TESTE GRILĂ
DE
MATEMATICĂ
2022

AUTORI

Prof.univ.dr.	Vasile Câmpian	Conf.univ.dr.	Dalia Cîmpean
Prof.univ.dr.	Iuliu Crivei	Conf.univ.dr.	Eugenia Duca
Prof.univ.dr.	Bogdan Gavrea	Conf.univ.dr.	Ovidiu Furdui
Prof.univ.dr.	Ioan Gavrea	Conf.univ.dr.	Adrian Holhoș
Prof.univ.dr.	Dumitru Mircea Ivan	Conf.univ.dr.	Daniela Inoan
Prof.univ.dr.	Nicolaie Lung	Conf.univ.dr.	Adela Carmen Novac
Prof.univ.dr.	Vasile Miheșan	Conf.univ.dr.	Vasile Pop
Prof.univ.dr.	Alexandru Mitrea	Conf.univ.dr.	Teodor Potra
Prof.univ.dr.	Viorica Mureșan	Conf.univ.dr.	Mircea Dan Rus
Prof.univ.dr.	Ioan Radu Peter	Conf.univ.dr.	Silvia Toader
Prof.univ.dr.	Dorian Popa	Conf.univ.dr.	Constantin Cosmin Todea
Prof.univ.dr.	Ioan Rașa	Lect.univ.dr.	Alina-Ramona Baias
Prof.univ.dr.	Daniela Roșca	Lect.univ.dr.	Mihaela Berchesan
Prof.univ.dr.	Alina Sîntămărian	Lect.univ.dr.	Luminița Ioana Cotîrlă
Prof.univ.dr.	Gheorghe Toader	Lect.univ.dr.	Daria Dumitraș
Prof.univ.dr.	Neculae Vornicescu	Lect.univ.dr.	Mircia Gurzău
Conf.univ.dr.	Marius Birou	Lect.univ.dr.	Vasile Ile
Conf.univ.dr.	Lucia Blaga	Lect.univ.dr.	Tania Angelica Lazăr
Conf.univ.dr.	Adela Capătă	Lect.univ.dr.	Daniela Marian
Conf.univ.dr.	Maria Câmpian	Lect.univ.dr.	Rozica Moga
Conf.univ.dr.	Alexandra Ciupa	Lect.univ.dr.	Floare Ileana Tomuța
		Asist.univ.dr.	Liana Timboș

U. T. PRESS
Cluj-Napoca 2022
ISBN 978-606-737-564-0

Coordonator	Prof.univ.dr.	Dumitru Mircea Ivan
Referenți:	Conf.univ.dr.	Ovidiu Furdui
	Prof.univ.dr.	Ioan Gavrea
	Prof.univ.dr.	Alexandru Mitrea
	Conf.univ.dr.	Vasile Pop
	Prof.univ.dr.	Dorian Popa
	Conf.univ.dr.	Mircea Dan Rus
	Prof.univ.dr.	Neculae Vornicescu

Editura U. T. PRESS 2022
ISBN 978-606-737-564-0

Prefață

Culegerea de probleme *Teste grilă de matematică* continuă tradiția Universității Tehnice din Cluj-Napoca de a selecta viitorii studenți printr-un concurs de admitere pe baza subiectelor sub formă de grilă. Prezenta culegere a fost elaborată cu scopul de a contribui la o mai bună pregătire a candidaților la admitere și de a-i familiariza cu noua tipologie a subiectelor.

Structurată pe patru capitole: Algebră, Analiză matematică, Geometrie analitică și Trigonometrie, culegerea contribuie la recapitularea materiei din Programa pentru Bacalaureat M_mate-info 2022.

Parcurgând toate gradele de dificultate, de la probleme foarte simple care necesită un minim de cunoștințe, până la probleme a căror rezolvare presupune cunoștințe temeinice, lucrarea este utilă tuturor categoriilor de elevi care se pregătesc pentru un examen de matematică.

Fiecare problemă propusă este urmată de cinci răspunsuri dintre care numai unul este corect. La sfârșit se dau răspunsurile corecte.

Testul care se va da la concursul de admitere va conține probleme cu grade diferite de dificultate, alcătuite după modelul celor din culegere.

Autorii

***

Cuprins

***

1

Algebră

1

Mulțimea soluțiilor ecuației $z^2 = 3 - 4i,\ z \in \mathbb{C},$ este:

A $\{1,\ 2\}$ **B** $\{i,\ 2-i\}$ **C** $\{2-i,\ -2+i\}$ **D** $\{3, -2+i\}$ **E** $\{2-i,\ 3+i\}$

2

Soluția ecuației $x(1 - \lg 5) = \lg(2^x + x - 1)$ este:

A $x = \frac{1}{5}$ **B** $x = -1$ **C** $x = 1$ **D** $x = \frac{1}{2}$ **E** $x = -5$

3

Mulțimea soluțiilor reale ale sistemului: $\begin{cases} 2(x-1) \geq 4(x+1) \\ x^2 + 4x > 0 \end{cases}$ este:

A $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$ **B** $(-\infty, -4) \cup (2, \infty)$ **C** $(-\infty, -4)$ **D** $(2, \infty)$ **E** $(-1, 1)$

4

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care graficul funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (m+1)x^2 + 2(m+2)x + m + 3$, intersectează axa Ox în două puncte distincte este:

A $\mathbb{R}$ **B** $\emptyset$ **C** $\{-3\}$ **D** $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ **E** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Fie $f \in \mathbb{R}[X], f = X^{100} + aX^{99} + bX + 1$.

5 Valorile coeficienților a și b pentru care $x = 1$ este rădăcină dublă sunt:

A $a = -1; b = -1$ B $a = 2; b = -4$ C $a = -2; b = 0$ D $a = 0; b = -2$ E $a = 4; b = -2$

6 Valorile coeficienților a și b pentru care f se divide cu $X^2 + X + 1$ sunt:

A $a = 1; b = 1$ B $a = -1; b = -1$ C $a = -1; b = 0$ D $a = 1; b = -1$ E $a = 0; b = -1$

7 Valorile coeficienților a și b pentru care restul împărțirii polinomului f la $X^3 - X^2 - X + 1$ este $X^2 + X + 1$ sunt:

A $a = 2; b = -1$ B $a = 0; b = 1$ C $a = -1; b = 2$ D $a = -1; b = 1$ E $a = 1; b = 0$

Se dă funcția $f(x) = mx^2 + 2(m + 1)x + m^2 - 1$, unde $m \neq 0$ este parametru real.

