本试卷适应范围

学号

南京农业大学试题纸

人工智能 学院 2022 级 本科生

2022~2023 学年 第一学期 课程类型:必修 试卷类型:期中测验

课程号 MATH2103

课程名 数学分析 I

5 学分

, ,		/ 4	
题号	1	1 1	总分
得分			

姓名

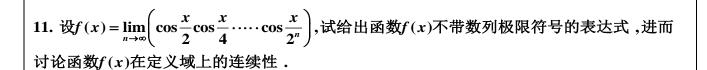
- 一. 填空题或选择题(每题 5 分, 计 30 分. 选择题正确选项唯一)
- 1. $\arctan\left(\tan\frac{7\pi}{4}\right) = \underline{\hspace{1cm}}$.
- 2. $\lim_{x \to -\infty} \left(\sqrt{x^2 + x} \sqrt{x^2 x} \right) = \underline{\hspace{1cm}}$
- 3. 函数 $f(x) = \begin{cases} -1, x \in \mathbb{Q} \\ 1, x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$ 在 $\left(-\infty, +\infty\right)$ 上所有的连续点构成的集合为_____.
- **4.** $x \rightarrow -\infty$ 时函数形式的迫敛性定理:
- 5. $x \rightarrow a^+$ 情形的归结原则(Heine 定理):_______
- 6. 设函数 f(x) 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续且 $|f(x)| \ge 1$,若在 $(-\infty,+\infty)$ 内函数 f(x)g(x) 有唯一的间断点
- x = 0,则在 $(-\infty, +\infty)$ 内对函数g(x)而言必定有______.

 - (A). g(x)有唯一的间断点x = 0; (B). g(x)可以有x = 0 以外的其它间断点;
 - (C). g(x)连续.
- 二. 解答题 (解答题必须给出必要的推理与论证的过程。每题 10 分,计 70 分) (L'Hopital 法则目前禁用中)
- 7. 求极限 $\lim_{x\to 1} \left(\frac{1}{\sqrt{x-1}} \frac{4}{x^2-1} \right)$.

8. 曾见有初学者错误的解题: $x \to 0$ 时 $\sin^2 x \sim x^2$, $\lim_{x \to 0} \cos x = 1$,

9. 用"
$$\varepsilon - N$$
" 定义证明 $\lim_{n \to \infty} \frac{n^2 + \sin n}{n^3 - 3n} = 0$.

10. 设
$$a_n = \frac{\sin 1}{1} + \frac{\sin 2}{2^2} + \frac{\sin 3}{3^3} + \dots + \frac{\sin n}{n^n}$$
,试运用 Cauchy 收敛准则证明数列 $\{a_n\}$ 收敛.



12. 设 $a_0=1,\ a_{n+1}=\sin a_n, n\in\mathbb{N}$,证明数列 $\left\{a_n\right\}$ 收敛,求出 $\lim_{n\to\infty}a_n$,并给出 $\sup\left\{a_n\right\}$, $\inf\left\{a_n\right\}$.

13. (1).	证明	lim	$\sqrt[n]{n}$	= 1.

(2). 求极限((i),(ii)两个小题任选1个,只做1个,多做不计分):

(i).
$$\lim_{n\to\infty} (2n+1)^{\frac{1}{n^2+1}}$$
; (ii). $\lim_{n\to\infty} (n^2+1)^{\frac{1}{2n+1}}$.

(ii).
$$\lim_{n\to\infty} (n^2+1)^{\frac{1}{2n+1}}$$
.