



Einstaklingsverkefni 4 (e. Individual Assignment 4)

T-117-STR1, Strjál stærðfræði I, 2024-3

Reykjavík University - Department of Computer Science, Menntavegi 1, IS-101 Reykjavík, Iceland

Kennari: Harpa Guðjónsdóttir
harpagud@ru.is

Skilafrestur (e. Deadline): 08.10.2024

Hér er Einstaklingsverkefni 4. Skilafrestur er þriðjudaginn 8.október 2024 kl. 23:59. Þetta eru ein af 5 einstaklingsskilum. Þau gilda alls 20% af lokaekunn, en lægstu einkunn er sleppt.

Mjög mikilvægt er að nemendur noti þetta skjal, fylli inn sínar lausnir á viðeigandi staði og skili útfylltu skjali á Gradescope sem pdf. Bæði er leyfilegt að prenta út skjalið, fylla inn handvirk og skanna það svo aftur inn (eða nota þetta L^AT_EX sniðmát og fylla inn í það). **Ekki verður farið yfir verkefni sem ekki nota þetta skjal (eða L^AT_EX sniðmátið), og fyrir slík verkefni fæst 0 í einkunn.**

English version:

("This is the fourth individual assignment. The deadline is Tuesday, October 8th, 2024, at 23:59. Students hand in solutions on pdf on Gradescope. This is one of 5 individual assignments. All in all, their weight is 20% of the final grade, but the lowest grade is dropped.")

Students must use this document, fill in their solutions in the designated spaces, and return the completed document to Gradescope as a pdf. You are allowed to print the document, fill it in writing, and scan it, (**or** use this L^AT_EX template and fill it in). **Assignments solutions that do not use this document (or the L^AT_EX template) will not be reviewed and will receive a grade of 0.**

Dæmi 1 (e. Problem 1) (15%)

Sannið með þrepasönnun ("mathematical induction") að eftirfarandi regla gildi fyrir allar jákvæðar heilar tölur n . Vandíð röksemdafærsluna og látið ekkert vanta. **Setjið fram þrepunarforsenduna ("inductive hypothesis") og vitnið í hana þegar hún er notuð.** Sýnið allar milliniðurstöður í fylkjareikningum. ("Use mathematical induction to prove the following formula. Argue carefully and show your work. **State the inductive hypothesis and refer to it when it is used.** Show in detail **all** intermediate matrix calculations.")

Gefið er fylkið ("Given matrix")

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Reglan er: ("The formula is:")

$$A^n = \begin{bmatrix} n+1 & n \\ -n & 1-n \end{bmatrix} \text{ fyrir } n \geq 1 .$$

Svar við dæmi 1 (e. Answer to problem 1)

☐ Ég þarf meira pláss fyrir útreikninga ("I need more space for my calculations")

Dæmi 2 (e. Problem 2) (20%)

Sannið eftirfarandi setningu með þrepasönnun ("mathematical induction"). Vandíð röksemdafærsluna og látið ekkert vanta. **Setjið fram þrepunarforsenduna ("inductive hypothesis") og vitnið í hana þegar hún er notuð.** ("Use mathematical induction to prove the following theorem. Argue carefully and show your work. **State the inductive hypothesis and refer to it when it is used.**")

Setning: Summa fyrstu n liðanna af veldi af tveimur er $2^n - 1$.
("Theorem: The sum of the first n powers of two is $2^n - 1$.")

Sönnun að setningin gildi fyrir öll $n \geq 1$. Látum setninguna heita $P(n)$ og þá fæst ("Let's prove that the theorem holds for all $n \geq 1$. We call the theorem $P(n)$ and we now have")

$$P(n) : 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1 .$$

Svar við dæmi 2 (e. Answer to problem 2)

☐ Ég þarf meira pláss fyrir útreikninga ("I need more space for my calculations")

Dæmi 3 (e. Problem 3) (15%)

Gefin er eftirfarandi formúla fyrir fall

$$f(n) = 5n + 2, n = 1, 2, 3, \dots$$

finnið þrepunarskilgreininguna á þessu falli, munið að taka fram viðeigandi upphafsskilyrði. Rökstyðjið svarið. ("We are given the following formula for a function

$$f(n) = 5n + 2, n = 1, 2, 3, \dots$$

give a recursive definition of this function, with initial condition(s). Argue carefully.")

