摘要

https://github.com/dongzj56/Algorithm\_TSP\_2025

期末作业就是写论文，01背包问题或者TSP问题任选一个，写不同算法实现的对比分析，四五千字左右，18周交，电子+纸质+查重报告

# 摘要

# 1 引言

## 1.1 TSP问题定义

给定一组个城市及任意两城市间的旅行代价（或距离、时间）矩阵 ，其中，。在对称TSP中，；在非对称 TSP 中则不必满足该条件。要求找到一条经过每座城市恰好一次并最终回到出发城市的哈密顿回路（Hamiltonian cycle），使得沿途总代价最小：

其中，决策变量：

## 1.2 TSP形式化描述

旅行商问题（TSP）的形式化表述：

设城市集合

成本（或距离）矩阵，其中，且对称TSP问题满足

TSP问题的目标函数：

TSP问题的约束

（1）基本约束

或者图的度为2：

1. 子回路消除约束（Subtour Elimination Constraints, SEC）
2. Miller–Tucker–Zemlin 线性化 (MTZ)

TSP问题的输出：

最优路线：以城市编号序列表示的哈密顿回路，例如

或者等价地用被选中的边集合表示

路线的总代价：

其中，是城市i到j 的距离/时间/费用。

# 2 数据集

本文实证部分所用数据全部来自 Kaggle 公开数据集 “TSPLIB-Symmetric”（<https://www.kaggle.com/datasets/hiimhoanglam/tsplib-symmetric>）。该数据集对 Heidelberg 大学维护的 TSPLIB95 库中的对称旅行商问题（TSP）实例进行了系统化打包，共收录 135 个标准实例，节点规模覆盖 14 至 85 900 个城市，既包含经典的小规模基准（如 eil51、st70、kroA100），也囊括中大型难例（如 pr2392、rl11849、usa13509、pla85900）。每个实例均提供 .tsp 描述文件及对应的最佳已知或最优巡回 .opt.tour，距离类型涵盖欧氏（EUC\_2D）、地理（GEO）、曼哈顿（MAN）等多种度量。相比直接从 TSPLIB 下载，Kaggle 版本统一了文件组织，便于一次性批量获取与复现实验；同时保留原始命名和元数据，确保与既往文献可比性，因此被选作本文多算法对比的统一测试平台。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 数据集 | 算法 | 特点 |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

# 3 方法

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 算法范畴 | 算法 | 特点 |
| 精确算法 |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

## 3.1精确算法

精确算法是指通过严格数学推导或系统化搜索，在有限时间内保证找到问题的全局最优解的算法范畴。其核心优势在于确定性与最优性：算法终止时给出的解必定为当前规模下的最优解，理论上不存在更优的可行解。这一点与启发式或近似算法形成鲜明对比——后者通常只能快速返回高质量但无法证明最优性的解。然而，精确算法的计算复杂度往往随问题规模呈指数级增长。例如在旅行商问题（TSP）中，经典动态规划（Held-Karp）求解的时间复杂度约为。当城市数 𝑛 增大时，所需时间与内存将急剧膨胀，导致大型实例难以在现实时间内求解。因此，精确算法更适用于小规模场景（如几十至数百城市的 TSP、变量较少的资源分配问题等），在这些场景下它能为决策者提供可验证的最优方案。

下面主要介绍三种最具代表性的精确算法，及其对TSP问题的解决过程。

### 3.1.1动态规划

动态规划是一类通过将原问题划分为规模更小的子问题，并通过子问题的最优解构建全局最优解的方法。针对旅行商问题（TSP），Held 和 Karp 提出了一种基于子集状态转移的动态规划解法，被称为 Held–Karp 算法。该算法显著降低了对对称 TSP 问题的计算复杂度，是精确求解小规模 TSP 问题的代表性方法之一。【Held M, Karp R M. A dynamic programming approach to sequencing problems[J]. Journal of the Society for Industrial and Applied mathematics, 1962, 10(1): 196-210.】【Bellman R. Dynamic programming treatment of the travelling salesman problem[J]. Journal of the ACM (JACM), 1962, 9(1): 61-63.】【Chauhan C, Gupta R, Pathak K. Survey of methods of solving tsp along with its implementation using dynamic programming approach[J]. International journal of computer applications, 2012, 52(4).】

