

### 三、狭义相对论效应

#### 洛仑兹变换中蕴含的 狭义相对论的时空观

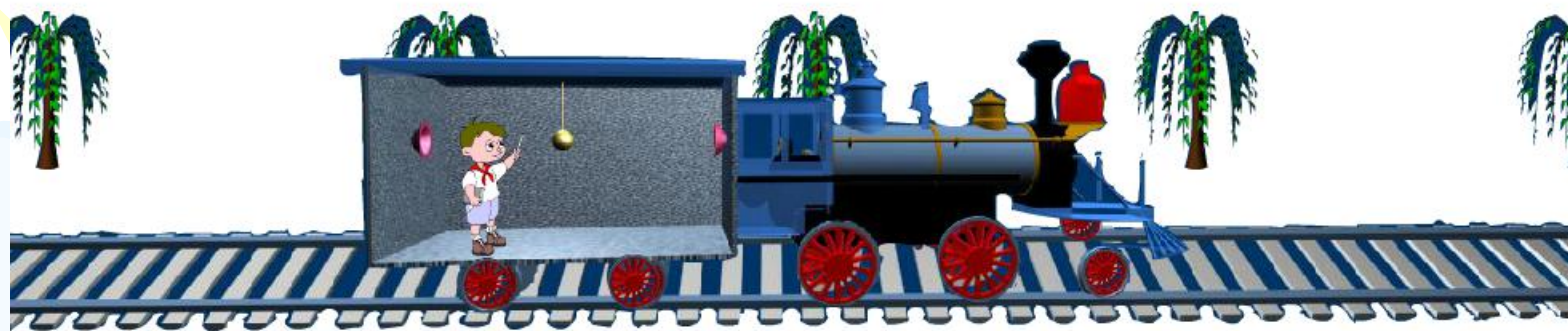
相对论  
效应

- 1. 同时的相对性
- 2. 时间度量的相对性
- 3. 空间度量的相对性



# 三、狭义相对论效应

## 1. 同时的相对性



车厢

地面

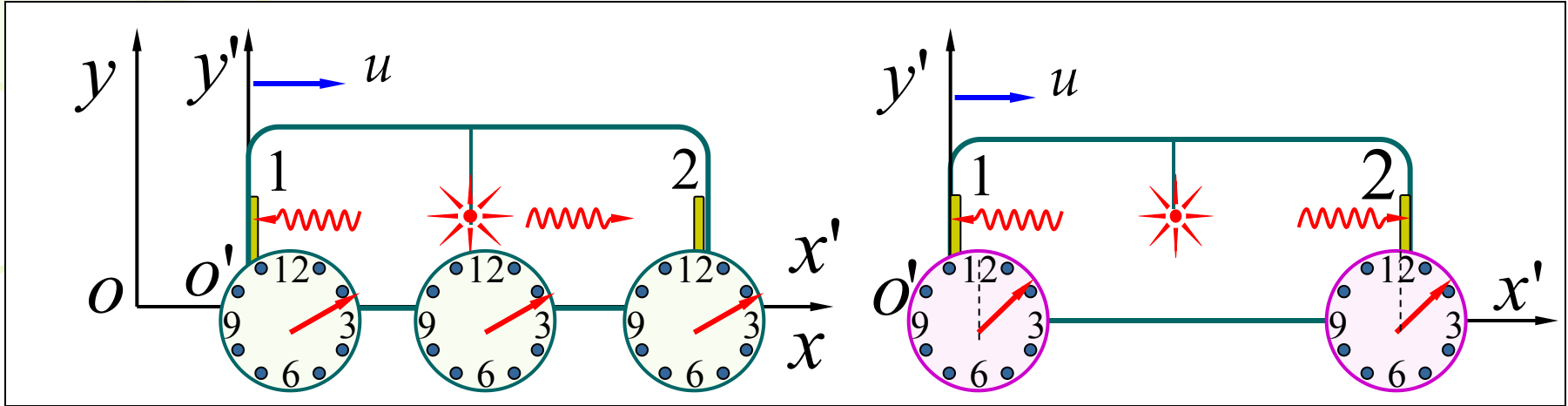
开始

事件 1：车厢后壁接收器接收到光信号。

事件 2：车厢前壁接收器接收到光信号。



# 三、狭义相对论效应



	S 系 (地面参考系)	S' 系 (车厢参考系)
事件 1	$(x_1, y_1, z_1, t_1)$	$(x'_1, y'_1, z'_1, t'_1)$
事件 2	$(x_2, y_2, z_2, t_2)$	$(x'_2, y'_2, z'_2, t'_2)$

