

# PJJ Tahap 3 IMO 2016 Tidak Resmi

## Paket 2

DJ Ilhan rmx

### 1 Aturan Main

- Solusi dikumpul paling lambat **Sabtu, 2 April 2016 22:59 WIB**.
- Soal dibuat sehingga no. 1 kira-kira sesusah no. 2 IMO, no. 3 sesusah no. 3 IMO. No. 2 somewhere in between. Anak tahap 3 udah ga jaman ngerjain soal no. 1 atau 4.
- Solusi boleh diketik, discan ataupun difoto.
- Kirimkan ke: 7744han@gmail.com ATAU h.i@u.nus.edu ATAU e0008984@u.nus.edu. Tulis nama Anda di subjek email.
- Umpan balik akan diberikan ke Anda. (Udah kayak KTO aja)
- Juara 1, 2, dan 3 bakal dapat hadiah (woo!)
- Soal akan di-post di olimpiade.org setelah batas pengumpulan. Harap partisipasinya dalam meramekan forum anak bangsa.
- Above all, PJJ ini tidak di-enforce kok. Iseng-iseng aja.

### 2 Sorunlar

(Bahasa Turki. Sukses Afif ujiannya!)

1. Diberikan bilangan genap positif  $n$ ; dua kotak di papan catur disebut bersebelahan bila mereka memiliki sisi persekutuan. Saya ingin menaruh pion-pion di petak-petak yang berbeda di papan catur  $n \times n$  sehingga setiap petak (bisa jadi ada pion, bisa jadi tidak) bersebelahan dengan minimal satu petak yang ada pionnya. Setiap petak bisa ditaruh 1 atau lebih pion (bisa saja 10 miliar). Cari banyaknya pion minimal yang harus ditaruh.
2. Diberikan segitiga  $ABC$ ; titik-titik  $A'$ ,  $B'$ , dan  $C'$  masing-masing adalah titik tengah segmen-segmen  $BC$ ,  $CA$ , dan  $AB$ . Diberikan  $P$  dan  $P'$  sehingga  $PA = P'A'$ ,  $PB = P'B'$  dan  $PC = P'C'$ . Buktikan semua garis  $PP'$  yang mungkin melewati sebuah titik tetap.
3. Diberikan sebuah bilangan bulat positif  $n$  dan bilangan-bilangan real  $x_1, x_2, \dots, x_n$  dan  $y_1, y_2, \dots, y_n$  sehingga untuk setiap  $i, j \in \mathbb{N}$  yang memenuhi  $i \leq j \leq n$  dipunyai  $x_i \leq x_j$  dan  $y_i \geq y_j$ , dan

$$\sum_{i=1}^n ix_i = \sum_{i=1}^n iy_i.$$

Buktikan bahwa untuk setiap bilangan real  $z$  dipunyai

$$\sum_{i=1}^n x_i \lfloor zi \rfloor \geq \sum_{i=1}^n y_i \lfloor zi \rfloor.$$

*“Saya menang. Karena saya tidak pernah kalah.” - Johan Gunardi*

*(btw, saya kalah)*