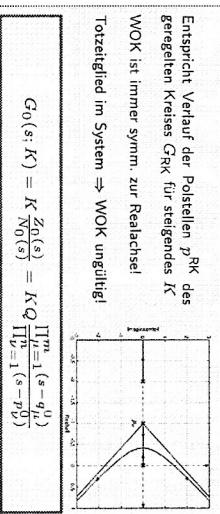


stabil: alle Re ≤ 0 : Whole $R_e \leq 0$ **unstable** nicht nach R_e gefragt. Dom. \rightarrow inf R_e

卷之三



<p>Fehler-DGL (inkl. Rauschterm): $\dot{\tilde{x}} = (\underline{A} - \underline{L}\underline{c}^\top)\tilde{x} + \underline{l}w - \underline{G}v$</p> <p>Faustregel (für einen guten Kompromiss zwischen schnellem Einstellen und Rauschen): $\text{Re}\left\{\lambda_i(\underline{A})\right\} \leq \text{Re}\left\{\lambda_i(\underline{A})\right\} \quad \forall i$</p> <p>10.1.2. Kalman-Bucy-Fitter</p> <p>Ziel: Bestimmung einer (rausch)optimalen \underline{L}-Matrix.</p> <p>Filttergleichungen: $\dot{\tilde{x}} = \underline{A}\tilde{x} + \underline{B}u + \underline{L}(y - \underline{C}\tilde{x})$</p> <p>$\underline{L} = \underline{\Pi} + \underline{C}^\top \underline{W}^{-1}$ mit $\underline{\Pi}$ ist Kovarianzmatrix des Schätzfehlers.</p> <p>Kovarianzgleichung: $-\underline{A}\underline{\Pi} - \underline{\Pi}\underline{A}^\top + \underline{\Pi}\underline{C}^\top \underline{W} - \underline{C}\underline{\Pi} = \underline{G}\underline{V}\underline{G}^\top$</p>
<p>10.1.3. Zustandraum-Kompenator</p> <p>Zusammengesetzte Regelkreisrichtung aus Zustandsregler und Zustandsbeobachter</p> <p>obachter</p> $\underline{G}_{\text{komp}}^y(s) = \frac{\underline{U}(s)}{\underline{V}(s)} =$ $= -\underline{k}^\top(\underline{sE} - \underline{\Delta}_{\text{komp}})^{-1}\underline{l} = \begin{bmatrix} \det(\underline{sE} - \underline{\Delta}_{\text{komp}}) & -\underline{l} \\ \underline{k}^\top & 0 \end{bmatrix}$ $= G_{\text{komp}}^{u'}(s) = \frac{U(s)}{W(s)} = -\underline{k}^\top(\underline{sE} - \underline{\Delta}_{\text{komp}})^{-1}\underline{l} + 1$ <p>mit $\underline{\Delta}_{\text{komp}} = \underline{A} - \underline{L}\underline{c}^\top - \underline{b}\underline{k}^\top$</p> <p>Nullstellen $Z_{\text{komp}}^y(s) = -\det \begin{bmatrix} \underline{sE} - \underline{\Delta}_{\text{komp}} & -\underline{l} \\ \underline{k}^\top & 0 \end{bmatrix} = 0$</p> <p>Polstellen $N_{\text{komp}}^y(s) = \det(s\underline{E} - \underline{\Delta}_{\text{komp}}) = 0$</p>

Falls Stabilität der Zustände von Interesse. Erlaubt Platzierung der Eigenwerte/Pole durch Messung/Beobachtung der Zustände

10. Zustandsbeobachter

10.1. Zustandsbeobachter (Simulation)
Ein Zustandsbeobachter ist ein dynamisches (Hilfs-) System das alle nicht direkt messbaren Zustände und davon abgeleitete Größen aufgrund wenigen direkter Messungen und durch ein Prozessmodell rekonstruiert bzw. schätzt.

