一 波的叠加原理

1.独立性：

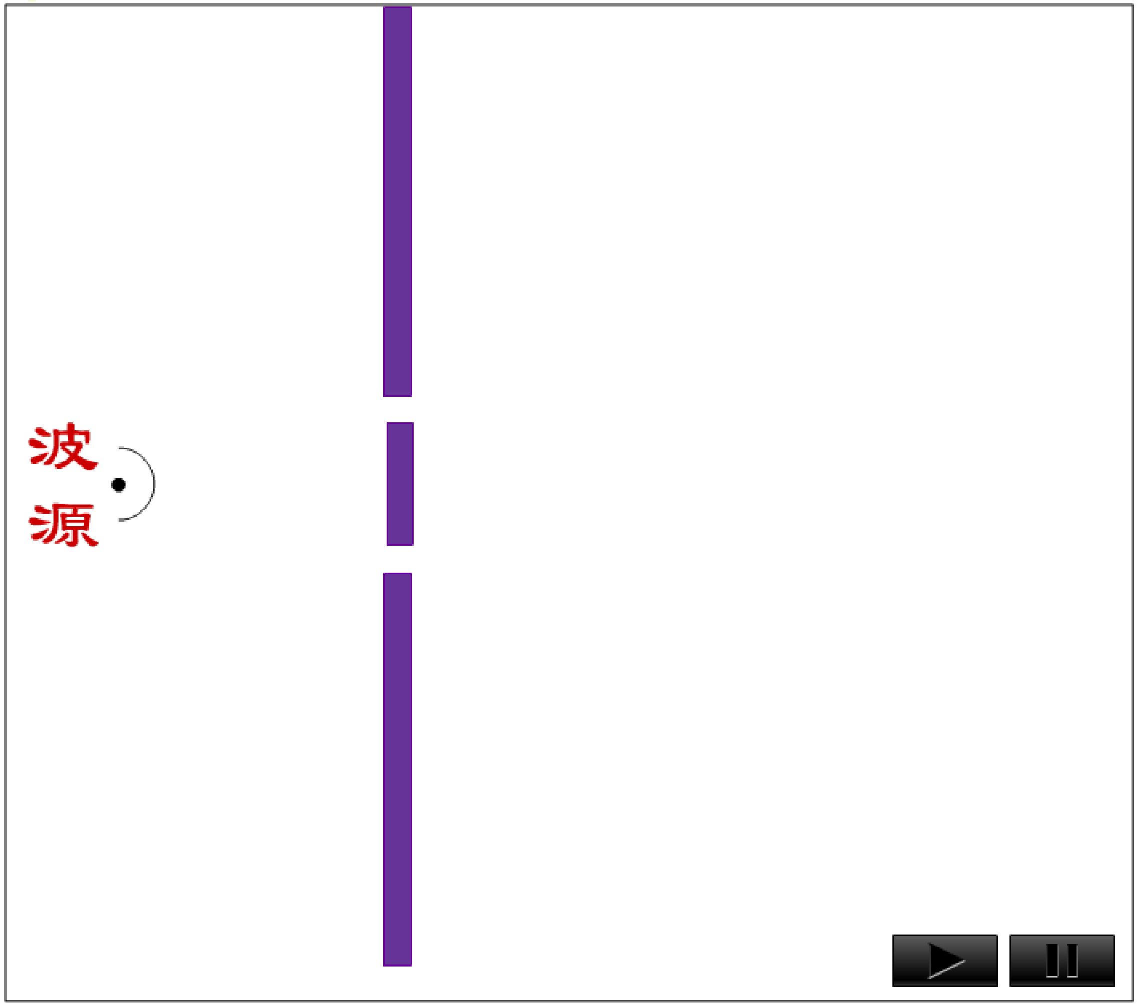
几列波相遇之后，仍然保持它们各自原有的特征（频率、波长、振幅、振动方向等）不变，并按照原来的方向继续前进，好象没有遇到过其他波一样.

