Abtastung

$A\{x(t)\} = T_A \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_A)\,\delta(t-nT_A)$

$P\{X(f)\} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(f-kf_A)$

$A\{x(t)\} \circ\!\!-\!\!\bullet\, P\{X(f)\}$,

Rekonstruktion

$H(f) = \begin{cases} 1 & |f| < \frac{1}{2T_A} \\ 1/2 & |f| = \frac{1}{2T_A} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

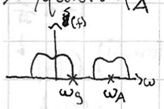
Wenn signal $X(f)$ Höhe $1/T_A$ hat, dann muss $H(f)\,T_A$ hoch sein !

$h(t) = \frac{1}{T_A}\,\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{T_A}\right)$

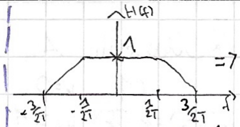
Interpolationsformel: $x_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_A)\cdot \mathrm{sinc}\left(\frac{t}{T_A}-n\right)$

entsteht durch $x(t) = h(t) * A\{x(t)\}$

Nyquist: $f_A \geq 2B_x$, $T_A \leq \frac{1}{2B_x}$, $\omega_A \geq 2\omega_g$



Abbruchfehler: $|\Delta| = \left|\frac{x_r(t)-x(t)}{x(t)}\right|$



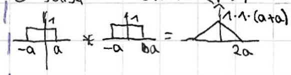
$\Rightarrow H_1(f) = \begin{cases} 1 & |f| \leq \frac{1}{2T} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} * H_2(f) = \begin{cases} T & |f| \leq \frac{1}{T} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

$h_1(t) = \frac{1}{T}\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{T}\right) \cdot h_2(t) = 2\,\mathrm{sinc}\left(2\frac{t}{T}\right)$

$\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{T_A}\right) \circ\!\!-\!\!\bullet \begin{cases} T_A & |f| \leq \frac{1}{2T_A} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

$\mathrm{sinc}\left(-\frac{1}{2}\right) = \mathrm{sinc}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{\pi}$

$\begin{cases} a & |t| \leq \frac{T}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \circ\!\!-\!\!\bullet\, aT\,\mathrm{sinc}(fT)$

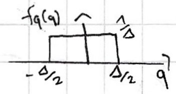


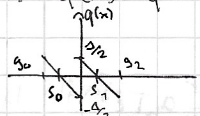
Quantisierung linear

$P_X = E[X^2] = \int_{x_{min}}^{x_{max}} x^2 f_X(x)\,dx = \frac{x_{max}^2}{3}$ Gleichverteilt $= \frac{x_{max}^2}{2}$ sinusförmig

$P_Q = E[Q^2] = \int_{-\infty}^{\infty} q^2 f_Q(q)\,dq = \sum_{i=0}^{M-1} \int_{g_i}^{g_{i+1}} (s_i - x)^2 f_X(x)\,dx = \sum_{i=0}^{M-1} \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} q^2 f_X(q+s_i)\,dq$

$= \frac{\Delta^2}{12}$ Gleichverteilt. $q(x) = x_q - x = s_i - x$





(Reproduktionswerte: $s_i = \frac{2i-M+1}{2}\Delta$)

Auftrittswahrscheinlichkeit: $p_i = \int_{g_i}^{g_{i+1}} f_X(x)\,dx$

$\Delta = \frac{2x_{max}}{2^m}$; m bits für 2^m Stufen, $\Delta = g_{i+1} - g_i$

$SNR_Q = \frac{P_X}{P_Q} = \begin{cases} 2^{2m} & \text{gleichverteilt} \quad \frac{x_{max}^2/3}{\Delta^2/12} \\ \frac{3}{2}\cdot 2^{2m} & \text{sinusförmig} \quad \frac{x_{max}^2/2}{\Delta^2/12} \end{cases}$

$SNR_{dB} = 10\log(SNR_Q) = m \cdot 6\,dB$

Optimal: Bedingungen: $\frac{\partial}{\partial s_i} \sum_{i=0}^{M-1} \int_{g_i}^{g_{i+1}} (s_i - x)^2 f_X(x)\,dx \stackrel{!}{=} 0$

$\frac{\partial}{\partial g_i} \sum_{i=0}^{M-1} \int_{g_i}^{g_{i+1}} (s_i - x)^2 f_X(x)\,dx \stackrel{!}{=} 0$