定义距离矩阵，表示城市到的距离。算法的核心思想在于构建函数，表示从起点城市出发，访问完城市集合，最后停在城市的最短路径长度。该状态函数的递推关系如下：

（1）边界条件：

；

（2）状态转移方程：

（3）最终目标：

该算法通过自底向上计算所有可能子集状态并组合得到最终解，其时间复杂度为，空间复杂度为。虽然理论上算法的复杂度仍为指数级，但与完全枚举的相比已显著优化。因此，Held–Karp 算法被广泛用于小规模 TSP 问题的精确求解，尤其在城市数量 𝑛≤30的情形下可在合理时间内完成计算。此外，其状态转移结构也为后续分支限界和启发式方法的下界估计提供了理论基础。

### 3.1.2分支界限法

分支界限法（Branch and Bound, B&B）是一种经典的组合优化算法框架，广泛用于求解旅行商问题（TSP）等 NP-难问题。该方法通过系统地枚举所有可能的解路径，并在搜索过程中利用下界信息进行剪枝，从而显著减少搜索空间，在保证全局最优性的同时提升求解效率。

【Little J D C, Murty K G, Sweeney D W, et al. An algorithm for the traveling salesman problem[J]. Operations research, 1963, 11(6): 972-989.】【Volgenant T, Jonker R. A branch and bound algorithm for the symmetric traveling salesman problem based on the 1-tree relaxation[J]. European Journal of Operational Research, 1982, 9(1): 83-89.】

B&B求解TSP的过程如下所示：

## 3.2 启发/元启发式

经验近似最有，速度快，GA、PSO。还有多项式近似

# 4 实验

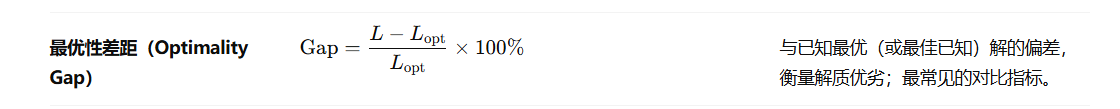
## 4.1 评价指标

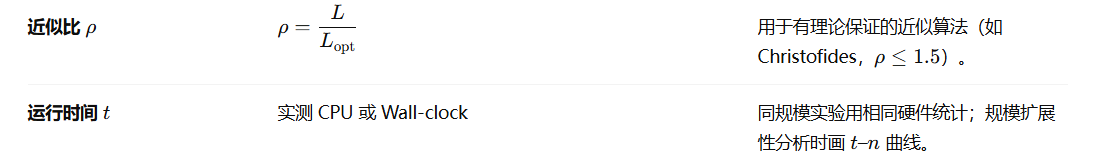
（1）相对误差Gap（%）：模型求得路线长度相对于最优解的百分比差异，Gap的值越小表示TSP路径规划性能越优，0%表示达到最优：

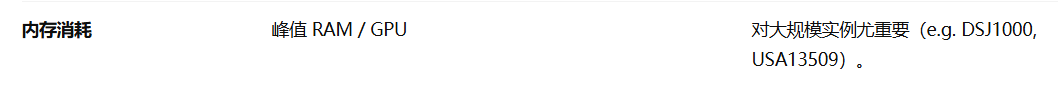
其中，最优解表示LKH-3近似最优解，

（2）推理时间Time（s）：模型完成一次求解的时间开销（相同计算环境下）。









## 4.2 对比实验

# 5 讨论

# 6 结论

# 参考文献

# 附录