

# PJJ Tahap 3 IMO 2016 Tidak Resmi

## Paket 4

DJ Ilhan rmx

### 1 Aturan Main

- Solusi dikumpul paling lambat **Sabtu, 16 April 2016 22:59 WIB**.
- Soal dibuat sehingga no. 1 kira-kira sesusah no. 2 IMO, no. 3 sesusah no. 3 IMO. No. 2 somewhere in between. Anak tahap 3 udah ga jaman ngerjain soal no. 1 atau 4.
- Solusi boleh diketik, discan ataupun difoto.
- Kirimkan ke: 7744han@gmail.com ATAU h.i@u.nus.edu ATAU e0008984@u.nus.edu. Tulis nama Anda di subjek email.
- Umpan balik akan diberikan ke Anda. (Udah kayak KTO aja)
- Juara 1, 2, dan 3 bakal dapat hadiah (woo!)
- Soal akan di-post di olimpiade.org setelah batas pengumpulan. Harap partisipasinya dalam meramekan forum anak bangsa.
- Above all, PJJ ini tidak di-enforce kok. Iseng-iseng aja.

### 2 Soal-soal

(Balik lagi ke Bahasa Indonesia, supaya semangat kenegaraaan kalian tumbuh (?))

1. Diberikan  $P$  dan  $Q$  suku banyak monik dengan koefisien kompleks sehingga  $P(P(x)) = Q(Q(x))$  untuk setiap  $x$  kompleks. Buktikan  $P(x) = Q(x)$  untuk setiap  $x$  kompleks.
2. Diberikan dua bilangan bulat positif  $m$  dan  $n$ . Diketahui pula terdapat sebuah perkumpulan yang berisi banyak orang yang mana untuk setiap 2 orang  $A$  dan  $B$  di perkumpulan tersebut, antara  $A$  dan  $B$  saling mengenal atau keduanya saling tidak mengenal. Untuk setiap  $k$  orang di perkumpulan tersebut (tentu saja banyak orang di perkumpulan tersebut  $\geq k$ ), diketahui antara ada  $2m$  orang  $a_1, a_2, \dots, a_m, b_1, b_2, \dots, b_m$  sehingga  $a_i$  dan  $b_i$  saling mengenal untuk setiap  $i$ , atau ada  $2n$  orang  $c_1, c_2, \dots, c_n, d_1, d_2, \dots, d_n$  sehingga  $c_i$  dan  $d_i$  saling tidak mengenal untuk setiap  $i$ . Tentukan nilai  $k$  terkecil dalam  $m$  dan  $n$ .
3. Cari semua  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  sehingga  $(f(x) + y)(f(y) + x)$  kuadrat sempurna untuk semua  $x, y \in \mathbb{N}$ .

*“Saya sudah punya KTP loh” - Gede Bagus Bayu Pentium*