证明:  $\Delta t' = t'_2 - t'_1 = 0$  时,  $\Delta t = t_2 - t_1 \neq 0$

### 三、狭义相对论效应

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

$$= \frac{t'_2 + \frac{u}{c^2} x'_2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} - \frac{t'_1 + \frac{u}{c^2} x'_1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$= \frac{\Delta t' + \frac{u}{c^2} \Delta x'}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\frac{u}{c^2} \Delta x'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \neq 0$$

$$t = \frac{t' + \frac{u}{c^2} x'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = 0$$

$$\Delta x' = x'_2 - x'_1 \neq 0$$

得证：一惯性系中的不同地点的同时事件，在另一惯性系中观测结果不同时。



### 三、狭义相对论效应

在 S' 系 **同时同地** 发生的两事件

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = 0 \quad \Delta x' = x'_2 - x'_1 = 0$$

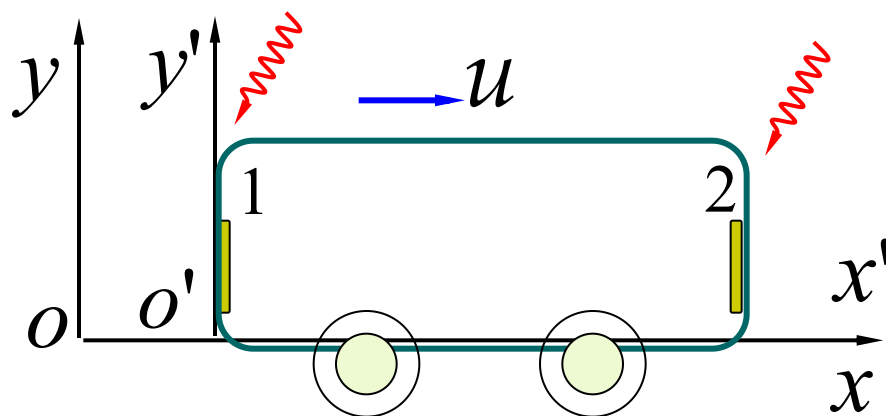
在 S 系:

$$\Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{u}{c^2} \Delta x'}{\sqrt{1 - \beta^2}} = 0$$

结论：**同时具有相对意义**。沿两个惯性系运动方向，  
(1) **不同地点**发生的两个事件，在其中一个惯性系中是**同时**的，在另一惯性系中观察则**不同时**；  
(2) 只有在**同一地点**，**同一时刻**发生的两个事件，在其他惯性系中观察也是**同时**的。

