

$G(w_1, w_2) = \sum_{x_1} \sum_{x_2} g(x_1, x_2) e^{j(\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2)} \cdot \sum_{x_1, x_2}$	bessere Bildrekonstruktion	Impulsantworten der verf鋖schenden Filter:
$g(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} G(w_1, w_2) e^{j(\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2)} dw_1 dw_2$	Verschiedene Gren	$h[n_1, n_2] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} G(w_1, w_2) e^{j(\omega_1 n_1 + \omega_2 n_2)} dw_1 dw_2$
$g(x_1, x_2) = \text{Re}(G(w_1, w_2)) \cdot \text{Re}(e^{j(\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2)}) + \text{Im}(G(w_1, w_2)) \cdot \text{Im}(e^{j(\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2)})$	Pixelverschiebung herausfinden	$h[n_1, n_2] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} G(w_1, w_2) e^{j(\omega_1 n_1 + \omega_2 n_2)} dw_1 dw_2$
$\rightarrow g(x_1, x_2) = \sum_{n_1, n_2} h[n_1, n_2] \cdot e^{j(\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2)}$	Intensittverstelung in eine Richtung: $(\#n - \#d) + 1 = z$ (für $z = 3$)	$h[n_1, n_2] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} G(w_1, w_2) e^{j(\omega_1 n_1 + \omega_2 n_2)} dw_1 dw_2$
$\rightarrow g(x_1, x_2) = \sum_{n_1, n_2} h[n_1, n_2] \cdot e^{j(\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2)}$	Kompensationsfilter: $K = \frac{1}{H_1 H_2}$	$h[n_1, n_2] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} G(w_1, w_2) e^{j(\omega_1 n_1 + \omega_2 n_2)} dw_1 dw_2$
$\rightarrow g(x_1, x_2) = \sum_{n_1, n_2} h[n_1, n_2] \cdot e^{j(\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2)}$	Filtersetzung: $F = \frac{Z}{H_1 H_2} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2} - a_3 z^{-3}}$	$h[n_1, n_2] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} G(w_1, w_2) e^{j(\omega_1 n_1 + \omega_2 n_2)} dw_1 dw_2$
$\rightarrow g(x_1, x_2) = \sum_{n_1, n_2} h[n_1, n_2] \cdot e^{j(\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2)}$	IIR oder FIR? \rightarrow Impulsantworten \rightarrow so groß sind wie Bild groß ist.	$h[n_1, n_2] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} G(w_1, w_2) e^{j(\omega_1 n_1 + \omega_2 n_2)} dw_1 dw_2$
$\rightarrow g(x_1, x_2) = \sum_{n_1, n_2} h[n_1, n_2] \cdot e^{j(\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2)}$	2 Filter separiert: $H(z_1) = \frac{1}{1 - z_1^{-1}} \cdot \frac{1}{1 + z_1^{-1}}$	Vorsicht!
$\rightarrow g(x_1, x_2) = \sum_{n_1, n_2} h[n_1, n_2] \cdot e^{j(\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2)}$	hintereinander legen	$h[n_1, n_2] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} G(w_1, w_2) e^{j(\omega_1 n_1 + \omega_2 n_2)} dw_1 dw_2$
$\rightarrow g(x_1, x_2) = \sum_{n_1, n_2} h[n_1, n_2] \cdot e^{j(\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2)}$	Vollständige Rek. möglich?	Vorzeichen umkehren
$\rightarrow g(x_1, x_2) = \sum_{n_1, n_2} h[n_1, n_2] \cdot e^{j(\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2)}$	bitte i.d.R. nicht möglich, da	im Neuen beim Zeichnen
$\rightarrow g(x_1, x_2) = \sum_{n_1, n_2} h[n_1, n_2] \cdot e^{j(\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2)}$	Abschlieer nötig bei Berechnung der Impulsantwort	

Einhtel Richtungsimpuls:

$$20-8: \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{matrix} \quad 20 \text{ Einheitsspann} \\ S[n_1, n_2] \quad \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \quad u[n_1, u_2] \\ \text{vertikal} \quad \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{matrix} \quad u[n_1, n_2] \\ S[n_1, n_2] \quad \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} \quad u[n_1, n_2] \\ \text{horizontal} \quad \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \quad u[n_1, n_2]$$

Motion über Bildstruktur: Focus blur

Rauschkompensation:

$$h[n_1, n_2] = \frac{1}{(1 - \frac{1}{2})^2} - \frac{1}{2} \sum_{n_1} u[n_1, n_2] - \frac{1}{2} \sum_{n_2} u[n_1, n_2] \\ \text{einfach } \frac{1}{(1 - \frac{1}{2})^2} \text{ für alle Punkte im Bild}$$

