



# 复习课 作业讲解

School of Computer Science and Engineering  
Sun Yat-Sen University



中山大學  
SUN YAT-SEN UNIVERSITY

作业  
讲解

1 第一次作业

2 第二次作业

3 第三次作业



# 第一次作业

1.1 Hanoi 问题表示：已知3个柱子1、2、3，3个盘子A、B、C（A比B大，B比C大）。初始状态时，A、B、C依次放在柱子1上。目标状态是A、B、C依次放在柱子3上。条件是每次可移动一个盘子，盘子上方为空才可以移动，而且任何时候都不允许大盘子在小盘子的上面。请使用一阶谓词逻辑对这一问题进行描述。

- 常量：A、B、C、1、2、3
- 谓词

$plate(x)$ 表示 $x$ 是盘子

$pillar(x)$ 表示 $x$ 是柱子

$at(x, y)$ 表示盘子 $x$ 在柱子 $y$ 上

$bigger(x, y)$ 表示盘子 $x$ 比盘子 $y$ 大

$above(x, y)$ 表示盘子 $x$ 在盘子 $y$ 上方

$move(x, y, z)$ 表示将盘子 $x$ 从柱子 $y$ 移动到柱子 $z$



# 第一次作业

## □ 已知

$bigger(A, B), bigger(B, C)$

## □ 初始条件

$at(A, 1), at(B, 1), at(C, 1), above(C, B), above(B, A)$

## □ 目标

$at(A, 3), at(B, 3), at(C, 3), above(C, B), above(B, A)$

## □ 移动条件

$(\forall u)(\forall x)(\forall y)(plate(u) \wedge pillar(x) \wedge pillar(y) \wedge at(u, x) \wedge \neg(\exists v)(plate(v) \wedge above(v, u)))$   
 $\wedge (\forall t)(plate(t) \wedge at(t, y) \rightarrow bigger(t, u)) \rightarrow move(u, x, y))$



# 第一次作业

1.2 对下述公式集合执行合一算法，判断是否可合一，如果可以合一，请给出最一般合一。

$$(1) \quad S = \{P(a, x, f(g(y))), P(z, h(z, u), f(u))\}$$

$$(2) \quad S = \{P(f(a), g(s)), P(y, y)\}$$

$$(3) \quad S = \{P(a, x, h(g(z))), P(z, h(y), h(y))\}$$

$$(1) S = P(a, x, f(g(y))), P(z, h(z, u), f(u))$$

$$<1> \delta_0 = \epsilon, W_0 = S, D_0 = \{a, z\}$$

$$<2> \text{令} \delta_1 = \{a/z\}, W_1 = \{P(a, x, f(g(y))), P(a, h(a, u), f(u))\}$$

$$<3> W_1 \text{未合一}, \quad D_1 = \{x, h(a, u)\}$$

$$<4> \delta_2 = \{a/z, h(a, u)/x\}, W_2 = \{P(a, h(a.u), f(g(y))), P(a, h(a, u), f(u))\}$$

$$<5> W_2 \text{未合一}, \quad D_2 = \{g(y), u\}$$

$$<6> \delta_3 = \{a/z, h(a, g(y))/x, g(y)/u\}, W_3 = \{P(a, h(a, g(y)), f(g(y)))\}$$

故 $\delta_3 = \{a/z, h(a, g(y))/x, g(y)/u\}$ 为S的最一般合一。



# 第一次作业

1.2 对下述公式集合执行合一算法，判断是否可合一，如果可以合一，请给出最一般合一。

$$(1) \quad S = \left\{ P(a, x, f(g(y))), P(z, h(z, u), f(u)) \right\}$$

$$(2) \quad S = \left\{ P(f(a), g(s)), P(y, y) \right\}$$

$$(3) \quad S = \left\{ P(a, x, h(g(z))), P(z, h(y), h(y)) \right\}$$

$$(2) S = \left\{ P(f(a), g(s)), P(y, y) \right\}$$

$$<1> \delta_0 = \epsilon, W_0 = S, D_0 = \{f(a), y\}$$

$$<2> \text{令} \delta_1 = \{f(a)/y\}, W_1 = \{P(f(a), g(s)), P(f(a), f(a))\}$$

<3>  $W_1$  未合一， $D_1 = \{f(a), g(s)\}$ , 无变量符号，故  $S$  不可合一



# 第一次作业

1.2 对下述公式集合执行合一算法，判断是否可合一，如果可以合一，请给出最一般合一。

$$(1) \quad S = \{P(a, x, f(g(y))), P(z, h(z, u), f(u))\}$$

$$(2) \quad S = \{P(f(a), g(s)), P(y, y)\}$$

$$(3) \quad S = \{P(a, x, h(g(z))), P(z, h(y), h(y))\}$$

$$(3) S = \{P(a, x, h(g(z))), P(z, h(y), h(y))\}$$

$$<1>\delta_0 = \epsilon, W_0 = S, D_0 = \{a, z\}$$

$$<2>\text{令} \delta_1 = \{a/z\}, W_1 = \{P(a, x, h(g(a))), P(a, h(y), h(y))\}$$

$$<3>W_1 \text{未合一}, D_1 = \{x, h(y)\}$$

$$<4>\delta_2 = \{a/z, h(y)/x\}, W_2 = \{P(a, h(y), h(g(a))), P(a, h(y), h(y))\}$$

$$<5>W_2 \text{未合一}, D_2 = \{g(a), y\}$$

$$<6>\delta_3 = \{a/z, h(g(a))/x, g(a)/y\}, W_3 = \{P(a, h(g(a)), h(g(a)))\}$$

故 $\delta_3 = \{a/z, h(g(a))/x, g(a)/y\}$ 为S的最一般合一。



# 第一次作业

## 1.3 已知:

规则1：任何人的兄弟不是女性

规则2：任何人的姐妹必是女性

事实：Mary 是Bill 的姐妹

求证：用归结推理方法证明Mary不是Tom的兄弟。

- 第一步：定义谓词，将待证明的问题的前提条件和逻辑结论用谓词公式表示出来。
- 定义谓词

$\text{brother}(x, y)$ : 表示 $x$ 是 $y$ 的兄弟

$\text{sisiter}(x, y)$ : 表示 $x$ 是 $y$ 的姐妹

$\text{woman}(x)$ : 表示 $x$ 是女性



# 第一次作业

□ 将前前提及要求证明的问题表示成谓词公式

规则1. 任何人的兄弟不是女性：

$$(\forall x) (\forall y) (\text{brother}(x, y) \rightarrow \neg \text{woman}(x))$$

规则2. 任何人的的姐妹必是女性：

$$(\forall x) (\forall y) (\text{sister}(x, y) \rightarrow \text{woman}(x))$$

事实： Mary是Bill的姐妹：

$$\text{sister}(\text{Mary}, \text{Bill})$$

事实： Mary不是Tom的兄弟：

$$\neg \text{brother}(\text{Mary}, \text{Tom})$$



# 第一次作业

□ 第二步：将上述规则与事实及求证目标的否定化成子句集。

规则1.

$$(\forall x) (\forall y) (\text{brother}(x, y) \rightarrow \neg \text{woman}(x))$$

消去蕴含符号

$$(\forall x) (\forall y) (\neg \text{brother}(x, y) \vee \neg \text{woman}(x))$$

用子句集表示

$$S_1 = \{\neg \text{brother}(x, y) \vee \neg \text{woman}(x)\}$$



# 第一次作业

规则2.

$$(\forall x) (\forall y) (sister(x, y) \rightarrow woman(x))$$

消去蕴含符号

$$(\forall x) (\forall y) (\neg sister(x, y) \vee woman(x))$$

用子句集表示

$$S_2 = \{\neg sister(x, y) \vee woman(x)\}$$



# 第一次作业

事实

$\text{sisiter}(\text{Mary}, \text{Bill})$

用子句集表示

$S_3 = \{\text{sisiter}(\text{Mary}, \text{Bill})\}$

求证

$\neg \text{brother}(\text{Mary}, \text{Tom})$

将其否定用子句集表示

$S_{\neg 4} = \{\text{brother}(\text{Mary}, \text{Tom})\}$

所以

$$S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup S_{\neg 4}$$

$$\begin{aligned} &= \{\neg \text{brother}(x, y) \vee \neg \text{woman}(x), \neg \text{sister}(x, y) \vee \text{woman}(x), \\ &\quad \text{sisiter}(\text{Mary}, \text{Bill}), \text{brother}(\text{Mary}, \text{Tom})\} \end{aligned}$$



# 第一次作业

□ 第三步：利用归结原理对子句集S中的子句进行归结。

(1)  $\neg brother(x, y) \vee \neg woman(x)$

(2)  $\neg sister(x, y) \vee woman(x)$

(3)  $sister(Mary, Bill)$

(4)  $brother(Mary, Tom)$

(1)与(4)归结,  $\sigma = \{Mary/x, Tom/y\} \Rightarrow (5) \neg woman(Mary)$

(2)与(3)归结,  $\sigma = \{Mary/x, Bill/y\} \Rightarrow (6) woman(Mary)$

(5)与(6)归结  $\Rightarrow (7) NIL$

□ 由此证得Mary不是Tom的兄弟



# 第一次作业

1.4 用谓词逻辑的子句集表示下述刑侦知识，并用反演归结的支持集策略证明结论。

(1) 用子句集表示下述知识。

- ① John 是贼;
- ② Paul 喜欢酒(wine);
- ③ Paul(也) 喜欢奶酪 (cheese);
- ④ 如果Paul 喜欢某物，则John也喜欢;
- ⑤ 如果某人是贼，而且喜欢某物，则他就可能会偷窃该物。

(2) 求：John 可能会偷窃什么？

□ 第一步：定义谓词，将已知条件和要求证明的问题用谓词公式表示出来。

(1) 定义谓词： $thief(x)$  : 表示 $x$ 是贼

$likes(x, y)$  : 表示 $x$ 喜欢 $y$

$steal(x, y)$  : 表示 $x$ 可能会偷窃 $y$



# 第一次作业

(1) 将前前提及要求证明的问题表示成谓词公式：John 是贼  $\text{thief}(\text{John})$

Paul 喜欢酒 (wine)  $\text{likes}(\text{Paul}, \text{wine})$

Paul 喜欢奶酪 (cheese)  $\text{likes}(\text{Paul}, \text{cheese})$

如果 Paul 喜欢某物，则 John 也喜欢

$$(\forall y)(\text{likes}(\text{Paul}, y)) \rightarrow \text{likes}(\text{John}, y))$$

如果某人是贼，而且喜欢某物，则他就可能会偷窃该物

$$(\forall x)(\forall y)(\text{thief}(x) \wedge \text{likes}(x, y) \rightarrow \text{steal}(x, y))$$

John 可能会偷窃酒  $\text{steal}(\text{John}, \text{wine})$

John 可能会偷奶酪  $\text{steal}(\text{John}, \text{cheese})$



# 第一次作业

□ 第二步：将上述规则与事实及求证目标的否定化成子句集。

$thief(John)$  用子句集表示:  $S_1 = \{thief(John)\}$

$likes(Paul, wine)$  用子句集表示:  $S_2 = \{likes(Paul, wine)\}$

$likes(Paul, cheese)$  用子句集表示:  $S_3 = \{likes(Paul, cheese)\}$

$(\forall y)(likes(Paul, y)) \rightarrow likes(John, y))$

消去蕴含符号:  $(\forall y)(\neg likes(Paul, y)) \vee likes(John, y))$

用子句集表示:  $S_4 = \{\neg likes(Paul, y)) \vee likes(John, y)\}$



# 第一次作业

$$(\forall x)(\forall y)(\text{thief}(x) \wedge \text{likes}(x, y) \rightarrow \text{steal}(x, y))$$

消去蕴含符号：

$$(\forall x)(\forall y)(\neg(\text{thief}(x) \wedge \text{likes}(x, y)) \vee \text{steal}(x, y))$$

