

本试卷适应范围
信科 20、计科 20、数
据 20、人智 20

南京农业大学试题纸

2021-2022 学年 一 学期 课程类型：必修 试卷类型：A

课程号 MATH3102 课程名 离散数学 学分 4

学号 姓名 班级

题号	一	二	三	四	总分	签名
得分						

一、 选择题（每题 2 分，共计 20 分）

1. 下列表达式中不成立的是【 】

- (A) $A \cap (B \oplus C) = (A \cap B) \oplus (A \cap C)$ (B) $A \cup (B \oplus C) = (A \cup B) \oplus (A \cup C)$
(C) $A \oplus B = B \oplus A$ (D) $A \oplus B = \sim A \oplus \sim B$

2. 在一个联结词的集合中，如果一个联结词可由集合中的其它联结词定义，则称此联结词为冗余的联结词，否则称为独立的联结词。若一个联结词的全功能集中不含冗余的联结词，则称它是极小全功能集。下列命题联结词集合中，是极小联结词全功能集的是【 】

- (A) $\{\downarrow\}$ (B) $\{\neg, \uparrow\}$ (C) $\{\wedge, \vee\}$ (D) $\{\neg, \vee, \wedge\}$

3. 下列为含两个命题变元 p, q 的命题公式，其中是极大项的是【 】

- (A) $p \vee q \vee \neg q$ (B) $\neg p \vee q$ (C) $\neg p \wedge q$ (D) $\neg p \wedge p \wedge q$

4. 下列命题公式是矛盾式的是【 】

- (A) $((p \vee q) \rightarrow q) \wedge r$ (B) $\neg(p \leftrightarrow r) \vee q$ (C) $((p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)) \wedge \neg p \wedge r$ (D) $(p \rightarrow q) \vee p \vee r$

5. 设 A, B, C 为集合，下列命题为真的是【 】

- (A) $\langle x, y \rangle \notin A \times B \Leftrightarrow x \notin A$ 且 $y \notin B$ (B) 若 $A \times B = A \times C$ ，则 $B = C$
(C) $A \oplus B = A \oplus C \Leftrightarrow B = C$ (D) $A - (B \cap C) = (A - B) \cap (A - C)$

6. 设 R 表示实数集合， $A = B = R \times R, f$ 为 A 到 B 的一个映射， $\forall \langle x, y \rangle \in A, f(\langle x, y \rangle) = \langle x - 2y, 2x + y \rangle$ ，则【 】。

- (A) f 为 A 到 B 的单射，但非满射。 (B) f 为 A 到 B 的满射，但非单射。
(C) f 为 A 到 B 的既非单射，也非满射。 (D) f 为 A 到 B 的双射。

7. 设 $A = \{a, b, c, d\}$ ， A 上的等价关系 $R = I_A \cup \{\langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle c, d \rangle, \langle d, c \rangle\}$ ，则该等价关系所诱导出来的划分中划分块个数是【 】

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

8. 设论域 $S = \{a, b, c\}$ ，消去公式 $\forall x \exists y (P(x) \wedge Q(y))$ 中的量词后，公式可化为【 】。

- (A) $(P(a) \wedge P(b) \wedge P(c)) \wedge (Q(a) \vee Q(b) \vee Q(c))$ (B) $(P(a) \vee P(b) \vee P(c)) \wedge (Q(a) \wedge Q(b) \wedge Q(c))$
(C) $P(a) \vee P(b) \vee P(c) \vee Q(a) \vee Q(b) \vee Q(c)$ (D) $(P(a) \wedge P(b) \wedge P(c)) \vee (Q(a) \wedge Q(b) \wedge Q(c))$

9. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$ 上的函数分别为： $f = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$ ， $g = \{\langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 2 \rangle\}$ ， $h = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle\}$ ，则 $h =$ 【 】。

- (A) $f \circ g$ (B) $g \circ f$ (C) $f \circ f$ (D) $g \circ g$

10. 根据量词的定义谓词公式 $\forall x Q(x)$ 的真值为 1，当且仅当【 】。

- (A) 对论域 D 中的所有 x ， $Q(x)$ 均为 0 (B) 有一个 $x_0 \in D$ ，使 $Q(x_0)$ 为 1
(C) 对论域 D 中的所有 x ， $Q(x)$ 均为 1 (D) 有一个 $x_0 \in D$ ，使 $Q(x_0)$ 为 0

