1}Q_I + B_{k+1}Y_{k+1} & Q_I & 0 & 0 & 0 \\ E_{i+1}Q_I & 0 & -\varepsilon(I - e_{k+1}e_{k+1}^T) & 0 & 0 \\ Q^{1/2}Q_I & 0 & 0 & \gamma I & 0 \\ P^{1/2}Y_{k+1} & 0 & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} \geq 0 \quad (5-17)$$

其中  $[x(k+1|k), \dots, x(k+N+1|k)]^T$  状态由递推得到。

**证明：** (1) 首先给出性能指标上界：将预测时域为无穷时的指标函数拆为有限步  $N$  与  $N+1$  步至无穷两个部分，可记为：

$$J_0^\infty(k) = J_0^N(k) + J_{N+1}^\infty(k) \quad (5-18)$$

其中

$$\begin{aligned} J_0^N(k) &= \sum_{i=1}^N [\|\mathbf{x}(k+i)\|_Q^2 + \|\mathbf{u}(k+i)\|_P^2] \\ J_{N+1}^\infty(k) &= \sum_{i=N+1}^{\infty} [\|\mathbf{x}(k+i)\|_Q^2 + \|\mathbf{u}(k+i)\|_P^2] \end{aligned}$$

定义在  $k$  时刻的 Lyapunov 函数如下：

$$V(x(k|k)) = x(k|k)^T R x(k|k) \quad (5-19)$$

且有：

$$V(x(k+i+1|k)) - V(x(k+i|k)) \leq -x(k+i|k)^T Q x(k+i|k) - u(k+i|k)^T P u(k+i|k) \quad (5-20)$$

当  $i = 0$  至  $\infty$  时，对  $J_{N+1}^\infty(k)$  进行累加可得：

$$J_{N+1}^\infty(k) \leq V(x(k+i+1|k)) = x(k+i+1|k)^T R x(k+i+1|k) \quad (5-21)$$

对上式进行最小化处理可得：

$$\min J_0^\infty(k) \leq \sum_{i=1}^N \|\mathbf{x}(k+i)\|_Q^2 + \sum_{i=0}^N \|\mathbf{u}(k+i)\|_P^2 + x(k+N+1|k)^T R x(k+N+1|k) \leq \gamma \quad (5-22)$$

令  $R = \gamma Q_I^{-1} > 0$ ，利用舒尔补公式，可得到式 (5-16)，表示无限时域指标函数具有上界。

(2) 接下来考虑稳定性约束，即通过优化指标函数  $J_0^N(k)$  得到的控制序列  $[u(k), u(k+1), \dots, u(k+N)]^T$  可以保证系统从第  $i$  个子系统切换至第  $i+1$  个子系统，无穷时域的指标函数可得如下表达式：

$$J_0^\infty(k) = J_0^N(k) + J_{N+1}^\infty(k) \quad (5-23)$$

s.t.

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x}(k+i+1) = A_{k+i} \mathbf{x}(k+i) + B_{k+i} \mathbf{u}(k+i), \quad 0 \leq i \leq N \\ V(x(k+i+1|k)) - V(x(k+i|k)) \leq -[x(k+i|k)^T Q x(k+i|k) + u(k+i|k)^T P u(k+i|k)], \quad i \geq N+1 \\ \|E_{i+1} x(k+i|k) + e_{i+1}\| \leq 1, \quad i \geq N+1 \end{array} \right. \quad (5-24)$$

式 (5-24) 中第二与第三分量代表对  $i+1$  子系统的稳定性约束，第三个分量表示

第  $i+1$  个状态位于椭圆集不等式约束下，目的是保证在有限  $N$  时刻之后，第  $i$  与第  $i+1$  个子系统可以进行正常的切换。将控制序列  $[u(k), u(k+1), \dots, u(k+N)]^T$  考虑为一组自由变量，到达终止椭圆集之前，该控制序列作用于系统中从而形成闭环，当  $i+1$  个子系统所处椭圆集为终止集时，系统将采取反馈控制使状态趋于零点。

将 Lyapunov 函数 (5-11) 以及式 (5-24) 中第一个分量带入式 (5-24) 第二个分量可得：

$$\begin{bmatrix} x(k+n|k) \\ 1 \end{bmatrix}^T M \begin{bmatrix} x(k+n|k) \\ 1 \end{bmatrix} \leq 0 \quad (5-25)$$

其中  $0 < n \leq N$

$$M = \begin{bmatrix} (A_i + B_i K_i)^T R (A_i + B_i K_i) - R + Q + K_i^T P K_i & * \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5-26)$$

此时  $x(k+m|k) \in X_{i+1}$ ，将椭圆集写为 LMI 的形式则有：

$$\begin{bmatrix} x(k+m|k) \\ 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} E_i^T E_i & * \\ e_i^T E_i & -1 + e_i^T e_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k+m|k) \\ 1 \end{bmatrix} \leq 0 \quad (5-27)$$

由 S 过程的定义以及式 (5-25) 与式 (5-27)，存在  $\lambda > 0$  使得下式成立

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_{i+1}^T \bar{R} \bar{A}_{i+1} - R + Q + K_{i+1}^T P K_{i+1} - \lambda E_{i+1}^T E_{i+1} & * \\ -\lambda e_{i+1}^T E_{i+1} & \lambda(1 - e_{i+1}^T e_{i+1}) \end{bmatrix} \leq 0 \quad (5-28)$$

上式可转化为如下表达：

$$\begin{bmatrix} R + \lambda E_{i+1}^T E_{i+1} - Q - K_{i+1}^T P K_{i+1} & \lambda E_{i+1}^T E_{i+1} \\ \lambda e_{i+1}^T E_{i+1} & -\lambda(1 - e_{i+1}^T e_{i+1}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{A}_{i+1}^T \\ 0 \end{bmatrix} P \begin{bmatrix} \bar{A}_{i+1}^T & 0 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (5-29)$$

根据舒尔补，上式等价于

$$\begin{bmatrix} R + \lambda E_{i+1}^T E_{i+1} - Q - K_{i+1}^T P K_{i+1} & \lambda E_{i+1}^T E_{i+1} & \bar{A}_{i+1}^T \\ \lambda e_{i+1}^T E_{i+1} & \lambda(e_{i+1}^T e_{i+1} - 1) & 0 \\ A_{i+1} + B_{i+1} K_{i+1} & 0 & R^{-1} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (5-30)$$

令  $R = \gamma Q_i^{-1}$ ，并且对上式进行如下处理：

$$\begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R + \lambda E_{k+1}^T E_{k+1} - Q - K_{k+1}^T P K_{k+1} & \lambda E_{k+1}^T E_{k+1} & \bar{A}_{k+1}^T \\ \lambda e_{k+1}^T E_{k+1} & -\lambda(1 - e_{k+1}^T e_{k+1}) & 0 \\ A_{k+1} + B_{k+1} K_{k+1} & 0 & R^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (5-31)$$

计算上式可得：

$$\begin{bmatrix} \gamma Q_I^{-1} + \lambda E_{i+1}^T E_{i+1} - Q - K_{i+1}^T P K_{k+1} & * & * \\ \bar{A}_{i+1} & \gamma^{-1} Q_I & 0 \\ \lambda e_{i+1}^T E_{i+1} & 0 & \lambda(e_{i+1}^T e_{i+1} - 1) \end{bmatrix} \geq 0 \quad (5-32)$$