将否定符号移到谓词前面：

$$(\forall x)(\forall y)(\neg\text{thief}(x) \vee \neg\text{likes}(x, y) \vee \text{steal}(x, y))$$

用子句集表示：

$$S_5 = \{\neg\text{thief}(x) \vee \neg\text{likes}(x, y) \vee \text{steal}(x, y)\}$$



# 第一次作业

$steal(John, wine)$ 将其否定用子句集表示:  $S_{\neg 6} = \{\neg steal(John, wine)\}$

$steal(John, cheese)$ 将其否定用子句集表示:  $S_{\neg 7} = \{\neg steal(John, cheese)\}$

即:  $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup S_4 \cup S_5 \cup S_{\neg 6} \cup S_{\neg 7}$

□ 第三步: 利用归结原理对子句集S中的子句进行归结。

(1)  $thief(John)$

(2)  $likes(Paul, wine)$

(3)  $likes(Paul, cheese)$

(4)  $\neg likes(Paul, y) \vee likes(John, y)$

(5)  $\neg thief(x) \vee \neg likes(x, y) \vee steal(x, y)$

(6)  $\neg steal(John, wine)$

(7)  $\neg steal(John, cheese)$



# 第一次作业

□ 第三步：利用归结原理对子句集S中的子句进行归结。

(1)  $\text{thief}(John)$

(2)  $\text{likes}(Paul, \text{wine})$

(3)  $\text{likes}(Paul, \text{cheese})$

(4)  $\neg\text{likes}(Paul, y) \vee \text{likes}(John, y)$

(5)  $\neg\text{thief}(x) \vee \neg\text{likes}(x, y) \vee \text{steal}(x, y)$

(6)  $\neg\text{steal}(John, \text{wine})$

(7)  $\neg\text{steal}(John, \text{cheese})$

(5)与(6)归结,  $\sigma = \{John/x, \text{wine}/y\} \Rightarrow (8) \neg\text{thief}(John) \vee \neg\text{likes}(John, \text{wine})$

(1)与(8)归结  $\Rightarrow (9) \neg\text{likes}(John, \text{wine})$

(4)与(9)归结,  $\sigma = \{\text{wine}/y\} \Rightarrow (10) \neg\text{likes}(Paul, \text{wine})$

(2)与(10)归结  $\Rightarrow NIL$

由此可知  $John$  可能会偷窃酒 ( $\text{wine}$ )



# 第一次作业

□ 第三步：利用归结原理对子句集S中的子句进行归结。

(1)  $\text{thief}(John)$

(2)  $\text{likes}(Paul, \text{wine})$

(3)  $\text{likes}(Paul, \text{cheese})$

(4)  $\neg \text{likes}(Paul, y) \vee \text{likes}(John, y)$

(5)  $\neg \text{thief}(x) \vee \neg \text{likes}(x, y) \vee \text{steal}(x, y)$

(6)  $\neg \text{steal}(John, \text{wine})$

(7)  $\neg \text{steal}(John, \text{cheese})$

(5)与(7)归结,  $\sigma = \{John/x, \text{cheese}/y\} \Rightarrow (11) \neg \text{thief}(John) \vee \neg \text{likes}(John, \text{cheese})$

(1)与(11)归结  $\Rightarrow (12) \neg \text{likes}(John, \text{cheese})$

(4)与(12)归结,  $\sigma = \{\text{cheese}/y\} \Rightarrow (13) \neg \text{likes}(Paul, \text{cheese})$

(3)与(13)归结  $\Rightarrow NIL$

由此可知, John可能会偷窃奶酪 ( $\text{cheese}$ )

□ 综上, John可能会偷窃酒, 也可能会偷窃奶酪。



# 第一次作业

1.5 任何通过了历史考试并中了彩票的人都是快乐的。任何肯学习或幸运的人都可以通过所有考试，小张不学习，但很幸运，任何人只要是幸运的，就能中彩。

求证：小张是快乐的。

□ 第一步：定义谓词，将待证明的问题的前提条件和逻辑结论用谓词公式表示出来。

(1) 定义谓词

$study(x)$  表示  $x$  肯学习

$win(x)$  表示  $x$  中彩

$lucky(x)$  表示  $x$  幸运

$happy(x)$  表示  $x$  快乐

$pass(x, y)$  表示  $x$  通过考试  $y$



# 第一次作业

(2) 将前前提及要求证明的问题表示成谓词公式

- 任何通过历史考试并中了彩票的人是幸运的

$$(\forall x)(\text{pass}(x, \text{history}) \wedge \text{win}(x) \rightarrow \text{happy}(x))$$

- 任何肯学习或幸运的人可以通过所有考试

$$(\forall x)(\forall y)(\text{study}(x) \vee \text{lucky}(x) \rightarrow \text{pass}(x, y))$$

- 小张不学习                    $\neg \text{study}(\text{zhang})$

- 小张很幸运                    $\text{lucky}(\text{zhang})$

- 任何人只要是幸运的，就能中彩票    $(\forall x)(\text{lucky}(x) \rightarrow \text{win}(x))$

- 求证：小张是快乐的                    $\text{happy}(\text{zhang})$



# 第一次作业

□ 第二步：将上述规则与事实及求证目标的否定化成子句集。

$$(\forall x)(\text{pass}(x, \text{history}) \wedge \text{win}(x) \rightarrow \text{happy}(x))$$

- 消去蕴含符号

$$(\forall x)(\neg(\text{pass}(x, \text{history}) \wedge \text{win}(x)) \vee \text{happy}(x))$$

- 把否定符号移到每个谓词前面

$$(\forall x)(\neg\text{pass}(x, \text{history}) \vee \neg\text{win}(x) \vee \text{happy}(x))$$

- 用子句集表示

$$S_1 = \{\neg\text{pass}(x, \text{history}) \vee \neg\text{win}(x) \vee \text{happy}(x)\}$$



# 第一次作业

$$(\forall x)(\forall y)(study(x) \vee lucky(x) \rightarrow pass(x, y))$$

- 消去蕴含符号

$$(\forall x)(\forall y)(\neg(study(x) \vee lucky(x)) \vee pass(x, y))$$

- 把否定符号移到每个谓词前面

$$(\forall x)(\forall y)((\neg study(x) \vee pass(x, y)) \wedge (\neg lucky(x) \vee pass(x, y)))$$

- 用子句集表示

$$S_2 = \{\neg study(x) \vee pass(x, y), \neg lucky(x) \vee pass(x, y)\}$$



# 第一次作业

$\neg study(zhang)$  用子句集表示:  $S_3 = \{\neg study(zhang)\}$

$lucky(zhang)$  用子句集表示:  $S_4 = \{lucky(zhang)\}$

$$(\forall x)(lucky(x) \rightarrow win(x))$$

• 消去蕴含符号:  $(\forall x)(\neg lucky(x) \vee win(x))$

• 用子句集表示:  $S_5 = \{\neg lucky(x) \vee win(x)\}$

$happy(zhang)$  用子句集表示:  $S_{\neg 6} \{\neg happy(zhang)\}$

即:  $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup S_4 \cup S_5 \cup S_{\neg 6}$



# 第一次作业

$\neg study(zhang)$  用子句集表示:  $S_3 = \{\neg study(zhang)\}$

$lucky(zhang)$  用子句集表示:  $S_4 = \{lucky(zhang)\}$

$$(\forall x)(lucky(x) \rightarrow win(x))$$

- 消去蕴含符号

$$(\forall x)(\neg lucky(x) \vee win(x))$$

- 用子句集表示

$$S_5 = \{\neg lucky(x) \vee win(x)\}$$



# 第一次作业

□ 第三步：利用归结原理对子句集 S 中的子句进行归结。

$$(1) \neg pass(x, history) \vee \neg win(x) \vee happy(x)$$

$$(2) \neg study(x) \vee pass(x, y)$$

$$(3) \neg lucky(x) \vee pass(x, y)$$

$$(4) \neg study(zhang)$$

$$(5) lucky(zhang)$$

$$(6) \neg lucky(x) \vee win(x)$$

$$(7) \neg happy(zhang)$$

(1)与(7)归结,  $\sigma = \{zhang/x\} \Rightarrow (8) \neg pass(zhang, history) \vee \neg win(zhang)$

(5)与(6)归结,  $\sigma = \{zhang/x\} \Rightarrow (9) win(zhang)$

(8)与(9)归结  $\Rightarrow (10) \neg pass(zhang, history)$

(3)与(10)归结  $\Rightarrow (11) \neg lucky(zhang)$

(11)与(5)归结  $\Rightarrow NIL$

□ 所以小张是快乐的。



中山大學  
SUN YAT-SEN UNIVERSITY

# 作业 讲解

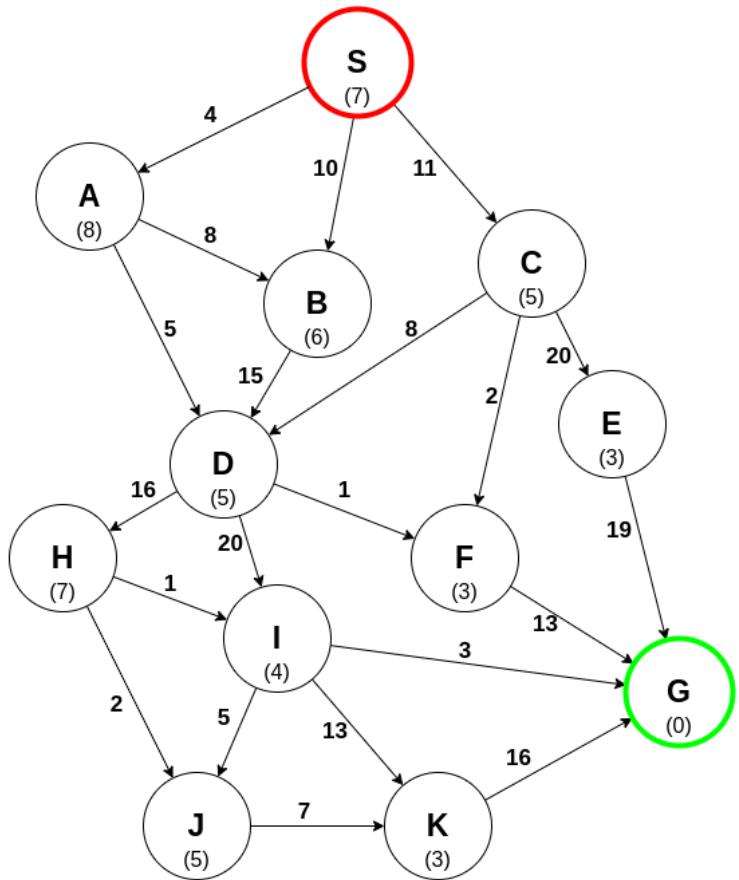
1 第一次作业

2 第二次作业

3 第三次作业

# 第二次作业

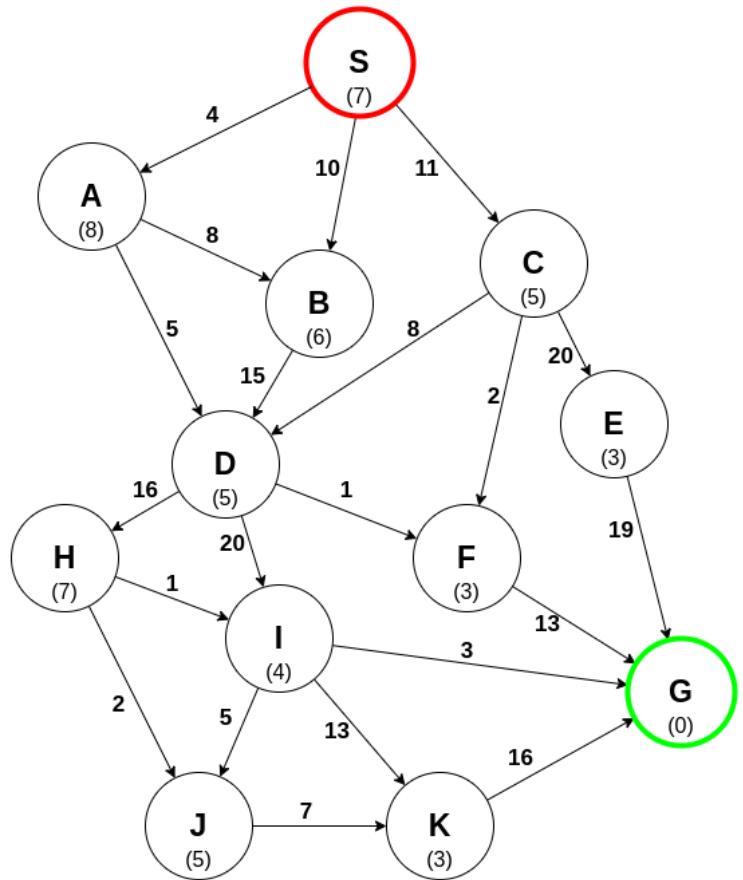
1.1用A\*搜索算法求解图中所示的最短路径，其中S表示初始节点，G表示目标节点。相邻节点之间的代价用边上的数字表示，在每个节点中括号里的数字表示此节点到目标节点的代价。