$\rightarrow s_i = \frac{\int_{g_i}^{g_{i+1}} x f_X(x)\,dx}{\int_{g_i}^{g_{i+1}} f_X(x)\,dx}$, $g_i = \frac{s_i + s_{i-1}}{2}$

Mittlere: $\bar{L} = E\{L\} = \sum_{i=0}^{M-1} p_i l_i$, Informationsgehalt: $I_i = \log_2 \frac{1}{P(X_Q = s_i)} = -\log_2 p_i$ $\quad \bar{L} \geq H(X_Q)$

Entropie: $H(X_Q) = E\{I\} = -\sum_{i=0}^{M-1} p_i \log_2 p_i$ [bit] = mittlerer ; Ideale Codewortlänge: $l_{i,ideal} = \lceil -\log_2 p_i \rceil$

Lloyd-Max-Algo: 1. Wähle Startwerte $\forall s_i^{(0)}$

2. Intervallgrenzen: $g_i^{(t+1)} = \frac{s_i^{(t)} + s_{i-1}^{(t)}}{2}$

3. Reprod. Werte: $s_i^{(t+1)} = \frac{\int x f_X(x)}{\int \ldots}$

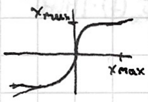
4. Fehlerleistung: $P_Q^{(t+1)}$ (mit $s_i^{(t+1)}$ & $g_i^{(t+1)}$)

5. Rel. Änderung $\delta^{(t)} = \left|\frac{P_Q^{(t+1)} - P_Q^{(t)}}{P_Q^{(t)}}\right|$

6. Wdh. bis $\delta^{(t)} < \varepsilon$

Nicht-Lineare Quantisierung

A-Law $C(x) = \begin{cases} \frac{A}{1+\ln(A)} \cdot |x| \cdot \mathrm{sgn}(x) & 0 \leq |x| \leq \frac{x_{max}}{A} \\ \frac{1+\ln\left(\frac{A\cdot|x|}{x_{max}}\right)}{1+\ln(A)} \cdot |x| \cdot \mathrm{sgn}(x) & \text{sonst} \end{cases}$



DPCM & PCM

$e(nT_A) = x(nT_A) - \hat{x}(nT_A)$

- $\hat{x}(nT_A) = x_Q((n-1)T_A)$ (Prädiktion 0. Ordnung)
- $\hat{x}(nT_A) = \sum_{k=1}^{K} \omega_k x_Q((n-k)T_A)$ (Prädiktion K-1te Ordnung)

Minimiere Quadratischen Fehler:

$E[e[n]^2]$

$e[n]$ einsetzen und auf $E[\cdot]$ zurückführen

Δ-Modulator

$e_Q(nT_A) = \pm\Delta$

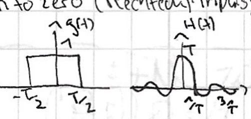
Nachlaufumsetzer

max Steigung: $f_A \cdot \Delta$

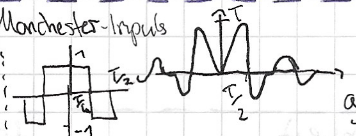
Impulsformen

non return to zero (Rechteck)-Impuls:

(NRZ)



Manchester-Impuls

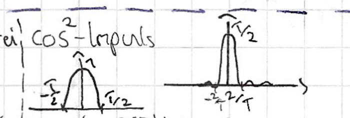


$G(f) = T \cdot (\mathrm{sinc}(fT/2) - \mathrm{sinc}(fT))$

$g(t) = \begin{cases} 1 & |t| < T/4 \\ 0 & |t| = T/4 \\ -1 & T/4 < |t| < T/2 \\ -1/2 & |t| = T/2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

Gleichanteilfrei Aber mehr Bandbreite

$\cos^2$-Impuls



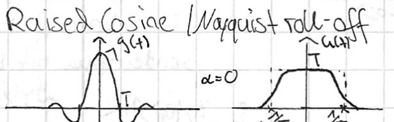
$g(t) = \begin{cases} \cos^2\left(\frac{\pi t}{T}\right) & |t| < \frac{T}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

$G(f) = \frac{T}{2} \cdot \frac{\cos(\pi f T/2)}{1-(fT)^2} \cdot \mathrm{sinc}\left(\frac{fT}{2}\right)$