8 Pentru ce valori ale lui m, $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$?

A $m \in (0, +\infty)$ B $m \in (1 + \sqrt{2}, +\infty)$ C $m \in (0, 1 + \sqrt{2})$ D $m \in (1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$ E $m \in (-1, 1 - \sqrt{2}) \cup (1 + \sqrt{2}, +\infty)$

9 Pentru ce valori ale lui m, $f(x) < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$?

A $m \in (-\infty, 0)$ B $m \in (1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$ C $m \in (-1, 1 - \sqrt{2})$ D $m \in (-\infty, 1 - \sqrt{2})$ E $m \in (-1, 1 - \sqrt{2}) \cup (0, \infty)$

10 Pentru ce valori ale lui m funcția admite rădăcină dublă?

A $m \in \{\pm 1\}$ B $m \in \{1, \pm\sqrt{2}\}$ C $m \in \{\pm\sqrt{2}\}$ D $m \in \{-1, 1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}\}$ E $m \in \{0, 1, \pm\sqrt{2}\}$

Se consideră ecuația $2x^2 - 2mx + m^2 - 2m = 0$, unde $m \in \mathbb{R}$, iar x_1 și x_2 sunt rădăcinile reale ale ecuației.

11 Suma rădăcinilor $x_1 + x_2$ aparține intervalului

A $[0, 1]$ B $[0, 4]$ C $\mathbb{R}$ D $[0, 2]$ E $[-1, 4]$

12 Suma pătratelor rădăcinilor $x_1^2 + x_2^2$ aparține intervalului

A $[0, 4]$ B $[-2, 4]$ C $[0, 8]$ D $\mathbb{R}$ E $[0, 3]$

13 Produsul rădăcinilor x_1x_2 aparține intervalului

A $[-2, 0]$ B $[0, 4]$ C $[-\frac{1}{2}, 4]$ D $\mathbb{R}$ E $(0, 2)$

Fie funcțiile $f_m\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_m(x) = mx^2 + 2(m-1)x + m - 1$, $m \in \mathbb{R}$.

14 Mulțimea valorilor parametrului m pentru care ecuația $f_m(x) = 0$ are cel puțin o rădăcină reală este:

A $(-\infty, 1)$ B $(-\infty, 1]$ C $\mathbb{R}$ D alt răspuns E $[0, \infty)$

15 Vârfurile parabolelor asociate funcțiilor f_m, $m \neq 0$, se găsesc pe:

A parabola $y = x^2 + 2$ B dreapta $x + 2y = 0$ C dreapta $y = x$
D dreapta $y = -x$ E o paralelă la Ox

Fie funcția $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definită prin $g(x) = \begin{cases} x+2, & \text{dacă } x \le 0 \\ 3x+2, & \text{dacă } x > 0. \end{cases}$

16 Soluția inecuației $g(x) \ge 0$ este:

A $[-2, \infty)$ B $[-2, 0]$ C $[-\frac{2}{3}, \infty)$ D $[-2, -\frac{2}{3}]$ E $[0, \infty)$

17 Funcția $g^{-1} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este dată de:

A $g^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{3}, & \text{dacă } x \ge 2 \\ \frac{x-2}{4}, & \text{dacă } x < 2 \end{cases}$

B $g^{-1}(x) = \begin{cases} x-2, & \text{dacă } x \le 2 \\ \frac{x-2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

C $g^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3}, & \text{dacă } x \le 2 \\ 2x-3, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

D $g^{-1}(x) = \begin{cases} 2x-1, & \text{dacă } x \le 2 \\ \frac{x+2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

E $g^{-1}(x) = \begin{cases} x+2, & \text{dacă } x \le 2 \\ \frac{x+2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

18 Se dau funcțiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definite prin
$f(x) = \begin{cases} 5x+1, & x < 0 \\ 1-x^2, & x \ge 0 \end{cases}$, $\quad g(x) = \begin{cases} x^2, & x \le -2 \\ 2x-1, & x > -2 \end{cases}$.
Funcția $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $h = f \circ g$ este definită prin:

A $h(x) = \begin{cases} 1-x^4, & x \le -2 \\ 4x(1-x), & x > -2 \end{cases}$

B $h(x) = \begin{cases} 1-x^4, & x \le -2 \\ 4x(1-x), & x \ge \frac{1}{2} \\ 2(5x-2), & -2 < x < \frac{1}{2} \end{cases}$

C $h(x) = \begin{cases} 4x(1-x), & x \le \frac{1}{2} \\ 2(5x-2), & x > \frac{1}{2} \end{cases}$

D $h(x) = \begin{cases} 1-x^4, & x < -2 \\ 2(5x-2), & x > \frac{1}{2} \\ 4x(1-x), & -2 \le x \le \frac{1}{2} \end{cases}$

E $h(x) = \begin{cases} 2(5x-2), & x \ge -2 \\ 1-x^4, & x < -2 \end{cases}$

19 Fie $P \in \mathbb{R}[X]$, $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, un polinom cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 distincte două câte două. Pentru $Q \in \mathbb{R}[X]$ polinom de grad 1,
suma $\dfrac{Q(x_1)}{P'(x_1)} + \dfrac{Q(x_2)}{P'(x_2)} + \dfrac{Q(x_3)}{P'(x_3)}$ este egală cu

A $x_1 + x_2 + x_3$ B $x_1x_2x_3$ C $P(x_1 + x_2 + x_3)$ D 1 E 0

20

Fie $P, Q, R: \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ funcții polinomiale de grad cel mult doi și $a, b, c \in \mathbb{C}$ astfel ca

$$\begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} = 1.$$

Suma $\begin{vmatrix} P(1) & Q(1) & R(1) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(1) & Q(1) & R(1) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(1) & Q(1) & R(1) \end{vmatrix}$ este:

A 0 B 1 C 3 D $P(0) + Q(0) + R(0)$ E $P(1)Q(1)R(1)$

21

Să se găsească numărul complex z dacă $|z| - z = 1 + 2i$.