(Ohne Rauschen)

Gaußfilter

$$h[n_1, n_2] = A \cdot e^{-\frac{n_1^2 + n_2^2}{2 \sigma^2}}$$

Werte ordnen \rightarrow nehmen den in Mitte für rauschen

Medianfilter

$$\text{Median}[x] = \begin{cases} x_{\frac{n_1+n_2}{2}} & \text{für ungerade} \\ \frac{x_{\frac{n_1}{2}} + x_{\frac{n_2}{2}}}{2} & \text{für gerade} \end{cases}$$

(Scher gut für Impulsrauschen)

Kantenherziehung: Gradientenfilter:

Pixeldifferenz	separierte Pixeldifferenz	Prewitt	Sobel	Frei-Chan
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow g_v[n_1, n_2]$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow g_v[n_1, n_2]$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow g_v[n_1, n_2]$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow g_s[n_1, n_2]$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow g_s[n_1, n_2]$
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow g_u[n_1, n_2]$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow g_u[n_1, n_2]$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow g_u[n_1, n_2]$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow g_u[n_1, n_2]$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow g_u[n_1, n_2]$

→ Gut für scharfe Kanten

Laplace - Filter

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

→ Summiert 2 Ableitung in beide Richtungen

→ Gut für weichere Kanten aufgrund 2. Ableitung

Morphologische Operationen

→ formbasierte Operationen

Bild

$\Psi(B)$ morphologischer Raum

$\Psi(B)$ morphologische Transformation

struktureller Verlust: $X \circ Y \rightarrow \Psi(X) \circ \Psi(Y) \neq X \circ Y \circ \Psi(B)$

ohneextensive: $\Psi(X) \circ X = X \circ \Psi(X)$

olidempotent: $\Psi(B) \Psi(Y) \Psi(X) = \Psi(X) \circ X \circ \Psi(B)$

Vorsicht: unterschiedliche Randbedingungen möglich!

Erosion

$$X \oplus m[n_1, n_2] = \{(n_1, n_2) | m[n_1, n_2] \neq 0\}; b_{\text{ero}}[n_1, n_2] = \text{lb}_m[n_1, n_2]$$

Dilatation

$$X \odot m[n_1, n_2] = \{(n_1, n_2) | m[n_1, n_2] \neq 0\}; b_{\text{dil}}[n_1, n_2] = \text{lb}_m[n_1, n_2]$$

Bild wird konsolidiert mit dem Schwellwert S

$$b[n_1, n_2] = m[n_1, n_2] \text{ mit } b[n_1, n_2] = \text{lb}_m[n_1, n_2]$$

Histogrammausgleich

$$\text{Transformationgleichung: } f = \frac{1}{2} P_f(f) + \frac{3}{2} P_g(g) \quad \text{Gleichverteilung: } f = \frac{3}{2} g + \frac{1}{2}$$

Zuordnungsgleichung: $T(g) = g \rightarrow f$

$$T(g) = \text{Grauwert} \rightarrow \frac{1}{2} P_f(f) + \frac{3}{2} P_g(g) \text{ Grauwert}$$

→ sucht zu allen g -Werten aus dem originalen Histogramm die f -Werte aus dem bestm. Passen
Bsp.: $P_f(f) = 18$ $P_g(g) = 18 \rightarrow$ in $T(g)$ an $g=2$ ne 5 eintragen

Exakte Transformation möglich?

Ja, wenn: stetige $P_f(f)$ und $P_g(g)$ als analytischer Ausdruck vorhanden

Nein: Bei diskreten Werten die Häufigkeiten oft nicht genau auspassen

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline t_a = \sum_b b \cdot i_b & 12 & 4 & 6 & 8 & 10 & 12 \\ \hline t_b = \sum_b b \cdot n_b & 3 & 6 & 9 & 12 & 15 & 18 \\ \hline t_c = \sum_b b \cdot n_b & 4 & 8 & 12 & 16 & 20 & 24 \\ \hline t_d = \sum_b b \cdot n_b & 5 & 10 & 15 & 20 & 25 & 30 \\ \hline t_e = \sum_b b \cdot n_b & 6 & 12 & 18 & 24 & 30 & 36 \\ \hline \end{array}$$

$$i_a = \sum_b b \cdot i_b, i_b = \sum_b b \cdot n_b, i_c = \sum_b b \cdot n_b, i_d = \sum_b b \cdot n_b, i_e = \sum_b b \cdot n_b$$

$$\sum_b b \cdot n_b = i_a + i_b + i_c + i_d + i_e$$

Grauwertgleichverteilung

Vorteil: Kontrastverbesserung

Nachteile: null-unwahrscheinliches Bild

Wenn Bruch als Stufenstckung in Vom multiplikativer Gleitkennwert: dann unterstützt Wert (Bei 0) so wählen, dass dadurch ohne Bruch addiert wird