# 第二次作业

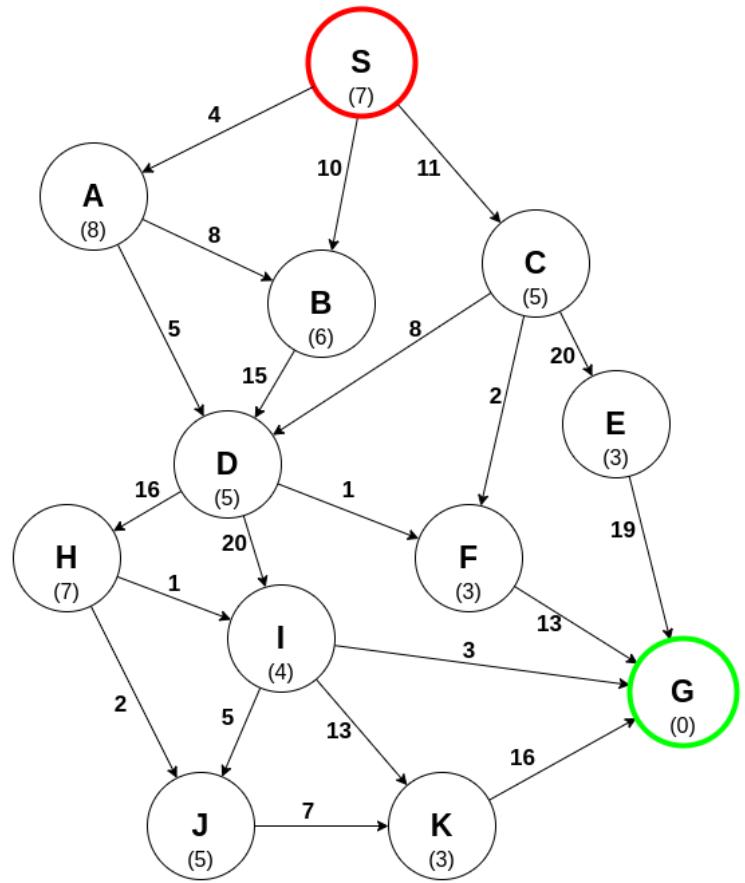


1.1用A\*搜索算法求解图中所示的最短路径，其中S表示初始节点，G表示目标节点。相邻节点之间的代价用边上的数字表示，在每个节点中括号里的数字表示此节点到目标节点的代价。



# 第二次作业

1.1用A\*搜索算法求解图中所示的最短路径，其中S表示初始节点，G表示目标节点。相邻节点之间的代价用边上的数字表示，在每个节点中括号里的数字表示此节点到目标节点的代价。



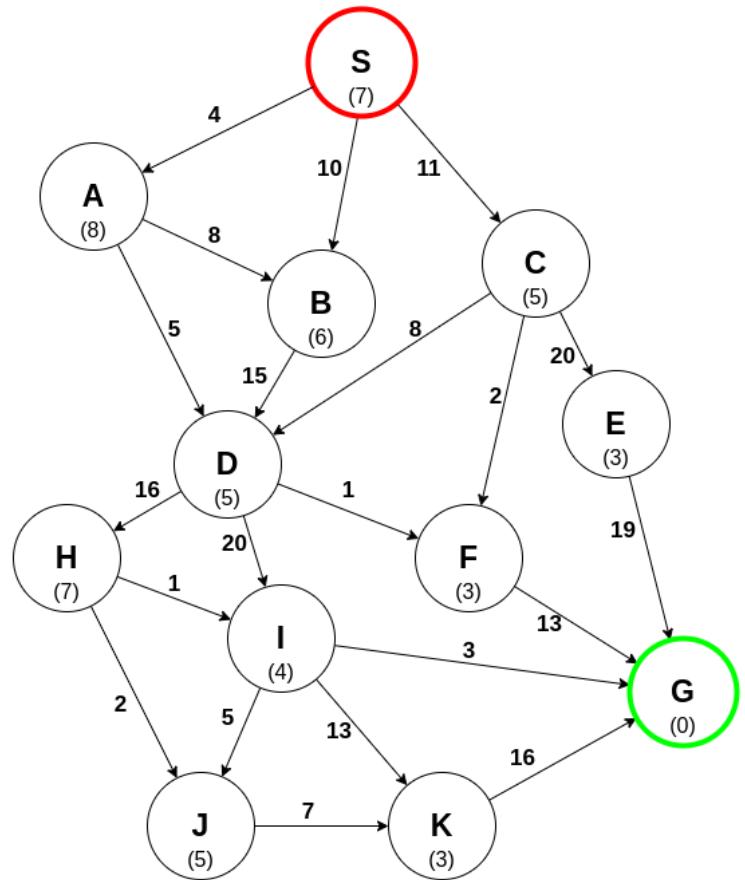
Open	Close
S	
A B C	S

$$F(A)=4+8=12 \quad F(B)=6+10=16$$

$$F(C)=11+5=16$$

# 第二次作业

1.1用A\*搜索算法求解图中所示的最短路径，其中S表示初始节点，G表示目标节点。相邻节点之间的代价用边上的数字表示，在每个节点中括号里的数字表示此节点到目标节点的代价。

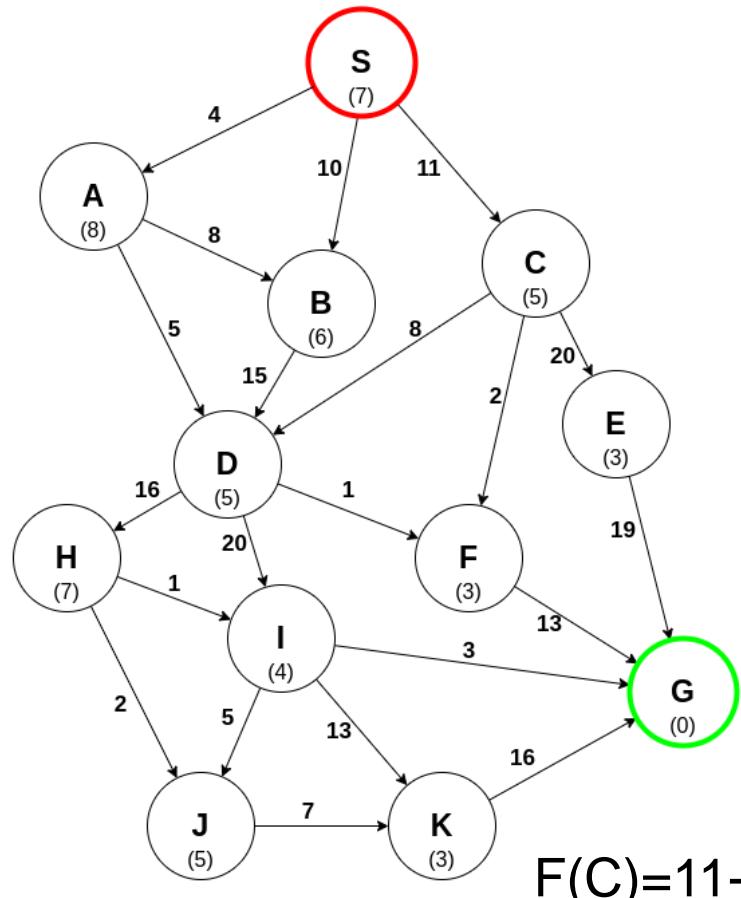


Open	Close
S	
A B C	S
B C D	S A

$$\begin{aligned}
 F(B) &= 6 + 10 = 16 & F(C) &= 11 + 5 = 16 \\
 F(D) &= 5 + 9 = 14
 \end{aligned}$$

# 第二次作业

1.1用A\*搜索算法求解图中所示的最短路径，其中S表示初始节点，G表示目标节点。相邻节点之间的代价用边上的数字表示，在每个节点中括号里的数字表示此节点到目标节点的代价。



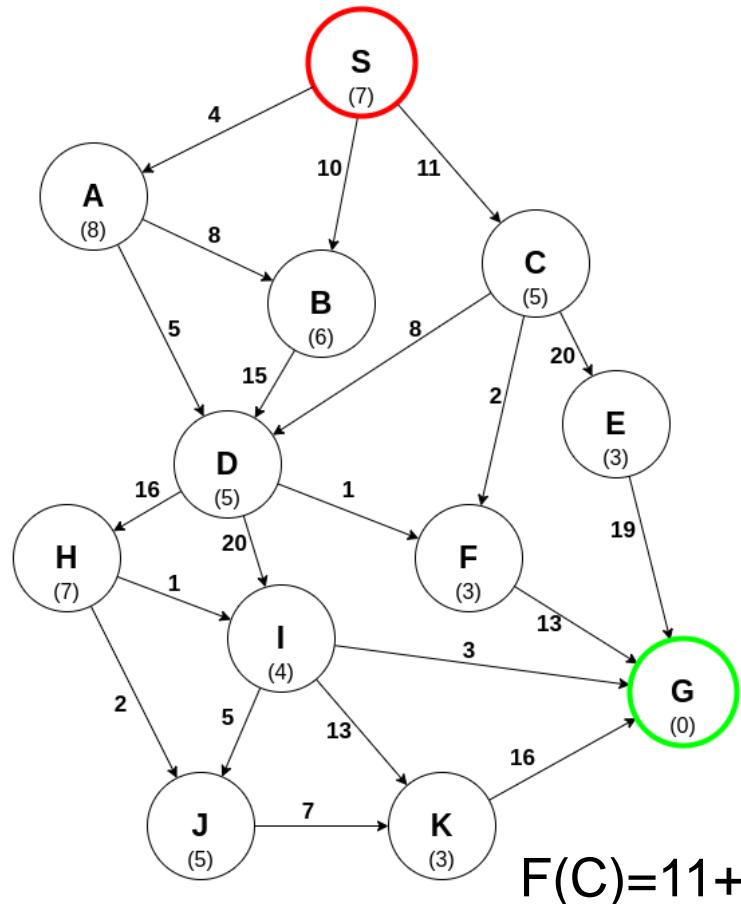
Open	Close
S	
A B C	S
B C D	S A
B C H I F	S A D

$$F(B)=6+10=16 \quad F(H)=4+5+16+7=32$$

$$F(C)=11+5=16 \quad F(I)=4+5+4+20=33 \quad F(F)=4+5+1+3=13$$

# 第二次作业

1.1用A\*搜索算法求解图中所示的最短路径，其中S表示初始节点，G表示目标节点。相邻节点之间的代价用边上的数字表示，在每个节点中括号里的数字表示此节点到目标节点的代价。



