装
订
线

| 本试卷适应范围 |
|---|
| 信科 统计 专业 |
| 2019 级 本科生 |

# 南 京 农 业 大 学 试 题 纸

**2019~2020 学年 第一学期 课程类型：必修 试卷类型：*A***

课程号 MATH2103 课程名 数学分析 I 5 学分

学号 ____________ 姓名 ____________ 班级 ____________

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 总分 | 签名 |
|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | |

**一. 填空题或选择题（每题 3 分，计 30 分. 选择题正确选项唯一）**

**1.** 若 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ 存在，$\lim\limits_{n\to\infty} y_n$ 不存在，则必定有________.

$(A).\lim\limits_{n\to\infty}(x_n+y_n)$不存在； $(B).\lim\limits_{n\to\infty}(x_n y_n)$不存在；

$(C).\lim\limits_{n\to\infty}(x_n+y_n)$未必不存在； $(D)$. 若 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=0$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}(x_n y_n)=0$ .

**2.** 函数 $f(x)=\dfrac{x^2}{(x-3)|\sin x|}$ 在区间________内无界.

$(A).(-1,0)$; $(B).(0,1)$; $(C).(1,2)$; $(D).(2,3)$.

**3.** 函数 $f(x)=\begin{cases} x\cos\dfrac{1}{x}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处________.

$(A)$.不连续； $(B)$.连续但不可导；

$(C)$.可导但导函数不连续； $(D)$.可导且导函数连续.

**4.** 设 $f(x)=\dfrac{1}{x-2}$，则函数 $f[f(x)]$ 的第一类间断点为________.

**5.** $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left[\tan x\cdot(2x-\pi)\right]=$ ________.

**6.** 曲线 $y=e^{-\frac{x^2}{2}}\,(x\geq 0)$ 的拐点为________.

**7.** 设 $y=\ln\left(\sqrt[4]{4x}\right)$，则 $\dfrac{d^4y}{dx^4}=$ ________.

**8.** 设 $xe^x$ 是 $f(x)$ 的一个原函数，则 $\int f(2x)dx=$ ________.

**9.** 数列形式的迫敛性定理:________________________________________

________________________________________.

**10.** 确界原理:________________________________________.

装
订
线

二. 解答题 I . ( 每题 7 分，计 28 分)

11. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{\tan x}\right)$.

12. 计算不定积分 $\int \frac{1-x}{\sqrt{4-x^2}}dx$ .

13. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2^n+0^n+1^n+9^n}{4}\right)^{\frac{1}{n}}$ .

14. 计算不定积分 $\int 2x\arctan x dx$ .

系主任 李强 出卷人 朱震球

三. 解答题 II （每题 7 分，计 42 分)

15. $a>0$.设有坐标平面上的曲线段$C_I:\begin{cases}x=a\cos^3 t\\ y=a\sin^3 t\end{cases}, t\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，在$t\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$时计算$\frac{dy}{dx},\frac{d^2y}{dx^2}$.

说明曲线段$C_I$的升降与凹凸的情况 .

$\left(\text{通过上面的讨论以及对称性,可知曲线}C:\begin{cases}x=a\cos^3 t\\ y=a\sin^3 t\end{cases}, t\in[0,2\pi]\ \text{的基本形状 .曲线}C\ \text{俗称为“星形线”}(Star\ curve).\right)$

16. 设函数 $f(x)$在$(-1,1)$内有连续的二阶导数，$f(0)=0, f'(0)=1, f''(0)=2$，$\varphi(x)=\begin{cases}\frac{f(x)}{x}, x\neq 0\\ a\quad, x=0\end{cases}$.

试确定$a$的值，使$\varphi(x)$在$x=0$处连续，又:在此条件下，求出$\varphi'(0)$.

17. 证明：在$x>0$时函数 $f(x)=(1+x)^{\frac{1}{x}}$ 严格单调递减 .

18. 设 $a_n=\sin 1+\frac{\sin 2}{2^2}+\frac{\sin 3}{3^2}+\cdots+\frac{\sin n}{n^2}$，试运用 Cauchy 收敛准则证明数列 $\{a_n\}$ 收敛 .

19. 设 $x>0$, 证明: $e^x>1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^4}{4!}+\frac{x^5}{5!}$.

20. 本题中两小题任选一小题，只做一小题. 若两小题都做，按第一小题记分.

(1). 设 $a$ 为常数，证明 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a^n}{n!}=0$ .

(2). 设 $a_n>0$, 求证: 若 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{a_{n+1}}=l>1$, 则 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$.