A $z = \frac{3}{2} - 2i$ B $z = \frac{3}{2} + 2i$ C $z = \frac{1}{2} - 3i$ D $z = \frac{1}{2} + 3i$ E $z = -\frac{1}{2} + 3i$

Fie $f: \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $f(z) = z^2 + z - \bar{z}$.

22

Soluțiile ecuației $f(z) = 0$ sunt:

A $\{0, 1 + 2i, 1 - 2i\}$ B $\{0, 1 + i, 1 - i\}$ C $\{0, i, -i\}$ D $\{0, 2 + i, 2 - i\}$
E $\{0, -1 + i, -1 - i\}$

23

Se consideră ecuația $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$. Mulțimea soluțiilor ecuației are:

A un element B două elemente C nici un element D trei elemente
E o infinitate de elemente

24

Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $\log_{1+x}(2x^3 + 2x^2 - 3x + 1) = 3$.

A $x = 0$ B $x = -2$ C $x = 3$ D $x = \frac{1}{2}$ E $x = \frac{1}{3}$

25

Ecuația $\dfrac{2 \lg x}{\lg(5x - 4)} = 1$ are ca mulțime a soluțiilor pe:

A $\{1, 4\}$ B $\{4\}$ C $\{10\}$ D $\emptyset$ E $\mathbb{R} \setminus \{0, \frac{4}{5}\}$

26

Se consideră mulțimea tripletelor de numere reale (a, b, c) care verifică relația $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Atunci $\min(ab + bc + ac)$ pentru această mulțime este:

A -1 B $-\dfrac{3}{4}$ C $-\dfrac{1}{2}$ D $-\dfrac{1}{3}$ E nu există minim

Fie $A_1 = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid x = \dfrac{2n+1}{n+2},\ n \in \mathbb{Z} \right\}$ și $A_2 = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid x = \dfrac{2n+1}{n+2}, n \in \mathbb{Z} \right\}$.

27 Mulțimea A_1 este:

A $A_1 = \{1, 2, 3\}$ B $A_1 = \mathbb{N}$ C $A_1 = \{-2, 1, 4\}$ D $A_1 = \{1, 3, 5\}$
E $A_1 = \emptyset$

28 Mulțimea A_2 este:

A $A_2 = \{-1, 1, 3, 5\}$ B $A_2 = \{3, 5\}$ C $A_2 = \{3\}$ D $A_2 = \emptyset$ E $A_2 = \{-1\}$

29

Mulțimea soluțiilor inecuației $\log_{\frac{1}{3}}(\log_3 x) \geq 1$ este:

A $[3, \infty)$ B $\left(0, \sqrt[3]{9}\right)$ C $\left(1, \sqrt[3]{3}\right]$ D $\left(\frac{1}{3}, 1\right]$ E $(0, 1) \cup \left(\sqrt[3]{3}, +\infty\right)$

Restul împărțirii polinomului X^{10}

30 la $X + 1$ este:

A -1 B 0 C 1 D 9 E alt răspuns

31 la $(X + 1)^2$ este:

A -10 B $-10X$ C $10X + 9$ D $-10X - 9$ E $X - 9$

32 la $(X + 1)^3$ este:

A $-9X^2 + 22$ B $45X^2 + 80X + 36$ C $X + 2$ D 1 E 0

33

Mulțimea soluțiilor ecuației $2A_n^{n-3}x^2 + 4A_n^{n-2}x + 3P_n = 0$, $n \geq 3$, este:

A $\left\{n, \frac{n}{2}\right\}$ B $\left\{1, A_n^2\right\}$ C $\{-3\}$ D $\left\{A_n^3\right\}$ E $\emptyset$.

34

Să se determine primul termen a_1 și rația q a unei progresii geometrice $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ dacă:
$$\begin{cases} a_4 - a_2 = 6, \\ a_3 - a_1 = 3. \end{cases}$$

A $a_1 = -1;\ q = 3$ B $a_1 = 3;\ q = \frac{1}{2}$ C $a_1 = 2;\ q = -2$
D $a_1 = 1;\ q = 2$ E $a_1 = 1;\ q = 3$.

35

Care sunt valorile coeficienților reali a și b din ecuația

$$x^3 - ax^2 + bx + 1 = 0,$$

dacă acești coeficienți sunt rădăcini ale ecuației?

A $a = 1,\ b = 0$ B $a = 1,\ b \in \mathbb{R}$ C $a = 1,\ b = -1$ D $a \in \mathbb{R},\ b = -1$ E $a \in \mathbb{R},\ b = 1$

36

Coeficientul lui x^{99} din dezvoltarea polinomului

$$(x-1)(x-2)(x-3)\dots(x-99)(x-100)$$

este:

A -4950 B -5050 C 99 D -100 E 3450

37

Cel mai mare divizor comun al polinoamelor $(x+1)^{4n+3}+x^{2n}$, $n \in \mathbb{N}^*$ și x^3-1 este:

A x^3-1 B $x-1$ C x^2+x+1 D sunt prime între ele E $(x+1)^{4n+3}+x^{2n}$

38

Valoarea lui $(1-\alpha)(1-\alpha^2)(1-\alpha^4)(1-\alpha^5)$, unde $\alpha \in \mathbb{C}\setminus\mathbb{R}$, $\alpha^3=1$, este:

A -1 B 9 C 0 D $9i$ E $3i$

39

Fie numerele reale $a,b,c,d \in (0,1)\cup(1,\infty)$. Dacă $\log_a b \log_b c \log_c d = 1$ atunci:

A $a=b\in(0,1)$ și $c=d\in(1,\infty)$ B $a=b\in(1,\infty)$ și $c=d\in(0,1)$ C $a=c\in(0,1)$ și $b=d\in(1,\infty)$ D $a=d$ E $a=c\in(1,\infty)$ și $b=d\in(0,1)$

40

Suma $\sum\limits_{k=1}^{n} k\cdot k!$ este:

A $n(n+1)$ B $n\cdot n!$ C $(n+1)!-1$ D $n!$ E $2n\cdot n!$

Se consideră matricea $U(a,b)=\begin{pmatrix} a & b & b & b\\ b & a & b & b\\ b & b & a & b\\ b & b & b & a\end{pmatrix}$.

