Boolsche Alg.:

- $\bar{A} \cdot A = 0$, $\bar{A} + A = 1$
- Absorp.: $A + (A B) = A$, $A(A+B) = A$
- DeMor: $\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$, $\overline{A+B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$
- allg. Resol.: $XA + \bar{X}B = XA + \bar{X}B + AB$
- spez. Resol.: $XA + \bar{X}A = A$

- n Variablen: 2^n mögl. Kombinationen
- \# boolsch f: 2^{2^n}

Regeln:

- Kofaktor: $x_i : f|_{x_i=1} = f_{x_i}$ → null, dann 1 Einsetzen. Wenn gleiches Ergebnis rauskommt, dann unabhängig von x_i
  $\bar{x}_i : f|_{x_i=0} = f_{\bar{x}_i}$
- Boolsche: $f(\underline{x}) = x_i f_{x_i} + \bar{x}_i \cdot f_{\bar{x}_i}$
  - $f(\underline{x}) = (x_i + f_{\bar{x}_i})(\bar{x}_i + f_{x_i})$
  - $\overline{f(\underline{x})} = \bar{x}_i \cdot \overline{f_{\bar{x}_i}} + x_i \overline{f_{x_i}}$
  - $\overline{f(\underline{x})} = (\bar{x}_i + \overline{f_{x_i}})(x_i + \overline{f_{\bar{x}_i}})$

Def.:
- tautologisch: $f(\underline{x}) = 1 \; \forall \underline{x} \in \{0,1\}^n$
- taut. bzw.: $f(\underline{x}) \cdot g(\underline{x}) = 1$
- kontradik.: $f(\underline{x}) = 0 \; \forall \underline{x} \in \{0,1\}^n$
- " bzw.: $f(\underline{x}) \cdot g(\underline{x}) = 0$

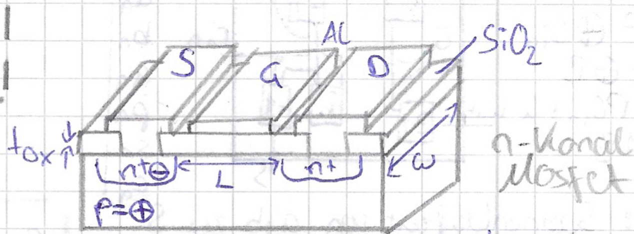
Gatter:

And: & / D
Or: ≥1 / D
XOr: =1 / D

Mosfet:

(S) kleineres Pot.
(D) größeres Pot. } n-Mos

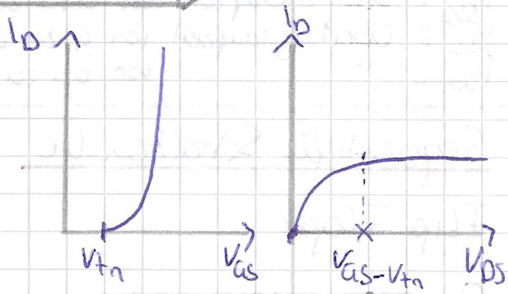
(S) größeres Pot.
(D) kleineres Pot. } p-Mos



$$I_{D_n} = \begin{cases} 0 & ; U_{GS} < U_{tn} \\ \beta_n \left(U_{GS} - U_{tn} - \frac{U_{DS}}{2}\right) U_{DS} & ; U_{GS} > U_{tn},\; 0 < V_{DS} < U_{GS} - V_{tn} \\ \frac{\beta_n}{2} (U_{GS} - U_{tn})^2 & ; U_{GS} > U_{tn},\; U_{DS} > U_{GS} - U_{tn} \end{cases}$$

(für P-Mos rechte Seite mit (-1) mult.)

