



Strjál stærðfræði I (e. Discrete Mathematics I)

T-117-STR1

Hlutapróf - Sýnipróf (e. Status exam - Sample exam)

Kennari (e. Teacher): Harpa Guðjónsdóttir

Dagsetning(e. Date): Á ekki við - Þetta er sýnipróf (e. Not applicable - this is a sample exam)

Tími (e. Time): Á ekki við - Þetta er sýnipróf (e. Not applicable - this is a sample exam)

Leyfileg gögn (e. Permitted materials): Reiknivél, formúlublað frá kennara, ásamt einu A4 blaði með glósum. (e. Calculator, formula sheet from the teacher, one A4 sheet with your notes.)

Velkomin í hlutapróf í Strjálli stærðfræði I. Heildarstigafjöldi í þessu prófi er 100 stig. Vinsamlegast lestu allar spurningar vandlega og vertu viss um að allir útreikningar þínir séu settir í viðeigandi svarreiti.

Ef þú þarft meira pláss fyrir útreikninga þína í einhverri spurningu skaltu haka í reitinn fyrir neðan svarreitinn, halda áfram með útreikningana á aukablaði (merktu spurningarnúmerið við útreikningana á aukablaðinu) og skilaðu því með prófinu.

Gangi þér vel!

("Welcome to the Discrete Mathematics I status exam. The total score for this exam is 100 points. Please read all questions carefully and ensure that all your calculations are provided in the appropriate answer boxes.

If you need more space for your calculations in any question, tick the box below the answer box, continue your calculations on an extra sheet of paper (be sure to mark the question number on the extra sheet) and hand it in with the exam.

Good luck!")

Nafn (e. Name): _____

Kennitala (e. ID): _____

1. (12 stig/points)

Fyllið inn í eftirfarandi sanntöflu fyrir $p \rightarrow \neg q$. ("Fill in the following truth table for $p \rightarrow \neg q$ ")

p	q	$\neg q$	$p \rightarrow \neg q$
T	T		
T	F		
F	T		
F	F		

2. (6 stig/points)

Reiknaðu eftirfarandi. Skilaðu lokasvarinu á línuna og sýndu alla útreikninga í kassanum fyrir neðan. ("Calculate the following. Return the final answer on the line and show all calculations in the box below.")

$$\lfloor [-1, 9] + \frac{4}{3} \rfloor = \underline{\hspace{2cm}}$$

☐ Ég þarf meira pláss fyrir útreikninga ("I need more space for my calculations")

3. (10 stig/points)

Gefum okkur að mengi þess sem fjallað er um séu rauntölur. Ákvarðaðu sannleiksgildi eftirfarandi fullyrðinga. ("Let's assume that the domain of discourse are real numbers. Determine the truth value of each of these statements.")

a. $\exists x(x^3 = -1)$

☐ Satt (e. True)

☐ Ósatt (e. False)

b. $\exists b(b + 5 = b)$

☐ Satt (e. True)

☐ Ósatt (e. False)

4. (12 stig/points)

Látum n vera heila tölu. Sannið eftirfarandi reglu með **beinni sönnun**.

("Let n be an integer. Give a **direct proof** of the following rule.")

Regla: Ef n er oddatala, þá er $10n + 1$ oddatala. ("Rule: If n is odd, then $10n + 1$ is odd.")

☐ Ég þarf meira pláss fyrir útreikninga ("I need more space for my calculations")

5. (14 stig/points)

Sýnið með reglum um rökfræðileg jafngildi að $(p \vee \neg q) \vee q$ sé sísanna, þ.e. að: ("Use the rules of propositional equivalences to prove that $(p \vee \neg q) \vee q$ is a tautology, i.e. that:")

$$(p \vee \neg q) \vee q \equiv T$$

Á formúlublaðinu finnur þú reglur um rökfræðileg jafngildi (KHR 1.3 Tables 6, 7 and 8). Einungis er leyfilegt að beita einni reglu í hverju skrefi, og nauðsynlegt er að vitna í regluna sem þið notið í hverju skrefi. ("On the formula sheet you find the rules for logical equivalences (KHR 1.3 Tables 6, 7, and 8). You can only use one rule in each step, and it is necessary to refer to the rule used in each step.")

☐ Ég þarf meira pláss fyrir útreikninga ("I need more space for my calculations")

6. (12 stig/points)

Við höfum rakningarformúlu $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$ og upphafsgildin $a_0 = 2$ og $a_1 = 4$. Finndu a_5 með því að nota rakningarformúluna. Skilaðu lokasvarinu á línuna og sýndu alla útreikninga í kassanum fyrir neðan. ("We have the recurrence relation $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$ and the initial conditions are $a_0 = 2$ and $a_1 = 4$. Find a_5 by using the recurrence relation. Return the final answer on the line and show all calculations in the box below.")

$$a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

☐ Ég þarf meira pláss fyrir útreikninga ("I need more space for my calculations")

7. (12 stig/points)

Reiknaðu gildi summunar hér að neðan. Skilaðu lokasvarinu á línuna og sýndu alla útreikninga í kassanum fyrir neðan. ("Calculate the value of the sum below. Return the final answer on the line and show all calculations in the box below.")

$$\sum_{i=1}^4 (i+2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

☐ Ég þarf meira pláss fyrir útreikninga ("I need more space for my calculations")

8. (12 stig/points)

Hér fyrir neðan koma þrjár staðhæfingar um fylki. Fyrir hverja staðhæfingu skaltu ákvarða hvort hún sé sönn eða ósönn. ("Below are three statements regarding matrices. For each statement, determine whether it is true or false.")

- | | |
|---|---|
| <p>a. Samlagning fylkja er ekki víxlin aðgerð, þ.e. að ef A og B eru jafnstór fylki þá gildir ekki alltaf að $A + B = B + A$. ("Matrix addition is not commutative, meaning that if A and B are of the same dimension then it is not always the case that $A + B = B + A$")</p> <p><input type="radio"/> Satt (e. True)</p> <p><input type="radio"/> Ósatt (e. False)</p> | <p>b. Fylki sem er 7×2 hefur 7 línur og 2 dálka. ("A 7×2 matrix has 7 rows and 2 columns.")</p> <p><input type="radio"/> Satt (e. True)</p> <p><input type="radio"/> Ósatt (e. False)</p> <p>c. Hægt er að margfalda saman hvaða fylki sem er. ("Any matrices can be multiplied together.")</p> <p><input type="radio"/> Satt (e. True)</p> <p><input type="radio"/> Ósatt (e. False)</p> |
|---|---|

9. (10 stig/points)

Látum $i \in \mathbb{Z}$ og skilgreinum mengin:

$$A_i = \{i, i+1, i+2, i+3, \dots\} \quad \text{og} \quad B_i = \{-3i, -3(i-1), \dots, -3, 0, 3, \dots, 3(i-1), 3i\}$$

Finndu eftirfarandi og sýndu alla útreikninga. Skilaðu lokasvörum þínum á línurnar og settu alla útreikninga í kassann fyrir neðan. ("Find the following and show all calculations. Write the final answers on the lines and show all calculations in the box below.")

a. $\bigcap_{i=1}^n A_i = \underline{\hspace{2cm}}$	b. $\bigcup_{i=1}^n B_i = \underline{\hspace{2cm}}$
---	---

☐ Ég þarf meira pláss fyrir útreikninga ("I need more space for my calculations")