41

Matricea $U(a,b)$ este singulară dacă și numai dacă

A $a=b$ B $a\neq -3b$ C $(a-b)(3b+a)=0$ D $a+3b=0$ E alt răspuns

42

$U^{11}(1,1)$ este

A $U(1,1)$ B $4^{100}U(1,1)$ C $2^{22}U(1,1)$ D $2^{20}U(1,1)$ E $4^{8}U(1,1)$

43

Inversa matricei $U(1,2)$ este:

A $U(1,2)$ B $U(1,2)-U(1,1)$ C $\frac{U(1,2)-6I_4}{7}$ D nu există E alt răspuns

44

Dacă $a^2 + b^2 = 1$, atunci inversa matricei $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ este:

A $\begin{pmatrix} -a & -b \\ b & -a \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} a & b \\ b & -a \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} \frac{1}{a} & -\frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} & \frac{1}{a} \end{pmatrix}$
E $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$

45

Inversa matricei $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ este matricea:

A $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
E $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$

46

Matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 2 & a & 3 \end{pmatrix}$ are rangul minim pentru:

A $a = 0$ B $a = 1$ C $a = 7$ D $a = 21$ E $a = -21$

Se consideră matricea: $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & i & -1 & -i \end{pmatrix}$.

47 Determinantul matricei A este:

A $16i$ B $-16i$ C 16 D -16 E 0

48 A^4 este:

A I_4 B $2I_4$ C $4I_4$ D $16I_4$ E $256I_4$

49 Numărul soluțiilor $n \in \mathbb{Z}$ ale ecuației $16A^{8n} + 16I_4 = 257A^{4n}$ este:

A 16 B 8 C 4 D 2 E 1

Se dă matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

50 $\det A$ este:

A 1 B 0 C -1 D 2 E ∞

51 Numărul de soluții în $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ ale ecuației $X^2 = A$ este:

A 10 B 1 C 2 D 0 E ∞

52

Sistemul de ecuații cu parametrul real m, $\begin{cases} x + 2y &= 1 \\ 6x - 8y &= 1 \\ 5x + 2y &= m \end{cases}$, este compatibil numai dacă:

A $m = 0$ B $m = 1$ C $m = 2$ D $m = 3$ E $m = 4$

53

Sistemul de ecuații cu parametrii $m, n \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} mx + y - 2z = 2 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ (2m-1)x + 2y + z = n \end{cases}$$

este compatibil nedeterminat pentru:

A $m = 3;\ n \neq 3$ B $m \neq 3;\ n = 3$ C $m = 3;\ n = 3$ D $m \neq 3;\ n \neq 3$
E $m = 5; n = 3$

54

Dacă $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1 & n & 44 \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}$, atunci:

A $n = 1$ B $n = 2$ C $n = 4$ D $n = 8$ E $n = 16$

55

Fie $m, n \in \mathbb{R}$, x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuației $x^3 + mx + n = 0$ și matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 \end{pmatrix}$. Determinantul matricei A^2 este:

A $-4m^3 - 27n^2$ B $4m^3 - 27n^2$ C $-4m^3 + 27n^2$ D $-2n^3 - 27m^2$ E $-3n^3 - 27m^2$

56

Dacă $a < b < c$ și $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a+2 & b+2 & c+2 \\ (a+1)^2 & (b+1)^2 & (c+1)^2 \end{vmatrix}$, atunci:

A $D = 0$ B $D \leq 0$ C $D < 0$ D $D > 0$ E $D = -a^2 - b^2 - c^2$

57

Mulțimea valorilor $a \in \mathbb{R}$ pentru care rangul matricei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ -2 & -1 & -5 & -4 \\ 2 & 0 & 4 & a \end{pmatrix}$$

este egal cu 2, este

A $\emptyset$ B $\{0\}$ C $\{2\}$ D $\{-2, 2\}$ E $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

Se consideră sistemul

$$(S) : \begin{cases} x & +2y & +3z & = 1 \\ 2x & -y & +az & = -3 \\ 3x & +y & +4z & = b \end{cases}.$$

58

(S) este compatibil determinat dacă și numai dacă

A $a = 0$ B $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$ C $a = 1, b = -2$

59

(S) este compatibil nederminat dacă

A $a = 1, b = -2$ B $a = 1, b = 2$ C $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$ D $a = 2, b = 1$

60

(S) este incompatibil dacă și numai dacă

A $a = 1, b = 2$ B $a \neq 2, b = 1$ C $a \neq 1, b \neq -2$ D $a \neq 0, b = 2$ E $a = 1, b \neq -2$

61

Numărul valorilor parametrului real m pentru care sistemul
$\begin{cases} 2x + 2y + mxy & = & 5 \\ (m-1)(x+y) + xy & = & 1 \\ 3x + 3y - xy & = & m+1 \end{cases}$, are soluții $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

62

Dacă sistemul de ecuații $\begin{cases} 2x + ay + 4z & = & 0 \\ x - y - z & = & 0 \\ 3x - 2y - z & = & 0 \end{cases}$, $\quad a \in \mathbb{R}$
este compatibil determinat, atunci:

A $a = 1$ B $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ C $a \in \mathbb{R}^*$ D $a \in (0, \infty)$ E $a \in (1, \infty)$

63

Dacă $A = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$, atunci:

A $A^n = \begin{pmatrix} \cos^n t & -\sin^n t \\ \sin^n t & \cos^n t \end{pmatrix}$ B $A^n = \begin{pmatrix} \cos t^n & -\sin t^n \\ \sin t^n & \cos t^n \end{pmatrix}$