### 三、狭义相对论效应

讨论：火车匀速，地面的人观察到车头车尾同时遭雷击，请问从车厢观察者来看，是否同时？若不同时，何处先被雷击？

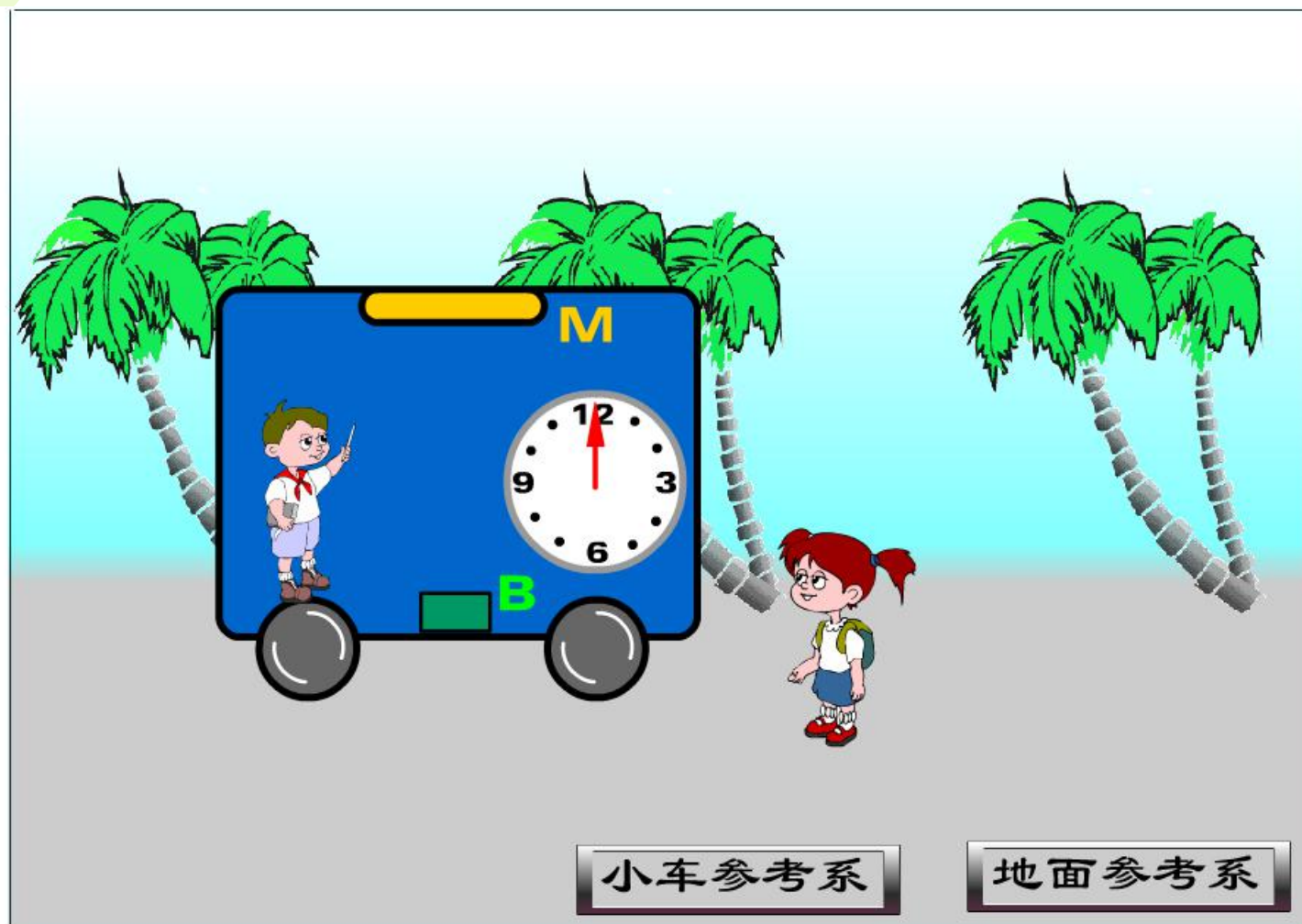


$$t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1' + \frac{u}{c^2} (x_2' - x_1')}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$