- sperrt: $|U_{GS}| = |U_t|$



(p-Mos punktspiegeln)

- $\beta_n = K_n' \frac{W}{L}$ mit $K_n' = \frac{\mu_n \varepsilon_{ox} \varepsilon_0}{t_{ox}}$
- Kondensator: $I_C = C \cdot \frac{dU_C}{dt}$ ← Änderung U nach t
  $(U_{DS} = U_{DD} - R I_D)$
- n-Mos: Laden: $U_{C,max} = U_{DD} - U_{tn}$
  Entladen: $U_{C,min} = 0$
- p-Mos: Laden: $U_{C,max} = U_{DD}$
  Entladen: $U_{C,min} = -U_{tp}$

C-Mos-Inverter

(I_{short} immer aus Source)

$P = U \cdot I = U_{DD} \cdot I_{DD}$ $\quad I_{DD} = I_{cap}, I_{short}$

$P_{dyn} = P_{cap} + P_{short}$ → schwer bestimmbar $= \alpha_{01} f \beta_n \tau (V_{DD} - 2V_T)^3$

$P_{cap} = \frac{W_C}{T} \;/\!/\; \frac{C_L \cdot V_{DD}^2}{T} \;/\!/\; \boxed{\frac{\alpha_{01} \cdot C_L V_{DD}^2}{T}}$

$P_{dyn} = \frac{1}{2T} \int_0^{2T} I_C(t)\, U_{DD}\, dt$

$t_{pd} \approx R_{on} \cdot C_L$ $\quad R_{on} = \frac{1}{\beta(|V_{GS}| - |V_t|)}$ → $t_{pd} \sim \frac{1}{\beta} \sim \frac{1}{V_{DD}}$

↳ Zeit zw. 50% Pegel von Ein- und Ausgang

$f \sim \frac{1}{t_{pd}}$

Schalthäufigkeit: $\alpha_{01} = \frac{f_{event}}{\text{Takte d. Periode}}$ (\# Schaltungen)

$f_{switch} = \alpha_{01} f_{event}$

$P = f_{switch} \cdot E$

$T = \frac{1}{f}$ $\quad f_{CLK} \sim \frac{1}{t_{pd}}$

Quine: 1) DNF - KDNF

2) #pos Literal | Minterme | A | Inklikant mit 1 frei ...

Resolventen: 1) DNF Schicht 0

2) neue Terme in Schicht 1

3) absorption? - streichen

$a + ab = a$

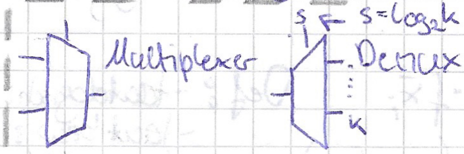
$ax + b\bar{x} = ax + b\bar{x} + ab$

$abc + ad\bar{c} = abc + ad\bar{c} + abd$

Überdeckungstabelle Spalten mit 1 Eintrag → Kernprimimplikanten

- dominanz wenn mind. gleiche Kreuze
- Spalten: streiche dominierende Spalte
- Zeilen: streiche dominierende Zeilen

Kombinatorische Schaltnetze



$\lambda(d) = k \cdot \log_2(k) + 2k$

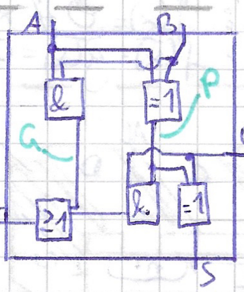
Volladdierer

$S = P \oplus C_{in}$

$P = A \oplus B$

$C_{out} = PC_{in} + G$

$G = AB$



N	0	1	2	...
a_n				
b_n				
g_n				
p_n				
s_n				
c_n				

$S_n = \begin{cases} t_{xor} + t_{cn} & ; t_{cn} > t_{xor} \\ 2t_{xor} & ; \end{cases}$