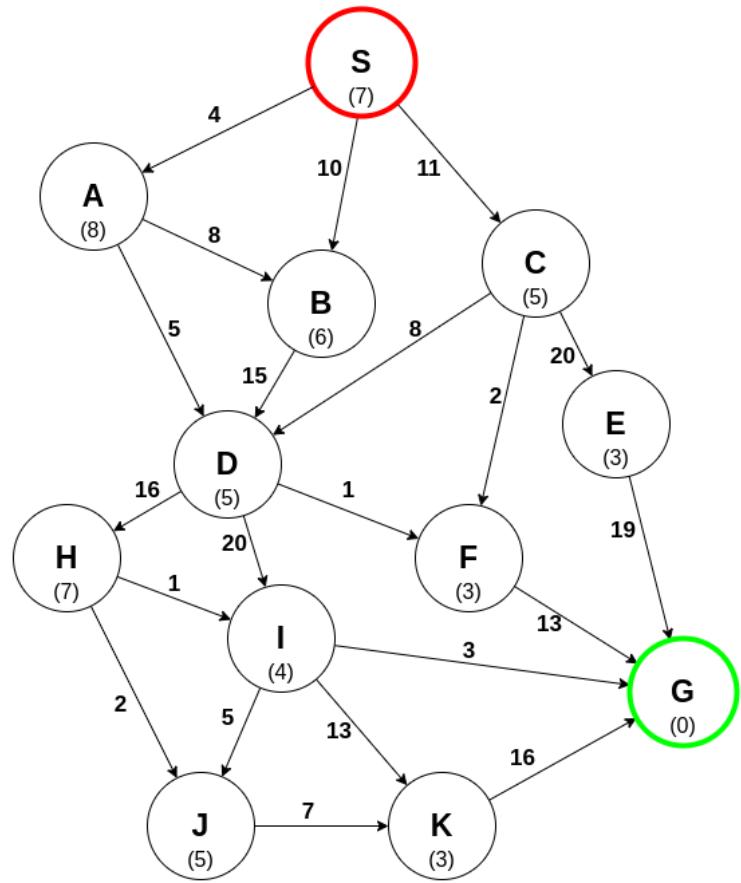
Open	Close
S	
A B C	S
B C D	S A
B C H I F	S A D
B C H I G	S A D F

$$F(B)=6+10=16 \quad F(H)=4+5+16+7=32$$

$$F(C)=11+5=16 \quad F(I)=4+5+4+20=33 \quad F(G)=4+5+1+13=23$$

# 第二次作业

1.1用A\*搜索算法求解图中所示的最短路径，其中S表示初始节点，G表示目标节点。相邻节点之间的代价用边上的数字表示，在每个节点中括号里的数字表示此节点到目标节点的代价。



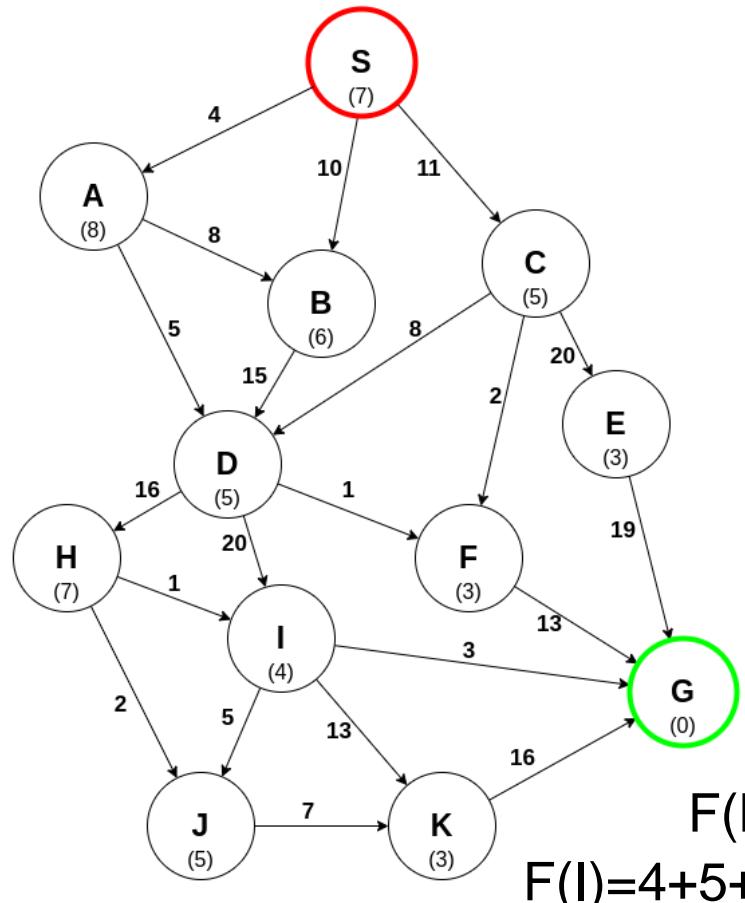
Open	Close
S	
A B C	S
B C D	S A
B C H I F	S A D
B C H I G	S A D F
C H I G	S A D F B

$$F(C)=11+5=16 \quad F(H)=4+5+16+7=32$$

$$F(I)=4+5+4+20=33 \quad F(G)=4+5+1+13=23$$

# 第二次作业

1.1用A\*搜索算法求解图中所示的最短路径，其中S表示初始节点，G表示目标节点。相邻节点之间的代价用边上的数字表示，在每个节点中括号里的数字表示此节点到目标节点的代价。



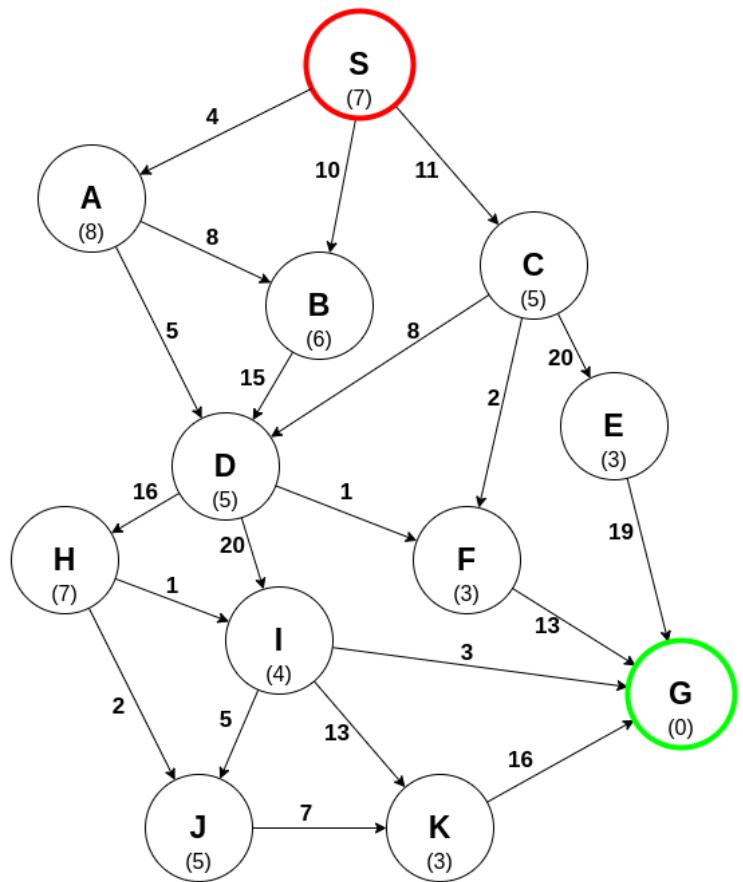
Open	Close
S	
A B C	S
B C D	S A
B C H I F	S A D
B C H I G	S A D F
C H I G	S A D F B
H I G E	S A D F B C

$$F(H)=4+5+16+7=32 \quad F(E)=11+20+3=33$$

$$F(I)=4+5+4+20=33 \quad F(G)=4+5+1+13=23$$

# 第二次作业

1.1用A\*搜索算法求解图中所示的最短路径，其中S表示初始节点，G表示目标节点。相邻节点之间的代价用边上的数字表示，在每个节点中括号里的数字表示此节点到目标节点的代价。

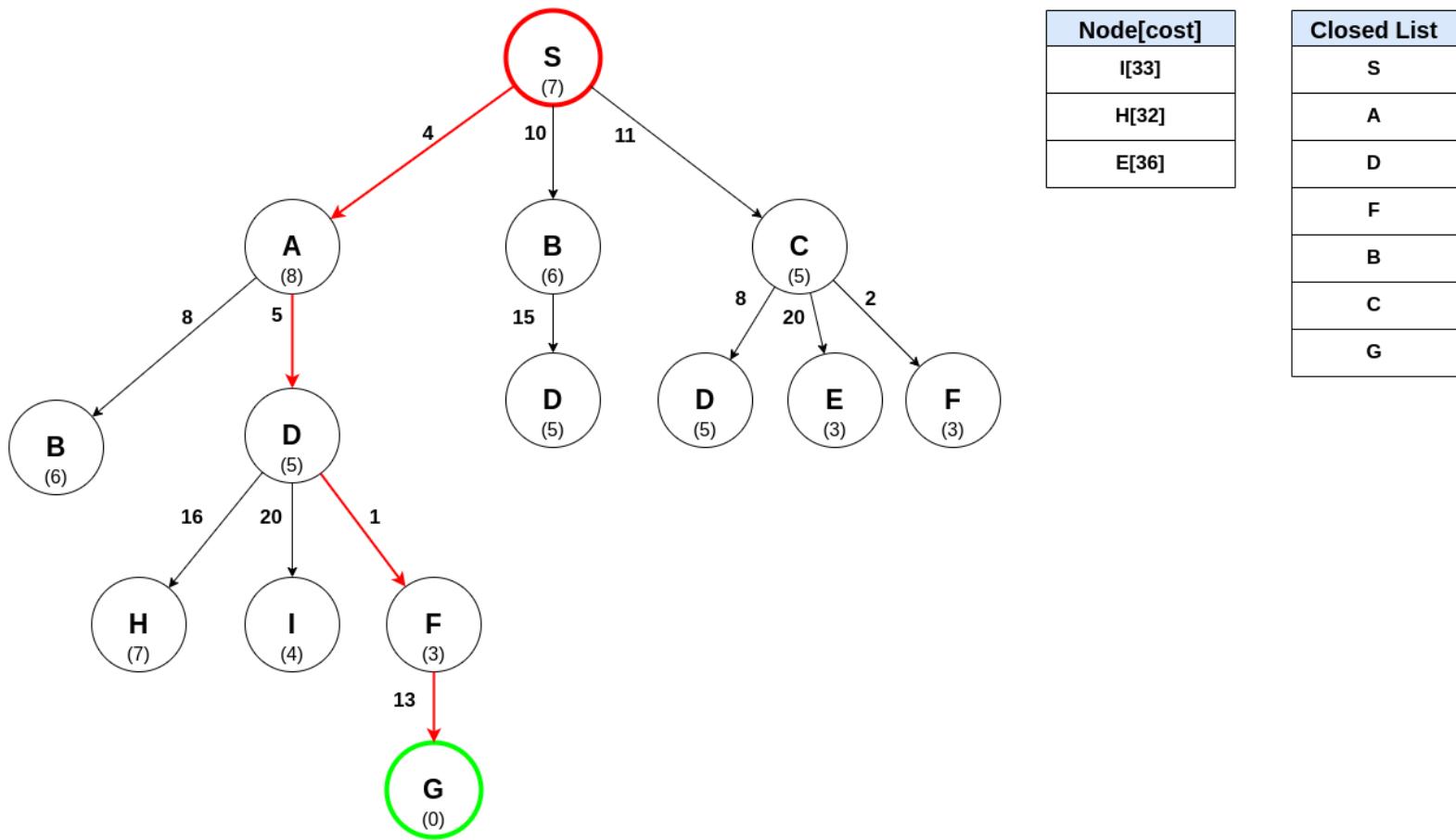


Open	Close
S	
A B C	S
B C D	S A
B C H I F	S A D
B C H I G	S A D F
C H I G	S A D F B
H I G E	S A D F B C
H I E	S A D F B C G

