## Universitatea Politehnica din București 2000 Disciplina: Geometrie și Trigonometrie

- 1. Un cub ABCDA'B'C'D' se secționează cu planul mediator al diagonalei AC'. Să se specifice forma secțiunii obținute.
  - a) triunghi; b) hexagon; c) trapez; d) pătrat; e) octogon; f) pentagon.
- 2. Un triunghi echilateral este descompus în N triunghiuri echilaterale disjuncte în modul următor: fiecare latură a triunghiului dat este împărțită în n părți egale (n > 7) și prin punctele de diviziune se duc drepte paralele cu laturile triunghiului. Să se determine N.
  - a)  $2^n$ ; b)  $5^{n-3}$ ; c)  $n^3$ ; d)  $n^2$ ; e) n(n+1); f)  $3^{n-1}$ .
- 3. Un trapez isoscel, circumscris unui cerc, are lungimile bazelor de 8 și 2. Să se calculeze aria trapezului.
  - a) 28; b) 16; c) 12; d) 20; e) 15; f) 10.
- 4. Să se calculeze  $\sin 2x$  dacă  $\operatorname{tg} x = 3$ .
  - a)  $\frac{3}{4}$ ; b)  $\frac{1}{2}$ ; c)  $\frac{3}{5}$ ; d)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ; e)  $\frac{5}{7}$ ; f)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
- 5. Pe latura AD a paralelogramului ABCD se consideră punctul E astfel încât  $AE = \frac{1}{2000}AD$ . Fie F punctul de intersecție al dreptei BE cu diagonala AC. Să se calculeze raportul  $\frac{AF}{AC}$ .
  - a)  $\frac{1}{1999}$ ; b)  $\frac{1}{2000}$ ; c)  $\frac{1}{1998}$ ; d)  $\frac{1}{2001}$ ; e) alt răspuns; f)  $\frac{1}{2002}$ .
- 6. Fie VABCD o piramidă patrulateră regulată cu toate muchiile de lungime 4. Să se calculeze distanța de la mijlocul M al muchiei laterale VA la muchia BC a bazei.
  - a)  $\frac{5}{2}$ ; b) 3; c)  $\frac{7}{3}$ ; d)  $\frac{1}{2}\sqrt{11}$ ; e)  $\sqrt{11}$ ; f)  $\sqrt{14}$ .
- 7. Aria unei sfere înscrise într-un trunchi de con cu razele bazelor R și r este
  - a)  $4\pi Rr$ ; b)  $\pi Rr$ ; c)  $\pi (R^2 r^2)$ ; d)  $2\pi Rr$ ;
  - e) nu se poate calcula; f)  $\pi (R^2 + r^2)$ .
- 8. Fie ABCD un patrulater convex și M, N, P, Q respectiv mijloacele laturilor AB, BC, CD, DA. Să se determine raportul  $r = \frac{\mathcal{A}_{ABCD}}{\mathcal{A}_{MNPQ}}$ .
  - a)  $r = \frac{4}{3}$ ; b)  $r = \frac{3}{2}$ ; c) r = 4; d)  $r = \sqrt{2}$ ; e) r = 3; f) r = 2.
- 9. Să se calculeze produsul  $P=\sin 30^{\circ}\cos 45^{\circ}$ t<br/>g $60^{\circ}.$ 
  - a)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ; b)  $\frac{4}{\sqrt{6}}$ ; c)  $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ; d)  $\sqrt{6}$ ; e)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ; f)  $\frac{\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}$ .
- 10. În triunghiul ABC, dreptunghic în A, lungimile laturilor satisfac relațiile  $b=c+1,\ a<5$ . Atunci
  - a) 0 < c < 3; b)  $c = \pi$ ; c) c = 3, 1; d) c = 3; e) c > 4; f)  $c = 2\sqrt{3}$ .
- 11. Fie A și B două puncte distincte fixate într-un plan. Să se determine mulțimea punctelor M din plan pentru care aria triunghiului MAB este constantă.
  - a) un punct; b) reuniunea a două drepte concurente;
  - c) o dreaptă paralelă cu AB;
  - d) reuniunea a două drepte paralele; e) o dreaptă perpendiculară pe AB;
  - f) un cerc trecând prin A şi B.
- 12. Să se determine  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  astfel încât  $\cos x = \sqrt{3} \sin x$ .
  - a)  $\frac{\pi}{3}$ ; b)  $\frac{\pi}{5}$ ; c)  $\frac{\pi}{6}$ ; d) alt răspuns; e) nu există; f)  $\frac{\pi}{4}$ .

- 13. În triunghiul ascuţitunghic ABC, punctele C' şi B' sunt picioarele înălţimilor duse din vârfurile C şi B. Se dă  $m(\hat{A}) = 60^{\circ}$  şi BC = a. Să se calculeze B'C'.
  - a)  $\frac{a}{2}$ ; b)  $\frac{a}{\sqrt{3}}$ ; c)  $\frac{a}{3}$ ; d) nu se poate calcula; e)  $\frac{a}{4}$ ; f)  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .
- 14. Volumul unui cub de diagonală d este

a) 
$$\frac{d^3\sqrt{3}}{9}$$
; b)  $2d^3$ ; c)  $\frac{d^3\sqrt{2}}{9}$ ; d)  $3d^3$ ; e)  $d^3$ ; f)  $\frac{d^3\sqrt{3}}{12}$ .

- 15. Un tetraedru are volumul V și aria totală A. Să se calculeze raza sferei înscrise în tetraedru.
  - a)  $\frac{V}{A}$ ; b)  $\frac{2V}{A}$ ; c)  $\frac{3V}{A}$ ; d)  $\frac{V}{3A}$ ; e)  $\frac{V}{2A}$ ; f)  $\frac{2V}{3A}$ .
- 16. Fie a, b, c lungimile laturilor unui triunghi ABC. Să se calculeze  $\cos A$ , dacă  $a = \frac{7c}{3}$  şi  $b = \frac{8c}{3}$ .
  - a)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; b)  $\frac{2}{3}$ ; c)  $\frac{1}{3}$ ; d)  $\frac{1}{2}$ ; e)  $-\frac{1}{4}$ ; f)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- 17. Să se calculeze aria triunghiului ale cărui vârfuri au afixele

$$z_1 = 2 + i$$
,  $z_2 = 2 - i$ ,  $z_3 = i$ .

- a)  $\sqrt{2}$ ; b) 4; c)  $\frac{1}{2}$ ; d)  $2\sqrt{2}$ ; e) 3; f) 2.
- 18. Se dă o coroană circulară de raze R, r (R > r). Cercul mic este înscris, iar cercul mare este circumscris aceluiași triunghi. Să se calculeze raportul R/r.
  - a) 8; b) problema nu are soluție; c)  $\sqrt{3}$ ; d) 2; e)  $\sqrt{2}$ ; f) 3.