Mengi

Skilgreining

Mengi (e. set) er óraðað safn hluta, sem kallast stök (e. element). Ef a er stak í menginu A þá skrifum við

$$a \in A.$$

Ef ekki þá $a \notin A$.

Mengi eru oft sýnd með slaufusvigum

$$A = \{a, b, 1, 14\}$$
$$B = \{1, 2, 3, \ldots, 99\}$$
$$= \{x \mid x \text{ heil tala milli 1 og 99 (báði með talin)}\}.$$

Algeng mengi

hér er 0 með

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$ náttúrulegar tölur

$\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$ heilu tölurnar

$\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, \ldots\}$ jákvæðu —"—

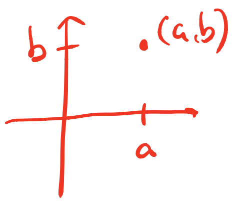
$\mathbb{Q} = \{\frac{p}{q} \mid p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0\}$ ræðar tölur

$\mathbb{R}$ = rauntölur

$\mathbb{C}$ = tvinntölur

$\vdots$

Bil

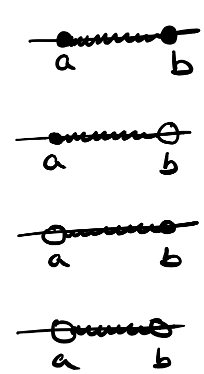


$[a,b]$ ... $[a,b] = \{ x \in \mathbb{R} \mid a \le x \le b \}$

$[a,b[$ ... $[a,b) = \{ x \in \mathbb{R} \mid a \le x < b \}$

$]a,b]$ ... $(a,b] = \{ x \in \mathbb{R} \mid a < x \le b \}$

$]a,b[$ ... $(a,b) = \{ x \in \mathbb{R} \mid a < x < b \}$



Dæmi

$\{ \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q} \}$ $\qquad$ $\{ \mathbb{N}, 3 \}$

$\{ 1, \{1\} \}$

Skilgreining

Tvö mengi A, B eru jöfn, $A = B$, ef fyrir öll $x \in A$ gildir $x \in B$ og fyrir öll $x \in B$ gildir $x \in A$.

Dæmi

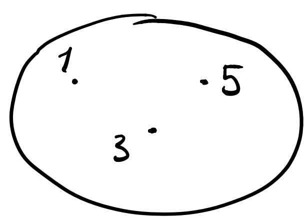
$$\{1,3,5\} = \{3,1,5\} = \{3,3,1,5,1,5\}$$

Skilgreining

Tóma mengið (e. empty set), táknað $\emptyset$, er mengið sem inniheldur ekkert stak.

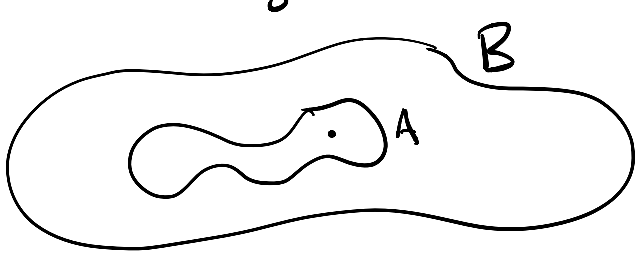
Pössum okkur að $\emptyset \neq \{\emptyset\}$.

Við notum oft Venn-myndir til að sýna mengi

$\{1,3,5\} =$ 

Skilgreining

A er hlutmengi (e. subset) í B, táknað $A \subseteq B$, ef fyrir öll $x \in A$ gildir $x \in B$



Dæmi

$$\overset{0\,1\,2}{\mathbb{N}} \subseteq \overset{-2\,-1\,0\,1\,2}{\mathbb{Z}} \qquad \overset{1\,2\,3}{\mathbb{Z}^+} \subseteq \overrightarrow{\mathbb{R}}$$

$$\overset{0}{\mathbb{N}} \not\subseteq \overset{0 \notin}{\mathbb{Z}}^+$$

Skilgreining

Ef það eru nákvæmlega n mismunandi stök í mengi S þá segjum við að S sé endanlegt (e. finite) og köllum n fjöldatölu (e. cardinality) mengisins S. Skrifum

$$|S| = n.$$

Dæmi

$$|\{1,2,3\}| = 3$$

$$|\{1,2,2,3\}| = 3$$

$$|\emptyset| = 0$$

$$|\{\emptyset\}| = 1$$

Ef mengi er ekki endanlegt þá er það óendanlegt (e. infinite).

Dæmi

$\mathbb{N}$ er óendanlegt mengi.

Skilgreining

Veldismengi (e. power set), $P(S)$, er mengi allra hlutmengja í S.

$S \subseteq S$

$\emptyset \subseteq S$ $\quad$ $\{1\} \subseteq S$

Dæmi

$S = \{1\}$ $\qquad$ $P(S) = \{\emptyset, \{1\}\}$

$S = \{1,2\}$ $\qquad$ $P(S) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\}$

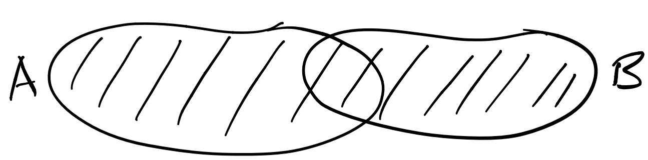
$\emptyset \subseteq \emptyset$

$S = \emptyset$ $\qquad$ $P(S) = \{\emptyset\}$

Skilgreining

Ef A og B eru mengi þá inniheldur sammengi þeirra (e. union) öll stök sem eru í A eða B

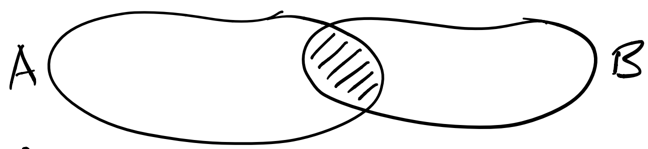
$$A \cup B = \{x \mid x \in A \overset{\text{eða}}{\vee} x \in B\}$$



Skilgreining

Ef A og B eru mengi þá inniheldur sniðmengi þeirra (e. intersection) öll stök sem eru í A og B

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \overset{\text{og}}{\wedge} x \in B\}$$



$A = \{1, 3, 5\}$ $B = \{5, 7, 20\}$

$A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 20\}$ $A \cap B = \{5\}$

Ef A og B eru endanleg þá gildir

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

Dæmi

$A = \{1, 3, 5\}$ $B = \{5, 7, 20\}$

$|A| = 3$ $|B| = 3$

$$|A \cup B| = 3 + 3 - 1 = 5$$