10.1.1. Vollständiger Zustandsbeobachter

\hat{x}	Schätzfehler
$\underline{x}, \underline{u}$	Prozess- bzw. Messrauschen
\underline{y}	direkte Messungen
\underline{u}	Eingangsgrößen
\underline{x}	Zustände
L	Beobachter-Rückführmatrix

Gegeben: vollst. beobachtbares MIMO-System:

$$\underline{x} = A\underline{x} + B\underline{u} + G\underline{v} \quad \underline{y} = C\underline{x} + \underline{w}$$

allgemeiner Form eines Beobachters:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A}\underline{x} + \underline{B}\underline{u} + \underline{L}\underline{y} \quad \underline{\hat{y}} = \underline{C}\underline{\hat{x}}$$

$$\text{Schätzfehler: } \underline{\hat{x}}(t) = \underline{\hat{x}}(t) - \underline{x}(t)$$

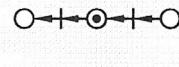
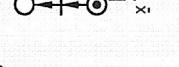
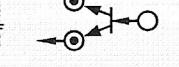
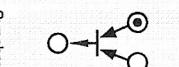
Asymptotischer Zustandsbeobachter:

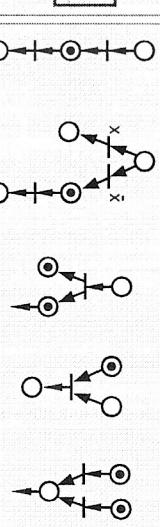
$$\begin{aligned} \dot{\underline{\hat{x}}} &= (\underline{A} - \underline{L}\underline{C})\underline{\hat{x}} + \underline{B}\underline{u} + \underline{L}\underline{y} & \underline{\hat{y}} &= \underline{C}\underline{\hat{x}} \\ \dot{\underline{\hat{x}}} &= \underline{\hat{A}}\underline{\hat{x}} + \underline{B}\underline{u} + \underline{L}\underline{y} & \underline{\hat{y}} &= \underline{C}\underline{\hat{x}} \end{aligned}$$

alternative Schreibweise: $\dot{\underline{\hat{x}}} = \underline{A}\underline{\hat{x}} + \underline{B}\underline{u} + \underline{L}\underline{y} - \underline{C}\underline{\hat{x}}$

Abschaulich ist der Beobachter ein Regelkreis, der die Schätzwerte für unbekannte Größen im System kontinuierlich verbessert und letztenendes den Regelfehler minimiert.

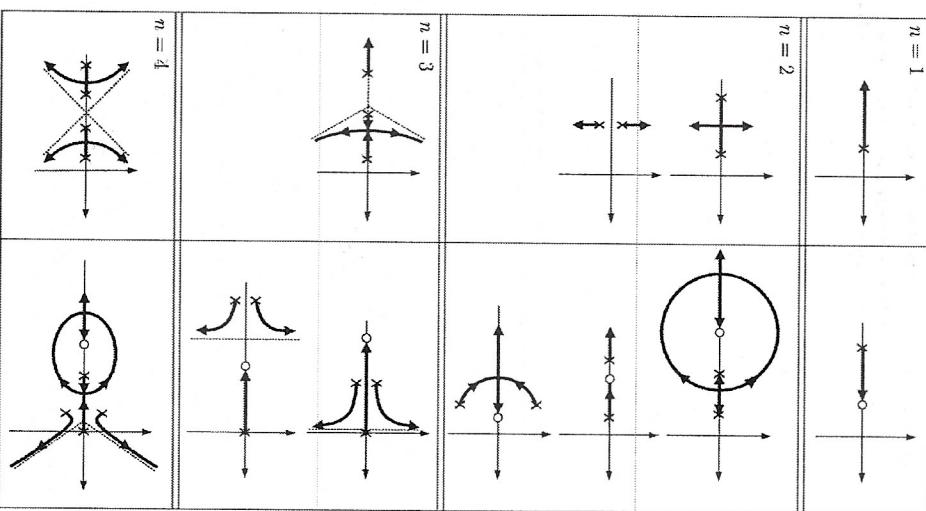
<p>Differenzengleichung ($\hat{y}_k = y_{k+1}$):</p> $a_0 y_{k-m} + \dots + a_{n-1} y_{k-n+1} + \dots + a_0 y_k = b_m u_{k-m} + \dots + b_0 u_k$ <p>11.1. Z-Übertragungsfunktion</p> <p>Z-Transformation $x(t) \xrightarrow{\mathcal{Z}} X(z)$</p> <p>Differenzensatz: $x_{k+1} \xrightarrow{\mathcal{Z}} zX(z) - zx_0$</p> <hr/> <p>11.1.2. Stabilität</p> <p>Anhand der Eigenwerte λ_i der zeitdiskreten Systemmatrix A:</p> <p>System stabil für $\lambda_i(A) < 1, \quad i = 1, 2, \dots, n$</p> <p>11.2. Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit</p> <p>Allgemein analog zum kontinuierlichen Fall.</p> <p>Steuerspurvektor $\frac{du}{dt}$, um Anfangszustand $\underline{x}(0)$ in endlicher Zeit in Nullzurzustand zu überführen, kann berechnet werden:</p> <p>Lösungsformel: $\underline{x}_k = A^k \underline{x}_0 + \sum_{j=0}^{k-1} A^{k-j-1} B \underline{u}_j$</p> <hr/> <p>11.4. Rechteck-Approximation</p> <p>$\Delta y := x_k h \Rightarrow y_k = y_{k-1} + x_k h$</p> <p>Replace in Z Umrechnen: $s \equiv \frac{z-1}{hz} = \frac{1-z^{-1}}{h}$</p> <p>11.5. Trapez-Approximation</p> <p>Replace in Z Umrechnen: $s \equiv \frac{2}{h} \frac{z-1}{z+1} = \frac{2}{h} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$</p>
--