C $A^n = \begin{pmatrix} \cos nt & -\sin nt \\ \sin nt & \cos nt \end{pmatrix}$ D $A^n = \begin{pmatrix} \sin nt & -\cos nt \\ \cos nt & \sin nt \end{pmatrix}$

E $A^n = \begin{pmatrix} \cos^n t - \sin^n t & -n \sin t \cos t \\ n \sin t \cos t & \cos^n t - \sin^n t \end{pmatrix}$

64

Dacă $A = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, atunci A^{12} este:

A $\begin{pmatrix} 3^6 & 1 \\ 1 & 3^6 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} 12\sqrt{3} & -12 \\ 12 & 12\sqrt{3} \end{pmatrix}$ D $2^{12}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
E $\begin{pmatrix} (\sqrt{3})^{12} & (-1)^{12} \\ 1 & (\sqrt{3})^{12} \end{pmatrix}$

65

Mulțimea soluțiilor ecuației $\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 1 & 2x & 3 \\ -1 & -2 & x \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} x & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} + 3 = 0$ este:

A $\{-1\}$ B $\{-1, 1, -i, i\}$ C $\{-1, 0, 1 - i\sqrt{3}, 1 + i\sqrt{3}\}$ D $\left\{-1, \frac{1-i\sqrt{3}}{2}, \frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right\}$
E $\left\{-1, \frac{1-i}{2}, \frac{1+i}{2}\right\}$

Se dă mulțimea $M = [5, 7]$ și operația $*$ definită prin
$x * y = xy - 6x - 6y + \alpha$.

66 Valoarea parametrului real α pentru care mulțimea M este parte stabilă în raport cu operația $*$ este:

A $\alpha = 42$ B $\alpha = 36$ C $\alpha = -36$ D $\alpha = 6$ E $\alpha = -6$

67 In monoidul $(M, *)$, elementul neutru este:

A $e = 7$ B $e = 6$ C $e = 5$ D $e = 1$ E nu există

68 In monoidul $(M, *)$, mulțimea elementelor simetrizabile este:

A $[5, 7] \setminus \{6\}$ B $\{6\}$ C $\{5, 7\}$ D $[5, 7]$ E $\mathbb{R} \setminus \{6\}$

Definim pe $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ legea de compoziție $(x, y) * (a, b) = (xa, xb + ya)$.

69 Elementul neutru al legii $*$ este:

A $(0, 1)$ B $(1, 0)$ C $(0, 0)$ D $(1, 1)$ E $(-1, 1)$

70 Numărul elementelor simetrizabile (x, y) având proprietatea $x^2 + y^2 + x + y = 8$, este:

A 4 B 1 C 2 D 3 E 0

71

Fie legea de compoziție $*$ definită prin $x * y = \frac{x-y}{1-xy}$, $\forall x, y \in (-1, 1)$. Elementul neutru pentru această lege este:

A $e = 0$ B nu există C $e = 1$ D $e = -1$ E $\frac{1}{2}$

72

Pe mulțimea $\mathbb{Z}$ a numerelor întregi se definește legea $*$ prin $x * y = x + y - 2$, $\forall x, y \in \mathbb{Z}$. Să se determine simetricul x' al lui x.

A x' nu există B $x' = 1 - x$ C $x' = 4 - x$ D $x' = \frac{1}{x}$ E $x' = -x$

Pe mulțimea $\mathbb{C}$ a numerelor complexe definim legea de compoziție $*$ prin $z_1 * z_2 = z_1 + z_2 - z_1 z_2$.

73 Numărul $2 * i$ este:

A $2 - i$ B $2i$ C $2 + i$

74 Elementul neutru față de $*$ este:

A 1 B 0 C i D -1

75 Elementul simetric al lui i față de $*$ este:

A $-i$ B $1 - i$ C $\frac{1-i}{2}$ D $\frac{1+i}{2}$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - (m-1)x + 3m - 4$, $\quad m \in \mathbb{R}$.

76 Mulțimea valorilor lui m pentru care f se anulează în $(0,1)$ și $f(x) \geq 0$, $\forall x \in (0,1)$ este:

A $(-\infty, 7 - 4\sqrt{2})$ B $(7 + 4\sqrt{2}, \infty)$ C $\{7 - 4\sqrt{2}, 7 + 4\sqrt{2}\}$ D $\{7 - 4\sqrt{2}\}$ E $\emptyset$

77 Mulțimea valorilor lui m pentru care $f(x) < 0$, $\forall x \in (0,1)$ este

A $(0,1)$ B $(2, \infty)$ C $(-\infty, 1]$ D $\emptyset$ E $(0, \infty)$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - mx + 2$, $\quad m \in \mathbb{R}$.

78 Mulțimea valorilor lui m pentru care f este strict crescătoare pe intervalul $[-1, 1]$ este

A $[-2, 2]$ B $(-\infty, -2)$ C $(-\infty, -2]$ D $\mathbb{R}$ E Alt răspuns

79 Mulțimea valorilor lui m pentru care f este injectivă pe $[-1, 1]$ este:

A $\mathbb{R}$ B $(-1, 1)$ C $(-\infty, -2] \cup (2, \infty)$ D $(-2, 2)$ E Alt răspuns

80

Familia de parabole asociate funcțiilor

$$f_m(x) = (m+1)x^2 - 3mx + 2m - 1, \quad m \in \mathbb{R} \setminus \{-1\},$$

A are un punct fix pe axa Oy B are un punct fix situat pe prima bisectoare
C are două puncte fixe D are trei puncte fixe E nu are puncte fixe

Fie parabolele de ecuații: $P_1: \quad y = x^2 + 5x + 4$
și $P_2: \quad y = (m-1)x^2 + (4m+n-4)x + 5m + 2n - 4$, unde $m, n \in \mathbb{R}$, $m \neq 1$.