系主任 杨涛

出卷人 吴清太

二、 填空题(每空格 2 分, 共计 30 分)

1. 给定命题公式 $(p \wedge q) \rightarrow r$, 该公式在联结词的完备集 $\{\neg, \vee\}$ 中的形式为_____.
2. 命题公式 $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$ 的成真赋值为_____, 其主析取范式为_____.
3. 设 $A \neq \emptyset$, $\pi_1, \pi_2 \subseteq P(A)$, 若 π_1, π_2 是 A 的两个划分, 且满足 $\forall x \exists y (x \in \pi_1 \wedge y \in \pi_2 \rightarrow x \subseteq y)$, 则称 π_1 为 π_2 的加细. 若 π_1 为 π_2 的加细, 且 $\pi_1 \neq \pi_2$, 则称 π_1 是 π_2 的真加细. 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $\pi_1 = \{\{1, 2, 5, 8\}, \{4, 9\}, \{3, 6, 7\}\}$, $\pi_2 = \{\{1, 2\}, \{3, 5\}, \{4, 9\}, \{7, 8\}, \{6\}\}$, $\pi_3 = \{\{1, 2\}, \{5, 8\}, \{4, 9\}, \{6\}, \{3, 7\}\}$, $\pi_4 = \{\emptyset, \{1, 2, 3\}, \{4, 5, 7\}, \{8\}, \{6, 9\}\}$, $\pi_5 = \{\{1, 2, 3, 6\}, \{4, 5, 9\}, \{6, 7, 8\}\}$, 则 $\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5$ 中是集合 A 的划分为_____, 其中划分_____是划分_____的真加细.
4. 设 $\langle A, R \rangle$ 为偏序集, 其中 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 24, 36, 72\}$, R 是 A 上的整除关系, 则 $B = \{3, 4, 6, 9, 24\}$ 的极小元为_____, 极大元为_____, 下确界为_____.
5. 并非一切劳动都能用机器代替. 设 $L(x)$: x 是一种劳动, $M(y)$: y 是一种机器, $R(x, y)$: x 代替 y . 在给定的谓词下, 该命题在一阶逻辑中可符号化为_____.
6. 在 1~300 之间的整数(1 和 300 包含在内)中, 可被 3, 5, 或 7 中至少一个整除的整数的个数为_____个, 可被 3 或 5 整除但不能被 7 整除的整数的个数为_____个.
7. 设二元关系 $R = \{\langle 0, a \rangle, \langle 1, c \rangle, \langle 2, d \rangle, \langle 3, d \rangle\}$, 则 $\text{fld } R =$ _____, $\text{Rt } \{0, 3\} =$ _____, $R[\{0, 2, 3\}] =$ _____.

三、解答题(本大题共 3 小题, 共 23 分)

1. 求公式 $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$ 的主析取范式并由主析取范式写出其主合取范式。(本小题 7 分)

2. 求公式 $\exists x_1 F(x_1, x_2) \rightarrow (H(x_1) \rightarrow \neg \exists x_2 G(x_1, x_2))$ 的前束范式。(本题 6 分)。

2. 已知集合 $A=\{1,2,3,4,5,6\}$ 上的关系 R 的关系矩阵如右所示（本题 10 分），求（1）写出关系 R 的关系表达式；（2）给出关系 R 的关系图；（3）求出关系 R 的自反闭包 $r(R)$ ，对称闭包 $s(R)$ 和传递闭包 $t(R)$ 。

$$M_R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

四、证明题（本大题共 4 小题，共 27 分）

1. 在自然推理系统 N_L 中构造下面推理的证明：（本题 7 分）

所有的哺乳动物都是脊椎动物；并非所有的哺乳动物都是胎生动物；故有些脊椎动物不是胎生的。

2. 设 R 是 A 上的二元关系, $S = \{ \langle a, b \rangle \mid \exists c \in A, \text{使得 } \langle a, c \rangle \in R \wedge \langle c, b \rangle \in R \}$, 证明若 R 是 A 上的一个等价关系, 则 S 也是 A 上的一个等价关系. (本题 7 分)

3. 设 A, B, C 为任意三个集合, 试证明: $(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$ (本题 7 分)

4. 设 $f: A \rightarrow B, A_1 \subseteq A, B_1 \subseteq B$, 试证明: $f(A_1 \cap f^{-1}(B_1)) = f(A_1) \cap B_1$. (本题 6 分)