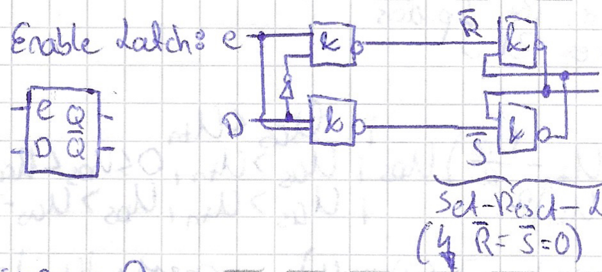
$C_{n+1} = \begin{cases} t_{AND} + t_{or} & g = 1 \\ t_{cn} + t_{AND} + t_{or} & p = 1 \\ t_{xor} + t_{AND} + t_{or} & g = p = 0 \end{cases}$

t_{SVA}: Summenlaufzeit von a, b zu S

t_{cc}: Übertragslaufzeit von c_i zu c_{i+1}

t_{abc}: " von ab zu c_{i+1}

Enable Latch:

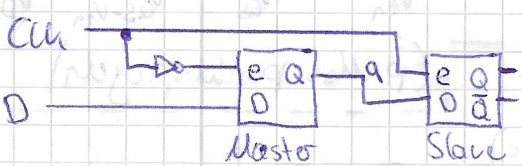


Logik:

e	Q
1	0
0	Q

Sequentielle Schaltwerke

Flip-Flops:



q = D wenn e 0

Q = q wenn e 1

$T_{d,max}$: längster Weg zw. Registern

$T_{d,min}$: kürzester Weg zw. Registern

(2 MHz ≙ 500 ns)

(Nano = 10^{-9}, M = 10^6)

t_{hold}: mind. stabil nach ↑

t_{setup}: mind. " vor ↑

t_{c2q}: t_p des Registers

Setup-Bed: $T_{clk} \geq T_{c2q} + T_{d,max} + T_{setup}$

Hold-Bed: $T_{hold} \leq T_{c2q} + T_{d,min}$

Pipelining: # mit 1 zus. Register: $\frac{T_{clk}}{2} \geq$ ...

Durchsatz: $\frac{1 \text{ Ergebnis}}{T_{clk}}$

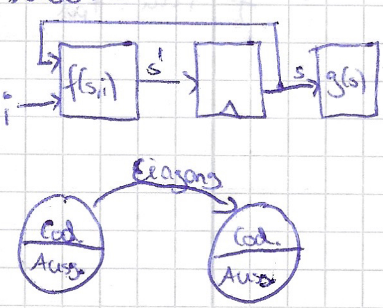
Latenz: # Stufen · T_{clk}

Parallel: $t_{clk} = \frac{t_{clk, Modul}}{\# Module}$

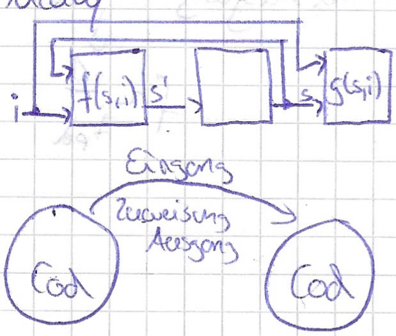
Latenz: # Modul · (Logik + Register$_{Modul}$ + Steuer Logik)

Durchsatz: $t_{clk, modul} + t_{clk}$

Moore · nur Zustands-abhängig



Mealy · Eingangs- & Zustands abhängig



Implikat $(a+b)$
Implikant (ab)

Wv Zustände kann FSM annehmen?

$\rightarrow$ Zustandsspeicher: 4 Bit
$\rightarrow 2^4$ Zustände

Zustände: nach Register
Folgezust: vor Register
Eingänge: ganz am Anfang

$$f(x_{0,1}) = \left[(a_1 x_0 + \bar{a}_1 \bar{x}_1) a_0 + (a_1 x_3 + \bar{a}_1 x_7) \bar{a}_0\right] a_2 + \left[(a_1 \bar{x}_6 + \bar{a}_1 x_2) a_0 + (a_1 \bar{x}_4 + \bar{a}_1 \bar{x}_5) \bar{a}_0\right] \bar{a}_2$$

Schaltverhalten eines Logikgatters

Wie wirkt V_{DD} und V_T auf t_{pd}?