2.叠加性：

在相遇区域内任一点的振动，为各列波单独存在时在该点所引起的振动位移的矢量和.

二 波的干涉（一种特殊的叠加现象）

1.干涉现象



满足一定条件的波在某区域同时传播时，使某些地方振动始终加强，而使另一些地方振动始终减弱，在空间形成一幅稳定的振幅分布图样的现象称为**波的干涉.**

2.干涉现象产生的条件 ——波的相干条件

- 两个波源 ——相干波源

  1）频率相同；

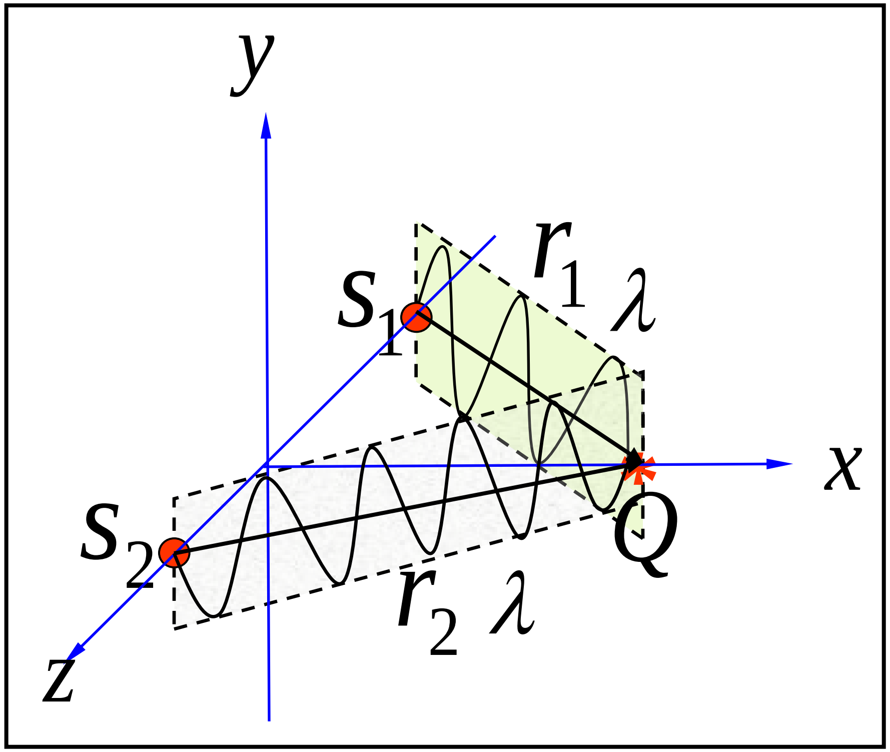
  2）振动方向相同；

  3）相位差恒定.

3. 干涉的计算原理

两个相干波源的振动方程

$$\begin{cases} y_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ y_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$

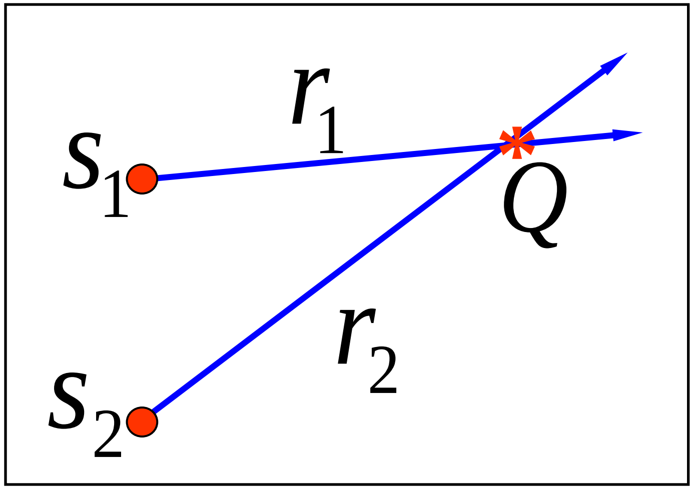


求解：点Q的振幅

S_1S_2在Q点引起分振动 → 两个分振动合成

1.求点Q的两个分振动

$$\begin{cases} y_{1Q} = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1 - 2\pi \dfrac{r_1}{\lambda}) \\ y_{2Q} = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2 - 2\pi \dfrac{r_2}{\lambda}) \end{cases}$$