Zeit-begrenzt

sinc-Impuls

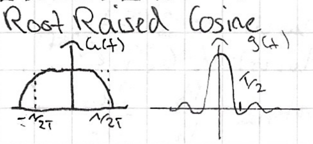
Raised Cosine / Nyquist roll-off



$g(t) = \mathrm{sinc}\left(\frac{t}{T}\right) \frac{\cos(\alpha\pi t/T)}{1-4\alpha^2 (t/T)^2}$ $\quad 0 \leq \alpha \leq 1$

$G(f) = \begin{cases} T & |f| \leq (1-\alpha)\frac{1}{2T} \\ \frac{T}{2}\left[1+\cos\left(\frac{\pi}{\alpha}\left(|f| - \frac{1-\alpha}{2T}\right)\right)\right] & (1-\alpha)\frac{1}{2T} < |f| \leq (1+\alpha)\frac{1}{2T} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

Root Raised Cosine



Wünschenswert, da Bandbegrenzt & schnelles Abklingen im Zeitbereich

Besser für Matched-Filter-Paar, da Gesamtimpuls dann ein Raised Cosine Bildet

Bandbreite

Bandbreiteneffizienz: $\eta = \frac{\text{Übertragungsrate}}{\text{benötigte Kanalbandbreite}} = \frac{2}{1+\alpha} \frac{\text{bit/s}}{\text{Hz}}$ für Nyquistimpuls

B_{99}: Bandbreitenbereich in dem 99% der Signalenergie/Leistung liegen

B_{6dB}: Bandbreite, wo Spektrum auf Hälfte abgefallen ist

B_{3dB}: " , bis Hälfte der Leistung

B_N: Äquivalente Rauschbandbreite

Absolute Bandbreite: Alle positiven Frequenzen

B_N: Einseitige → Bandbreite die ein ideale Bandpassfilter haben muss um bei Anregung durch weißes Rauschen die gleiche Ausgangsleistung hervorzurufen

Unschärferelation

Unschärfe $T_0 B_0 \geq \frac{1}{4\pi}$

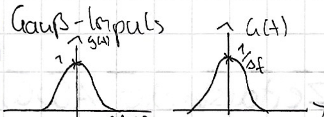
Signal kann nicht gleichzeitig Band- & Zeitbegrenzt sein

$X(f) \sim \frac{1}{|f|^{n+1}}$ für große f, wenn $f(t)$ in n-ter Ableitung zum ersten mal Sprung aufweist

n auch negativ

↳ $\delta(t) \rightarrow n = -1$

Gauß-Impuls



$g(t) = e^{-\pi\left(\frac{t}{\Delta t}\right)^2}$

$G(f) = \frac{1}{\Delta f} e^{-\pi\left(\frac{f}{\Delta f}\right)^2}$ $\quad \Delta t = \frac{1}{\Delta f}$

Nyquist-Bedingung

1. Keine Intersymbolinterferenz

↳ Maximales A_V $\quad g[n\bar{T}] = \begin{cases} g(0) & n=0 \\ 0 & n \in \mathbb{Z}\setminus\{0\} \end{cases}$

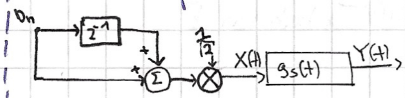
$A\{g(t)\} = T \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(n\bar{T}) \cdot \delta(t-n\bar{T}) = T \cdot \delta(t) \cdot g(0)$

$P\{G(f)\} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} G(f - \frac{k}{T}) = T \cdot G(0)$

2. Maximales A_H

$g(k\frac{T}{2}) = \begin{cases} 1 & k=0 \\ g(\frac{T}{2}) & k=\pm 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

Partial response



$X(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_n (D_n + D_{n-1}) \delta(t - n\bar{T})$

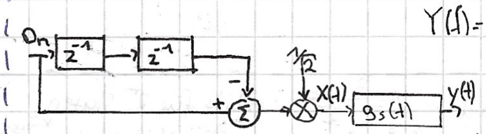
$Y(t) = X(t) * g_s(t)$

$G_{ar}(f) = \frac{1}{\sqrt{2}} (G_s(f) + e^{-j2\pi f T} G_s(f))$

$= \begin{cases} \sqrt{2}\, T \cos(2\pi f T/2) \cdot e^{-j2\pi f T/2} & |f| < \frac{1}{2T} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