# 三、狭义相对论效应

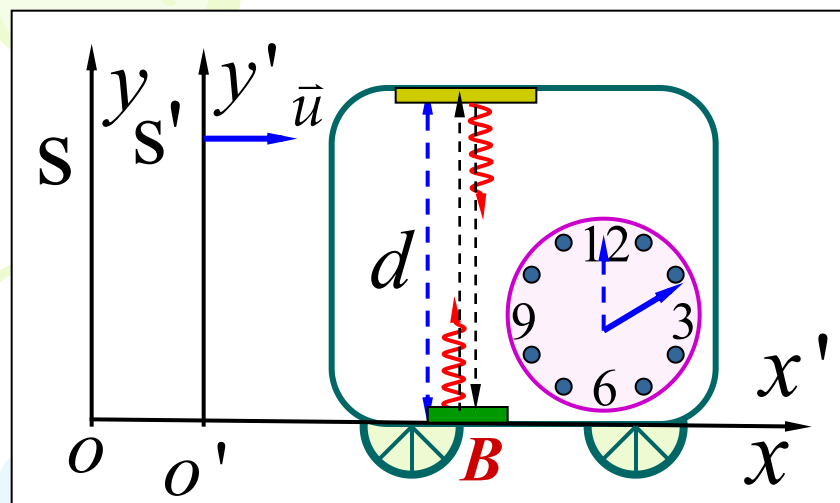
## 2. 时间延缓效应



运动的钟走得慢



### 三、狭义相对论效应

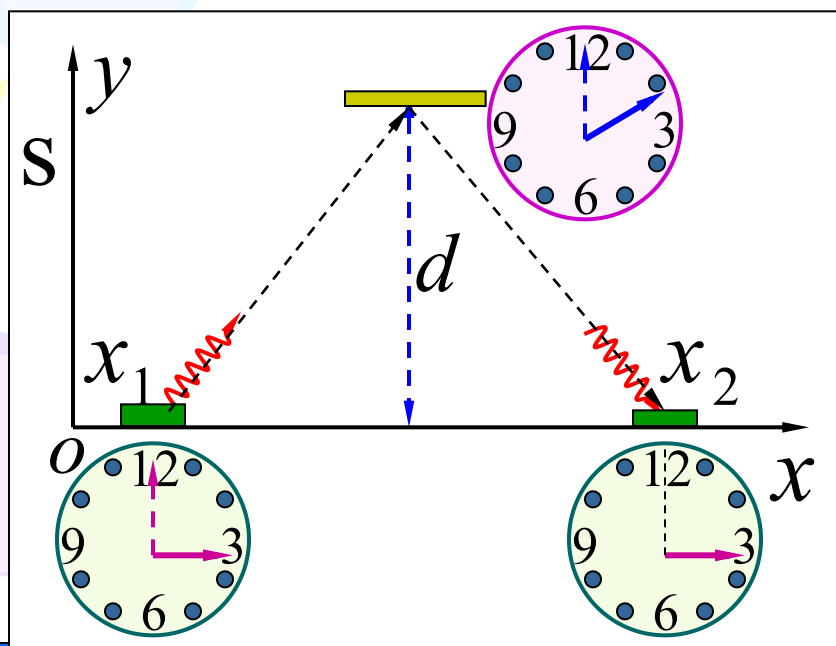


$S'$ 系同一地点  $B$  发生两事件

发射一光信号  $(x_1', t_1')$

接受一光信号  $(x_2', t_2')$

时间间隔  $\Delta t' = t_2' - t_1'$   
 $x_1' = x_2'$



在  $S$  系中观测两事件

$(x_1, t_1), (x_2, t_2)$

时间间隔  $\Delta t = t_2 - t_1$

求  $\Delta t$  和  $\Delta t'$  的关系





### 三、狭义相对论效应

在 S 系

$$\Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{u}{c^2} \Delta x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\because \Delta x' = x'_2 - x'_1 = 0$$

$$\therefore \Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma \Delta t'$$