2. 分振动的合成

$$y_Q = y_{1Q} + y_{2Q} = A\cos(\omega t + \varphi)$$

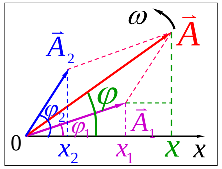
$$\begin{cases} A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \boxed{\Delta\varphi}} \\ \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi \dfrac{r_2 - r_1}{\lambda} \end{cases}$$

两个同方向同频率简谐运动的合成

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \\ x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$

$$x = x_1 + x_2$$

$$\boxed{x = A\cos(\omega t + \varphi)}$$



$$\begin{cases} A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi} \\ \tan\varphi = \dfrac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2} \end{cases}$$

两个同方向同频率简谐运动合成后仍为简谐运动

讨 论

点Q的振幅 $A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi}$

1） 相位差 $\Delta\varphi=\underline{\varphi_2-\varphi_1}-2\pi\dfrac{r_2-r_1}{\lambda}$

波源的相位差

波程差 $\delta=r_2-r_1$

2） 确定的点位上分振动相位差是确定的，所以振幅随位置而变，在空间各点稳定分布。

3) 干涉加强和减弱的条件

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi}$$

$$\Delta\varphi=\pm 2k\pi \quad k=0,1,2,\cdots$$

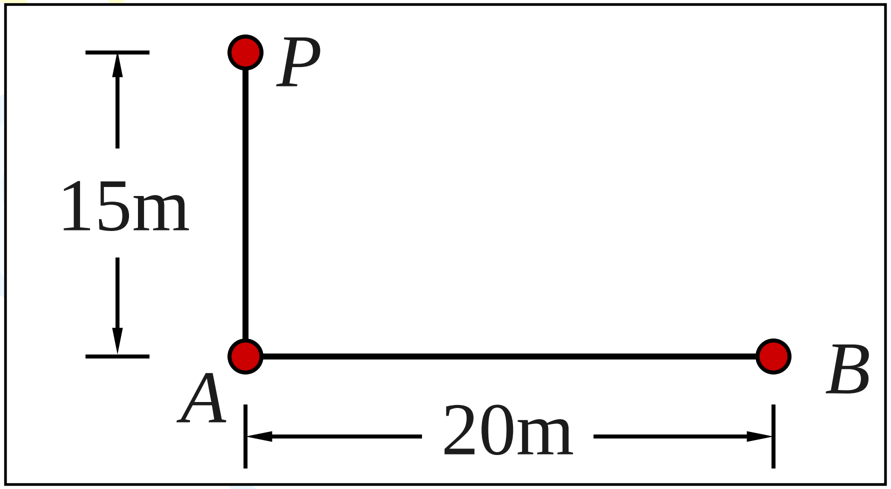
$$A=A_1+A_2$$ 振动始终加强

$$\Delta\varphi=\pm(2k+1)\pi \quad k=0,1,2,\cdots$$

$$A=\left|A_1-A_2\right|$$ 振动始终减弱

$$\Delta\varphi=\text{其他} \quad \left|A_1-A_2\right|<A<A_1+A_2$$

例 如图所示，A、B 两点为同一介质中两相干波源.其振幅皆为5cm，频率皆为100Hz，但当点 A 为波峰时，点B 适为波谷.设波速为10m/s，试写出由A、B 发出的两列波传到点P 时干涉的结果.



