Zu $\varepsilon > 0$ sei $N = N(\varepsilon)$ so dass für alle $n > N$ gilt:

(i) $\mathbb{P}(A_c \setminus A_c^n) < \frac{1}{n}$, wobei $A_c^n := \{\omega \in \Omega : \operatorname{rad}(\mathcal{E}_k) \leq c\, k^{\frac{2}{3}}\ \forall k \geq n\}$

(ii) $c \cdot n^{\frac{2}{3}} + 1 \leq n^{\frac{2}{3}+\varepsilon}$

Dann gilt für $n \geq N(\varepsilon)$

$$\mathbb{E}[\operatorname{rad}(\mathcal{E}_n)] = \int_{A_c} \operatorname{rad}(\mathcal{E}_n)\, d\mathbb{P} \leq \int_{A_c^n} c\, n^{\frac{2}{3}}\, d\mathbb{P} + \int_{A_c \setminus A_c^n} \underbrace{\operatorname{rad}(\mathcal{E}_n)}_{\leq n}\, d\mathbb{P} = c \cdot n^{\frac{2}{3}} + 1 \leq n^{\frac{2}{3}+\varepsilon}$$

Somit $\dfrac{\ln \mathbb{E}[\operatorname{rad}(\mathcal{E}_n)]}{\ln n} \leq \dfrac{2}{3} + \varepsilon \quad \forall n > N(\varepsilon)$,

also $\limsup\limits_{n\to\infty}$ —''— $\leq \dfrac{2}{3} + \varepsilon$. Da ε bel. war, folgt die Beh.

www.au.dk