定义  $Y_{i+1} = B_{i+1}K_{i+1}$ , 将式  $\bar{A}_{k+i} = A_{k+i} + B_{k+i}K_{k+i}$  带入式 (5-32) 且左右同乘

$$\begin{bmatrix} Q_I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix}$$

可得

$$\begin{bmatrix} \gamma Q_I + \lambda Q_I E_{i+1}^T E_{i+1} Q_I - Q_I Q Q_I - Y_{i+1}^T P Y_{i+1} & * \\ A_{i+1} Q_I + B_{i+1} Y_{i+1} & \gamma^{-1} Q_I & 0 \\ \lambda e_{i+1}^T E_{i+1} Q_I & 0 & \lambda(e_{i+1}^T e_{i+1} - 1) \end{bmatrix} \geq 0 \quad (5-33)$$

使用舒尔补, 可得:

$$\begin{bmatrix} \gamma Q_I + \lambda Q_I E_{i+1}^T E_{i+1} Q_I - Q_I Q Q_I - Y_{i+1}^T P Y_{i+1} & * \\ A_{i+1} Q_I + B_{i+1} Y_{i+1} & \gamma^{-1} Q_I \end{bmatrix}^+ + \begin{bmatrix} \lambda Q_I E_{i+1}^T e_{i+1} \\ 0 \end{bmatrix} \lambda^{-1} (1 - e_{i+1}^T e_{i+1})^{-1} \begin{bmatrix} \lambda e_{i+1}^T E_{i+1} Q_I \\ 0 \end{bmatrix} > 0 \quad (5-34)$$

等价于

$$\begin{bmatrix} \gamma Q_I - Q_I Q Q_I - Y_{i+1}^T P Y_{i+1} & * \\ A_{i+1} Q_I + B_{i+1} Y_{i+1} & \gamma^{-1} Q_I \end{bmatrix}^+ + \begin{bmatrix} \lambda Q_I E_{i+1}^T (I - e_{i+1}^T e_{i+1})^{-1} E_{i+1}^T Q_I & * \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (5-35)$$

等价于

$$\begin{bmatrix} \gamma Q_I - Q_I Q Q_I - Y_{i+1}^T P Y_{i+1} & * \\ A_{i+1} Q_I + B_{i+1} Y_{i+1} & \gamma^{-1} Q_I \end{bmatrix}^+ + \begin{bmatrix} Q_I E_{i+1}^T \\ 0 \end{bmatrix} \lambda (I - e_{i+1}^T e_{i+1})^{-1} \begin{bmatrix} E_{i+1} Q_I \\ 0 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (5-36)$$

运用舒尔补可得:

$$\begin{bmatrix} \gamma Q_I - Q_I Q Q_I - Y_{i+1}^T P Y_{i+1} & * & * \\ A_{i+1} Q_I + B_{i+1} Y_{i+1} & \gamma^{-1} Q_I & 0 \\ E_{i+1} Q_I & 0 & -\lambda(I - e_{i+1}^T e_{i+1}) \end{bmatrix} \geq 0 \quad (5-37)$$

左右同乘  $\text{diag}\{\gamma^{-1/2}, \gamma^{-1/2}, \gamma^{-1/2}\}$ :

$$\begin{bmatrix} Q_I - \gamma^{-1} Q_I Q Q_I - \gamma^{-1} Y_{i+1}^T P Y_{i+1} & * & * \\ A_{i+1} Q_I + B_{i+1} Y_{i+1} & Q_I & 0 \\ E_{i+1} Q_I & 0 & -\gamma\lambda(I - e_{i+1}^T e_{i+1}) \end{bmatrix} \geq 0 \quad (5-38)$$

等价于

$$\begin{bmatrix} Q_I & * & * \\ A_{i+1}Q_I + B_{i+1}Y_{i+1} & Q_I & 0 \\ E_{i+1}Q_I & 0 & -\gamma\lambda(I - e_{i+1}e_{i+1}^T) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Q_I Q^{1/2} & Y_{i+1}^T P^{1/2} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma^{-1} \\ \gamma^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_Q^{1/2} & 0 & 0 \\ P^{1/2}Y_{i+1} & 0 & 0 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (5-39)$$

令  $\varepsilon = \gamma\lambda^{-1}$ , 由舒尔补即可得到式 (5-46), 即所求的控制序列  $[u(k), u(k+1), \dots, u(k+N)]^T$  可以实现子系统切换。

(3) 当考虑系统带有控制信号饱和约束时, 系统将表示为如下形式:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = A_i \mathbf{x}(k) + B_i \mathbf{u}(k) \\ x(k) \in X_i, i \in I \\ |\mathbf{u}| \leq u_{\max} \end{cases} \quad (5-40)$$

此时考虑当系统未进入终端椭圆集时, 作为自由变量的控制序列显然可以满足输入饱和约束。当系统进入终端椭圆集时, 此时控制输入变为反馈控制形式, 有如下表示:

$$\begin{cases} u(k+n|k) = K_{i+1}x(k+n|k) \\ K_{i+1} = Y_{i+1}Q_I^{-1} \\ i \geq N+1 \end{cases} \quad (5-41)$$

其中  $K_{i+1}$  为状态反馈阵, 又由式 (5-21) 与式 (5-22) 可得  $N+1$  后的不变椭圆集可表示为:

$$\begin{aligned} Z &= \{z | z^T R z \leq \gamma\} \\ &= \{z | z^T Q_I^{-1} z \leq 1\} \end{aligned} \quad (5-42)$$

由文献[46]可知, 当  $n \geq N+1$  时:

$$\begin{aligned} \max \|u(k+n|k)\|_2^2 &= \max \|Y_{i+1}Q_I^{-1}x(k+n|k)\|_2^2 \\ &\leq \max_{z \in Z} \|Y_{i+1}Q_I^{-1}z\|_2^2 \\ &= \lambda_{\max}(Q_I^{-1/2}Y_{i+1}^T Y_{i+1}Q_I^{-1/2}) \\ &= \lambda_{\max}(Y_{i+1}Q_I^{-1}Y_{i+1}^T) \end{aligned} \quad (5-43)$$

利用舒尔补, 可以得到上式与

$$\begin{bmatrix} u_{\max}^2 I & Y_{i+1} \\ Y_{i+1}^T & Q_I \end{bmatrix} \geq 0$$

等价, 因此可得到输入饱和约束时的 PWA 模型预测控制方法, 即满足如下条件

时, 控制输入可以在满足输入饱和约束的情况下使系统闭环稳定。

$$\min \gamma \quad (5-44)$$

s.t.