解 $BP = \sqrt{15^2 + 20^2}\,\mathrm{m} = 25\,\mathrm{m}$

$$\lambda = \frac{u}{\nu} = \frac{10}{100}\,\mathrm{m} = 0.10\,\mathrm{m}$$

设 A 的相位较 B 超前，则 $\varphi_A - \varphi_B = \pi$.

$$\Delta\varphi = \varphi_B - \varphi_A - 2\pi\frac{BP - AP}{\lambda} = -\pi - 2\pi\frac{25 - 15}{0.1} = -201\pi$$

点P 合振幅 $A = |A_1 - A_2| = 0$

驻波

一、驻波现象：（动画、录像）

振幅、波速都相同的两列相干波，在同一直线上沿相反方向传播时叠加而形成的一种特殊的干涉现象.

说明

1.特点：波形不传播,分段振动

2.概念：波节、波腹

二 定量分析

设有两列简谐波，分别沿x轴的正方向和负方向传播，它们的表达式为

正向 $$y_1 = A\cos(\omega t - 2\pi\frac{x}{\lambda})$$

负向 $$y_2 = A\cos(\omega t + 2\pi\frac{x}{\lambda})$$

问题：求波节、波腹的位置

方法（一）： 利用干涉原理计算

方法（二）：波函数直接相加——驻波方程

$$y = y_1 + y_2$$

$$y = \boxed{2A\cos 2\pi \frac{x}{\lambda}}\ \underline{\cos \omega t}$$

振幅因子

振动因子

各点作振幅为$\left|2A\cos 2\pi \frac{x}{\lambda}\right|$角频率为 ω 的简谐运动

讨论

振幅 $\left|2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\right|$ 随 x 而异，与时间无关.

$$\left|\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\right| = \begin{cases} 1 & \text{波腹} \\ 0 & \text{波节} \end{cases}$$

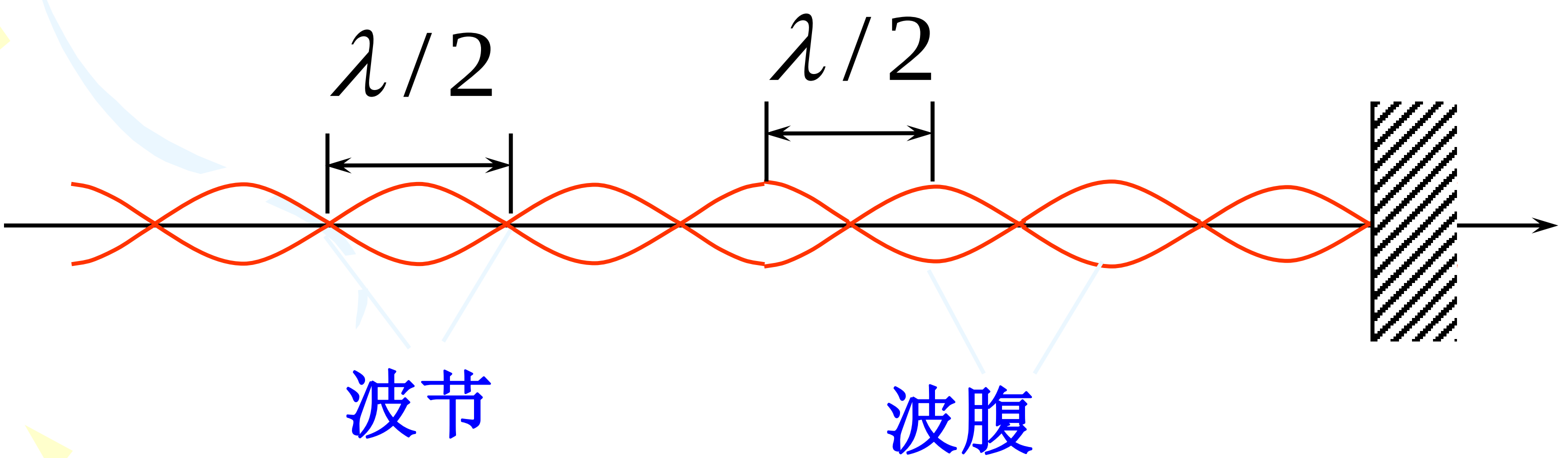
$$x = \begin{cases} k\dfrac{\lambda}{2} & k = 0, \pm 1, \cdots \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{4} & k = 0, \pm 1, \cdots \end{cases}$$