$g_{oB} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\text{sinc}(\frac{t}{T}) + \text{sinc}(\frac{t-T}{T}))$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{T \sin(\pi t/T)}{\pi t / T(T-t)}$ ← für $n=0$



$X(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_n (D_n - D_{n-2}) \delta(t - n\bar{T})$

$Y(f) = G(f) = \begin{cases} \frac{1}{T} \sum_n \frac{D_n}{\sqrt{2}} (e^{j2\pi f n\bar{T}} - e^{j2\pi f (n+2)\bar{T}}) \cdot G(f) & |f| < \frac{1}{2T} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

$Y(t) = g(t) = \sum_n \frac{D_n}{\sqrt{2}} (\text{sinc}(\frac{t - n\bar{T}}{T}) - \text{sinc}(\frac{t-(n+2)\bar{T}}{T}))$

$Y(f)_{n=0} = \begin{cases} j\sqrt{2}\, T \sin(2\pi f T) \cdot e^{-j2\pi f T} & |f| < \frac{1}{2T} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

Vorteil bei 2-facher Verzögerung: kein Gleichanteil bei gleicher Bandbreite

Allgemeines Partial Response

$G(f) = \begin{cases} \sum_{k=0}^{K} a_k T e^{-j2\pi f k T} & |f| < \frac{1}{2T} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

$\langle T \rangle$: $s(t) \rightarrow \boxed{h(t)} \rightarrow r(t)$ $\quad \varphi_{rr}^{E}(t) = \varphi_{ss}^{E}(\tau) * [h(\tau) * h(-\tau)]$

$\Phi_{rr}^{E}(f) = \Phi_{ss}^{E}(f) \cdot |H(f)|^2$

Korrelation

Korrelationskoeffizient: $\rho_{XY} = \frac{E_{XY}}{\sqrt{E_X \cdot E_Y}} = \frac{\varphi_{XY}(0)}{\sqrt{\varphi_X(0) \varphi_Y(0)}}$

korreliert => $\rho = 1$

orthogonal => $\rho = 0$ antipodisch $\rho = -1$

Kreuzkorrelationsfunktion

$\varphi_{s_1 s_2}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t) s_2(t+\tau) dt = s_1(-\tau) * s_2(\tau)$

Autokorrelationsfunktion

$\varphi_{XX}(\tau) = \varphi_X(\tau) \qquad E_X = \varphi_{XX}(0)$ (Energie)

$\varphi_{XX}(0) = E_X = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) x(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2$ (Parseval)

$= \Phi_{XX}(f)$ Energie-/Leistungsdichtespektrum

$\rightarrow \varphi_{XX}(\tau) \circ\!\!-\!\!\bullet\ \Phi_{XX}(f)$

$\rightarrow P_X = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t)^2 dt$

$\varphi_{XY}(\tau) = E[X(t) \cdot Y(t+\tau)]$; $\rho_{XY} = \frac{\text{Cov}[XY]}{\sigma_X \sigma_Y}$; $\varphi_X(0) = \text{Var}[X] + E[X]^2 = \sigma_X^2 + \mu_X^2$

Leistung: $P_s = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} |s(t)|^2 dt$

Momentane Leistung: $P_s = |s(t_0)|^2$

Augen

A_V: Maß für Empfindl. gegenüber Rauschen

A_H: Mass für Empf. ggü. Schwankungen des Abtastzeitpunkts

AWGN-Kanal

PDF: $f_N(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{n^2}{2\sigma^2}}$

$E\{N\} = 0 \qquad \sigma = \{N^2\}$

LDS: $\Phi_N(f) = N_0/2$

Leistung: $P_N = N_0 \cdot B = \sigma^2$

Thermisch: $N_0 = k_B \cdot T$

Rauschzahl: $F = \frac{P_N^{out}}{V^2 P_{in}} \geq 1$

Detektion im Rauschen

Ziel: $P(\hat{D}_n \neq D_n)$ minimieren

Lösung: maximiere SNR zu Abtastzeitpunkt $n\bar{T}$

Störleistung nach Filter: $P_N = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_N |H(f)|^2 df = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df \overset{\text{Parseval}}{=} \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|^2 dt$

Mittlere Leistung: $P_s(t) = |y_s(t)|^2$

Momentane Signalleistung: $P_s = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} |y_s(t)|^2 dt$