Svar við dæmi 3 (e. Answer to problem 3)

☐ Ég þarf meira pláss fyrir útreikninga ("I need more space for my calculations")

Dæmi 4 (e. Problem 4) (8%+8%+10%)

Sænsk bílnúmer innihalda 6 stafi. Fyrst koma þrír bókstafir, síðan koma tveir tölustafir og í síðasta sætinu er ýmist bók- eða tölustafur. Allir bókstafirnir á bílnúmerinu eru hástafir. Gerum ráð fyrir 32 bókstöfum í stafrófinu og að öll slík bílnúmer séu leyfileg (t.d. KSF762, DLH15S, VVV111, VVV11V). ("A Swedish vehicle registration plate consists of 6 symbols. First there are three letters, then there are two digits and in the final place there is either a letter or a digit. All letters in the registration plate are capital letters. Assume that there are 32 different letters and that all such registration numbers are valid (e.g. KSF762, DLH15S, VVV111, VVV11V).")

- a) Hve mörg mismunandi bílnúmer eru til? Setjið upp svarið og reiknið út úr því. ("How many car registration numbers are there? Show a formula and compute a final answer.")
- b) Hve mörg slík bílnúmer byrja á X og enda á 2? Setjið upp svarið og reiknið út úr því. ("How many such car registration numbers start with X and end with 1? Show a formula and compute a final answer.")
- c) Hve mörg bílnúmer innihalda strenginn 42 en ekki bókstafinn A og ekki töluna 7? Setjið upp svarið og reiknið út úr því. ("How many such vehicle registration numbers contain the string 42, but neither the letter A nor the digit 7? Show a formula and compute a final answer.")

Svör við dæmi 4 (e. Answers to problem 4)

a)

☐ Ég þarf meira pláss fyrir útreikninga ("I need more space for my calculations")

b)

☐ Ég þarf meira pláss fyrir útreikninga ("I need more space for my calculations")

c)

☐ Ég þarf meira pláss fyrir útreikninga ("I need more space for my calculations")

Dæmi 5 (e. Problem 5) (10%+14%)

Lykilorð skulu vera af lengdinni 7 tákna. Í þau má nota þrjár gerðir tákna, þ.e. bókstafi(eingöngu hástafi), sértákn og tölustafi. Gerum ráð fyrir 32 bókstöfum í stafrófinu, 20 sértáknum og 10 tölustöfum. Gerum ráð fyrir því að öll slík lykilorð séu leyfileg (t.d. AA\$Y3B4, BA\$Y3B4 og #####%%%). (" Passwords consist of 7 symbols which can be of three types, i.e. uppercase letters, special symbols or digits. Assume that there are 32 letters, 20 special symbols and 10 digits. Assume that all such passwords are valid (e.g. AA\$Y3B4, BA\$Y3B4 and #####%%%).")

- a) Hve mörg lykilorð innihalda einungis eina gerð tákna (til dæmis eintóm sértákn)? Setjið upp svarið en ekki þarf að reikna út úr því. ("How many passwords contain only one type of symbols (for example only special symbols)? Show a formula but you do not have to compute a final answer.")
- b) Setjum nú það skilyrði að lykilorð verði að hafa sértákn í aftasta eða næst aftasta sætinu. Hve mörg lykilorð uppfylla skilyrðið? Setjið upp svarið, en ekki þarf að reikna út úr því. Rökstyðjið svarið. ("Let us now require that a password must have a special symbol in the last position or in the second last position. How many passwords fulfill this condition? Show a formula but you do not have to compute a final answer. Show arguments.")

Svör við dæmi 5 (e. Answers to problem 5)

a)

☐ Ég þarf meira pláss fyrir útreikninga ("I need more space for my calculations")

b)

☐ Ég þarf meira pláss fyrir útreikninga ("I need more space for my calculations")