# 第二次作业

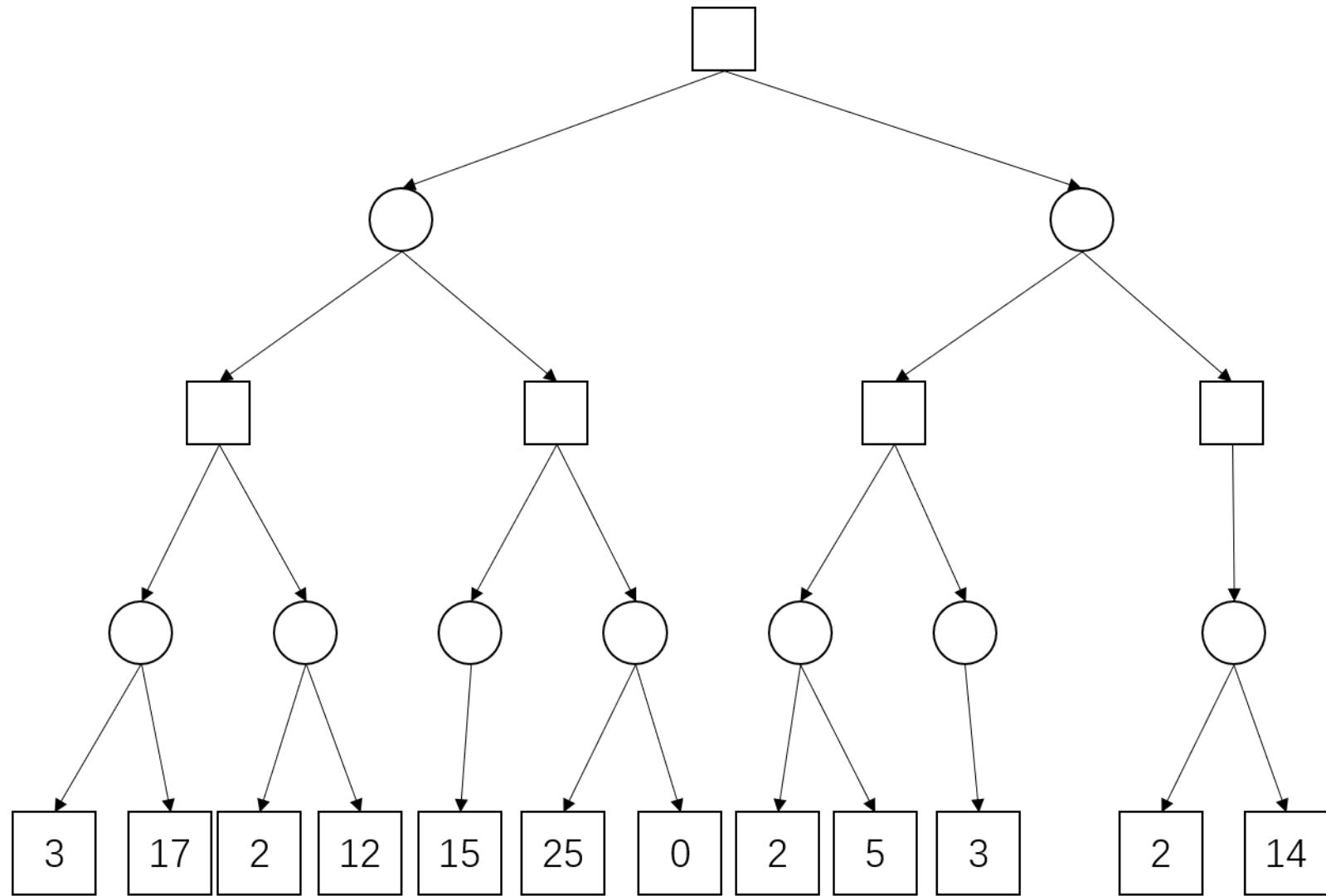


1.1用A\*搜索算法求解图中所示的最短路径，其中S表示初始节点，G表示目标节点。相邻节点之间的代价用边上的数字表示，在每个节点中括号里的数字表示此节点到目标节点的代价。



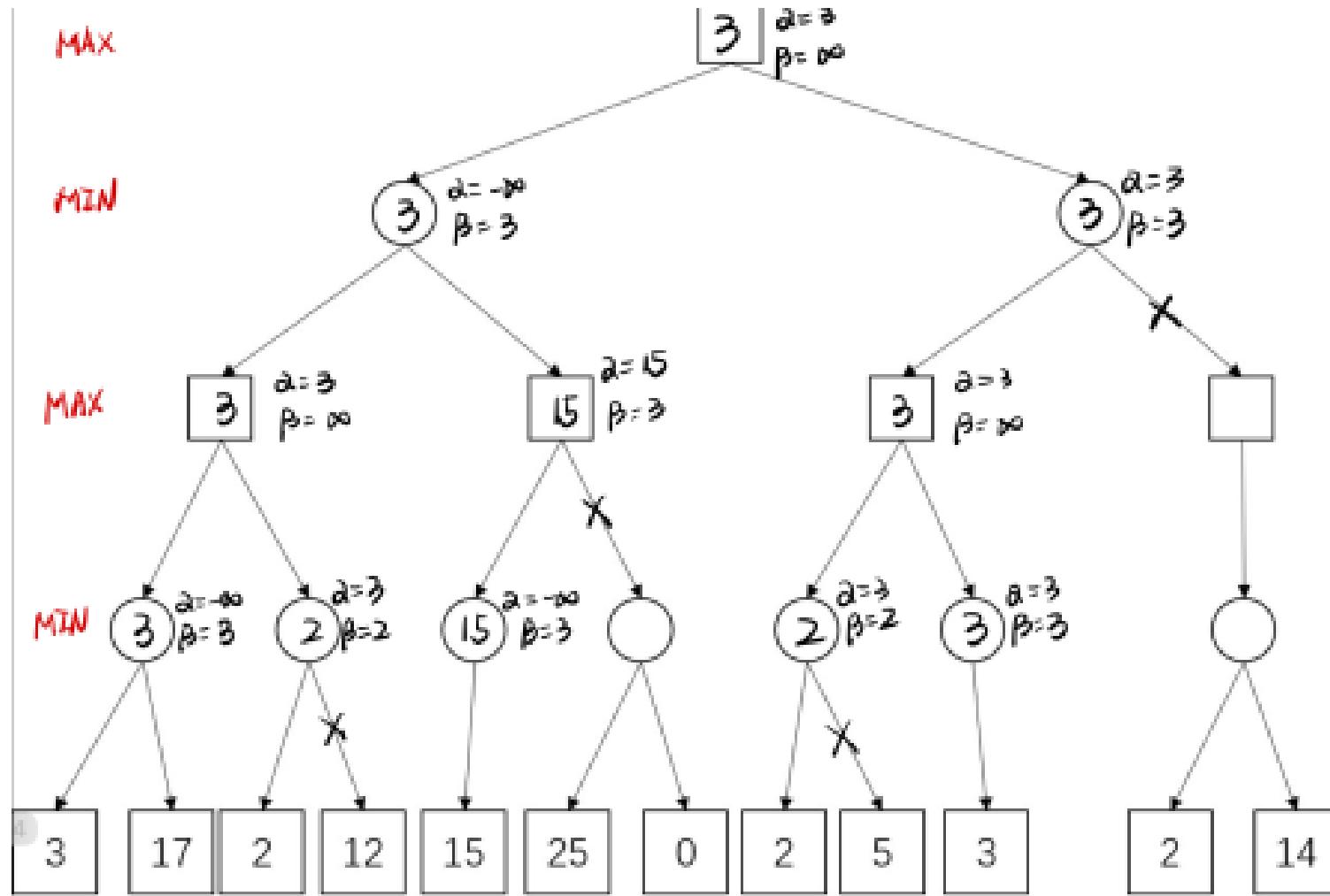
# 第二次作业

1.2 在图中所示的博弈树中，进行  $\alpha - \beta$  剪枝搜索，写出算法过程。



# 第二次作业

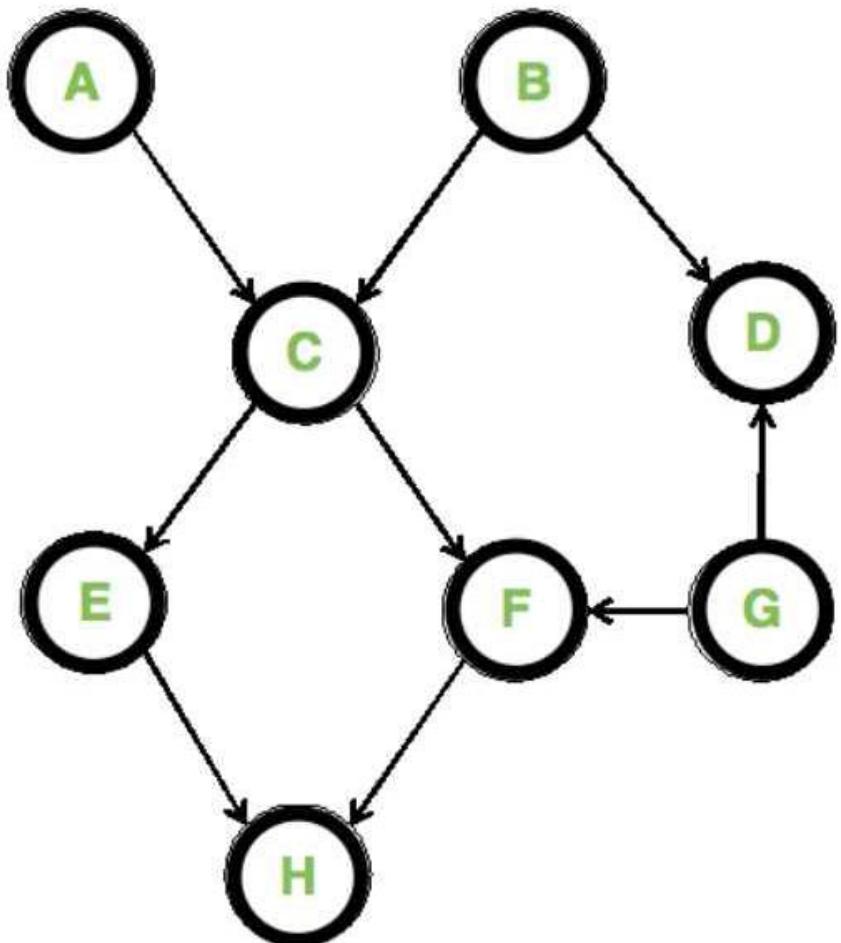
1.2 在图中所示的博弈树中，进行  $\alpha - \beta$  剪枝搜索，写出算法过程。



# 第二次作业

1.3 给定图中所示的贝叶斯网络，回答下述问题：

- (1) 给定 C, A 和 B 是否独立的?
- (2) A 和 H 是否条件独立的?
- (3) 给定 E, A 和 H 是否独立的?
- (4) 给定 H, E 和 F 是否独立的?
- (5) 给定 C, E 和 F 是否独立的?
- (6) 给定 C 和 D, E 和 F 是否独立的?
- (7) 给定 C 和 H, A 和 F 是否独立的?
- (8) 给定 C 和 D, A 和 F 是否独立的?
- (9) 给定 C 和 G, A 和 F 是否独立的?
- (10) 给定 C, A 和 F 是否独立的?
- (11) 给定 H, C 和 G 是否独立的?