相邻波节距离

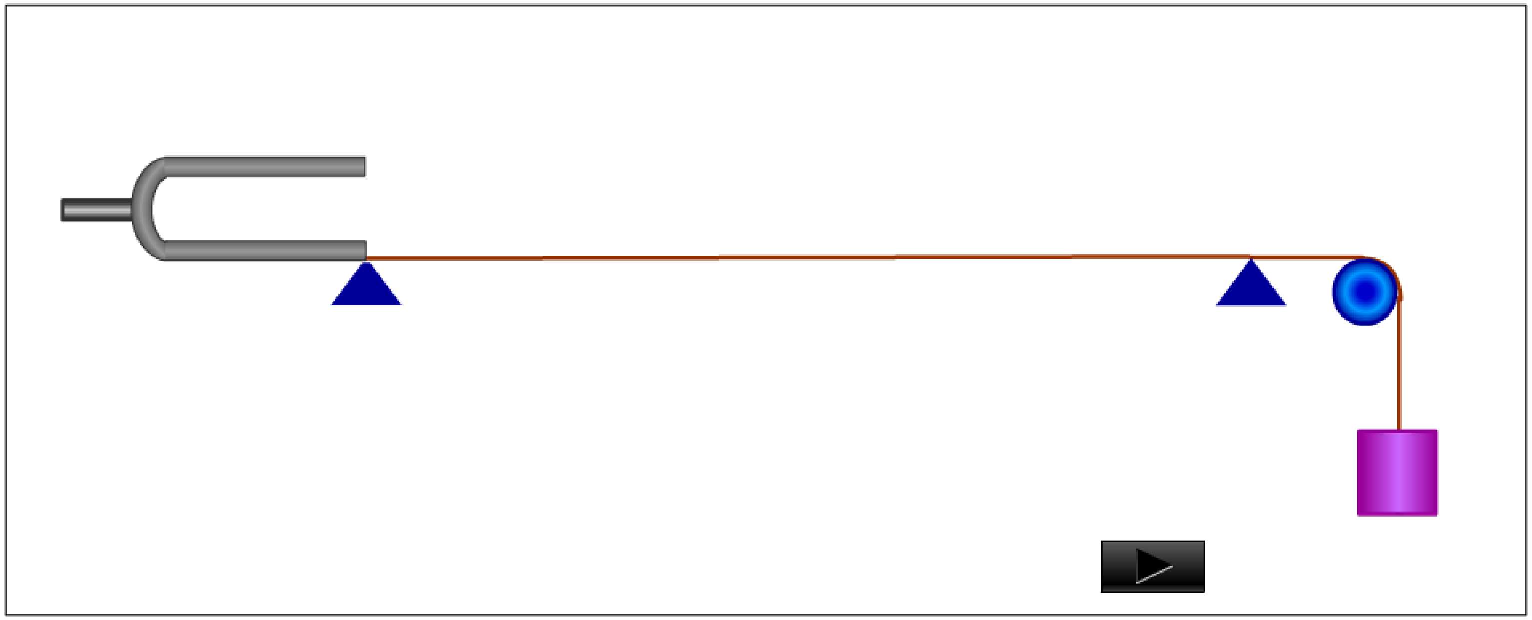
$$x_{k+1}-x_k=[2(k+1)+1]\frac{\lambda}{4}-(2k+1)\frac{\lambda}{4}\boxed{=\frac{\lambda}{2}}$$