<p>13. Technik</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px; vertical-align: top;"> Bediener Beobachter </td><td style="padding: 5px; vertical-align: top;"> \Rightarrow Regler \leftrightarrow Stellen \Rightarrow Massen </td><td style="padding: 5px; vertical-align: top;"> \Rightarrow Strecke </td><td style="padding: 5px; vertical-align: top;"> \Downarrow \Downarrow \Downarrow \Downarrow </td><td style="padding: 5px; vertical-align: top;"> Kombin. u. Komp. 1, 2, 3, 4 </td></tr> </table> <p>Auch wichtig: Schrödinger's Katze:</p>  <p>1. $N_{\text{coll}} = (s+0j)(s+\alpha-i\beta)(s+\alpha+i\beta)$ 2. $N_{\text{ch}} = -0j$ 3. Koeffizientenvergleich \rightarrow $\alpha = \frac{1}{2} \text{ und } \beta = \frac{1}{2}$</p> <p>$N_{\text{coll}} = (s+0j)(s+0.1-j0.1)(s+0.1+j0.1)$</p> <p>5. \rightarrow Vorfaktoren vergleichen \rightarrow Vorfaktor</p>	Bediener Beobachter	\Rightarrow Regler \leftrightarrow Stellen \Rightarrow Massen	\Rightarrow Strecke	\Downarrow \Downarrow \Downarrow \Downarrow	Kombin. u. Komp. 1, 2, 3, 4	<p>12.1. Petrinetze $N = (P, T, F)$</p> <p>P die Menge Plätze (Zustände) T die Menge der Transitionen oder Übergänge $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ Menge der gerichteten Kanten</p> <p>Marken auf Plätzen zeigen an, dass der Zustand aktiv ist.</p> <p>Schalten: Alle Plätze vor transition müssen markiert sein, nach dem schalten sind alle Plätze hinter der transition markiert.</p>
Bediener Beobachter	\Rightarrow Regler \leftrightarrow Stellen \Rightarrow Massen	\Rightarrow Strecke	\Downarrow \Downarrow \Downarrow \Downarrow	Kombin. u. Komp. 1, 2, 3, 4		
<p>Kette</p>  <p>Alternativ- verzweigung</p>  <p>Simultan- verzweigung</p>  <p>Synchronisation</p>  <p>Begegnung</p> 						



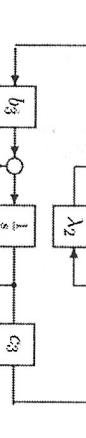
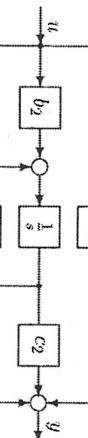
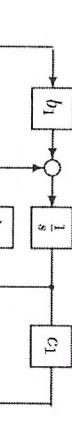
Anhang

13.1. Mögliche Arten von WOKs:



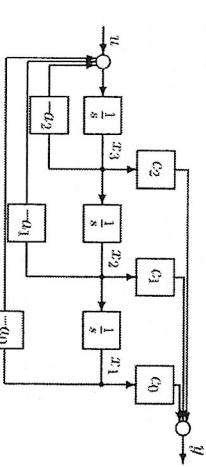
13.2. Normalformen

Kanonische Normalform:



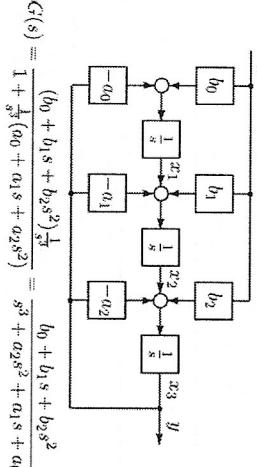
$$G(s) = \frac{b_1 c_1}{s - \lambda_1} + \frac{b_2 c_2}{s - \lambda_2} + \frac{b_3 c_3}{s - \lambda_3}$$

Regelungsnormalfonnform:



$$G(s) = \frac{\frac{1}{s^3}(c_2 s^2 + c_1 s + c_0)}{1 + \frac{1}{s^3}(a_2 s^2 + a_1 s + a_0)} = \frac{c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

Beobachtungsnormalfonn:

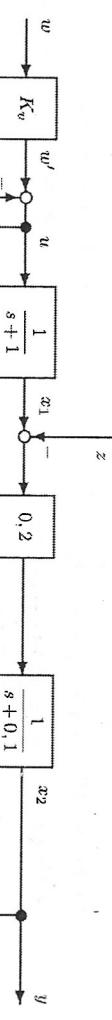


$$G(s) = \frac{(b_0 + b_1 s + b_2 s^2) \frac{1}{s^3}}{1 + \frac{1}{s^3}(a_0 + a_1 s + a_2 s^2)} = \frac{b_0 + b_1 s + b_2 s^2}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

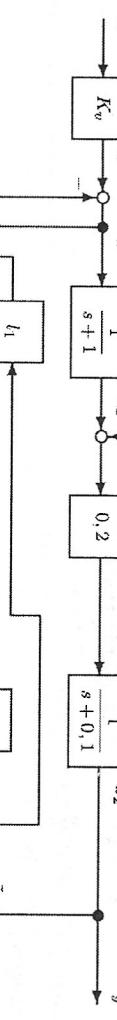
13.3. Strecke/Regler Auswahl

		bleibende Regeldifferenz e_∞ für			
		$z_1 = 0$	$z_2 = 0$	$w = 0$	$z_1 = 0$
P	K_P	$\frac{1}{1 + K_P \cdot K_S} \cdot w_0$	w	$z_1 = 0$	$w = 0$
P	$K_P + \frac{K_I}{s}$	0	$\frac{1}{K_I \cdot K_S} \cdot w_0$	0	0
P	$K_P + \frac{K_I}{s^2}$	0	$\frac{1}{K_I \cdot K_S} \cdot w_0$	0	0
P	K_P	$K_S \cdot \frac{1 + \dots}{1 + \dots}$	0	$\frac{1}{K_S \cdot K_P} \cdot w_0$	$\frac{-1}{K_P} \cdot z_0$
P	$K_P + \frac{K_I}{s}$	$K_S \cdot \frac{1 + \dots}{1 + \dots}$	0	0	0
P	$K_P + \frac{K_I}{s^2}$	$K_S \cdot \frac{1 + \dots}{1 + \dots}$	0	0	0

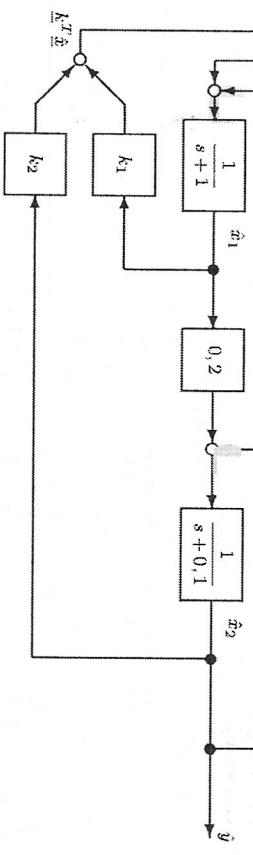
13.4. Zustandsbeobachter(Simulation)



entsprechend

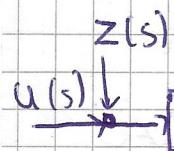
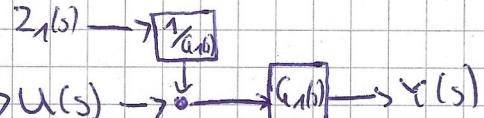
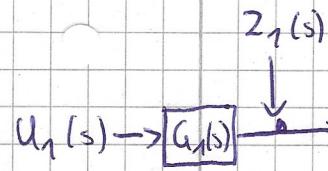