81 Parabolele se intersectează în $A(-2,-2)$ și $B(0,4)$ dacă:

A $m = -2, n = 9$ B $m = 2, n = -9$ C $m = 5, n = 4$ D $m = \frac{1}{2}, n = 3$
E $m = \frac{1}{3}, n = -2$

82 Parabolele au singurul punct comun $C(1,10)$ dar nu sunt tangente dacă:

A $m = -\frac{2}{3}, n = \frac{1}{3}$ B $m = 2, n = -\frac{1}{3}$ C $m = -\frac{1}{3}, n = 3$ D $m = -2, n = \frac{1}{2}$
E $m = n = 2$

83 Parabolele sunt tangente în punctul $T(-2,-2)$ dacă:

A $m = 0, n = -3$ B $m = 2, n = -1$ C $m = -2, n = -1$ D $m = -2, n = 1$
E $m = \frac{1}{2}, n = -4$

84

Fie $E(x) = \dfrac{x^2 - 2(m-1)x + m + 1}{mx^2 - mx + 1}$. Mulțimea valorilor reale ale lui m pentru care E este bine definită oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, este:

A $\mathbb{R}$ B $\{4\}$ C $\{-1\}$ D $(0,4)$ E alt răspuns

85

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care

$$(m-1)x^2 + (m-1)x + m - 3 < 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

este:

A $\emptyset$ B $(-\infty, 1) \cup (\frac{11}{3}, \infty)$ C $(-\infty, 0)$ D $(-\infty, 1)$ E alt răspuns

86

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}^*$, pentru care parabolele asociate funcțiilor $f_a(x) = ax^2 - (a+2)x - 1$ și $g_a(x) = x^2 - x - a$ sunt tangente, este:

A $\{-1, 2\}$ B $\{3, -1\}$ C $\{3\}$ D $\left\{\frac{1}{3}, 3\right\}$ E $\emptyset$

87

Ecuația $x^4 + (2m-1)x^2 + 2m + 2 = 0$, cu necunoscuta x și parametrul real m, are toate rădăcinile reale dacă:

A $m = 0$ B $1 \leq m \leq 2$ C $-1 \leq m \leq -\frac{1}{2}$ D $m \in \emptyset$ E $m > \frac{1}{2}$

88

Se dă ecuația $x^3 - 3x^2 + 2x - a = 0$. Rădăcinile ei sunt în progresie aritmetică dacă și numai dacă

A $a = 0$ B $a \in \{0, 1\}$ C $a \in \{-1, 1\}$ D $a = 2$ E $a = 3$

Fie x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuației $x^3 - 2x + 3 = 0$. Notăm $S_k = x_1^k + x_2^k + x_3^k,\ k \in \mathbb{Z}$.

89 S_{-1} este:

A 0 B $\frac{2}{3}$ C $-\frac{2}{3}$ D 1 E -1

90 S_{-2} este:

A $\frac{4}{9}$ B $-\frac{4}{9}$ C $\frac{2}{3}$ D $-\frac{3}{2}$ E 0

91 S_4 este:

A 4 B $\frac{4}{9}$ C -4 D 8 E -8

92 Dacă funcția polinomială $P\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ verifică egalitățile:

$$P(0) + \cdots + P(n) = n^5, \quad n = 0, 1, \ldots,$$

atunci $P(0)$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E alt răspuns

93 Dacă funcția polinomială $P\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ satisface egalitățile:

$$P(n) = \sum_{k=1}^{n} k^{10}, \qquad n = 1, 2, \ldots,$$

atunci $P(-2)$ este:

A 0 B -1 C 1023 D -1025 E alt răspuns

Se dă ecuația $x^3 - px^2 + qx - r = 0, \quad r \neq 0$.

94 Ecuația admite două rădăcini opuse, dacă

A $p + q = r$ B $r^2 - pq = 0$ C $rp - q = 1$ D $q^2 - rp = 0$ E $pq - r = 0$

95 Rădăcinile sunt în progresie geometrică dacă:

A $p^2 r - q = 0$ B $p^3 - rq = 0$ C $q^2 - rp = 0$ D $q^3 + p + q = 0$ E $p^3 r - q^3 = 0$

96 Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației

$$\sqrt{x + 2 - 4\sqrt{x-2}} + \sqrt{x + 7 - 6\sqrt{x-2}} = 1$$

este:

A $\{5, 12\}$ B $\{7, 10\}$ C $[2, \infty)$ D $[6, 11]$ E $\{8, 12\}$

97

Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $\sqrt{x+2} - \sqrt{x+3} < \sqrt{2} - \sqrt{3}$ este:

A $(-\infty, 0)$ B $[-2, 0)$ C $[-2, \infty)$ D $\emptyset$ E $(0, \infty)$

Se consideră funcția $f(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt{x-11}$.

98

Mulțimea de definiție a funcției este:

A $\mathbb{R}$ B $[0, \infty)$ C $(-\infty, 0)$ D $[11, \infty)$ E $(-\infty, 11)$

99

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $f(x) = 7$ este

A $\{27\}$ B $\{0\}$ C $\{11\}$ D $\{1\}$ E conține cel puțin două elemente

100

Câte soluții întregi are ecuația

$$8(4^x + 4^{-x}) - 54(2^x + 2^{-x}) + 101 = 0?$$

A 2 B 4 C 1 D nici una E 3

101

Mulțimea valorilor reale ale lui a, pentru care funcția

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x^3 + ax + 1,$$

este injectivă, este:

A $(-\infty, 0)$ B $[0, \infty)$ C $\emptyset$ D $\{1\}$ E $\mathbb{R}$

102

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația

$$(m-2)x^2 - (2m+1)x + m - 3 = 0$$

are rădăcinile în $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ cu partea reală negativă este:

A $\left(-\frac{1}{2}, \frac{23}{24}\right)$ B $\left(-\infty, \frac{23}{24}\right)$ C $\left[-\frac{1}{2}, \infty\right)$ D $\left[\frac{23}{24}, \infty\right)$ E $\emptyset$

103

Valoarea minimă a funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = (x-a_1)^2 + (x-a_2)^2 + \cdots + (x-a_n)^2$$

unde $a_1, a_2, \ldots, a_n \in \mathbb{R}$, se obține pentru:

A $x = 0$ B $x = a_1$ C $x = a_2$ D $x = \frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}$ E $x = \frac{a_1+a_n}{2}$