相邻波腹距离

$$x_{k+1}-x_k=(k+1)\frac{\lambda}{2}-k\frac{\lambda}{2}\boxed{=\frac{\lambda}{2}}$$

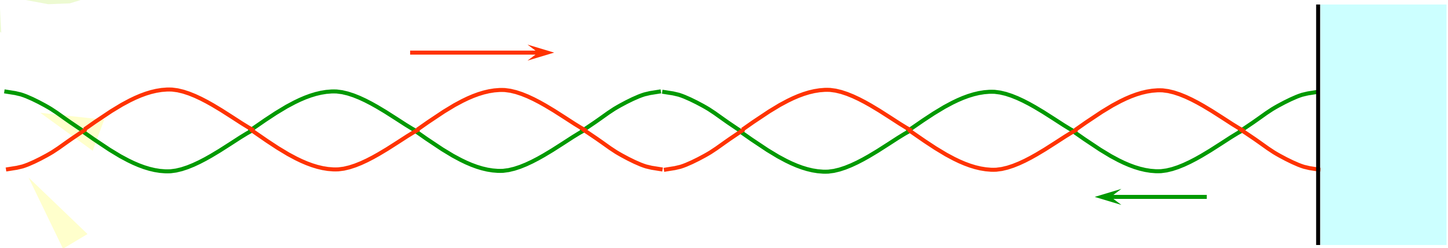


三 相位跃变（半波损失）



现象：

反射点处绳是固定不动的，因而此处只能是波节。



在波节处，反射波与入射波反相

所以，在波反射时在分界处产生 π 的相位跃变，相当于出现了半个波长的波程差

——半波损失

半波损失条件

波从波疏介质垂直进入波密介质时，

反射波存在半波损失，反射处为波节。

反之，没有半波损失，反射处为波腹。（自由端反射）

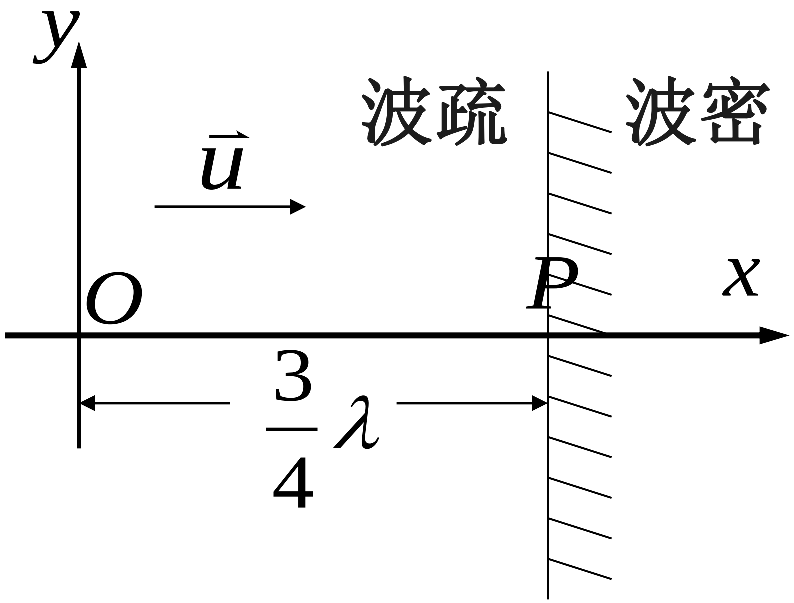
波密介质：ρu 较大的介质叫波密介质，
波疏介质：ρu 较小的介质叫波疏介质。

Note

驻波实际上是一种波的叠加后分段振动现象，其波形、相位、能量都不能传播，是一种特殊集体振动形态

- 驻波的形成
- 驻波的特点
- 驻波的计算
- 半波损失

习题



已知：入射波 振幅A，频率 ν 传播速度 u

$t=0$ 时，O点在平衡位置处，向y轴正方向运动

（1）写出入射波波函数

（2）写出反射波波函数

（3）写出因叠加而静止的各点的位置