entsprechend



$$\text{Übertragungsfunktion: } sX(s) = A(X(s)) + bU(s) \rightarrow X(s) = (sI - A)^{-1}bU(s)$$

$$Y(s) = c^T X(s) + dU(s)$$



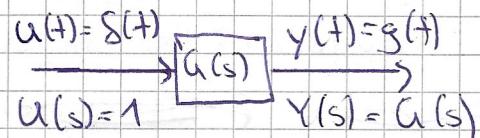
• Additionsstellen

• Bei Verzweigungsstellen genau andersrum

Zeitverhalten: $Y_{\text{stationär}} = \frac{b_0}{d_0} U_{\text{stationär}}$

$G(s=0)$ stationäre Verstärkung

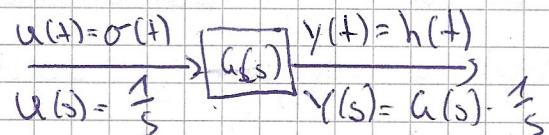
Gewichtsfunktion: (Impulsantwort)



Anfangswertsatz: $y(t \rightarrow 0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} [s G(s) 1]$

Endwertsatz: $y(t \rightarrow \infty) = \lim_{s \rightarrow 0^+} [s G(s) 1]$

Übergangsfunktion: (Sprungantwort)



Anfangswertsatz: $y(t \rightarrow 0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} [s G(s) 1]$

Endwertsatz: $y(t \rightarrow \infty) = \lim_{s \rightarrow 0^+} [s G(s) 1]$

Regelungsnormalform

1) $Q_C = [b; A_1b, \dots, A^{n-1}b]$ existiert nur wenn $\det(Q_C) \neq 0$

2) $q_C^T = \text{letzte Zeile von } Q_C^{-1}$ (wenn steuerbar)

3) $T_R^{-1} = \begin{bmatrix} q_C^T \\ q_C^T A \\ \vdots \\ q_C^T A^{n-1} \end{bmatrix} \Rightarrow A_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & & & 1 \\ -a_0 - a_1 - \dots - a_{n-1} & & & & \end{bmatrix}$

\tilde{A}, \tilde{b} und \tilde{c}^T

müssen ausgerechnet werden!

Allgemein $\tilde{\dot{x}} = \tilde{A} \tilde{x} + \tilde{b} u \quad y = \tilde{c}^T \tilde{T} \tilde{T}^{-1} \tilde{x} + d u$

$$1) Q_0 = \begin{bmatrix} C^T \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad \text{Beobachtbarkeitsmatrix}$$

Bei POT_2 - Bausteinen: Steigung anfang > 0

Min Einschwing Zeit: $D = \frac{1}{\sqrt{g}}$

T_2 -Anteil: Konvergenz nach Einschwingzeit. 2 kompl. Pole \rightarrow kann schwingen

D-Anteil: Konvergenz gg. konstanten Wert bei linearer Funktion.

Zustandsstabilität $\xrightarrow{\text{folgt}} E/A$ -Stabilität

Ungleichheit nur, wenn System vollständig zustandssteuerbar und -beobachtbar ist.

$$\varphi(\omega_0(j\omega)) = \arg(\omega_0(j\omega)) = \arg(2,6\omega_R) + \arg(\dots) + \dots$$

$$\arg(0.5 + j\omega) =$$

$$\arg(Re + jIm) = \arctan\left(\frac{Im}{Re}\right)$$

Bode-Diagramm: - Verschiedene Teildiagramme addieren in der Phase
multiplizieren in der Amplitude

• Bei Totzeit $s \cdot \varphi(\omega_e) = \omega_e T_1$

• $K_{R\text{punt}} = A_R \cdot \frac{1}{A(\omega_{R2})}$, oder graphisch: 1. ω_x bei $\varphi = -180^\circ$ herausfinden.

→ für P-Negler

2. $|G|$ nach oben schreiber, bis ω_x bei $A=1$ ist.
3. $K_{R\text{punt}} = \frac{A_{\text{neu}}}{A_{\text{alt}}}$

Polestellen

Wurzelortskurve: • Verzweigungs punkt: ~~zweite~~ Polestellen des geschlossenen Regelkreises ausrechnen (ableiten bei n^2)

• Kurit: Pole müssen auf Im Achse sein.

↳ Nenner (geschlossener Regelkreis) in Real und Imag Teil wendeln.

↳ Real = 0 und Imag = 0

• K bei Dämpfungs faktor: Nenner mit ρT_2 Nenner vergleichen