

## Rökfræði

Grundvöllur stærðfræði og tölvunarfræði.

Yrðing eða fullyrðing (e. proposition) er setning sem "heldur einhverju fram".

Hún verður að vera sönn (T) eða ósönn (F).

## Dæmi

- $1 + 1 = 2$  (T)
- Reykjavík er höfuðborg Íslands (T)
- Akureyni er höfuðborg Rússlands. (F)

## Ekki-dæmi

- Hvað er klukkan?
- $x + 1 = 2$
- $x + y = 4$

Notum oft bókstafina  $p, q, r, s, \dots$  til  
að tákna yrðingar.

## Skilgreining

Ef  $p$  er yrðing, þá er neikun hennar  
(e. negation) yrðingin

$$\neg p = \text{"það er ekki satt að } p\text{"}$$

Dæmi  $p = \text{"Ég vakna fyrir kl. 8"}$

$$\begin{aligned}\neg p &= \text{"það er ekki satt að ég vakna} \\ &\quad \text{fyrir kl. 8"} \\ &= \text{"ég vakna kl. 8 eða seinna"}. \end{aligned}$$

Sannatafla (e. Truth table)

Sýnir tengsl milli gilda yrðinga

$p$	$\neg p$
T	F
F	T

↑  
"ekki  $p$ "

## Skilgreining

Ogun (e. conjunction) tveggja grófa  
er grófin

$$p \wedge q = "p \text{ og } q"$$

## Dæmi

$p = "Ég \hat{a} \text{ hamstur}"$

$q = "Ég \hat{a} \text{ páfagur}"$

"p og q"

$$p \wedge q = "Ég \hat{a} \text{ hamstur og } Ég \hat{a} \text{ páfagur}"$$
$$= "Ég \hat{a} \text{ hamstur og páfagur}"$$

## Skilgreining

Eðun (e. disjunction) tveggja grófa  $p, q$   
er grófin

$$p \vee q = "p \text{ eða } q"$$

## Skofum sanntöflu

P	q	$P \wedge q$	$P \vee q$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	F

Athugasemd Í daglegu tali eru til tvö  
"esa"

efum  
e. incl.  
or { • Ef þú ert búin með Bókferðu 2  
esa Reikningshald 1a þá máttu taka  
Bókferðu 3

misgilding  
e. excl.  
or { • Ef þú pantar aðalrétt þá færðu líka  
söpu esa salat.

$P \oplus q$

P	q	$P \wedge q$	$P \vee q$	$P \oplus q$
T	T	T	T	F
T	F	F	T	T
F	T	F	T	T
F	F	F	F	F

"XOR"

## Skilgreining

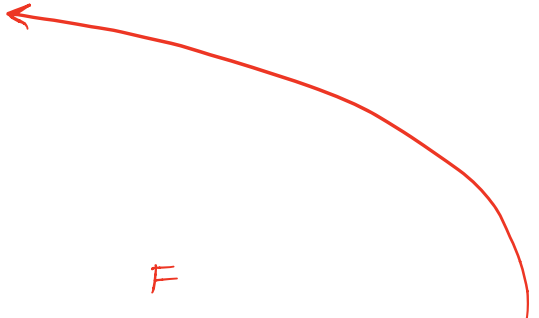
Skilyrðing (e. conditional)

$$p \rightarrow q = \text{"Ef } p \text{ þá } q\text{"}$$

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Dæmi

Ef  $\underbrace{\text{það rignir}}_p$   $\xrightarrow{\quad}$   $\underbrace{\text{þá er ég með regnhlíf}}_q \Rightarrow F$



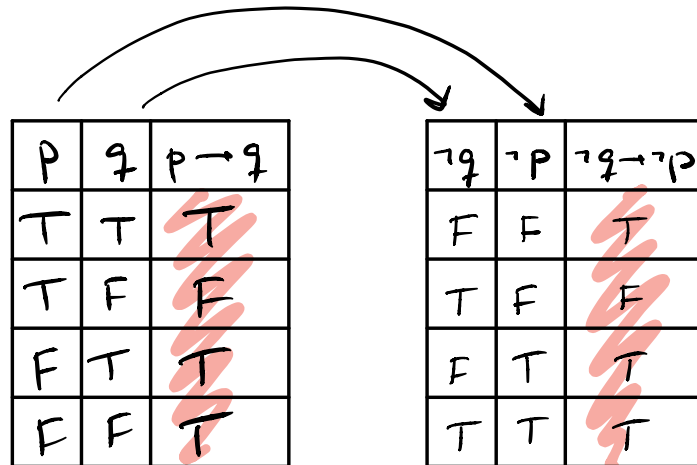
## Skilgreining

Mótskilyrðing (e. contrapositive) fyrir  $p \rightarrow q$   
er

$$\neg q \rightarrow \neg p$$

Dæmi  $\neg q \rightarrow \neg p =$

Ef ég er ekki með regnhlíf þá  
rignir ekki.



p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

$\neg q$	$\neg p$	$\neg q \rightarrow \neg p$
F	F	T
T	F	F
F	T	T
T	T	T

### Skilgreining

Trískilyrting (e. biconditional) fyrir tvær yrtingar

$p, q$  er

$$p \leftrightarrow q = "p \text{ þá og því atvins að } q"$$

$$= "p \text{ ef og atvins ef } q"$$

$$= " \text{ef } p \text{ þá } q, \text{ og ef } q \text{ þá } p "$$

$$= (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T