$$\begin{bmatrix} 1 & * & * & * & * & * & * & * \\ Q^{1/2}x(k|k) & \gamma I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Q^{1/2}x(k+N|k) & 0 & 0 & \gamma I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P^{1/2}u(k|k) & 0 & 0 & 0 & \gamma I & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ P^{1/2}u(k+N|k) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma I & 0 \\ x(k+N+1|k) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_I \end{bmatrix} \geq 0 \quad (5-45)$$

$$\begin{bmatrix} Q_I & * & * & * & * \\ A_{i+1} + B_{i+1}Y_{i+1} & Q_I & 0 & 0 & 0 \\ E_{i+1}Q_I & 0 & -\varepsilon(I - e_{i+1}e_{i+1}^T) & 0 & 0 \\ Q^{1/2}Q_I & 0 & 0 & \gamma I & 0 \\ R^{1/2}Y_{i+1} & 0 & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} \geq 0 \quad (5-46)$$

$$\begin{bmatrix} u_{\max}^2 I & Y_{i+1} \\ Y_{i+1}^T & Q_I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (5-47)$$

$$\|u(k+n|k)\|_2 \leq u_{\max}, n = 1 \cdots N \quad (5-48)$$

证明方法同上。  $\square$

### 5.2.3 仿真验证

本章主要针对控制算法进行改进, 因此采用第四章中工况一的仿真参数对相对位置动力学进行控制。对相对姿态的控制经过验证也可实现与相对位置同样的控制性能提升, 接下来只给出相对位置的跟踪效果及误差曲线图。对于 PWA-based IOPC 参数选择, 仿真中设置三个权重参数分别为 0.85、0.73、0.7, 其余参数与第四章相同。由图 5-3 a) 至图 5-3 f) 所示, PWA-based IOPC 算法可以实现更快的收敛速度以及更小的超调, 验证了所提出算法的有效性。图 5-4 a) 与图 5-4 b) 展示了是否加入随机项的区别, 加入了随机项的控制器比不加随机项具有更良好的效果。PWA-based IOPC 的收敛时间以及收敛精度在表 5-1 中展示, 可以看出

PWA-based IOPC 对于偏离角以及视线角的控制收敛速度以及精度均优于其他方法，且可以达到更低的超调。

表 5-1 PWA-based OPC 与 PWA-based IOPC 收敛时间及精度对比

参数	收敛时间 s	收敛精度
PWA-based PC 视线距离 $\rho$ m	12.7	1.42e - 3
PWA-based OPC 视线距离 $\rho$ m	13.2	2.09e - 3
PWA-based IOPC 视线距离 $\rho$ m	13.1	1.47e - 3
PWA-based PC 偏离角 $\varepsilon$ deg	11.1	0.259
PWA-based OPC 偏离角 $\varepsilon$ deg	9.8	0.134
PWA-based IOPC 偏离角 $\varepsilon$ deg	7.4	0.134
PWA-based PC 视线角 $\beta$ deg	11.8	0.410
PWA-based OPC 视线角 $\beta$ deg	8.6	0.409
PWA-based IOPC 视线角 $\beta$ deg	7.5	0.398

### 5.3 考虑导航误差的滤波器融合

#### 5.3.1 系统设计

本节中考虑当实际空间任务中存在的可测量导航误差时，将卡尔曼滤波器与所改进的预测控制器进行融合可以克服导航误差对系统带来的影响。考虑在时刻  $k$ ，控制器完成二次规划计算得到最优控制序列后，采取与  $k$  时刻对应的控制信号作为实际控制输入时，存在可测量误差时的数学表达式如下：

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = A_k \mathbf{x}(k) + B_k(\Delta \mathbf{u}(k) + \mathbf{u}(k-1)) + w(k) \\ \mathbf{z}(k+1) = \mathbf{x}(k+1) + v(k) \end{cases} \quad (5-49)$$

其中  $\mathbf{z}(k+1)$  表示对状态的观测， $w(k) \sim N(0, Q_w)$  和  $v(k) \sim N(0, Q_v)$  表示可以由高斯白噪声描述的可观测误差项。融入了卡尔曼滤波的系统状态可表示为：

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \hat{\mathbf{x}}^-(k+1) + K_{k+1}(\mathbf{z}(k+1) - \hat{\mathbf{x}}^-(k+1)) \quad (5-50)$$