Vertauschen ! hab verkackt

Matched Filter

-> schafft maximales SNR

$h_{MF}(t) = K \cdot g_s^*(T - t)$

$H_{MF}(f) = K \cdot G_s^*(f) e^{-j2\pi f T}$

$SNR_{max} = \frac{P_s}{P_N} = \frac{2E_s}{N_0}$

Fehlerwahrscheinlichkeit

$P(\hat{D}_0 = -1 | D_0 = +1) = \int_{-\infty}^{B} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_N} e^{-\frac{(y(T) - Y_s(T))^2}{2\sigma_N^2}}$

$Y_s(T) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) h(t - \tau) d\tau$

$P_b = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{z_0}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = Q(z_0) = Q(\sqrt{SNR}) = Q(\sqrt{\frac{Y_s(T)^2}{\sigma^2}})$

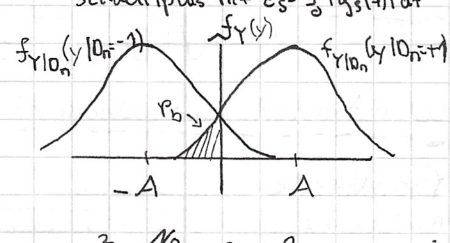
$z_0 = \frac{A}{\sigma}$

$\frac{e^{-\frac{z^2}{2}}}{\sqrt{2\pi} z} (1 - \frac{1}{z^2}) < Q(z) < \frac{e^{-\frac{z^2}{2}}}{\sqrt{2\pi} z}$

für MF:

$P_b = Q(\sqrt{2\frac{E_s}{N_0}})$

für jeden auf T beschränkten Sendeimpuls mit $E_s = \int_0^T |g_s(t)| dt$



$\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2T}$, $E_s = A^2 T$, $Y_s(T) = \pm A$

$z_0 = \frac{A}{\sigma_N}$

Zeitdiskreter AWGN-Kanal

$\sigma^2 = \frac{\sigma_N^2}{A^2} = \frac{N_0}{2E_s} = \frac{1}{SNR}$

Unabhängiges Unkorreliertes Rauschen

falls 1. Nyquist Bed. erfüllt und max. SNR

= Folge abgetasteter Rauschanteile ist unabhängig!

1. Nyquist Bedingung für Kombination von Sende- und Empfangsfilter ~~g(t) = const~~

$g(k\bar{T}) = \begin{cases} \text{const} & k=1 \\ 0 & k \neq 1 \end{cases}$

Wünschenswerte Eigenschaften:

1. keine ISI 2. max SNR 3. unabhängiges Rauschen

Lineare, digitale Modulation

Allgemeines:

$\tilde{s}(t) = A(t)\sqrt{2}\cos(2\pi f_0 t + \varphi'(t))$

mit $\varphi'(t) = 2\pi F(t) t + \varphi_0(t)$

$\tilde{s}(t) = s_I(t)\sqrt{2}\cos(2\pi f_0 t) - s_Q(t)\sqrt{2}\sin(2\pi f_0 t)$

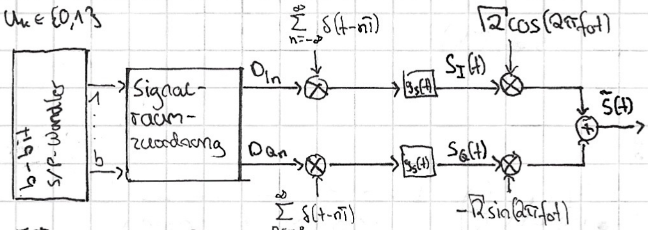
$s_I(t) = A(t)\cos(\varphi'(t))$

$s_Q(t) = A(t)\sin(\varphi'(t))$

$|A(t)| = \sqrt{s_I^2(t) + s_Q^2(t)}$

$\varphi'(t) = \arctan\left(\frac{s_Q(t)}{s_I(t)}\right)$

Modulation:



$\rightarrow \tilde{s}(t) = \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} D_{In}\, g_s(t-nT)\right]\sqrt{2}\cos(2\pi f_0 t) - \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} D_{Qn}\, g_s(t-nT)\right]\sqrt{2}\sin(2\pi f_0 t)$

$\bar{E}_s = \mathcal{E}\{D_{In}^2 + D_{Qn}^2\} \int_0^T |g_s(t)|^2\,dt$ (mittlere Energie pro Symbol)

