Algebra

Kerfi þar sem bókstafir eru notaðir í stað talna

- Leyfir okkur að tala almennt um viðfangsefni
- Öll reiknidæmi og útreikningar eru háðir ákveðnum tíðum.

Dæmi

Ferhyrningur

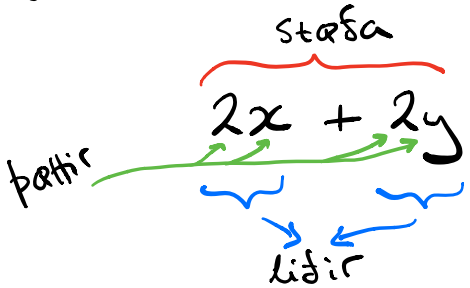
Flatarmál: $x \cdot y$ $\quad 3 \cdot 4 = 12$

Ummál: $x + y + x + y$

$= 2x + 2y$

Liðir og þættir

Orð til að tala um hluta af útreikningum



- + og − skipta í liði
- × og ÷ skipta í þætti

Einföldun stæða

Drögum saman eins (samstofna) liði

Dæmi

$$3x + 5y + xy + 2x - 2y$$
$$= 5x + 3y + xy$$

Reglur um margföldun sviga

Regla $a(b+c) = ab + ac$

Dæmi

$$4x(2x+y) = 4x \cdot 2x + 4x \cdot y$$
$$= 8x^2 + 4xy$$

Regla $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

Dæmi

$$(x+3)(x+4) = x \cdot x + x \cdot 4 + 3 \cdot x + 3 \cdot 4$$
$$= x^2 + 7x + 12$$

Dæmi

$$(x-3)(x-5) = x \cdot x + x \cdot (-5) - 3 \cdot x + (-3) \cdot (-5)$$
$$= x^2 - 5x - 3x + 15$$
$$= x^2 - 8x + 15$$

Dømi $(x+2)^2 = (x+2)(x+2) = x^2+4x+4$

Veldareglur

$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \cdots \cdot x}_{n \text{ stykki}}$ $\qquad 5^3 = 5\cdot 5\cdot 5 = 125$

Reglur

1) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
2) $(a\cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
3) $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
4) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
5) $(a^n)^m = a^{n\cdot m}$
6) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Dømi $(x^2 \cdot y \cdot x^3)^5 = (x^{2+3}y)^5 = (x^5\cdot y)^5 = (x^5)^5 \cdot y^5 = x^{25}\cdot y^5$

Dømi $\frac{6x^5y}{(2x^2y)^2} = \frac{6x^5y}{2^2(x^2)^2y^2} = \frac{6x^5y}{4x^4y^2} = \frac{{}^{3}\cancel{6}\cancel{x}\cdot\cancel{x}\cdot\cancel{x}\cdot\cancel{x}\cdot x\cancel{y}}{{}^{2}\cancel{4}\cancel{x}\cdot\cancel{x}\cdot\cancel{x}\cdot\cancel{x}\cdot\cancel{y}\cdot y} = \frac{3x}{2y}$

Dømi $\frac{3x+4x^2y}{6xy} = \frac{\cancel{x}(3+4xy)}{6\cancel{x}y} = \frac{3+4xy}{6y}$

$= \frac{{}^{3}\cancel{1}}{{}^{2}\cancel{6}y} + \frac{{}^{2}\cancel{4}xy}{{}^{3}\cancel{6}y} = \frac{1}{2y} + \frac{2x}{3}$

Jöfnur

- Jöfnur lýsa sambandi tveggja stærða
- Að "leysa" jöfnu er að finna gildi á allar óþekktar stærðir þannig að jafnan sé rétt.
- Til að "einfalda" jöfnu má beita sömu aðgerð báðum megin við "="

Dæmi

$$2x + 3 = 5 - x$$
$$+x \qquad +x$$
$$3x + 3 = 5$$
$$-3 \qquad -3$$
$$3x = 2$$
$$/3 \qquad /3$$
$$x = \frac{2}{3}$$

getur verið gott að prófa hvort $x = \frac{2}{3}$ virkar

Dæmi Hvaða tala hefur þann eiginleika að sama útkoma fæst með því að margfalda hana með þremur og leggja 8 við hana?

Talan : x

$$3x = x + 8$$
$$-x \qquad -x$$
$$2x = 8$$
$$/2 \qquad /2$$
$$x = 4$$

Annars stigs jöfnur

Þægilegasta formið: $ax^2 = c$

Dæmi $2x^2 = 8$

$\frac{2x^2}{2} = \frac{8}{2}$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{4}$

$x = \pm 2$

$x = 2$ $\quad x^2 = 2 \cdot 2 = 4$

$x = -2$ $\quad x^2 = (-2) \cdot (-2) = 4$

Dæmi $x^2 + 4 = 0$

$-4 \quad -4$

$x^2 = -4$

Engin lausn .... (nema ef við notum tvinntölur)

Almennt form

$$ax^2 + bx + c = 0$$

D-reglan

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$d = b^2 - 4ac$$

Ef $d > 0$ hefur þjáhan tvær lausnir

Ef $d = 0$ hefur þjáhan eina lausn

Ef $d < 0$ hefur þjáhan enga lausn

Dæmi

$2x^2 - 1x - 6 = 0$

$a = 2$

$b = -1$

$c = -6$

$d = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6)$

$= 1 + 48 = 49$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{49}}{4}$$

$$= \frac{1 \pm 7}{4}$$

$+ : \frac{1+7}{4} = 2$

$- : \frac{1-7}{4} = -\frac{3}{2}$

Dæmi $x^2+6x+9=0$

$a=1$
$b=6$
$c=9$
$d=6^2-4\cdot1\cdot9=0$

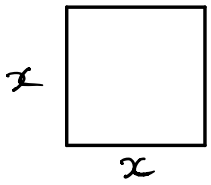
$$x=\frac{-6\pm0}{2}=-3$$

Dæmi $x^2-x+3=0$

$a=1$
$b=-1$
$c=3$
$d=(-1)^2-4\cdot1\cdot3=-11$

Engin lausn

Dæmi Hvaða ferningur uppfyllir að flatarmál hans er 4 sinnum ummál hans?



$F=x^2$
$U=4x$

$F=4\cdot U$

$x^2=4\cdot4x=16x$
$-16x \qquad -16x$
$x^2-16x=0$

$a=1$
$b=-16$
$c=0$

$d=(-16)^2-4\cdot1\cdot0$

$d = 16^2$

$$x = \frac{16 \pm \sqrt{16^2}}{2}$$

$$= \frac{16 \pm 16}{2} \begin{cases} +: 16 \\ -: 0 \end{cases}$$

$$x \cdot (x - 16) = 0$$

eða

svo $x = 0$ eða $x - 16 = 0$

svo $x = 0$ eða $x = 16$