# 第二次作业

1.3 给定图中所示的贝叶斯网络，回答下述问题：

(1) 给定 C, A 和 B 是否独立的? (F)

head to head, 给定C, 不独立

(2) A 和 H 是否条件独立的? (F)

路径ACFH未被阻断

(3) 给定 E, A 和 H 是否独立的? (F)

路径ACFH未被阻断

(4) 给定 H, E 和 F 是否独立的? (F)

head to head, 给定H, 不独立

(5) 给定 C, E 和 F 是否独立的? (T)

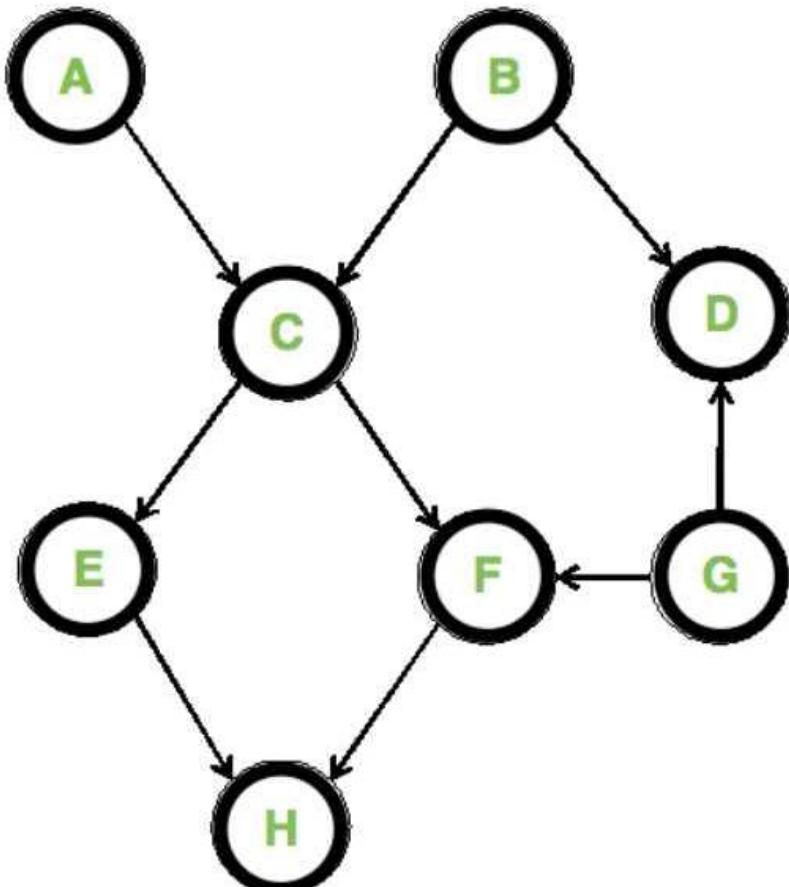
tail to tail, 给定C, 独立

(6) 给定 C 和 D, E 和 F 是否独立的? (T)

因为没有给定H, 所以EHF被H阻断

因为给定C, 所以ECF被C阻断

因为给定C, 所以ECBDGF被CD阻断



# 第二次作业

1.3 给定图中所示的贝叶斯网络，回答下述问题：

(7) 给定 C 和 H, A 和 F 是否独立的? (T)

因为给定C, 所以ACF被C阻断

因为给定C, 所以ACEHF被C阻断

因为未给定D, 所以ACBDGF被CD阻断

(8) 给定 C 和 D, A 和 F 是否独立的? (F)

ACBDGF未被阻断

(9) 给定 C 和 G, A 和 F 是否独立的? (T)

因为给定C, 所以ACF、ACEHF被C阻断

因为给定G, 所以ACBDGF被CG阻断

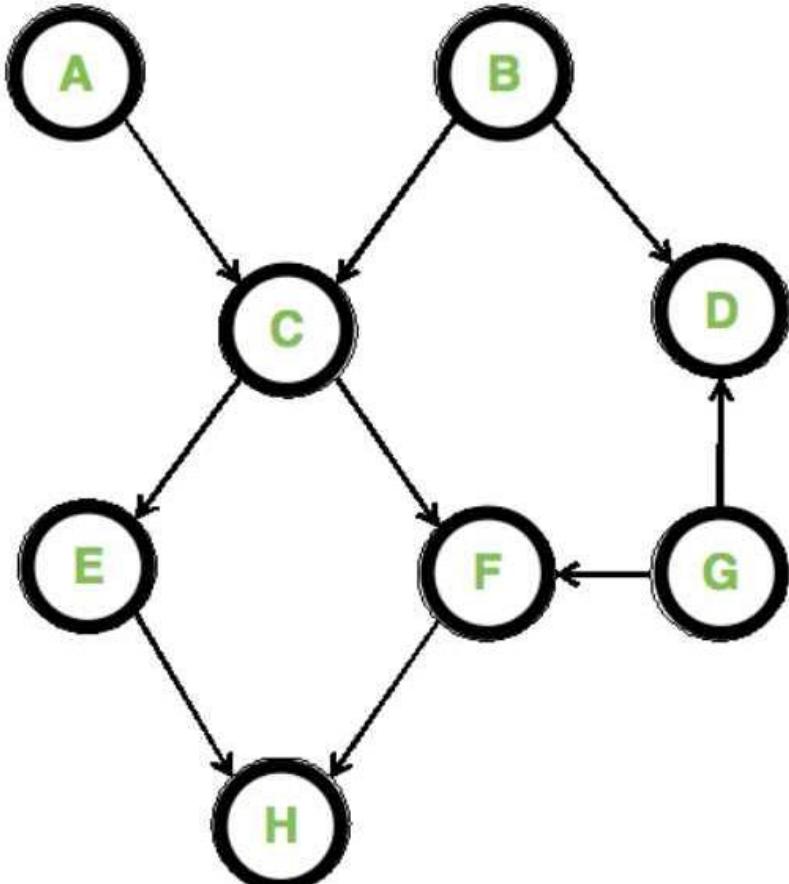
(10) 给定 C, A 和 F 是否独立的? (T)

因为给定C, 所以ACF、ACEHF被C阻断

因为未给定D, 所以ACBDGF被D阻断

(11) 给定 H, C 和 G 是否独立的? (F)

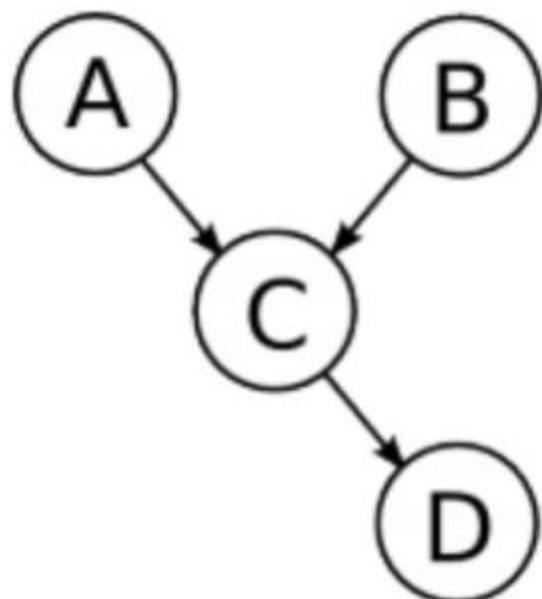
CEHFG未被阻断



# 第二次作业

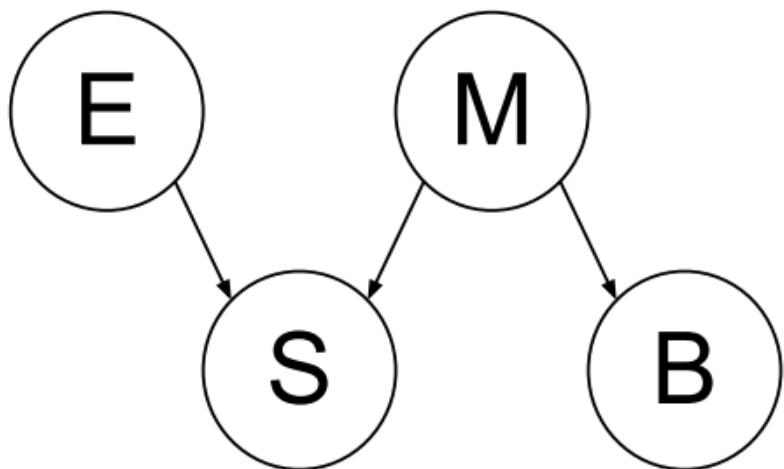
1.4利用四个变量  $\{A, B, C, D\}$  创建一个贝叶斯网络，并满足以下条件：

- $A \perp\!\!\!\perp B$
- $A \not\perp\!\!\!\perp D | B$
- $A \perp\!\!\!\perp D | C$
- $A \not\perp\!\!\!\perp C$
- $B \not\perp\!\!\!\perp C$
- $A \not\perp\!\!\!\perp B | D$
- $B \perp\!\!\!\perp D | A, C$



# 第二次作业

1.5假设，空气中弥漫着硫磺（S）的气味既可能是鸡蛋（E）发臭所散发的，也可能是玛雅启示（M）引发的厄运征兆，且玛雅启示还会导致海洋沸腾（B）。对应的贝叶斯网络和部分条件概率分布如图所示。



E	P(E)
T	0.4
F	0.6

M	P(M)
T	0.1
F	0.9

M	B	P(B M)
T	T	1.0
T	F	0.0
F	T	0.1
F	F	0.9

E	M	S	P(S E,M)
T	T	T	1.0
T	T	F	0.0
T	F	T	0.8
T	F	F	0.2
F	T	T	0.3
F	T	F	0.7
F	F	T	0.1
F	F	F	0.9



# 第二次作业

1.5 假设，空气中弥漫着硫磺（S）的气味既可能是鸡蛋（E）发臭所散发的，也可能是玛雅启示（M）引发的厄运征兆，且玛雅启示还会导致海洋沸腾（B）。对应的贝叶斯网络和部分条件概率分布如图所示。

- (1) 计算联合概率分布  $P(E=F, S=F, M=F, B=F)$ 。
- (2) 海洋沸腾的概率是多少？
- (3) 假设海洋正在沸腾，那么玛雅启示发生的概率是多少？
- (4) 假设空气中有硫磺的气味、海洋正在沸腾、鸡蛋已经发臭，那么玛雅启示发生的概率是多少？
- (5) 假设玛雅启示正在发生，那么鸡蛋发臭的概率是多少？



# 第二次作业

1.5假设，空气中弥漫着硫磺（S）的气味既可能是鸡蛋（E）发臭所散发的，也可能是玛雅启示（M）引发的厄运征兆，且玛雅启示还会导致海洋沸腾（B）。对应的贝叶斯网络和部分条件概率分布如图所示。

(1) 计算联合概率分布  $P(E=F, S=F, M=F, B=F)$ 。

$$\begin{aligned} P(E=F, S=F, M=F, B=F) \\ = & P(E=F)P(M=F)P(S=F|E=F, M=F)P(B=F|M=F) \\ = & 0.6 * 0.9 * 0.9 * 0.9 = 0.4374 \end{aligned}$$

(2) 海洋沸腾的概率是多少？

$$P(B=T) = P(B=T|M=T)P(M=T) + P(B=T|M=F)P(M=F) = 1.0 * 0.1 + 0.1 * 0.9 = 0.19$$

(3) 假设海洋正在沸腾，那么玛雅启示发生的概率是多少？

$$P(M = T | B = T) = P(B = T | M = T)P(M = T) / P(B = T) = 1.0 * 0.1 / 0.19 \approx 0.5263$$



# 第二次作业

1.5 假设，空气中弥漫着硫磺（S）的气味既可能是鸡蛋（E）发臭所散发的，也可能是玛雅启示（M）引发的厄运征兆，且玛雅启示还会导致海洋沸腾（B）。对应的贝叶斯网络和部分条件概率分布如图所示。