104

Funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2mx - 1 & ; \ x \leq 0 \\ mx - 1 & ; \ x > 0 \end{cases}$, $m \in \mathbb{R}^*$, este injectivă dacă:

A $m \in (-\infty, 1)$ B $m \in (1, \infty)$ C $m \in (-\infty, 0)$ D $m \in (0, \infty)$ E $m \in (-1, 1)$

105

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x+m, & x\le 1\\ 2mx-1, & x>1\end{cases}$. Funcția f este surjectivă dacă și numai dacă:

A $m\in(0,1)$; B $m\in(-\infty,2]$; C $m=2$; D $m\in(0,2]$; E $m\in(-\infty,1]$

106

Sistemul $\begin{cases} x^2+y^2 &= z\\ x+y+z &= a\end{cases}$, are o singură soluție $(x,y,z)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, dacă:

A $a=-\frac{1}{2}$ B $a=\frac{1}{2}$ C $a=2$ D $a=\frac{1}{4}$ E $a=-\frac{1}{4}$

107

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x=\sqrt{2-x}$ este:

A $\emptyset$ B $\{1,-2\}$ C $\{1\}$ D $[1,2]$ E $\{2\}$

108

Pentru ca funcția $f:\mathbb{R}\to B$, $f(x)=\frac{x^2-3x+2}{x^2+x+1}$ să fie surjectivă, trebuie ca:

A $B=\mathbb{R}$ B $B=\left[\frac{9-2\sqrt{21}}{3},\frac{9+2\sqrt{21}}{3}\right]$ C $B=[1,2]$ D $B=(1,2)$ E $B=[-3,3]$

109

Mulțimea valorilor lui $a\in\mathbb{R}$ pentru care valorile funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-ax+1}{x^2+1}$, sunt cuprinse în intervalul $(0,3)$, este:

A $(-4,4)$ B $(-\infty,-4)$ C $(0,3)$ D $(-2,2)$ E $\{-2,2\}$

110

Numărul soluțiilor $(x,y)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ ale ecuației $2\mid x-2\mid+3\mid y-3\mid=0$ este:

A 0 B 1 C 2 D 4 E o infinitate

111

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{x^2+4x+4}=2x$ este:

A $[-1,3]$ B $(0,\infty)$ C $[2,\infty)$ D $[-2,2]$ E $(-\infty,2]$

112

Soluția ecuației $\left(3-2\sqrt{2}\right)^x-2\left(\sqrt{2}-1\right)^x=3$ este:

A -1 B $\ln 2$ C 2 D $\log_2\left(3-2\sqrt{2}\right)$ E $\frac{1}{\log_3\left(\sqrt{2}-1\right)}$.

113

Soluția ecuației $\left(\frac{1}{2}\right)^x+\left(\frac{1}{6}\right)^x+\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{6}\right)^x=1$ este:

A orice număr real B 1 C 0 D $-\frac{1}{2}$ E ecuația nu are soluție

114

Ecuația $\left(5+\sqrt{24}\right)^{\sqrt{x+1}}+\left(5-\sqrt{24}\right)^{\sqrt{x+1}}=98$ are mulțimea soluțiilor:

A $\{3\}$ B $\{-3;3\}$ C $\{-3\}$ D $\{\sqrt{3};3\}$ E $\{\frac{1}{3};3\}$

Fie $f\colon (0,1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\log_x 2 \log_x 4} + \frac{1}{\log_x 4 \log_x 8} + \cdots + \frac{1}{\log_x 2^n \log_x 2^{n+1}}$, unde $n \geq 5$ este un număr întreg.

115 $f(\frac{1}{2})$ este:

A $\frac{n}{n+1}$ B 1 C $\frac{n+1}{n}$ D $\frac{1}{2}\frac{n+1}{n}$ E $2\frac{n+1}{n}$

116 Soluția ecuației $f(x) = \frac{4n}{n+1}$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D 4 E $\frac{1}{2^n}$

117 Mulțimea soluțiilor sistemului de ecuații $\begin{cases} x^2 + y^2 &= 425 \\ \lg x + \lg y &= 2 \end{cases}$ este:

A $\{(1;1)\}$ B $\{(1;1)\};\ (10;10)\}$ C $\{(20;5);\ (5;20)\}$ D $\{(1;10);\ (10;1)\}$
E $\{(20;5)\}$

118 Soluțiile ecuației $\log_{2x} 4x + \log_{4x} 16x = 4$ aparțin mulțimii:

A $\{3\}$ B $\{2\}$ C $\left[\frac{1}{2\sqrt{2}}, 2\right]$ D $\{\log_2 3\}$ E $(2,\infty)$

119 Mulțimea soluțiilor inecuației $\lg\left((x^3 - x - 1)^2\right) < 2\lg(x^3 + x - 1)$ este:

A $\mathbb{R}$ B $(0,\infty)$ C $(1,\infty)$ D $(0,1)$ E alt răspuns

Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 9^x - 5^x - 4^x$.

120 Numărul de soluții reale ale ecuației $f(x) = 0$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

121 Numărul de soluții reale ale ecuației $f(x) - 2\sqrt{20^x} = 0$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

122 Mulțimea soluțiilor ecuației $\log_3 x^2 - 2\log_{-x} 9 = 2$ este:

A $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 0,\ x \neq -1\}$ B $\{-9\}$ C $\emptyset$ D $\{9\}$ E $\left\{-\frac{1}{3}, -9\right\}$

Se consideră funcția $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{\ln(x+a)}{\sqrt{x}}$, $\quad a \in \mathbb{R}$.

