装
订
线

本试卷适应范围
人工智能 学院
2022 级 本科生

南 京 农 业 大 学 试 题 纸

2022~2023 学年 第一学期 课程类型：必修 试卷类型：期中测验

课程号 MATH2103 课程名 数学分析 I 5 学分

学号 ________ 姓名 ________ 班级 ________

题号	一	二	总分
得分			

一. 填空题或选择题（每题 5 分，计 30 分. 选择题正确选项唯一）

1. $\arctan\left(\tan\dfrac{7\pi}{4}\right)=$ ________ .

2. $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2-x}\right)=$ ________ .

3. 函数 $f(x)=\begin{cases}-1\ , x\in\mathbb{Q}\\ 1\ , x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}\end{cases}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上所有的连续点构成的集合为________.

4. $x\to-\infty$ 时函数形式的迫敛性定理:________

________ .

5. $x\to a^+$ 情形的归结原则（Heine 定理）:________

________ .

6. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续且 $|f(x)|\ge 1$，若在 $(-\infty,+\infty)$ 内函数 $f(x)g(x)$ 有唯一的间断点 $x=0$，则在 $(-\infty,+\infty)$ 内对函数 $g(x)$ 而言必定有________.

(*A*). $g(x)$有唯一的间断点$x=0$； (*B*). $g(x)$可以有$x=0$ 以外的其它间断点；
(*C*). $g(x)$连续 .

二. 解答题 (解答题必须给出必要的推理与论证的过程。每题 10 分，计 70 分) $(L'Hopital$ 法则目前禁用中$)$

7. 求极限 $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{4}{x^2-1}\right)$.

装
订
线

8. 曾见有初学者错误的解题：$\because x \to 0$ 时 $\sin^2 x \sim x^2, \lim\limits_{x\to 0}\cos x = 1,$

$\therefore \lim\limits_{x\to 0}\left(\cos x + \sin^2 x\right)^{\frac{1}{x^2}} = \lim\limits_{x\to 0}\left(1 + x^2\right)^{\frac{1}{x^2}} = e.$ 请你给出正确的解题过程与结果 .

9. 用“$\varepsilon - N$”定义证明 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2 + \sin n}{n^3 - 3n} = 0.$

10. 设 $a_n = \dfrac{\sin 1}{1} + \dfrac{\sin 2}{2^2} + \dfrac{\sin 3}{3^3} + \cdots + \dfrac{\sin n}{n^n}$，试运用 Cauchy 收敛准则证明数列 $\left\{a_n\right\}$ 收敛 .

系主任 杨涛 出卷人 朱震球

11. 设$f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\cos\frac{x}{2}\cos\frac{x}{4}\cdot\cdots\cdot\cos\frac{x}{2^n}\right)$,试给出函数$f(x)$不带数列极限符号的表达式，进而讨论函数$f(x)$在定义域上的连续性．

12. 设$a_0=1,\ a_{n+1}=\sin a_n, n\in\mathbb{N}$,证明数列$\{a_n\}$收敛,求出$\lim\limits_{n\to\infty}a_n$,并给出$\sup\{a_n\},\ \inf\{a_n\}$.

13. (1). 证明 $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{n}=1.$

(2). 求极限（(i),(ii) 两个小题任选 1 个，只做 1 个，多做不计分）：

$$\text{(i). } \lim_{n\to\infty}\left(2n+1\right)^{\frac{1}{n^2+1}}\ ; \qquad \text{(ii). } \lim_{n\to\infty}\left(n^2+1\right)^{\frac{1}{2n+1}}\ .$$