(4) 假设空气中有硫磺的气味、海洋正在沸腾、鸡蛋已经发臭，那么玛雅启示发生的概率是多少？

$$\begin{aligned} P(M = T | S = T, B = T, E = T) &= P(M = T, S = T, B = T, E = T) / (\sum_M P(M, S = T, B = T, E = T)) \\ &= P(E = T)P(M = T)P(S = T | E = T, M = T)P(B = T | M = T) / (\sum_M P(E = T)P(M)P(S = T | E = T, M)P(B = T | M)) \\ &= (0.4 * 0.1 * 1.0 * 1.0) / (0.4 * 0.1 * 1.0 * 1.0 + 0.4 * 0.9 * 0.8 * 0.1) \approx 0.5814 \end{aligned}$$

(5) 假设玛雅启示正在发生，那么鸡蛋发臭的概率是多少？

$$P(E = T | M = T) = P(E = T) = 0.4$$



中山大學  
SUN YAT-SEN UNIVERSITY

# 作业 讲解

1 第一次作业

2 第二次作业

3 第三次作业



# 第三次作业

1.1 设训练集如下表所示，请用 ID3 算法完成其学习过程。

序号	属性		分类
	x1	x2	
1	T	T	+
2	T	T	+
3	T	F	-
4	F	F	+
5	F	T	-
6	F	T	-



# 第三次作业

1.1 设训练集如下表所示，请用 ID3 算法完成其学习过程。

答：

样本集：  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ； 属性集：  $x = \{x_1, x_2\}$ ；  $p(+)=1/2$ ,  $p(-)=1/2$ 。

根节点信息熵：  $E(s, x) = -\frac{1}{2} \log_2(\frac{1}{2})$

对于属性  $x_1$

$$x_1 = T, s_1 = 1, 2, 3, p_{s_1}(+) = \frac{2}{3}, p_{s_1}(-) = \frac{1}{3}$$

$$x_1 = F, s_2 = 4, 5, 6, p_{s_2}(+) = \frac{1}{3}, p_{s_2}(-) = \frac{2}{3}$$

$$E(s_1, x_1) = -p_{s_1}(+) \log_2(p_{s_1}(+)) - p_{s_1}(-) \log_2(p_{s_1}(-)) = 0.92$$

$$E(s_2, x_1) = -p_{s_2}(+) \log_2(p_{s_2}(+)) - p_{s_2}(-) \log_2(p_{s_2}(-)) = 0.92$$

$$E((s, x), x_1) = \frac{s_1}{s} \times E(s_1, x_1) + \frac{s_2}{s} \times E(s_2, x_1) = 0.92$$

同理可得  $E((s, x), x_2) = 1$

# 第三次作业

1.1 设训练集如下表所示，请用 ID3 算法完成其学习过程。

答：

信息增益：

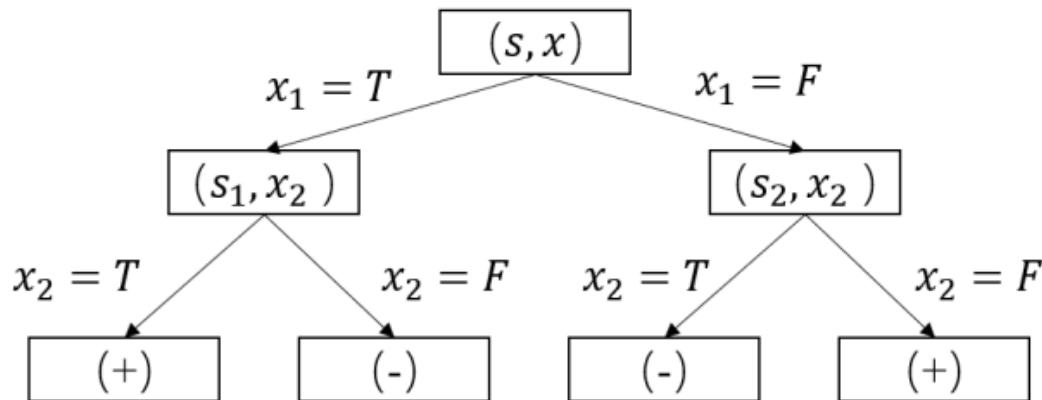
$$G((s,x),x_1) = E(s,x) - E((s,x),x_1) = 0.08$$

$$G((s,x),x_2) = E(s,x) - E((s,x),x_2) = 0.0$$

由于  $x_1$  的信息增益更大，扩展  $x_1$  节点。

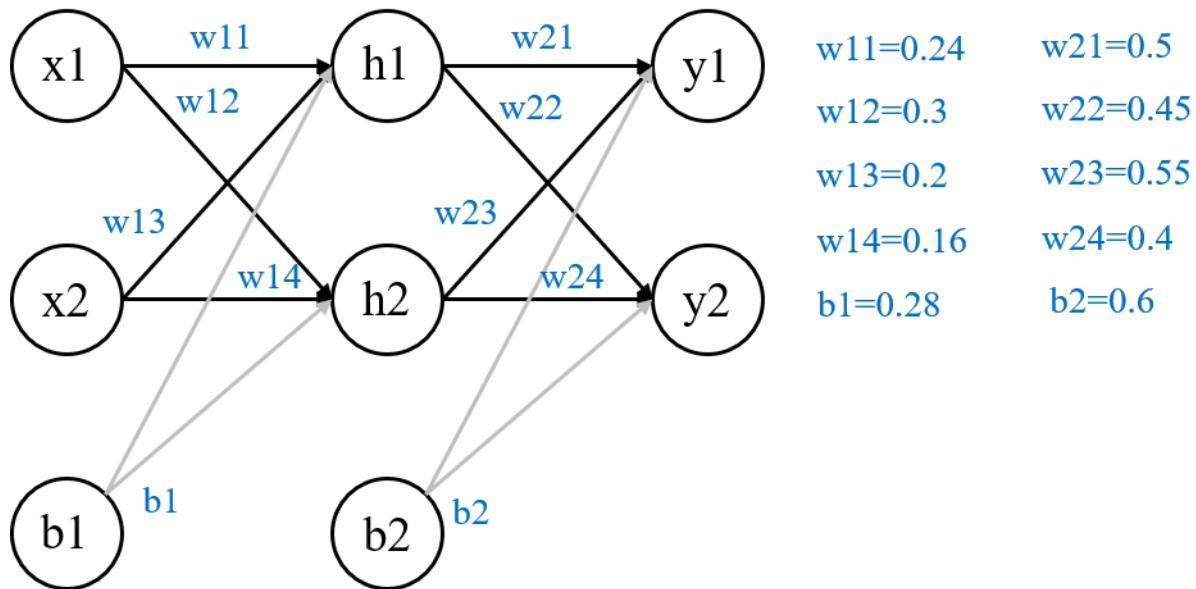
扩展  $x_1$  属性后，属性集仅剩  $x_2$ ，故可以直接扩展。

最终决策树如图所示：



# 第三次作业

1.2如图所示多层感知机模型，第一层是输入层，包含两个神经元： $x_1=0.08$ ,  $x_2=0.12$  和偏置 $b_1$ ; 第二层是隐藏层，包含两个神经元：  $h_1$ ,  $h_2$  和偏置项 $b_2$ ; 第三层是输出：  $y_1$ ,  $y_2$ 。每条线上标的  $w_{i,j}$  是第  $i$  层第  $j$  个权重参数，激活函数是 sigmoid 函数 (h 神经元之后)，Loss 函数使用MSE (均方误差) 函数，真实标签 Label<sub>1</sub>=0.05, Label<sub>2</sub>=0.95，学习率 $\alpha=0.5$ ，求在经过一次反向传播后所有权重参数和偏置项参数的值 (写出计算过程，最后结果保留四位小数)。





# 第三次作业

答：设  $\text{sig}(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$ ，根据已知条件可求得：

$$\begin{aligned} h_1 &= x_1 \cdot w_{11} + x_2 \cdot w_{13} + b_1 \\ &= 0.08 \times 0.24 + 0.12 \times 0.2 + 0.28 \\ &= 0.0192 + 0.024 + 0.28 \\ &= 0.3232 \end{aligned}$$

$$\text{sig}(h_1) = \frac{1}{1 + e^{-h_1}} \approx 0.58$$

$$\begin{aligned} h_2 &= x_1 \cdot w_{12} + x_2 \cdot w_{14} + b_1 \\ &= 0.08 \times 0.3 + 0.12 \times 0.16 + 0.28 \\ &= 0.024 + 0.0192 + 0.28 \\ &= 0.3232 \end{aligned}$$



# 第三次作业

$$sig(h_2) = \frac{1}{1 + e^{-h_2}} \approx 0.58$$

$$\begin{aligned}y_1 &= sig(h_1) \cdot w_{21} + sig(h_2) \cdot w_{23} + b_2 \\&= 0.58 \times 0.5 + 0.58 \times 0.55 + 0.6 \\&= 0.29 + 0.319 + 0.6 \\&= 1.209\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y_2 &= sig(h_1) \cdot w_{22} + sig(h_2) \cdot w_{24} + b_2 \\&= 0.58 \times 0.45 + 0.58 \times 0.4 + 0.6 \\&= 0.493 + 0.6 \\&= 1.093\end{aligned}$$



# 第三次作业

又因为

$$sig'(x) = \frac{e^{-x}}{(1 + e^{-x})^2}$$

可求得

$$sig'(h_1) = \frac{e^{-h_1}}{(1 + e^{-h_1})^2} \approx 0.2435$$

$$sig'(h_2) = \frac{e^{-h_2}}{(1 + e^{-h_2})^2} \approx 0.2435$$

Loss为

$$Loss_1 = \frac{1}{2}(y_1 - Label_1)^2 = \frac{1}{2}(y_1^2 - 2y_1Label_1 + Label_1^2)$$

$$Loss_2 = \frac{1}{2}(y_2 - Label_2)^2 = \frac{1}{2}(y_2^2 - 2y_2Label_2 + Label_2^2)$$

$$Loss = Loss_1 + Loss_2$$



# 第三次作业

因此可用Loss对每一个参数求偏导：

$$\frac{\partial Loss_1}{\partial y_1} = y_1 - Label_1$$

$$\frac{\partial Loss_2}{\partial y_2} = y_2 - Label_2$$

$$y_1 - Label_1 = 1.209 - 0.05 = 1.159$$

$$y_2 - Label_2 = 1.093 - 0.95 = 0.143$$

$$\frac{\partial Loss_1}{\partial w_{21}} = \frac{\partial Loss_1}{\partial y_1} \cdot \frac{\partial y_1}{\partial w_{21}}$$

$$= (y_1 - Label_1) \cdot sig(h_1)$$

$$= 1.159 \times 0.58$$

$$= 0.672$$



# 第三次作业

$$\begin{aligned}\frac{\partial Loss_1}{\partial w_{23}} &= \frac{\partial Loss_1}{\partial y_1} \cdot \frac{\partial y_1}{\partial w_{23}} \\&= (y_1 - Label_1) \cdot sig(h_2) \\&= 1.159 \times 0.58 \\&= 0.672\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial Loss_2}{\partial w_{22}} &= \frac{\partial Loss_2}{\partial y_2} \cdot \frac{\partial y_2}{\partial w_{22}} \\&= (y_2 - Label_2) \cdot sig(h_1) \\&= 0.143 \times 0.58 \\&= 0.083\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial Loss_2}{\partial w_{24}} &= \frac{\partial Loss_2}{\partial y_2} \cdot \frac{\partial y_2}{\partial w_{24}} \\&= (y_2 - Label_2) \cdot sig(h_1) \\&= 0.143 \times 0.58 \\&= 0.083 \\[10pt]\frac{\partial Loss}{\partial b_2} &= \frac{\partial Loss_1}{\partial b_2} + \frac{\partial Loss_2}{\partial b_2} \\&= \frac{\partial Loss_1}{\partial y_1} \cdot \frac{\partial y_1}{\partial b_2} + \frac{\partial Loss_2}{\partial y_2} \cdot \frac{\partial y_2}{\partial b_2} \\&= (y_1 - Label_1) + (y_2 - Label_2) \\&= 1.159 + 0.143 \\&= 1.302\end{aligned}$$