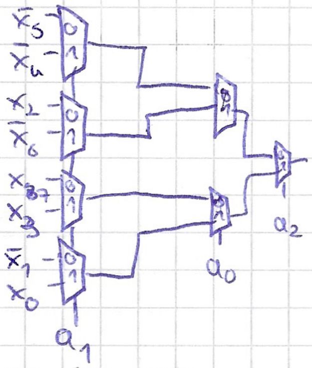
$$\rightarrow t_{pd} \sim \frac{1}{V_{DD} - V_T}$$

Berechne min. $V_{DD,A}$ & $V_{DD,B}$ für reduzierte $f = 6\,MHz$ < $f = 10\,MHz$.

$$B: t_b' = \frac{t_b}{0{,}6} = \frac{5}{3} t_b$$

$$\frac{1}{V_{DD,b}' - V_T} = \frac{1}{V_{DD,b} - V_T} \cdot \frac{5}{3}$$

$$\rightarrow V_{DD,b}' = \frac{3}{5}(V_{DD,b} - V_T) + V_T$$



Wv Logikgatter hinzufügbar, damit bei $U_{DD} = 5V$ die $P_{cap} \leq 630\,nW$ bleibt? (Eingangskap. d. Gatter 10fF)

$$P_{cap} = \alpha_{01} \cdot f_{CLK} \cdot C_L \cdot V_{DD}^2$$

$$= \alpha_{01} \cdot f_{CLK} \cdot N \cdot C_{in} \cdot V_{DD}^2$$

$$N = \frac{P_{cap}}{\alpha_{01} \cdot f_{CLK} \cdot C_{in} \cdot U_{DD}^2}$$

Wie groß ist t_{pd}, wenn Gatter mit max # an Gattern verschaltet wird?

$$C_L = \underset{\text{max Gatter}}{3} \cdot 10\,fF = 30\,fF;\ t_{pd} \sim C_L$$

$$t_{pLH} = \frac{30\,fF}{5\,fF} \cdot 2\,ps = \ldots$$

$$t_{pHL} = \frac{30}{5\,fF} \cdot 3\,ps$$

gegeben

In welchem Wertebereich darf t_{pd} liegen, damit Schaltung bei $f = 2\,MHz$ betrieben werden kann?

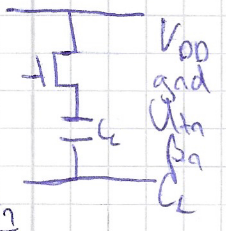
- $\lambda_{,max} = 8 t_{pd}$ $\quad t_{CLK} \geq t_{c2q} + t_{\lambda,max} + t_{setup}$
- $\lambda_{,min} = 2 t_{pd}$ $\quad t_{hold} \leq t_{c2q} + t_{\lambda,min}$

$\rightarrow t_{CLK} - t_{c2q} - t_{setup} \geq 8 t_{pd}$
$\rightarrow t_{hold} - t_{c2q} \leq 2 t_{pd}$

$$\frac{t_{hold} - t_{c2q}}{2} \leq t_{pd} \leq \frac{t_{CLK} - t_{c2q} - t_{setup}}{8}$$

Schaltung bei max. Pipelining:

λ Gatter mit höchster t_{pd} bestimmt Frequenz!



Wie groß ist Drainstrom, wenn C_L halb geladen ist?

$$C_{L_{halb}} = \frac{U_{DD} - U_{tn}}{2};\ U_{GS} = U_{DD} - U_{CL} = \frac{U_{DD} + U_{tn}}{2}$$

$$U_{DS} = U_{GS} \geq U_{DD} - U_{tn}\ (\rightarrow \text{Sättigung})$$

$$I_{DD} = \frac{\beta_n}{2}(U_{GS} - U_{tn})^2 = \frac{\beta_n}{2}\left(\frac{U_{DD} + U_{tn}}{2} - U_{tn}\right)^2 = \frac{\beta_n}{2}\left(\frac{U_{DD} - U_{tn}}{2}\right)^2$$