装
订
线

本试卷适应范围
信科
2015 级

南 京 农 业 大 学 试 题 纸

2015~2016 学年 第 1 学期　　课程类型：必修　试卷类型：*A*

课程 **数学分析 I** 　班级 信科 151、信科 152 　学号 ______________ 姓名__________________

题号	一	二	总分	签名
得分				

一.客观题（每题 3 分，计 30 分）

名词解释或定理叙述:

1. 确界原理——________________________________

2. 拐点——________________________________

命题正误判断:用 T 表示正确、用 F 表示错误.

3.（　　）若 $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$存在且不为零,$\lim\limits_{x\to\infty} g(x)$不存在, 那么 $\lim\limits_{x\to\infty}\left[f(x)g(x)\right]$必定不存在.

4.（　　）函数 $f(x)=\begin{cases}\ln(1+x), x>0\\ e^x-1\ ,\ x\le 0\end{cases}$ 在区间$[-1,2]$上满足 Lagrange 中值定理的条件.

5.（　　）可导的周期函数的导函数仍是周期函数，连续的周期函数的原函数也是周期函数 .

填空:

6. 连续函数 $f(x)$ 满足 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{x^2-1}=1$，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处切线方程为________________.

7. $\displaystyle\int\frac{1}{e^x+e^{-x}}dx=$__________ .

8. $\cos\left(2x^2\right)$ 的 Maclaurin 展开式中 x^4 项的系数为__________ .

9. 若 $x-ax^3$ 在 $x>0$ 时是凸函数，则数 a 的取值情况为 a__________ .

10. 函数 $f(x)=$____________ 在点 0 处不连续，但$|f(x)|$在点 0 处连续 .

装
订
线

二．**解答题:**（11~15 题每题 8 分，16~18 题每题 10 分，计 70 分）

11. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{\sin x}\right)$.

12. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1+2^n+\cdots+2016^n}{2016}\right)^{\frac{1}{n}}$.

13. 计算 $\displaystyle\int\frac{x\arctan x}{\sqrt{(1+x^2)^3}}dx$.

14. 设 $a>0$. (1). 函数 $y=f(x)$ 由 $\begin{cases}x=a\cos^3 t\\ y=a\sin^3 t\end{cases}$ 确定，计算 $\dfrac{dy}{dx},\dfrac{d^2y}{dx^2}$. (6 分)

(2). 与圆周曲线 $C_1:\begin{cases}x=a\cos t\\ y=a\sin t\end{cases},t\in[0,2\pi]$，“菱形”曲线 $C_2:\begin{cases}|x|=a\cos^2 t\\ |y|=a\sin^2 t\end{cases},t\in[0,2\pi]$ 既关于 x 轴对称又关于 y 轴对称 因而是中心对称的曲线一样，曲线 $C_3:\begin{cases}x=a\cos^3 t\\ y=a\sin^3 t\end{cases},t\in[0,2\pi]$ 也是既关于 x 轴对称又关于 y 轴对称的曲线。要了解曲线的特性，只需研究其在第一象限部分的性状即可。试根据 $\dfrac{dy}{dx},\dfrac{d^2y}{dx^2}$ 的取值情况，了解曲线 C_3 的升降与凹凸的情况，描绘曲线 C_3 的草图。你知道曲线 C_3 通俗的名称吗? (2 分)

系主任 李 强　　　　　　出卷人

15. 证明不等式：$x>0$ 时，有 $0<\dfrac{1}{\ln(1+x)}-\dfrac{1}{x}<1$.

16. 叙述关于数列极限的柯西（Cauchy）收敛准则.由此证明数列 $x_n=1+\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{3^2}+\cdots+\dfrac{1}{n^2}$ 收敛.

17. 设 p,q 为常数. (1). 试问: 数 p,q 需满足什么条件时, 函数 $\varphi(x)=x^3-3px-q$ 可取得极值?

(2). 试问: 数 p,q 需满足什么条件时，方程 $x^3=3px+q$ 有三个不同的实根?

18. (1). 判断函数 $\dfrac{\sin x}{x}$ 在区间 $(0,1)$ 上的单调性; (2). 证明数列 $\left\{n\sin\dfrac{1}{n}\right\}$ 单调有界;

(3). 记 $A=\left\{n\sin\dfrac{1}{n}, n=1,2,3,\cdots\right\}$, 给出 $\sup A, \inf A$，并简要地说明理由.