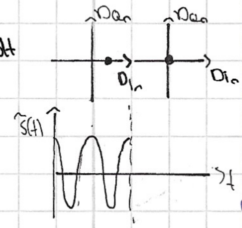
$\mathcal{E}_{bit} = \frac{\bar{E}_s}{\#bits}$ (Energie pro bit)

$|A(t)|^2 = s_I^2(t) + s_Q^2(t) = (D_{In}^2 + D_{Qn}^2)|g_s(t-nT)|^2$

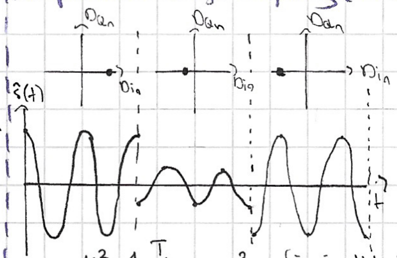
ON-OFF Keying (OOK)

$b=1,\ M=2,\ D_{Qn}=0,\ D_{In}=\{1,0\}$

$E_s = \frac{1}{2}\int_0^T |g_s(t)|^2\,dt$



Amplitude Shift Keying (M-ASK)



M Stufen mit Abstand Δ:

$\mathcal{E}[D_I^2] = \frac{\Delta^2(M^2-1)}{12}$

$E_s = \frac{M^2-1}{3}\int_0^T |g_s(t)|^2\,dt$ für äquidistante M-ASK

Beispiele alle für: Symbolfrequenz $1/T$

Trägerfrequenz $2/T$

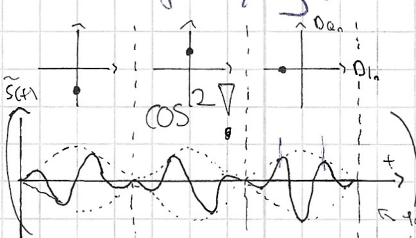
$\rightarrow$ ~~also~~ 3 bzw. 4 Max/Min.

Wenn Trägerfrequenz $\frac{3}{T}$, also $f_0 = 3 \cdot f_s$, dann 5 bzw 6 Max/Min.

Amplitude: Amplitude des Sendeimpulses mal $\sqrt{2}$ mal A

Sendeimpuls ist Einhüllende

Phase Shift Keying (MPSK)



$\leftarrow \varphi_{off} = 0$

$\llcorner$ QPSK (2 bit, $\varphi_{off}=0$)

$E_s = \underbrace{\mathcal{E}[D_I^2 + D_Q^2]}_{r^2[p(01)+p(11)+p(00)+p(10)]}\int_0^T |g_s(t)|^2\,dt$

$D_{In} = \cos\left(\frac{2\pi k}{M} + \varphi_{off}\right)$

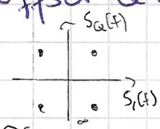
$D_{Qn} = \sin\left(\frac{2\pi k}{M} + \varphi_{off}\right)$

$k = 0, \dots, M-1$

Bei Rechteckimpuls:

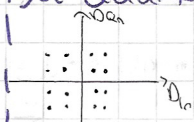
$E_b = \frac{E_s}{b} = \frac{E_s}{ld(M)}$

Offset QPSK



$\tilde{s}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_{In}\, g_s(t-nT)\sqrt{2}\cos(2\pi f_0 t) - \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_{Qn}\, g_s(t-T/2-nT)\sqrt{2}\sin(2\pi f_0 t)$

~~M-Qam~~ M-QAM

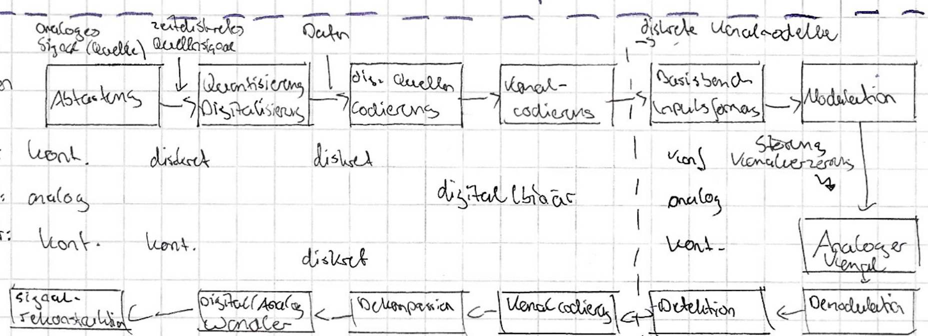


$\mathcal{E}[D_I^2 + D_Q^2] = \frac{\Delta^2(M-1)}{6}$

Datenrate $R_b = \frac{b}{T_{symbol}}$

wenn Entropie $= \bar{C}$, kann keine weitere Kompression stattfinden

aber: weiter komprimieren wenn anstelle eines Symbols mehrere Symbole zusammen Huffman codieren



