REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE

AHORA EL MODELO INVOLUCRA n VARIABLES DE SOPORTE:

$VS = \{X_1, X_2, \ldots X_n\}$ Y EL MODELO ES

$$Y = A_0 + A_1 X_1 + A_2 X_2 + \ldots + A_n X_n$$

Y, COMO EN EL CASO ANTERIOR, EL ERROR PARA CADA OBSERVACIÓN ES:

$$\varepsilon_i = A_0 + A_1 x_{i,1} + A_2 x_{i,2} + \ldots + A_n x_{i,n} - y_i \quad y \quad SEC = \sum_{i=1}^{m} \varepsilon_i^2$$

COMO EN EL CASO ANTERIOR, DERIVEMOS RESPECTO AL K-ÉSIMO COEFICIENTE E IGUALEMOS A CERO:

$k=0$:

$$\frac{\partial SEC}{\partial A_0} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial A_0} \sum_{i=1}^{m} \left(A_0 + A_1 x_{i,1} + A_2 x_{i,2} + \ldots + A_n x_{i,n} - y_i\right)^2 = 0$$

$$= 2 \sum_{i=1}^{m} \left(A_0 + A_1 x_{i,1} + A_2 x_{i,2} + \ldots + A_n x_{i,n} - y_i\right) \cdot 1 = 0$$

RESULTANDO EN UNA ECUACIÓN CON $n+1$ INCÓGNITAS:

$$m A_0 + A_1 \sum_{i=1}^{m} x_{i,1} + A_2 \sum_{i=1}^{m} x_{i,2} + \ldots + A_n \sum_{i=1}^{m} x_{i,n} = \sum_{i=1}^{m} y_i \quad \ldots\ldots (0)$$

$k = 1, 2, \ldots n$:

$$\frac{\partial SEC}{\partial A_k} = 0 = 2 \sum \left(A_0 + A_1 x_{i,1} + A_2 x_{i,2} + \ldots + A_n x_{i,n} - y_i\right) x_{i,k} = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{m} \left(A_0 x_{i,k} + A_1 x_{i,1} x_{i,k} + \ldots + A_k x_{i,k}^2 + \ldots + A_n x_{i,n} x_{i,k} - x_{i,k} y_i\right) = 0$$

$$\Rightarrow A_0 \sum_{i=1}^{m} x_{i,k} + A_1 \sum_{i=1}^{m} x_{i,1} x_{i,k} + \ldots + A_k \sum_{i=1}^{m} x_{i,k}^2 + \ldots + A_n \sum_{i=1}^{m} x_{i,n} x_{i,k} = \sum_{i=1}^{m} x_{i,k} y_i$$

Y ESTO ES PARA $k = 1, \ldots n$,
ESCRIBIENDO LAS SUMAS CON LA NOTACIÓN ABREVIADA TENEMOS EL SISTEMA

$$\begin{bmatrix} m, SX_1, SX_2, \ldots, SX_n \\ SX_1, SX_1^2, SX_1X_2, \ldots, SX_1X_n \\ \vdots \\ SX_k, SX_1X_k, \ldots SX_k^2, \ldots, SX_nX_k \\ \vdots \\ SX_n, SX_1X_n, \ldots, SX_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ \vdots \\ A_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} SY \\ SX_1Y \\ \vdots \\ SX_nY \end{bmatrix} \quad \text{ó} \quad \mathbb{S} A = S_{XY}$$

EL CUAL TIENE SOLUCIÓN ÚNICA SI $\Delta_{\mathbb{S}} \neq 0$.

NOTA: $\mathbb{S}$ PUEDE OBTENERSE DE LA SIGUIENTE MANERA:

$$\mathbb{X} = \begin{bmatrix} 1, X_{1,1}, X_{1,2}, \ldots X_{1,n} \\ \vdots \\ 1, X_{m,1}, \ldots\ldots X_{m,n} \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow VS\ CASO\ 1 \\ \\ \leftarrow VS\ CASO\ n \end{matrix}$$

$$\mathbb{S} = \mathbb{X}'\mathbb{X}$$

ASÍ, $A = (X'X)^{-1} S_{XY}$

Y ADEMÁS

$$X'Y = \begin{matrix} \\ X_1 \rightarrow \\ \\ X_n \rightarrow \end{matrix} \begin{bmatrix} 1, 1, \ldots, 1 \\ x_{1,1}, x_{2,1}, \ldots x_{m,1} \\ \vdots \\ x_{1,n}, x_{2,n}, \ldots x_{m,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} SY \\ SX_1Y \\ \vdots \\ SX_nY \end{bmatrix}$$

ASÍ, $A = (X'X)\, X'Y$