其中

$$K_{k+1} = \frac{P_{k+1}^-}{P_{k+1}^- + Q_v} \quad (5-51)$$

代表卡尔曼增益，

$$P_{k+1}^- = A_k P_k A_k^\top + Q_w \quad (5-52)$$

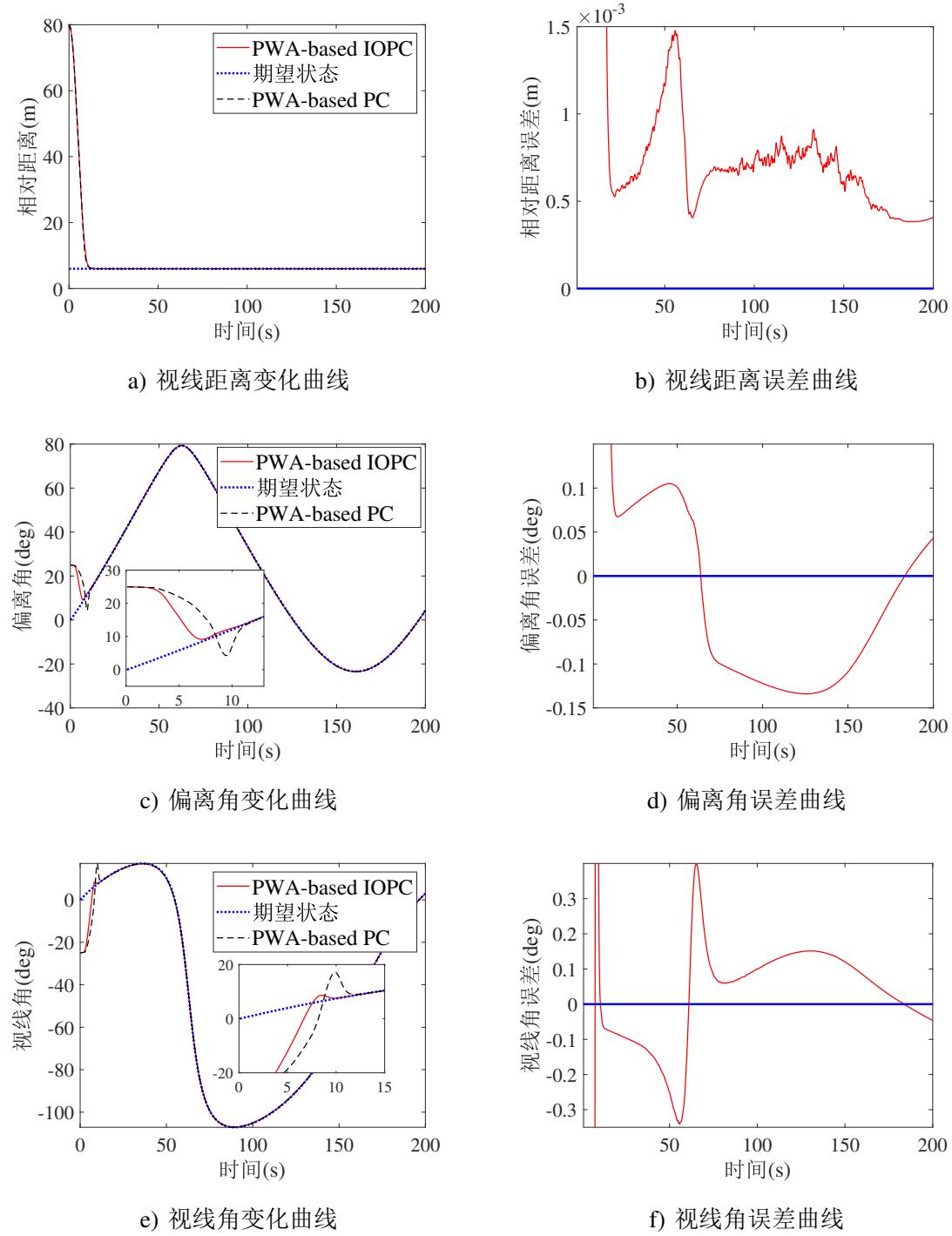


图 5-3 PWA-based IOPC: 相对位置控制效果

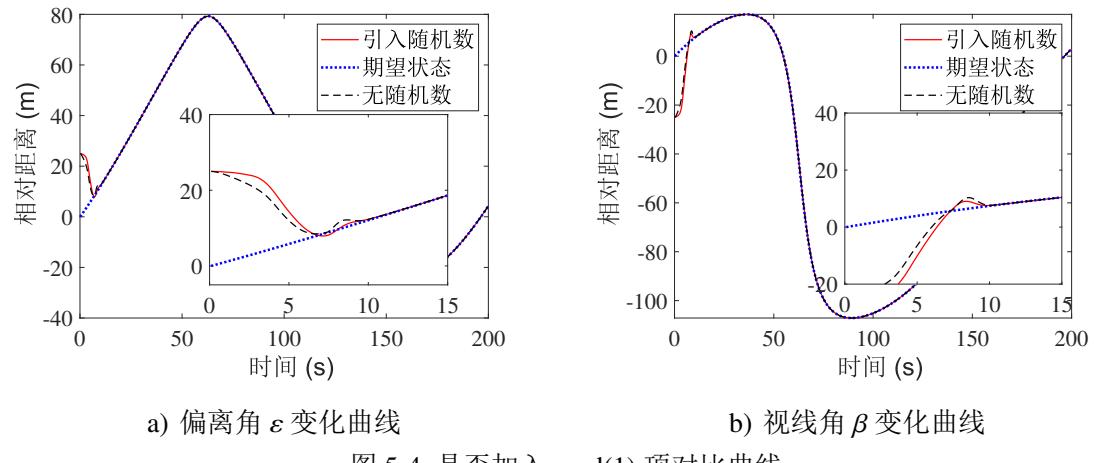


图 5-4 是否加入  $\text{rand}(1)$  项对比曲线

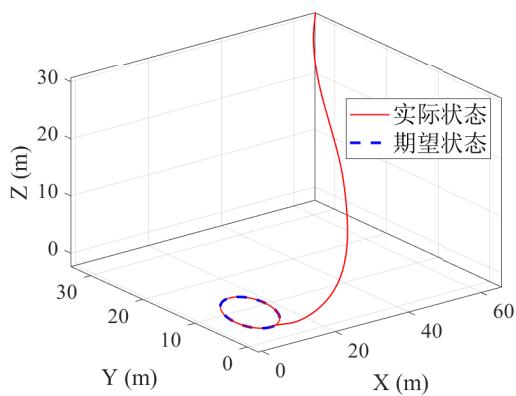


图 5-5 PWA-based IOPC 三维交会过程

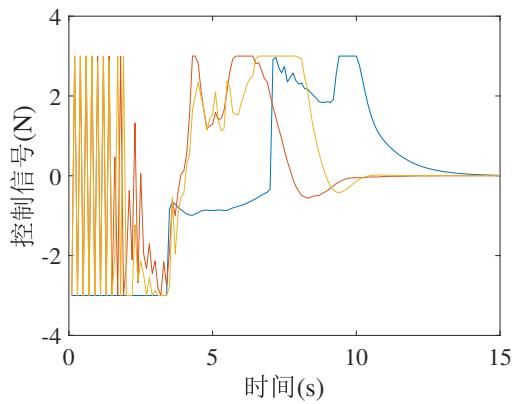


图 5-6 PWA-based IOPC 位置控制输入

$$P_k = (I - K_k)P_k^- \quad (5-53)$$

以及

$$\hat{\mathbf{x}}^-(k+1) = A_k \mathbf{x}(k) + B_k(\Delta \mathbf{u}(k) + \mathbf{u}(k-1)) \quad (5-54)$$

通过融合了滤波的改进 PWA-MPC 控制器，系统可以保证有效克服测量误差带来的影响。

### 5.3.2 仿真验证

假设相对位姿估计误差可以采用高斯信号进行描述，在本节的仿真实验中，采取第四章工况一的条件对相对位置系统进行滤波器融合效果测试。在每个采样时刻分别对相对距离加入 0.02 rand(1) m，对偏离角以及视线角加入 0.1 rand(1) deg 的测量误差项，相对位置控制效果如图 5-7 a) 至图 5-7 f) 所示。可以看出，融入滤波框架的控制器可以实现更精确的控制效果。

## 5.4 基于 Tube 的鲁棒预测控制器

本节主要针对不可测量的干扰以及 PWA 模型与实际非线性模型之间误差做出的改进，主要方法是采用基于 Tube 的鲁棒预测控制思想。首先考虑不受到任何干扰的名义系统，通过在名义系统上应用 5.2 节中提出的 PWA-based IOPC 方法得出名义系统下跟踪参考信号的最优控制序列，即可使得名义系统以最小误差跟踪参考信号的输入，将控制序列中与当前时刻对应的信号作用于名义系统得到名义系统下一时刻状态，随后通过一个反馈控制将受到干扰的实际状态控制收敛至以名义系统状态轨迹为中心的 Tube 不变集内，上述过程即为基于 Tube 的鲁棒预测控制基本思想。