Worf: $S \partial x = 1 \wedge f(x) \geq 0 \wedge f''$

Färbesysteme

Additives Färbesystem

$\hat{x} = \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}$ Untergang: Schwarz
 $\hat{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ Subsubtraktiv alles

RGB addieren sich, damit weniger absorbiert wird

Thin-Film-Transistor Display



HSV-Modell

$V = \max\{R, G, B\}$

$S = \frac{V - \min(R, G, B)}{V}$

$H = \begin{cases} 0^\circ & V=0 \\ \frac{\theta}{180^\circ} & \text{sonst} \end{cases}$

0°rot

120°grün

240°blau

$\text{Hue} \rightarrow \text{Wert}$

$\text{Value} \rightarrow \text{Grauwertverstellung}$

$0.5 H \leq 36^\circ$

$\text{Gesichtsdetektion: } 0.1 \pm 0.5 \pm 0.57$

Violà-Jones

Basismerkmale

Typ A

$2 \cdot n$

$m \boxed{1-1}$

$3 \cdot 2$

$1 \boxed{1-1-1-1}$

$1-2$

$\boxed{1-1}$

$1-2$

$\boxed{1-1}$

$2 \cdot 2$

$\boxed{1-1}$

$1-2$

$\boxed{1-1}$

Hauptachsentransformation (Principal Component Analysis)

$$\text{Mittelwert: } \bar{a} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i$$

Mittelwertbereiches

$$\text{Entfernung: } Y = [(a_1 - \bar{a}), \dots, (a_n - \bar{a})]$$

$$\text{Varianszmatrix: } \Phi = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})(a_i - \bar{a})^\top = \frac{1}{n} Y Y^\top$$

$$\text{Eigenwerte: } \det(\Phi - \lambda I) = 0$$

$$\text{Eigenvektoren: } \Phi U = U \Lambda U^{-1}$$

↳ An Mittelwert \bar{a} gezeichnet

↳ U_1, \dots, U_n bilden neues Koordinatensystem

Ziel: Reduktion der Merkmale, durch Verwendung der repräsentativsten Hauptachsen. Weniger Rechenaufwand
 $\rightarrow O(N^3 + N^2 M)$

Affine Transformation

$$\text{Rotation um Winkel } \alpha: X_{rot} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot X$$

$$\text{Skalierung: } X_S = \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} X \quad \text{Pose-Parameter: } \begin{bmatrix} \alpha_x & \alpha_y \\ \alpha_y & \alpha_x \end{bmatrix} \quad \alpha_x = s \cos(\alpha), \alpha_y = s \sin(\alpha)$$

$$\text{Translation: } X_T = X_S + T \quad \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \end{pmatrix}$$

Procrustes Analyse

Pose-Parameter $\alpha_x, \alpha_y, t_x, t_y$ herausfinden, dass verschobenes Videobild Q wieder möglichst gut auf ursprüngliches Videobild P abgebildet wird.

- minimiere Quadratischen Fehler

$$1) \rightarrow E = \sum_{i=1}^N E_i = \sum_{i=1}^N \left[(p_{x,i} - (a_x \cdot q_{x,i} - a_y \cdot q_{y,i} + t_x) + (t_x))^2 \right]$$

Stelle E ; Gleichung (Skalar) auf für 1 E :

2) Leite E ; nach allen Parametern ab

$$\frac{\partial E}{\partial a_x}: (q_{x,i}^2 + q_{y,i}^2) \cdot \partial_x + 0 \cdot \partial_y + q_{x,i} \cdot t_x + q_{y,i} \cdot t_y = p_{x,i} \cdot q_{x,i} + p_{y,i} \cdot q_{y,i}$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_y}: 0 \cdot \partial_x + (q_{x,i}^2 + q_{y,i}^2) \cdot \partial_y - q_{x,i} \cdot t_x + q_{y,i} \cdot t_y = p_{y,i} \cdot q_{x,i} - p_{x,i} \cdot q_{y,i}$$

$$\frac{\partial E}{\partial t_x}: a_{x,i} \cdot \partial_x - q_{x,i} \cdot \partial_y + 1 \cdot t_x + 0 \cdot t_y = p_{x,i}$$

$$\frac{\partial E}{\partial t_y}: a_{y,i} \cdot \partial_x + q_{x,i} \cdot \partial_y + 0 \cdot t_x + 1 \cdot t_y = p_{y,i}$$

