装订线

本试卷适应范围
人工智能 学院
2021 级 本科生

南京农业大学试题纸

2021~2022 学年 第一学期 课程类型：必修 试卷类型：*A*

课程号 MATH2103 课程名 数学分析 I 5 学分

学号 ________ 姓名 ________ 班级 ________

题号	一	二	三	总分	签名
得分					

一. 填空题或选择题（每题 3 分，计 30 分. 选择题正确选项唯一）

1. $\arcsin(\cos 0)=$ ________.

2. $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+2x}-\sqrt{x^2-2x}\right)=$ ________.

3. 函数$f(x)$连续且有$\lim\limits_{x\to2}\dfrac{f(x)}{x^2-4}=1$, 则函数在点$x=2$ 处的导数为$f'(2)=$ ________ .

4. 若$(1,2)$是曲线$y=ax^2+bx^3$ 的拐点，则函数$y=ax^2+bx^3$在$x=$ ________处取得极大值 .

5. 若e^{-x} 是$f(x)$的一个原函数, 则 $\int f'(x)dx=$ ________ .

6. $x\to+\infty$时函数形式的追敛性定理:____

____ .

7. 确界原理:____ .

8. 若点 x_0 是函数 $f(x)$ 的间断点,那么点 x_0 必定也是函数________的间断点 .

$(A).\left(f(x)\right)^3$; $(B).\left(f(x)\right)^2$; $(C).\left|f(x)\right|$; $(D).\sin f(x)$.

9. 函数 $f(x)=|x|$ 在$x=0$处________ .

(A).不连续； (B).连续但不可导；

(C).可导但导函数不连续； (D).可导且导函数连续 .

10. 下列论断中正确的是________.

(A). 如果函数 $f(x)$ 在点 x_0 处的左右导数都存在，则函数 $f(x)$ 在 x_0 点处可导 .

(B). 由于$x\to0$时$\sin x\sim x$,所以$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x-\sin x}{x^3}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x-x}{x^3}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{0}{x^3}=0$.

(C). $(-\infty,+\infty)$上可导的周期函数的导函数仍是周期函数 .

(D). 对于著名的*Heaviside* 函数$H(x)=\begin{cases}0\ ,x\le0\\1\ ,x>0\end{cases}$,存在函数$G(x)$,使得$G'(x)=H(x)$.

装订线

二. 解答题 I . (每题 7 分，计 28 分)

11. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n+3}{3n+1}\right)^n$.

12. 设$a>0,b>0$.试证明椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 上点$\left(x_0,y_0\right)$处的切线方程为$\frac{x_0x}{a^2}+\frac{y_0y}{b^2}=1$.

13. 计算不定积分$\int\frac{1}{\sqrt{\left(1+x^2\right)^3}}dx$.

14. 若$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin3x+xf(x)}{x^3}=0$, 试计算$\lim\limits_{x\to0}\frac{3+f(x)}{x^2}$.

系主任 杨涛 出卷人 朱震球

三. 解答题 II (15~18 题每题 9 分，19 题 6 分，计 42 分)

15. 设 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n-x}{n+x}\right)^{\frac{n}{2}}$，试计算不定积分 $\int xf(x)dx$.

16. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上有定义，$\forall x,y\in(-\infty,+\infty)$ 有 $f(x+y)=f(x)+f(y)+2xy$，已知 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，$f'(0)=1$.试证明：函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上可导,并由此求出函数 $f(x)$ 的表达式 .

17. 设 $a_n=1-\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$，试运用 Cauchy 收敛准则证明数列 $\{a_n\}$ 收敛 .

18. (1). 求证：$x>0$ 时有 $\frac{x}{1+x}<\ln(1+x)<x$；

(2). 设 $x_n=\left(1+\frac{1}{n^2}\right)\left(1+\frac{2}{n^2}\right)\left(1+\frac{3}{n^2}\right)\cdots\left(1+\frac{n}{n^2}\right)$，证明数列 $\{x_n\}$ 收敛，并求出 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$.

19. 证明：给定圆的内接正 n 边形 $(n\geq 3)$ 的面积随着 n 的增加而增加 .