### 5.4.1 控制器设计

考虑实际环境受到扰动影响的 PWA 系统：

$$\mathbf{x}(k+1) = A_k \mathbf{x}(k) + B_k u(k) + C_k d(k) \quad (5-55)$$

以及其在不受干扰下所对应的名义系统 (nominal system)：

$$\mathbf{x}^n(k+1) = A_k \mathbf{x}^n(k) + B_k u^n(k) \quad (5-56)$$

其中需要满足以下约束：

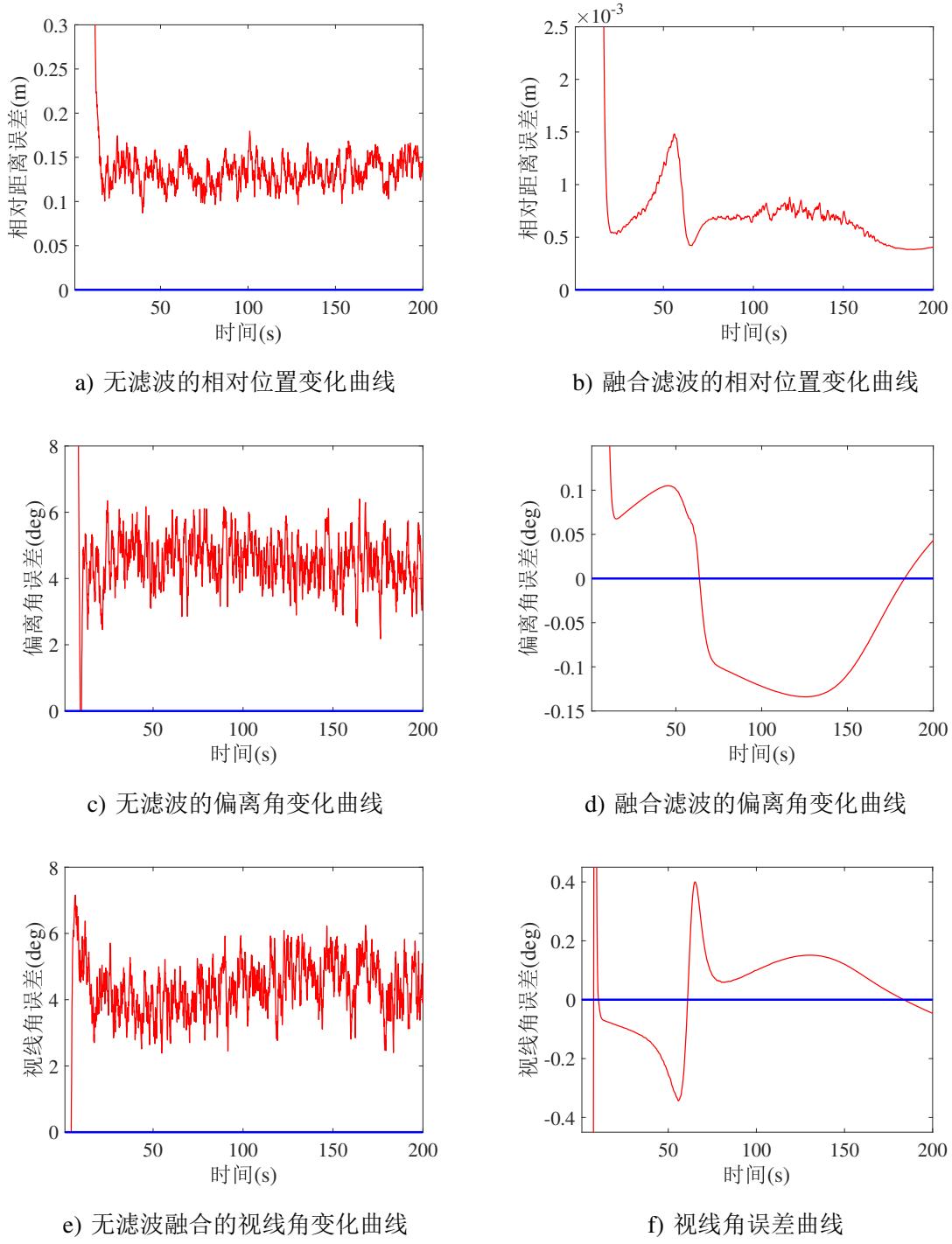


图 5-7 融合滤波位置误差变化曲线

$$\begin{cases} x(k) \in X_k \\ u(k) \in U = \{u \mid \|u\| \leq u_{\max}\} \\ d(k) \in D = \{d \mid \|d\| \leq d_{\max}\} \end{cases} \quad (5-57)$$

其中  $x^n(k)$  表示名义系统状态变量,  $u^n(k)$  表示名义系统控制输入,  $d(k)$  表示有界扰动信号。该 PWA 系统具有多胞结构, 即  $[A_k, B_k, C_k] \in \Delta$ ,  $\Delta = Co\{[A_1, B_1, C_1], [A_1, B_1, C_1], \dots, [A_k, B_k, C_k]\dots\}$  为凸多面体,  $Co$  表示凸壳,  $[A_k, B_k, C_k]$  为凸壳顶点。

基于 Tube 的鲁棒预测控制思想就是设计一个局部鲁棒反馈控制器使得受到干扰的实际系统的状态轨迹始终处于名义系统状态轨迹为中心的 Tube 不变集内, 形象的也可称为 Tube 管内, 可由如下数学表达描述:

$$x(k) \in X^i \oplus Z \in X \quad (5-58)$$

其中  $X^i$  为  $k$  时刻所处在第  $i$  个子系统状态约束集,  $Z$  为干扰不变集。

定义误差状态方程如下:

$$e(k+1) = A_k e(k) + B_k u_e(k) + C_k d(k) \quad (5-59)$$

其中,  $e(k) = x(k) - x^n(k)$  表示实际系统与名义系统之间误差,  $u_e(k) = u(k) - u^n(k)$  表示实际系统控制输入与名义系统控制输入之间误差, 定义控制律有如下形式:

$$u(k) = K^{lqr} e(k) + u^n(k) \quad (5-60)$$

其中  $K^{lqr}$  表示由加权矩阵  $Q'$  及  $P'$  在  $k$  时刻对误差状态方程计算得到的离散 LQR 反馈控制律。而名义系统的控制输入  $u^n(k)$  仍由 5.2 中所提出的 PWA-based IOPC 方法计算得到, 本节将不再重复说明。通过控制律 (5-60) 中名义系统控制律分量可以保证名义系统状态达到平衡点, 而反馈控制分量则负责将实际状态驱动至以名义系统状态为中心的 Tube 不变集内。

#### 5.4.2 稳定性分析

**引理 5.1** LQR 控制器得到的反馈增益  $K^{lqr}$  可以使系统  $e(k+1) = (A_k + B_k K^{lqr}) e(k)$  达到闭环稳定。

LQR 可以使不受干扰的闭环系统达到稳定是早已经得到经典文献证明过, 因此本文不再重新对此进行证明。接下来将计算受扰动作用系统的干扰不变集  $Z$ 。

**引理 5.2** 假设  $Z$  为 (5-59) 的干扰不变集, 若  $k$  时刻系统状态位于不变集内, 即  $x(k) \in X^i \oplus Z$ , 则控制输入 (5-60) 可使得所有子系统及有界扰动, 都有  $x(k+1) \in X^i(k+1) \oplus Z$ 。