# 第三次作业

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial Loss}{\partial w_{11}} &= \frac{\partial Loss_1}{\partial w_{11}} + \frac{\partial Loss_2}{\partial w_{11}} \\
 &= \frac{\partial Loss_1}{\partial y_1} \cdot \frac{\partial y_1}{\partial sig(h_1)} \cdot sig'(h_1) \cdot \frac{\partial h_1}{\partial w_{11}} + \frac{\partial Loss_2}{\partial y_2} \cdot \frac{\partial y_2}{\partial sig(h_1)} \cdot sig'(h_1) \cdot \frac{\partial h_1}{\partial w_{11}} \\
 &= (y_1 - Label_1) \cdot w_{21} \cdot sig'(h_1) \cdot x_1 + (y_2 - Label_2) \cdot w_{22} \cdot sig'(h_1) \cdot x_1 \\
 &= [(y_1 - Label_1) \cdot w_{21} + (y_2 - Label_2) \cdot w_{22}] \cdot sig'(h_1) \cdot x_1 \\
 &= (1.159 \times 0.5 + 0.143 \times 0.45) \times 0.2435 \times 0.08 \\
 &= 0.0125
 \end{aligned}$$
  

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial Loss}{\partial w_{12}} &= \frac{\partial Loss_1}{\partial w_{12}} + \frac{\partial Loss_2}{\partial w_{12}} \\
 &= \frac{\partial Loss_1}{\partial y_1} \cdot \frac{\partial y_1}{\partial sig(h_2)} \cdot sig'(h_2) \cdot \frac{\partial h_2}{\partial w_{12}} + \frac{\partial Loss_2}{\partial y_2} \cdot \frac{\partial y_2}{\partial sig(h_2)} \cdot sig'(h_2) \cdot \frac{\partial h_2}{\partial w_{12}} \\
 &= [(y_1 - Label_1) \cdot w_{23} + (y_2 - Label_2) \cdot w_{24}] \cdot sig'(h_2) \cdot x_1 \\
 &= (1.159 \times 0.55 + 0.143 \times 0.4) \times 0.2435 \times 0.08 \\
 &= 0.0135
 \end{aligned}$$



# 第三次作业

$$\begin{aligned}\frac{\partial Loss}{\partial w_{13}} &= \frac{\partial Loss_1}{\partial w_{13}} + \frac{\partial Loss_2}{\partial w_{13}} \\&= \frac{\partial Loss_1}{\partial y_1} \cdot \frac{\partial y_1}{\partial sig(h_1)} \cdot sig'(h_1) \cdot \frac{\partial h_1}{\partial w_{13}} + \frac{\partial Loss_2}{\partial y_2} \cdot \frac{\partial y_2}{\partial sig(h_1)} \cdot sig'(h_1) \cdot \frac{\partial h_1}{\partial w_{13}} \\&= [(y_1 - Label_1) \cdot w_{21} + (y_2 - Label_2) \cdot w_{22}] \cdot sig'(h_1) \cdot x_2 \\&= (1.159 \times 0.5 + 0.143 \times 0.45) \times 0.2435 \times 0.12 \\&= 0.0188\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial Loss}{\partial w_{14}} &= \frac{\partial Loss_1}{\partial w_{14}} + \frac{\partial Loss_2}{\partial w_{14}} \\&= \frac{\partial Loss_1}{\partial y_1} \cdot \frac{\partial y_1}{\partial sig(h_2)} \cdot sig'(h_2) \cdot \frac{\partial h_2}{\partial w_{14}} + \frac{\partial Loss_2}{\partial y_2} \cdot \frac{\partial y_2}{\partial sig(h_2)} \cdot sig'(h_2) \cdot \frac{\partial h_2}{\partial w_{14}} \\&= [(y_1 - Label_1) \cdot w_{23} + (y_2 - Label_2) \cdot w_{24}] \cdot sig'(h_2) \cdot x_2 \\&= (1.159 \times 0.55 + 0.143 \times 0.4) \times 0.2435 \times 0.12 \\&= 0.0202\end{aligned}$$



# 第三次作业

$$\begin{aligned}\frac{\partial Loss}{\partial b_1} &= \frac{\partial Loss_1}{\partial b_1} + \frac{\partial Loss_2}{\partial b_1} \\&= \frac{\partial Loss_1}{\partial y_1} \cdot [\frac{\partial y_1}{\partial sig(h_1)} \cdot sig'(h_1) \cdot \frac{\partial h_1}{\partial b_1} + \frac{\partial y_1}{\partial sig(h_2)} \cdot sig'(h_2) \cdot \frac{\partial h_2}{\partial b_1}] \\&\quad + \frac{\partial Loss_2}{\partial y_2} \cdot [\frac{\partial y_2}{\partial sig(h_1)} \cdot sig'(h_1) \cdot \frac{\partial h_1}{\partial b_1} + \frac{\partial y_2}{\partial sig(h_2)} \cdot sig'(h_2) \cdot \frac{\partial h_2}{\partial b_1}] \\&= (y_1 - Label_1) \cdot [w_{21} \cdot sig'(h_1) + w_{23} \cdot sig'(h_2)] + (y_2 - Label_2) \cdot [w_{22} \cdot sig'(h_1) + w_{24} \cdot sig'(h_2)] \\&= 1.159 \times (0.5 \times 0.2435 + 0.55 \times 0.2435) + 0.143 \times (0.45 \times 0.2435 + 0.4 \times 0.2435) \\&= 0.326\end{aligned}$$



# 第三次作业

根据公式

$$w = w - \alpha \cdot \frac{\partial Loss}{\partial w}$$

可得

$$w_{21}^+ = w_{21} - \alpha \cdot \frac{\partial Loss_1}{\partial w_{21}} = 0.5 - 0.5 \times 0.672 = 0.164$$

$$w_{23}^+ = w_{23} - \alpha \cdot \frac{\partial Loss_1}{\partial w_{23}} = 0.55 - 0.5 \times 0.672 = 0.214$$

$$w_{22}^+ = w_{22} - \alpha \cdot \frac{\partial Loss_2}{\partial w_{22}} = 0.45 - 0.5 \times 0.083 = 0.4085$$

$$w_{24}^+ = w_{24} - \alpha \cdot \frac{\partial Loss_2}{\partial w_{24}} = 0.4 - 0.5 \times 0.083 = 0.3585$$

$$b_2^+ = b_2 - \alpha \cdot \frac{\partial Loss}{\partial b_2} = 0.6 - 0.5 \times 1.302 = -0.051$$



# 第三次作业

$$w_{11}^+ = w_{11} - \alpha \cdot \frac{\partial Loss}{\partial w_{11}} = 0.24 - 0.5 \times 0.0125 = 0.23375$$

$$w_{12}^+ = w_{12} - \alpha \cdot \frac{\partial Loss}{\partial w_{12}} = 0.3 - 0.5 \times 0.0135 = 0.29325$$

$$w_{13}^+ = w_{13} - \alpha \cdot \frac{\partial Loss}{\partial w_{13}} = 0.2 - 0.5 \times 0.0188 = 0.1906$$

$$w_{14}^+ = w_{14} - \alpha \cdot \frac{\partial Loss}{\partial w_{14}} = 0.16 - 0.5 \times 0.0202 = 0.1499$$

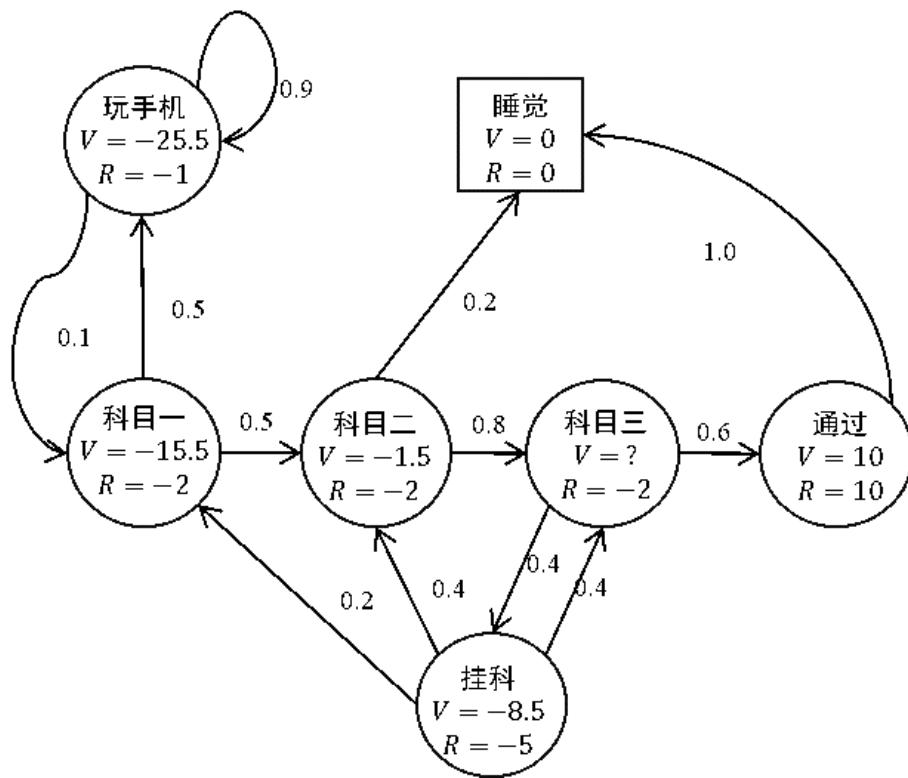
$$b_1^+ = b_1 - \alpha \cdot \frac{\partial Loss}{\partial b_1} = 0.28 - 0.5 \times 0.326 = 0.117$$

综上所述，更新后的参数为：

$$\begin{array}{cccccc} w_{11} = 0.2338 & w_{12} = 0.2933 & w_{13} = 0.1906 & w_{14} = 0.1499 & b_1 = 0.117 \\ w_{21} = 0.164 & w_{22} = 0.4085 & w_{23} = 0.214 & w_{24} = 0.3585 & b_2 = -0.051 \end{array}$$

# 第三次作业

1.3 考虑如下图所示 MDP：一个学生需要学习三个科目，然后通过测验；不过也有可能只学完两个科目之后直接睡觉，或者在学习时玩手机；一旦挂科，有可能需要重新学习某些科目。其中，椭圆表示普通状态，每一条线上的数字表示从一个状态跳转到另一个状态的概率，R 代表奖励，方块表示终止（terminal）状态。





# 第三次作业

(1) 给定折扣因子  $\gamma = 0.5$ , 计算轨迹“科目一, 科目二, 科目三, 通过, 睡觉”以及轨迹“科目一, 玩手机, 玩手机, 科目一, 科目二, 睡觉”的回报值。

$$G_1 = (-2) + 0.5 \times (-2) + 0.5^2 \times (-2) + 0.5^3 \times 10 + 0.5^4 \times 0 = -2.25$$

$$G_2 = (-2) + 0.5 \times (-1) + 0.5^2 \times (-1) + 0.5^3 \times (-2) + 0.5^4 \times (-2) + 0.5^5 \times 0 = -3.125$$

(2) 给定折扣因子  $\gamma = 1$ , 求所处状态“科目三”的  $V$  值。

$$V = -2 + 0.6 \times 10 + 0.4 \times (-8.5) = 0.6$$



# Thanks