Mesure des capacité et inductance linéiques du câble coaxial
Analogie mécanique

L'analogie électronique-mécanique usuelle repose sur l'identification entre :
— inductance et masse : $\mathcal{L} \longleftrightarrow m$,
— capacité et constante de raideur d'un ressort : $C \longleftrightarrow 1/K$,
— intensité et vitesse : $i \longleftrightarrow v$,
— tension électrique et tension d'un ressort : $u \longleftrightarrow T$,
— charge et position : $q \longleftrightarrow x$.

L'équation caractéristique d'une inductance $u = \mathcal{L}\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ est alors l'équivalent du principe fondamental de la dynamique $T = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$, celle d'une capacité $u = q/C$ l'équivalent de la relation caractéristique d'un ressort $T = Kx$.

Le câble coaxial, comme chaîne d'inductances et de capacités, est donc l'analogue électrique d'une chaîne AB de masses reliées par des ressorts.

Un circuit ouvert revient à annuler le courant en bout de ligne, *i.e.* à annuler la vitesse en bout de chaîne : on fixe l'extrémité B à une paroi immobile. Si l'on met en mouvement l'autre extrémité (A) de la chaîne à très basse fréquence (mouvement quasi statique), tous les points de la chaîne se déplacent en phase au cours de la déformation, et l'on va avoir l'impression de tirer sur un ressort. Plus on tire lentement, plus les effets d'inertie diminuent alors que la force élastique, elle, ne change pas. La chaîne se comporte donc essentiellement comme un ressort, *i.e.* comme une capacité.

Plus précisément, calculons la valeur de la capacité effective. On note L la longueur du câble, δL la longueur d'un élément $\{$masse+ressort$\}$ et κ la densité linéique d'inverse de raideur. La chaîne se comporte ici comme N ressorts en série de raideur $k = 1/(\kappa\,\delta L)$, donc comme un ressort de raideur $k/N = 1/(\kappa L) = K$. Son analogue électrique est une capacité de capacitance $1/K \equiv C$. On retrouve bien que le câble se comporte comme une capacité.

Dans le cas d'un court-circuit, la tension en B est nulle : on laisse donc cette extrémité libre de se déplacer. On sent bien, une nouvelle fois, que si l'on tire lentement sur A, tous les points de la chaîne vont avoir le même mouvement, et les effets élastiques vont donc disparaître au profit des effets d'inertie. On aura seulement l'impression de mettre en mouvement une masse. On retrouve alors bien que le câble se comporte comme une masse (ou inductance) seule de masse la masse totale du câble : $m \equiv \mathcal{L}$.

Précisons enfin l'approximation faite ici. Le câble coaxial se comporte comme une inductance ou une capacité dans les deux situations considérées s'il est «long», c'est-à-dire $L \gg \lambda$, ou plutôt $2\pi L/\lambda \ll 1$, que l'on peut récrire $\omega L/c \ll 1$, où ω est la pulsation du signal considéré. La vitesse de propagation du signal dans le câble est $c = 1/\sqrt{\ell\kappa}$, où ℓ est l'inductance linéique et γ la capacitance linéique

Traduisons cette hypothèse en termes mécaniques. L'inductance linéique ℓ doit être remplacée par la masse linéique $\ell_m = m/L$; la capacité linéique γ doit être remplacée par la densité linéique de $1/K$ *i.e.* $\kappa = K^{-1}/L$. L'hypothèse mentionnée devient donc

$$\frac{\omega}{c}L = \omega L\sqrt{\ell\,\kappa} = \omega\sqrt{\frac{m}{K}} \ll 1 \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\omega \ll \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}}$$

Il faut donc que la mise en mouvement se fasse à des fréquences plus faibles que la fréquence caractéristique du système. On retrouve une hypothèse de quasi-staticité usuelle, qui traduit en termes plus précis l'hypothèse «tirer lentement».

En pratique En TP ou en montage, on mesure donc toujours à «basse fréquence» (du moins la plus basse possible) la capacité ou l'inductance du câble coaxial avec le LCR-mètre. Pour un câble de 100 m, il faut une fréquence $\nu \ll c/(2\pi L) = 300\,\mathrm{kHz}$. Il faut donc bien faire attention au mode choisi sur l'appareil.

On mesure l'inductance avec un court-circuit en bout de câble, la capacité avec un circuit ouvert.