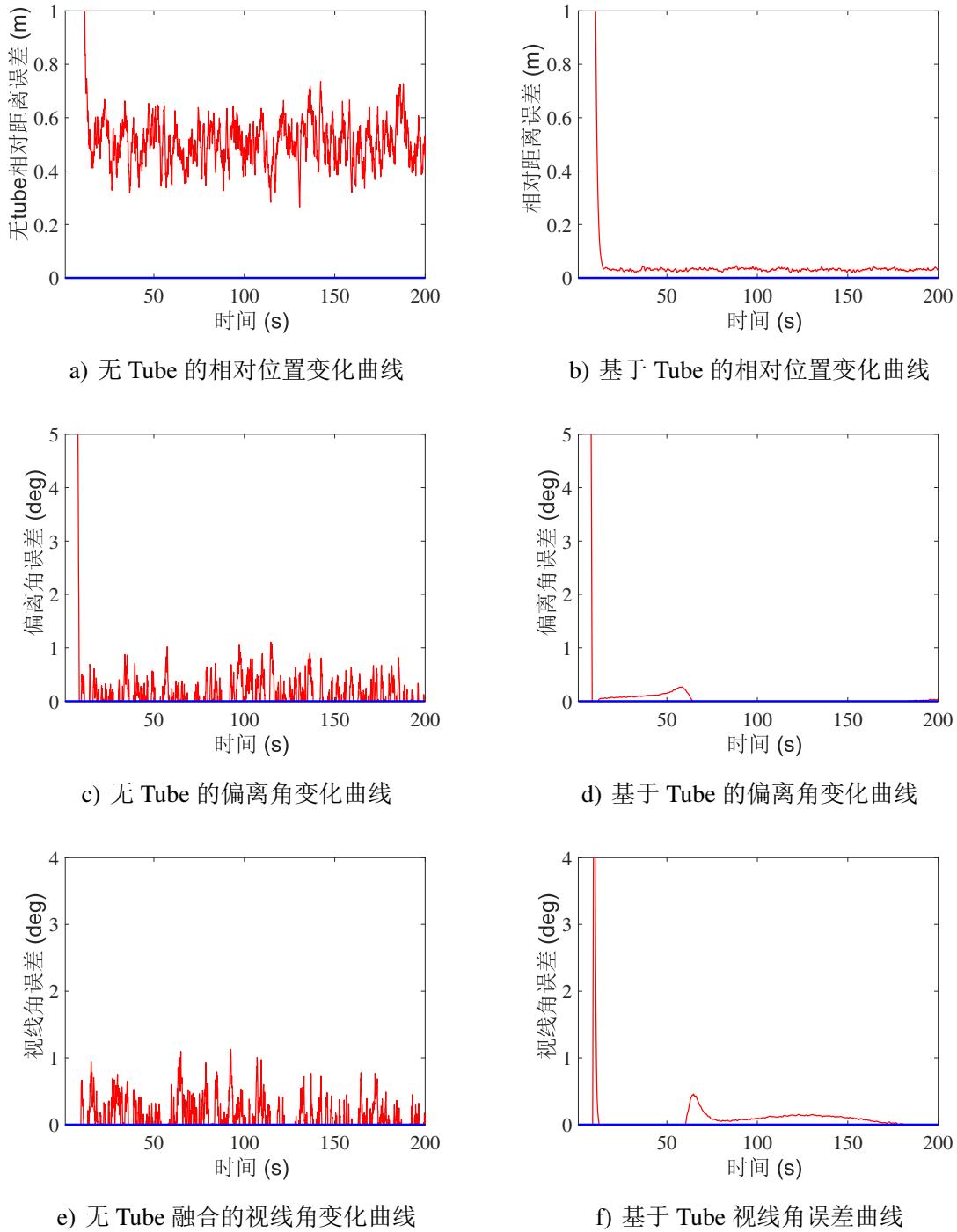


图 5-8 基于 Tube 的鲁棒预测控制位置误差变化曲线

首先，由上述引理可以得出基于 Tube 的鲁棒预测控制律可以使得实际状态在干扰不变集中趋向名义系统状态。因此，若 5.2 节中提出的 PWA-based IOPC 能驱动名义系统至平衡点，则实际系统干扰不变集以名义系统平衡点为中心。接下来考虑经过反馈控制律作用下的以名义系统状态轨迹为中心的 Tube 不变集，由于 Tube 不变集为有界的通过以下转换可以将 Tube 集转换至 5.2 节中的椭圆集进行表述

$$\begin{cases} E_i = \frac{2f_i^T}{x_i^{\max} - x_i^{\min}} \\ e_i = -\frac{x_i^{\max} + x_i^{\min}}{x_i^{\max} - x_i^{\min}} \end{cases} \quad (5-61)$$

经过上述变换，系统的稳定性证明就转换成为椭圆约束集描述的分段仿射系统可以在预测控制的作用下达到闭环稳定，此部分已经在 5.2 节中完成证明，此处不再赘述。综上所述，基于 LQR 控制器得到的反馈控制率可以将受扰动系统状态驱动至以 Tube 集内，而经过预测控制器作用下的系统可以实现闭环渐近稳定，证毕。

#### 5.4.3 仿真验证

本节中的数值仿真条件与第四章工况一相同，在每一采样时刻加入扰动项  $wd = [0.1(-0.1 + \text{rand}(1)) \text{ m}, 0.5(-0.5 + \text{rand}(1)) \text{ deg}; 0.5(-0.5 + \text{rand}(1)) \text{ deg}, 0, 0, 0]^T$ ，加入 Tube 的控制效果与不加 Tube 的控制效果如图 5-8 a) 至图 5-8 f) 所示。可以看出：基于 Tube 的控制器可以达到更好的鲁棒性，验证了所提出策略的有效性。

### 5.5 本章小结

本章首先分析了标准基于 PWA 模型的预测控制方法存在的弊端，随后提出了改进策略。由于第三章中的位姿估计系统存在测量误差，因此本章将改进的预测控制方法与滤波器进行了融合。最后考虑到不可测量的扰动以及 PWA 模型描述非线性模型的误差，本章在改进 PWA 预测控制算法的基础上引入了基于 Tube 的方法，此方法可以增加系统的鲁棒性。数值仿真结果显示所提出的改进算法可以明显提高跟踪时变信号的收敛速度从而达到更好的交会对接效果，融合了滤波的控制器可以有效减弱测量误差的影响，基于 Tube 的鲁棒预测控制算法可以有效增强系统抗干扰性能。

## 结 论

本学位论文主要研究了与空间中姿态翻滚的非合作目标交会对接中的单目视觉相对位姿估计与预测控制策略，分别在基于神经网络的单目视觉位姿估计、与非合作目标交会对接策略、基于分段仿射模型的预测控制器三个方面做出了原创性工作，最终取得了如下研究成果：

(1) 基于 SPEED 数据集，采用了残差卷积神经网络对非合作目标单目视觉灰度图与六自由度位姿信息之间的非线性变换进行拟合，基于卷积神经网络的方法对比传统方法具有无需初始化、无需人工提取特征点、可轻松拓展到不同尺寸与形状航天器等优势。为了对二维灰度图中位置姿态耦合信息进行解耦，提出了双分支的网络结构。考虑到相对位置与姿态信息与二维灰度图之间的映射模型复杂度不同，因此分别采用了不同卷积层的网络结构，对相对位置与二维灰度图之间的非线性变换采用了 50 层卷积的 ResNet-50 网络进行拟合，对相对姿态与二维灰度图之间的非线性变换采用了 34 层卷积的 ResNet-34 网络进行拟合。实验结果表明双分支的姿轨联合估计精度高于单分支的估计精度，采用本学位论文提出的网络结构所达到的姿轨联合估计精度基本优于现有基于学习的航天器相对位姿估计方法；

(2) 对于航天器交会对接姿轨联合动力学框架，以采用相同的欧拉转序分别从参考坐标系旋转至视线坐标系与航天器本体系的方式，提出了 LOS-Euler 框架，该框架可以直接利用相对导航的输出信息而无需坐标变换、可以直接将约束施加在状态变量本身而无需二次变换、可描述姿态翻滚目标对接轴位置与姿态耦合的情况。此外，基于 LOS-Euler 框架，对避碰约束、视场约束、接近域约束进行了重新构建，新的构建策略可有效减小计算量、以及避免对约束进行线性化逼近。考虑采用欧拉角描述的姿态角存在同一物理位置具有多种数学表达的奇异问题，提出了实现跨越奇异点连续跟踪的无奇异问题。数值仿真结果证明上述所提出策略均有效；

(3) 对于预测控制方法，本学位论文采用了基于分段仿射逼近非线性系统的方法，首先对基于分段仿射模型的预测控制方法进行了设计与仿真，并验证了所提出的 LOS-Euler 框架、约束条件构建、Singularity-free 策略的有效性。随后对标准的基于 PWA 模型的预测控制器进行了分析，提出了对预测过程进行优化的 PWA-based OPC 方法。针对所提出的 PWA-based OPC 方法，对其进一步改进得到了基于 PWA 模型的改进优化预测控制器 PWA-based IOPC 并且对所提出的算法

进行了稳定性分析。经过数值仿真验证，所改进的算法可以有效减小动态跟踪过程的超调、以及加快收敛速度。考虑到相对位姿估计误差，本学位论文在 PWA-based IOPC 的基础上，融合了滤波器，仿真结果表明融合了滤波器的算法可以有效较弱测量误差带来的影响。最后，考虑到实际环境中的不可测扰动，本学位论文在 PWA-based IOPC 的基础上引入了基于 Tube 的鲁棒预测控制策略，数值仿真表明，基于 Tube 的方法可以有效提高算法的鲁棒性。

