

PJJ Tahap 3 IMO 2016 Tidak Resmi

Paket 2

DJ Ilhan rmx

1 Aturan Main

- Solusi dikumpul paling lambat **Sabtu, 9 April 2016 22:59 WIB**.
- Soal dibuat sehingga no. 1 kira-kira sesusah no. 2 IMO, no. 3 sesusah no. 3 IMO. No. 2 somewhere in between. Anak tahap 3 udah ga jaman ngerjain soal no. 1 atau 4.
- Solusi boleh diketik, discan ataupun difoto.
- Kirimkan ke: 7744han@gmail.com ATAU h.i@u.nus.edu ATAU e0008984@u.nus.edu. Tulis nama Anda di subjek email.
- Umpan balik akan diberikan ke Anda. (Udah kayak KTO aja)
- Juara 1, 2, dan 3 bakal dapat hadiah (woo!)
- Soal akan di-post di olimpiade.org setelah batas pengumpulan. Harap partisipasinya dalam meramekan forum anak bangsa.
- Above all, PJJ ini tidak di-enforce kok. Iseng-iseng aja.

2 вопросов

(Bahasa Rusia, sebab Rusia adalah saingan utama Indonesia sejak dulu, dan tahun ini Indonesia akan mengalahkan Rusia)

1. Definisikan sebuah barisan $\{a_n\}$ dimana

$$a_n = \frac{1}{n} \left(\left\lfloor \frac{n}{1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + \cdots + \left\lfloor \frac{n}{n} \right\rfloor \right).$$

Buktikan terdapat tak berhingga banyaknya n sehingga $a_{n+1} > a_n$, dan juga terdapat tak berhingga banyaknya n sehingga $a_{n+1} < a_n$.

2. Cari semua fungsi f yang memetakan semua bilangan real ke bilangan real nonnegatif, sehingga untuk setiap $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ yang memenuhi $ab + bc + cd = 0$, dipunyai

$$f(a - b) + f(c - d) = f(a) + f(b + c) + f(d).$$

3. Misalkan $A_1 A_2 \dots A_8$ adalah sebuah segi-8 konveks sama sisi sehingga $A_i A_{i+1}$ sejajar $A_{i+4} A_{i+5}$ untuk setiap i . Definisikan B_i sebagai perpotongan $A_i A_{i+4}$ dan $A_{i-1} A_{i+1}$. Tunjukkan terdapat i sehingga

$$\frac{A_i A_{i+4}}{B_i B_{i+4}} \leq \frac{3}{2}.$$

($8|i - j$ mengimplikasikan $A_i = A_j$.)

“Kapucino itu minuman paling rasis” - Tobi Moektijono