3) Stelle implizites/explizites Gleichungssystem auf

$$\begin{array}{l} q_{x,i}^2 + q_{y,i}^2 = 0 \quad q_{x,i} = \frac{p_{x,i} - t_x}{a_x} \quad (p_{x,i} \cdot a_x + p_{y,i} \cdot a_y) \\ 0 = q_{x,i}^2 + q_{y,i}^2 - q_{y,i} \quad q_{y,i} = \frac{p_{y,i} - t_y}{a_y} \quad (p_{y,i} \cdot a_x + p_{x,i} \cdot a_y) \\ a_x \cdot q_{x,i} - q_{y,i} = 1 \quad 0 = t_x = p_{x,i} \\ q_{y,i} \cdot q_{x,i} = 0 \quad 1 = t_y = p_{y,i} \end{array}$$

4) Berechne Pose-Parameter

$$a_x = \frac{x_p \cdot x_q + y_p \cdot y_q - C_1}{N \cdot Z - x_q^2 - y_q^2}, a_y = \frac{x_p \cdot y_q - y_p \cdot x_q - C_2}{N \cdot Z - x_q^2 - y_q^2}, t_x = \frac{x_p \cdot Z + C_1 \cdot x_q - C_2 \cdot y_q}{N \cdot Z - x_q^2 - y_q^2}, t_y = \frac{y_p \cdot Z + C_1 \cdot y_q - C_2 \cdot x_q}{N \cdot Z - x_q^2 - y_q^2}$$

mit

$$X_p = \sum_{i=1}^N p_{x,i}, Y_p = \sum_{i=1}^N p_{y,i}, X_q = \sum_{i=1}^N q_{x,i}, Y_q = \sum_{i=1}^N q_{y,i},$$

$$C_1 = \sum_{i=1}^N (p_{x,i} \cdot q_{x,i} + p_{y,i} \cdot q_{y,i}), C_2 = \sum_{i=1}^N (p_{y,i} \cdot q_{x,i} + p_{x,i} \cdot q_{y,i}),$$

$$Z = \sum_{i=1}^N (q_{x,i}^2 + q_{y,i}^2)$$

5) Werte einsetzen und:

$$\alpha_x = s \cdot \cos(\alpha_{\text{Korr}}), \alpha_y = s \cdot \sin(\alpha_{\text{Korr}})$$

$$\rightarrow s = \sqrt{\alpha_x^2 + \alpha_y^2}$$

Bild: $N \times N_2$ # Bilder: M

$\Phi \in \mathbb{R}^{N \times N_2}$, $\Psi \in \mathbb{R}^{M \times N_2}$

N, N_2 Eigenvektoren von Φ sind null sind

\rightarrow PGS sucht $M-1$ orthogonale Eigenvektoren von Φ . Eine Dimension geht durch Mittelung verloren

$\rightarrow \text{Rang}(\Psi\Psi^\top) = \text{Rang}(\Psi) = M$

\rightarrow über: $\Psi = \frac{1}{2}(a_1 - \bar{a}) - \frac{1}{2}(a_2 - \bar{a})$ bei $[a_1, a_2]$
 $(a_1 - \bar{a}) + (a_2 - \bar{a}) = 0$

Matrix Mult $\mathbb{R}^{M \times N} \cdot \mathbb{R}^{N \times M} \rightarrow O(M \cdot N \cdot M)$

Eigenwertzerlegung von $\mathbb{R}^{M \times M} \rightarrow O(M^3)$

Vollständige Suche

jeder Frame wird abgesucht

Vorteil: Viele Algorithmen Anwendbar (z.B. Viola-Jones)

Merkmal: \circ Möglicherweise keine Echtzeit-Objektverfolgung aufgrund Rechenaufwandes

		Gesicht erkannt	Gesicht vorhanden	kein Gesicht vorhanden
richtig erkannt	a	richtig positiv	falsch positiv	
	c	falsch negativ	d richtig negativ	
kein Gesicht erkannt				

$$\begin{array}{c} v_x \\ v_y \\ v_z \end{array} = \begin{array}{c} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{array} + \begin{array}{c} \beta_x \\ \beta_y \\ \beta_z \end{array}$$