综上所述，本文在与空间中姿态翻滚的非合作目标交会对接的研究中取得了上述进展，然而，考虑到仍然存在的问题，提出可以改进的方向如下：

(1) 对于第三章所适用的网络架构虽然在航天器位姿估计的精度上取得了良好的效果，然而由于数据集中存在小部分图片是以地球为背景的，这种背景将对估计的精度造成影响，因此考虑在现有网络结构的基础上增加目标检测模块，减弱过多的地球背景对拟合效果造成的影响，理论上可以将估计精度再提高一个数量级；

(2) 由于预测控制需要在每个采样时刻进行约束条件下的二次规划求解，若状态维度过高或者预测域过大，将造成求解效率降低，影响控制器的实时性。因此未来可以考虑引入并行计算的思路，增加优化过程的求解效率；

(3) 由于本学位论文对交会对接位置与姿态采取了分开设计控制器的方式，这种做法将位置与姿态之间的耦合当作扰动，并引入了基于 Tube 的方法增加控制器的鲁棒性，然而若能采用扰动观测器对外部干扰进行观测、或者基于学习的方法对姿轨耦合项部分进行拟合，这将有助于控制效果的提高。

## 参考文献

- [1] Reed B B, Smith R C, Naasz B J, et al. The Restore-L Servicing Mission[C]. AIAA SPACE, 2016: 1-8.
- [2] Sumant S, Jacopo V, Simone D. Robust Model-Based Monocular Pose Initialization for Noncooperative Spacecraft Rendezvous[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2018, 55: 1-16.
- [3] Boge T, Tzschichholz T. Hardware-in-the-Loop Rendezvous Simulation Involving an Autonomous Guidance, Navigation and Control System[C]. 1st IAA Conference on Dynamics and Control of Space Systems, 2012: 953-972.
- [4] Chien C H, Baker K. Pose Estimation for Servicing of Orbital Replacement Units in a Cluttered Environment[C]. IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004: 5141-5146.
- [5] Zhang L, Yang H, Zhang S, et al. Kalman Filtering for Relative Spacecraft Attitude and Position Estimation: A Revisit[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2014, 37(5): 1706-1711.
- [6] Valasek J, Gunnam K, Kimmett J, et al. Vision-Based Sensor and Navigation System for Autonomous Air Refueling[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2005, 28(5): 979-989.
- [7] Fosbury A, Crassidis J. Relative Navigation of Air Vehicles[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2008, 31(4): 824-834.
- [8] Mokuno M, Kawano I, Suzuki T. In-orbit Demonstration of Rendezvous Laser Radar for Unmanned Autonomous Rendezvous Docking[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2004, 40(2): 617-626.
- [9] Diehl M, Bock H G, SchiDer J P, et al. Real-time Optimization and Nonlinear Model Predictive Control of Processes Governed by Differential-algebraic Equations[J]. Journal of Process Control, 2002, 12(4): 577-585.
- [10] Ricker N L, Lee J H. Nonlinear Model Predictive Control of the Tennessee Eastman Challenge Process[J]. Computers and Chemical Engineering, 1995, 19(9): 961-981.
- [11] Akpan V A, Hassapis G D. Nonlinear Model Identification and Adaptive Model Predictive Control Using Neural Networks[J]. ISA Transactions, 2011, 50(2): 177-194.

- [12] Petit A, Marchand E, Kanani K. Vision-based Space Autonomous Rendezvous : A Case Study[C]. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2011: 619-624.
- [13] Zhang S, Cao X. Closed-form solution of monocular vision-based relative pose determination for RVD spacecrafsts[J]. Aircraft Engineering and Aerospace Technology, 2005, 77(3): 192-198.
- [14] Avilés M, Mora D, Canetri M, et al. A Complete IP-based Navigation Solution for the Approach and Capture of Active Debris[C]. 67th International Astronautical Congress, 2016: 1-8.
- [15] Xu C, Zhang L, Cheng L, et al. Pose Estimation from Line Correspondences: A Complete Analysis and a Series of Solutions[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2017, 39(6): 1209-1222.
- [16] Su H, Qi C R, Li Y, et al. Render for CNN: Viewpoint Estimation in Images Using CNNs Trained with Rendered 3D Model Views[C]. IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2015: 1510-1519.
- [17] Xiang Y, Schmidt T, Narayanan V, et al. PoseCNN: A Convolutional Neural Network for 6D Object Pose Estimation in Cluttered Scenes. 2017 [Online], <http://arxiv.org/abs/1711.00199>.
- [18] Park T H, Sharma S, D'Amico S. Towards Robust Learning-Based Pose Estimation of Noncooperative Spacecraft. 2019 [Online], <http://arxiv.org/abs/1909.00392>.
- [19] Gao X, Teo K L, Duan G. An optimal control approach to robust control of non-linear spacecraft rendezvous system with  $\theta$ -D technique[J]. International journal of innovative computing, information and control: IJICIC, 2013, 9(5): 2099-2110.
- [20] Yang X, Gao H, Shi P. Robust Orbital Transfer for Low Earth Orbit Spacecraft with Small-thrust[J]. Journal of the Franklin Institute, 2010, 347(10): 1863-1887.
- [21] Wu S, Wu Z, Radice G, et al. Adaptive Control for Spacecraft Relative Translation with Parametric Uncertainty[J]. Aerospace science and Technology, 2013, 31(1): 53-58.
- [22] Yoon H, Eun Y, Park C. Adaptive Tracking Control of Spacecraft Relative Motion with Mass and Thruster Uncertainties[J]. Aerospace Science and Technology, 2014, 34(4): 75-83.

- [23] Gao H, Yang X, Shi P. Multi-objective Robust H-infinity Control of Spacecraft Rendezvous[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2009, 17(4): 794-802.
- [24] Mayne, D Q. Model Predictive Control: Recent Developments and Future Promise[J]. Automatica, 2014, 50(12): 2967-2986.
- [25] Mayne D Q, Rawlings J B, Rao C V, et al. Constrained Model Predictive Control: Stability and Optimality[J]. Automatica, 2000, 36(6): 789-814.
- [26] Li P, Zhu Z H. Model Predictive Control for Spacecraft Rendezvous in Elliptical Orbit[J]. Acta Astronautica, 2018, 146(MAY): 339-348.
- [27] Li Q, Yuan J, Zhang B, et al. Model Predictive Control for Autonomous Rendezvous and Docking with a Tumbling Target[J]. Aerospace Science and Technology, 2017, 69(oct.): 700-711.
- [28] Li P, Zhu Z H. Line-of-Sight Nonlinear Model Predictive Control for Autonomous Rendezvous in Elliptical Orbit[J]. Aerospace ence and Technology, 2017, 69: 236-243.
- [29] Gavilan F, Vazquez R, Camacho E F. Chance-constrained Model Predictive Control for Spacecraft Rendezvous with Disturbance Estimation[J]. Control Engineering Practice, 2012, 20(2): 111-122.
- [30] Ma L, Meng X, Liu Z, et al. Suboptimal Power-Limited Rendezvous with Fixed Docking Direction and Collision Avoidance[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2013, 36(1): 229-239.
- [31] Weiss A, Baldwin M, Erwin R S, et al. Model Predictive Control for Spacecraft Rendezvous and Docking: Strategies for Handling Constraints and Case Studies[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2015, 23(4): 1638-1647.
- [32] Wang Y, Ji H. Integrated Relative Position and Attitude Control for Spacecraft Rendezvous with ISS and Finite-time Convergence[J]. Aerospace Science and Technology, 2019, 85(FEB.): 234-245.
- [33] Lee U, Mesbahi M. Constrained Autonomous Precision Landing via Dual Quaternions and Model Predictive Control[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2016: 15-22.
- [34] Zhang L, Zhuang S, Braatz R D. Switched Model Predictive Control of Switched Linear Systems: Feasibility, Stability and Robustness[J]. Automatica, 2016, 67: 8 - 21.