→  $\Delta t > \Delta t'$  时间测量的相对性



# 三、狭义相对论效应

## 固有时间

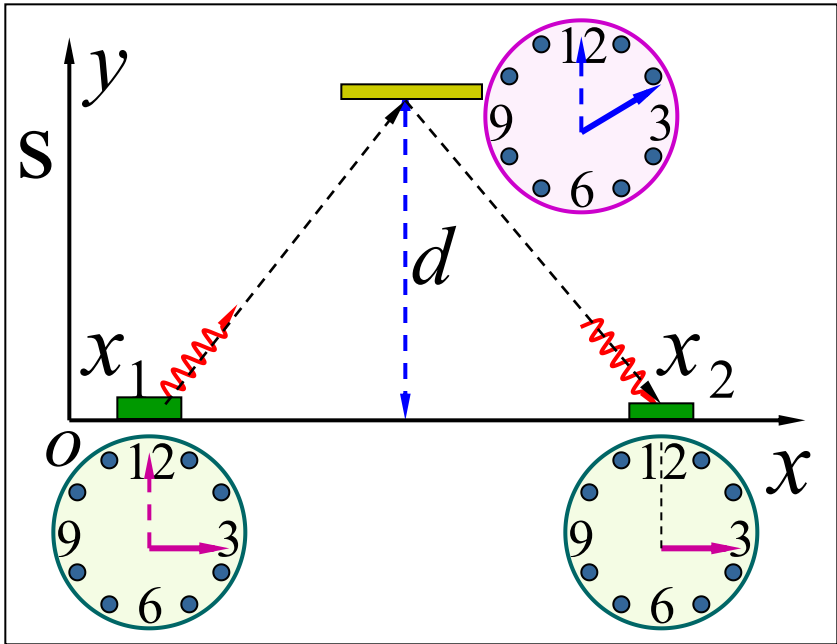
同一地点发生的两事件的时间间隔。

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

固有时间

相对于所研究的参考系是静止的钟测得的两事件的时间间隔；



### 三、狭义相对论效应

说明

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

1) 时间的流逝不是绝对的，运动将改变时间的进程。

相对论效应：运动的钟走得慢——时间延缓

2) 时间延缓是一种相对效应。

3)  $u \ll c$  时， $\Delta t \approx \Delta t'$ 。



### 三、狭义相对论效应

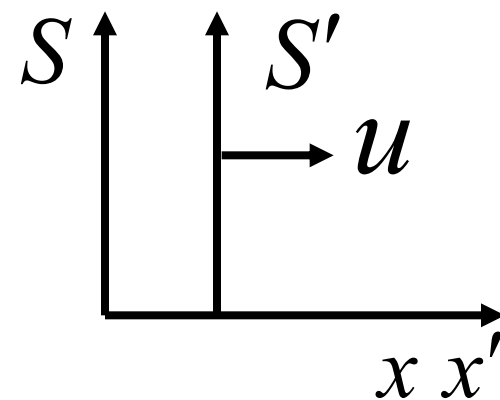
例 一飞船以 $9 \times 10^3 \text{ m/s}$ 的速率相对与地面匀速飞行, 飞船上的钟走了 $5\text{s}$ , 地面上的钟经过了多少时间?

解: 选飞机参考系为 $S'$ 系  
地面参考系为 $S$ 系

$\Delta t' = 5\text{s}$ 为固有时

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \approx 5.0000000002 \text{ (s)}$$

飞船的时间延缓/膨胀效应实际上很难测出



### 三、狭义相对论效应

例 带正电的  $\pi$  介子是一种不稳定的粒子。当它静止时，平均寿命为  $2.5 \times 10^{-8} s$ ，过后即发生衰变。今产生一束  $\pi$  介子，在实验室测得它的速率为  $u = 0.99c$ ，并测得它在衰变前通过的平均距离为  $52m$ 。这些测量结果是否一致？

解：  $\Delta t_0 = 2.5 \times 10^{-8} s$  固有时

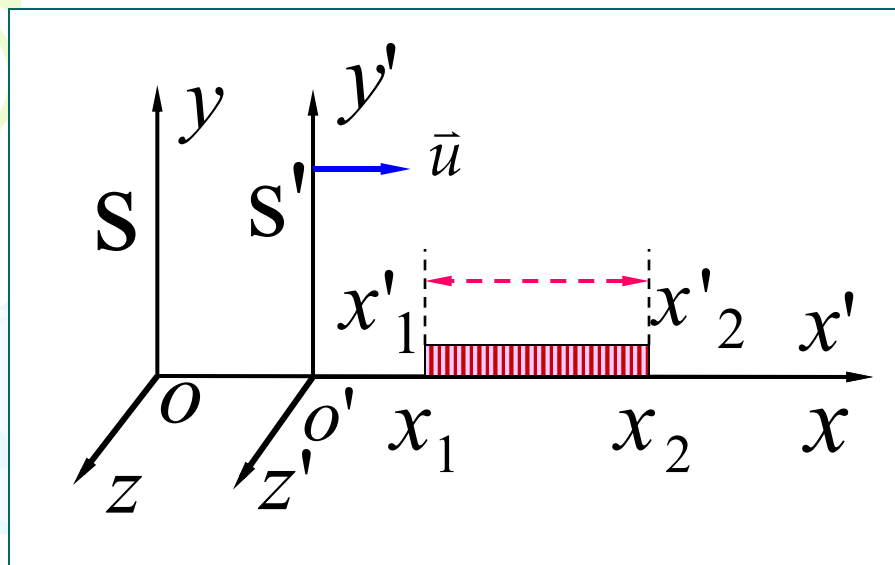
$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = 1.8 \times 10^{-7} s$$

