<u>Vermutung</u> Analog zu Thm 4.2.1 gilt für ballistische Aggregation:

$\exists c>0 \ \forall r \in [1,\infty)$:

$$h_A(0) \leq c\, r^{-1} \quad \text{für alle } A \in P_r^0 \qquad (*)$$

(P_r^{0} ... alle Gittermengen $A \subset \mathbb{Z}^2$ mit $0 \in A$ und $\max|0-y| = r$ die zusammenhängend sind)

<u>Idee:</u>

$$h_A(0) = \frac{\mathbb{P}(g \cap \boxed{0} \neq \emptyset)}{\mathbb{P}(g \cap \boxed{A} \neq \emptyset)} \leq \frac{\mathbb{P}(g \cap \boxed{0} \neq \emptyset)}{\mathbb{P}(g \cap \boxed{0,r} \neq \emptyset)}$$

$$\approx \frac{\mathbb{P}(g \cap [0,1] \neq \emptyset)}{\mathbb{P}(g \cap [0,r] \neq \emptyset)} \approx \frac{1}{r}$$

Segment der Länge r

$\boxed{0}$ ... Gitterquadrat, das 0 enthält

$\boxed{A}$ ... Vereinigung der Gitterquadrate die Punkte aus A enthalten

$\boxed{0,r}$ Segment

<u>Konsequenz:</u>

Wähle (analog zu D_c^V auf S. 15) und A_c

$$\tilde{D}_c := \{\omega \in \Omega : T(\omega)(2n) \geq c\, n^2 \text{ for large } n\} \quad \text{(statt } 3/2\text{)}$$

$$\tilde{A}_c := \{\omega \in \Omega : \mathrm{rad}(\mathcal{E}_n(\omega)) \leq c\, n^{\frac{1}{2}} \quad \text{-- " --}\}$$

Ex. nun $c>0$ s.d. $\mathbb{P}(A_c) = 1$, dann folgt (mit Arg. aus Aufschrieb)

$$\alpha_f = \limsup \frac{\ln \mathbb{E}[\mathrm{rad}(\mathcal{E}_n)]}{\ln(n)} \leq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow d_f = \frac{1}{\alpha_f} \geq 2 \quad \Rightarrow \liminf_{n\to\infty} \frac{\ln(n)}{\ln \mathbb{E}[\mathrm{rad}(\mathcal{E}_n)]} \geq 2$$

Wegen $\limsup_{n\to\infty} \frac{\ln(n)}{\ln \mathbb{E}[\mathrm{rad}(\mathcal{E}_n)]} \leq 2$

(wegen $\mathrm{rad}(\mathcal{E}_n) \gtrsim \sqrt{n} = n^{\frac{1}{2}}$)

folgt sogar $\boxed{\lim_{n\to\infty} \frac{\ln(n)}{\ln \mathbb{E}[\mathrm{rad}(\mathcal{E}_n)]} = 2.}$

bleibt z.z.: $\boxed{\mathbb{P}(\tilde{D}_c) = 1}$ (m. H. von $(*)$)