- [35] Casavola A, Giannelli M, Mosca E. Min–max Predictive Control Strategies for Input-saturated Polytopic Uncertain Systems[J]. *Automatica*, 2000, 36(1): 125-133.
- [36] Shuyou Yusupa H C, Christoph Bhmsupa/sup, Allgwersupa/sup F. Model predictive control of constrained LPV systems[J]. *International Journal of Control*, 2012, 85(6): 671-683.
- [37] Park J H, Kim T H, Sugie T. Output Feedback Model Predictive Control for LPV Systems Based on Quasi-min-max Algorithm[J]. *Automatica*, 2011, 47(9): 2052-2058.
- [38] Corona D, De Schutter B. Adaptive Cruise Control for a SMART Car: A Comparison Benchmark for MPC-PWA Control Methods[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2008, 16(2): 365-372.
- [39] Hanema J, Lazar M, Tóth R. Stabilizing Tube-based Model Predictive Control: Terminal Set and Cost Construction for LPV Systems[J]. *Automatica*, 2017, 85: 137-144.
- [40] Hanema J, Lazar M, Toth R. Heterogeneously parameterized tube model predictive control for LPV systems[J]. *Automatica*, 2020, 111: 108622-.
- [41] Ghasemi M S, Afzalian A A. Robust Tube-based MPC of Constrained Piecewise Affine Systems with Bounded Additive Disturbances[J]. *Nonlinear Analysis Hybrid Systems*, 2017, 26: 86-100.
- [42] Yoon H, Agrawal B N. Novel Expressions of Equations of Relative Motion and Control in Keplerian Orbits[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009, 32(2): 664-669.
- [43] Ouellette D V. Schur complement and statistics[J]. *Linear Algebra and Its Applications*, 1981, 36: 187-295.
- [44] He K, Zhang X, Ren S, et al. Deep Residual Learning for Image Recognition[C]. *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2016: 770-778.
- [45] Sharma S, D'Amico S. Neural Network-Based Pose Estimation for Noncooperative Spacecraft Rendezvous[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2020, 56(6): 4638-4658.
- [46] Boyd S P, El-Ghaoui L, Feron E, et al. Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory[J]. *Studies in Applied Mathematics*, 1994, 15(3).

- [47] Hu, Weiduo, Liu, et al. Relative Pose Estimation for Cylinder-Shaped Spacecrafts Using Single Image[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2014, 50(4): 3036-3056.
- [48] Kelsey J M, Byrne J, Cosgrove M, et al. Vision-based Relative Pose Estimation for Autonomous Rendezvous and Docking[C]. Aerospace Conference, 2006: 1589-1596.
- [49] Sharma, Sumant, Damico, et al. Comparative Assessment of Techniques for Initial Pose Estimation Using Monocular Vision.[J]. Acta Astronautica, 2015, 123: 435-445.
- [50] Mirzaei F M, Roumeliotis S I. Globally Optimal Pose Estimation from Line Correspondences[C]. IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2011:1489-1495.
- [51] Inalhan G, Tillerson M, How J P. Relative Dynamics and Control of Spacecraft Formations in Eccentric Orbits[J]. Journal of Guidance Control Dynamics, 2002, 25(1).

## 攻读硕士学位期间发表的论文及其他成果

### （一）发表的学术论文

- [1] Dongting Li, Aiguo Wu, Peng Li. Nonlinear Model Predictive Control for Spacecraft Attitude Tracking with Kalman Filter[C]. 2020 Chinese Automation Congress, Shanghai. (EI 收录, 已录用)
- [2] Dongting Li, Ruiqi Dong. Sampling-based 3-D Line-of-Sight PWA Model Predictive Control for Spacecraft Autonomous Rendezvous and Docking with a Tumbling Target[J]. ISA Transactions. (二审中)

## 哈尔滨工业大学学位论文原创性声明和使用权限

### 学位论文原创性声明

本人郑重声明：此处所提交的学位论文《非合作目标视觉位姿估计与交会对接模型预测控制》，是本人在导师指导下，在哈尔滨工业大学攻读学位期间独立进行研究工作所取得的成果，且学位论文中除已标注引用文献的部分外不包含他人完成或已发表的研究成果。对本学位论文的研究工作做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式注明。

作者签名： 李东庭 日期：2021 年 1 月 13 日

### 学位论文使用权限

学位论文是研究生在哈尔滨工业大学攻读学位期间完成的成果，知识产权归属哈尔滨工业大学。学位论文的使用权限如下：

(1) 学校可以采用影印、缩印或其他复制手段保存研究生上交的学位论文，并向国家图书馆报送学位论文；(2) 学校可以将学位论文部分或全部内容编入有关数据库进行检索和提供相应阅览服务；(3) 研究生毕业后发表与此学位论文研究成果相关的学术论文和其他成果时，应征得导师同意，且第一署名单位为哈尔滨工业大学。

保密论文在保密期内遵守有关保密规定，解密后适用于此使用权限规定。

本人知悉学位论文的使用权限，并将遵守有关规定。

作者签名： 李东庭 日期：2021 年 1 月 13 日

导师签名： 吴爱国 日期：2021 年 1 月 13 日

## 致 谢

子曰：逝者如斯夫，不舍昼夜。黑夜中，台灯下，我静静听着手表中的滴答滴答，感受时间，却又感受到时间不尽于此。

时间是金，时间让我完成这篇论文，在人类科技发展史上留下了及其微小但属于自己的一笔；时间是金，岁月留下的馈赠，除了皮肤上增加的纹路，应该还有面对变故的不慌张，应该还有坦然接受缺憾的不执着；时间是金，真正的金子应该是把时间当作金子去珍惜的那一份虔诚！

时间是水，抓不住，甚至愈想抓住会感觉流逝的愈快，哪怕只是错觉；时间是水，推不动，该经历的都会不打折扣地经历；时间是水，让它以最自然的方式流淌才能真正感受它的魅力！

站在硕士毕业的节点，我所做出的成果对于这个领域仍然显得渺小；我所走完的路程对于整个人生也仍然显得稚嫩，但我更希望以一个孩子的心态，面对科研，面对世界，承认自己的稚嫩，却也不想放弃成长的权力。此时此刻，站在硕士毕业节点的我想对未来说一句：无悔就好！

衷心地感谢母校对我的培养，桃李不言而下自成蹊，工大从没用语言教过我什么，但我却会一生以规格严格、功夫到家八个字作为自己做事的原则，能成为一名普普通通的工大人，是我引以为豪的身份。衷心地感谢我的导师吴爱国教授对我的指导，如果说工大是以无言的方式教会我一名科研人应该是什么样的，那么吴老师就是通过言传身教的方式教给我，硕士阶段的科研训练是我今后科研路上的基石。衷心地感谢梅杰老师在自适应课程以及推荐攻博时给予我的帮助。衷心地感谢董瑞琦师姐，在我第一篇期刊论文的撰写中给予我的帮助。衷心地感谢赵威龙师弟，在本文第三章代码上给予我的帮助。

最后，衷心地感谢这个世界，以及我所经历的一切，它让我看到了那些温暖人心的美好，也让我看到了世界本身就是不完美的却仍然想珍惜接下来要经历的一切！