通过的平均距离：  $S = u\Delta t = 53m$



# 三、狭义相对论效应

## 3. 长度收缩效应



标尺相对  $S'$  系静止

在  $S'$  系中测量

$$l' = x'_2 - x'_1$$

在  $S$  系中测量

$$l = x_2 - x_1$$

◆ 长度的测量是和同时性概念密切相关。

测量为两个事件  $(x_1, t_1), (x_2, t_2)$  要求  $t_1 = t_2$

### 三、狭义相对论效应

$$x'_2 - x'_1 \Leftrightarrow x_2 - x_1$$

$$l = x_2 - x_1 = \frac{x'_2 - x'_1 + u(t'_2 - t'_1)}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$l' = x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1 - u(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{l}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

结论：

长度（空间）测量具有相对性



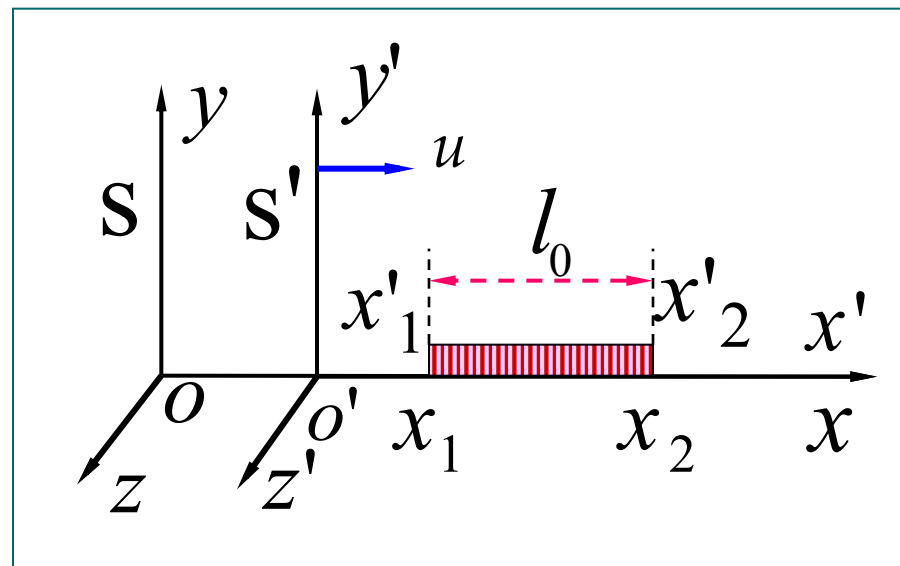
### 三、狭义相对论效应

**固有长度**：物体相对静止时所测得的长度。

$$l' = x'_2 - x'_1$$

$$l = x_2 - x_1$$

$$l' = \frac{l}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$



**固有长度**

$$l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$

相对**静止**的参考系测得的两事件的空间间隔；本征长度



### 三、狭义相对论效应

说明

$$l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2} < l_0$$

洛伦兹收缩:

运动物体在运动方向上发生长度收缩。

长度收缩是一种相对效应。

当  $\beta \ll 1$  时  $l \approx l_0$ 。



### 三、狭义相对论效应

例 固有长度为5m的飞船以  $u = 9 \times 10^3 \text{ m/s}$  的速率相对于地面匀速飞行时，从地面上测量，它的长度是多少？

解：

$$l_0 = 5\text{m} \text{ 固有长度}$$

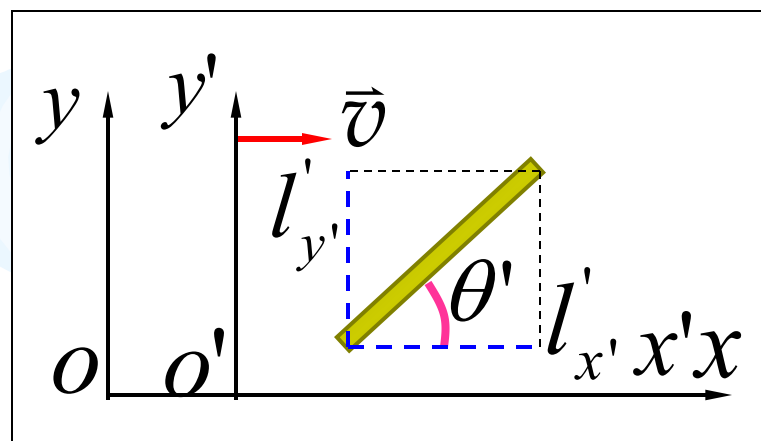
$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$= 4.9999999998 \text{ m}$$



### 三、狭义相对论效应

**例** 一长为 1 m 的棒静止地放在  $O'x'y'$  平面内，在  $S'$  系的观察者测得此棒与  $O'x'$  轴成  $45^\circ$  角，试问从  $S$  系的观察者来看，此棒的长度以及棒与  $Ox$  轴的夹角是多少？设想  $S'$  系相对  $S$  系的运动速度  $v = \sqrt{3}c/2$ 。



**解：** 在  $S'$  系  $\theta' = 45^\circ, l' = 1\text{m}$

$$l'_{x'} = l'_{y'} = \sqrt{2}/2\text{m}$$

在  $S$  系  $l_y = l'_{y'} = \sqrt{2}/2\text{m}$

$$l_x = l'_{x'} \sqrt{1 - v^2/c^2} = \sqrt{2}/4\text{m}$$

$$l = \sqrt{l_x^2 + l_y^2} = 0.79\text{m} \quad \theta = \arctan \frac{l_y}{l_x} \approx 63.43^\circ$$



### 三、狭义相对论效应

洛仑兹变换中蕴含的

狭义相对论的时空观

相对论  
效应

1. 同时的相对性

2. 时间延缓

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

3. 长度收缩

$$l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$



### 三、狭义相对论效应

#### 相对论质量

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma m_0$$

**静质量**  $m_0$  : 物体相对于惯性系静止时的质量 .

$v$  : 物体相对于某惯性系的速率

$m$  : 物体相对于惯性系运动时测得的质量



# 三、狭义相对论效应

## 2 相对论动量

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

## 3 相对论动能

$$E_k = mc^2 - m_0c^2$$

## 4 相对论能量

$$E = mc^2$$



### 三、狭义相对论效应

练习：

有一粒子静止质量为 $m_0$ ，现以速度 $v=0.6c$ 运动，它的质量\_\_\_\_\_，动量大小\_\_\_\_\_，动能\_\_\_\_\_

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{5}{4} m_0$$

$$p = mv = \frac{5}{4} m_0 \cdot \frac{3}{5} c = \frac{3}{4} m_0 c$$

$$E_k = mc^2 - m_0 c^2 = \frac{5m_0}{4} c^2 - m_0 c^2 = \frac{1}{4} m_0 c^2$$



### 三、狭义相对论效应

在某惯性系中，两个静止质量都是  $m_0$  的粒子以相同的速率  $v$  沿同一直线相对运动，碰撞后合成一个新的粒子，则新生粒子的静质量为（ ）。

A.  $2m_0$

B.  $2m_0\sqrt{1-v^2/c^2}$

C.  $\frac{1}{2}m_0\sqrt{1-v^2/c^2}$

D.  $\frac{2m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

答案：D