Aufgaben Kanalcodierung:

Fehlerkorrektur

Fehlererkennung

Paritätsprüfcode:

Nachricht wird ein bit hinzugefügt, welches ein XOR aller bits der Nachricht ist.

Bit-Flip Fehler erkennen:

max. Länge des Codeworts

$\rightarrow$ kann keine Bits korrigieren

Bits pro Symbol für Symbolvektor der Länge 1, 2, 3 …

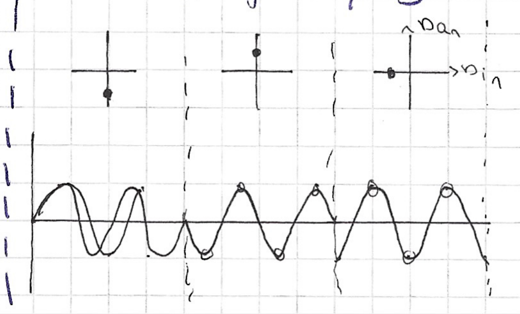
$\mathcal{E}[\,] = \#bits \cdot p_{n1} + \#bits \cdot p_{n2} \dots$ / Vektor Länge

(Huffman Baum)

PCM / A - Datenrate $f_{A,PCM} \geq 2 f_0$

$1\,bit \cdot f_A \geq m_{PCM,bits}\, f_{A,PCM}$

Phase-Shift Keying



Mathe 8

$\mathrm{sinc}(x) = \mathrm{si}(\pi x)$

Gesetze der FT:

Stauchung: $u(kt) \circ\!\!-\!\!\bullet \frac{1}{|k|} U\left(\frac{f}{k}\right)$

Zeitverschiebung: $u(t-\tau) \circ\!\!-\!\!\bullet U(f)\, e^{-j2\pi f\tau}$ / $e^{j2\pi f_0 t} u(t) \circ\!\!-\!\!\bullet U(f-f_0)$

Konjugierung: $u^*(-t) \circ\!\!-\!\!\bullet U^*(f)$

Vertauschung: $U^*(t) \circ\!\!-\!\!\bullet u(f)$

Differenzieren: $\frac{\partial u(t)}{\partial t} \circ\!\!-\!\!\bullet j2\pi f\, U(f)$

$-t u(t) \circ\!\!-\!\!\bullet \frac{1}{j2\pi} \frac{\partial U(f)}{\partial f}$

Integration: $\int_{-\infty}^{t} u(\tau)\, d\tau \circ\!\!-\!\!\bullet U(f)\left(\frac{1}{j2\pi f} + \frac{1}{2}\delta(f)\right)$

$u(t)\left(-\frac{1}{j2\pi t} + \frac{1}{2}\delta(t)\right) \circ\!\!-\!\!\bullet \int_{-\infty}^{f} U(\varphi)\, d\varphi$

Energiesatz: $E = \int_{-\infty}^{\infty} |u(t)|^2\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} |U(f)|^2\, df$

Wichtige Transformationen

$u(t) = 1 \circ\!\!-\!\!\bullet U(f) = \delta(f)$

$u(t) = \delta(t) \circ\!\!-\!\!\bullet U(f) = 1$

$u(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \circ\!\!-\!\!\bullet U(f) = \frac{1}{2}\delta(f) + \frac{1}{j2\pi f}$

$u(t) = \cos(2\pi f_0 t) \circ\!\!-\!\!\bullet U(f) = \frac{1}{2}\left(\delta(f-f_0) + \delta(f+f_0)\right)$

$u(t) = \sin(2\pi f_0 t) \circ\!\!-\!\!\bullet U(f) = \frac{1}{2j}\left(\delta(f-f_0) - \delta(f+f_0)\right)$

$u(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} T \cdot \delta(t - nT_0) \circ\!\!-\!\!\bullet U(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - n f_0)$

$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \circ\!\!-\!\!\bullet \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-2\pi j n T f}$