123 Domeniul de definiție al funcției este:

A $(0, \infty)$ B $(0, \infty) \setminus \{1\}$ C (a, ∞) D $(-a, \infty)$ E $(\frac{-a+|a|}{2}, \infty)$

124 Mulțimea valorilor lui a pentru care $f(x) > 0$, pentru orice $x \in D$ este:

A $(-\infty, 0)$ B $(-1, 1)$ C $[1, \infty)$ D $(2, \infty)$ E alt răspuns

125 Dacă $\log_6 2 = a$, atunci valoarea lui $\log_6 324$ este:

A $a + 3$ B $5a - 2$ C $4 - 2a$ D $a^2(2-a)^4$ E $3 + 2a$

126 Fie $a = \lg 2$ și $b = \lg 3$. Dacă $x = 3^{\log_{27}(\lg 150)^3}$ atunci:

A $x = 3 - 2b + a$ B $x = 2 + b - a$ C $x = 1$ D $x + 1 = a + b$ E $x = 81ab$

127 Soluția S a sistemului $\begin{cases} 2^x 5^y = 250 \\ 2^y 5^x = 40 \end{cases}$ este:

A $S = \emptyset$ B $S = \{(1,3)\}$ C $S = \{(1,0),\,(1,3)\}$ D $S = \{(1,0)\}$
E $S = \{(-1,1),\,(1,0)\}$

128 Valoarea expresiei $\sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$ este:

A 1 B 3 C 2 D $\sqrt{5}$ E $2\sqrt{5}$

129 Valoarea expresiei $\sqrt[3]{\sqrt{50}+7} - \sqrt[3]{\sqrt{50}-7}$ este:

A $2\sqrt{50}$ B 2 C 1 D 3 E $\sqrt{50}$

130 Mulțimea valorilor parametrului real m, pentru care ecuația $X^4 - mX^2 - 4 = 0$ admite rădăcina reală $\sqrt[4]{3-2\sqrt{2}} + \sqrt[4]{3+2\sqrt{2}}$, este:

A $\emptyset$ B $\{0\}$ C $\{4\}$ D $\{1\}$ E $\{-4, 4\}$

131 Știind că a este rădăcina reală a ecuației $x^3 + x + 1 = 0$, să se calculeze

$$\sqrt[3]{(3a^2 - 2a + 2)(3a^2 + 2a)} + a^2.$$

A $a + 1$ B 1 C 3 D 2 E a

132

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care

$$m\,9^x + 4(m-1)3^x + m > 1$$

oricare ar fi x real este:

A $(-\infty, 1)$ B $[1, \infty)$ C $(0, \infty)$ D $(1, \infty)$ E $\emptyset$

133

Mulțimea soluțiilor inecuației $\lg\left((x-1)^{10}\right) < 10\lg x$ este:

A $\mathbb{R}$ B $(0, \infty)$ C $(0,1)\cup(1,\infty)$ D $\left(\frac{1}{2}, 1\right)\cup(1,\infty)$ E $\emptyset$

134

Mulțimea soluțiilor inecuației $\log_x(1+x) + \log_{x^2}(1+x) + \log_{x^4}(1+x) \geq \dfrac{7}{4}$ este:

A $(0,1)\cup(1,\infty)$ B $(1,\infty)$ C $(0,\infty)$ D $\emptyset$ E $\mathbb{R}$

135

Valoarea sumei $S_n = \frac{1}{1\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 7} + \cdots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este:

A $\frac{n}{3n+1}$ B $\frac{3n}{3n+1}$ C $\frac{n+1}{3n+1}$ D $\frac{n-1}{3n+1}$ E $\frac{n}{3(3n+1)}$

136

Suma $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \cdots + \frac{n}{(n+1)!}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este egală cu:

A $\frac{1}{n+1}$ B $\frac{2n-1}{2}$ C $\frac{(n+1)!-1}{(n+1)!}$ D $\frac{n^2}{(n+1)!}$ E $\frac{n}{n+1}$

137

Suma $\sum\limits_{k=3}^{n} A_k^3\, C_n^k$ are valoarea:

A $8C_n^3$ B $2^n A_n^3$ C $A_n^3 2^{n-3}$ D $2^{n-2}C_{n+1}^3$ E 3^n

138

Suma $C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \cdots + nC_n^n$, $n \in \mathbb{N}^*$, este egală cu:

A $n2^{n-1}$ B $n2^n - 1$ C n D $\frac{n(n+1)}{2}$ E alt răspuns

139

Suma $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{kC_n^k}{C_n^{k-1}}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este egală cu:

A $\frac{n(n+1)}{2}$ B $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ C $\frac{n(n+1)(2n+1)}{4}$ D $n(2n-1)$ E $n^3 - n^2 + n$

140

Soluția ecuației $A_x^6 - 24xC_x^4 = 11A_x^4$ aparține mulțimii:

A $[5,7]$ B $[8,10)$ C $\{10\}$ D $\{4\}$ E $\{6\}$

141

Să se determine termenul independent de a al dezvoltării $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} + \sqrt[4]{a^3}\right)^{17}$.

A C_{17}^6 B C_{17}^7 C C_{17}^8 D C_{17}^{10} E C_{17}^{11}

142

O progresie aritmetică crescătoare $(a_n)_{n\geq 1}$ verifică relațiile $a_9 + a_{10} + a_{11} = 15$ și $a_9 a_{10} a_{11} = 120$. Suma primilor 20 de termeni din progresie este:

A 150 B 100 C 120 D 110 E 160

143

Ecuația $x^3 - (4-i)x^2 - (1+i)x + a = 0$, $a \in \mathbb{R}$, are o rădăcină reală dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $\{1,2\}$ B $\{0,1\}$ C $\{-1,4\}$ D $\{0,4\}$ E $\mathbb{R}$

144

Pentru ce valori ale parametrului real b ecuația

$$x^3 + a(a+1)x^2 + ax - a(a+b) - 1 = 0$$

admite o rădăcină independentă de a?

A 0 B 1 C 2 D a E -1

145

Numerele reale nenule a, b, c sunt rădăcinile ecuației $x^3 - a\,x^2 + b\,x + c = 0$.
În acest caz tripletul (a,b,c) este:

A $(1,1,1)$ B $(-1,-1,-1)$ C $(1,-1,1)$ D $(1,-1,-1)$ E alt răspuns

146

Care este valoarea parametrului rațional m, dacă ecuația

$$x^4 - 7x^3 + (13+m)x^2 - (3+4m)x + m = 0$$

admite soluția $x_1 = 2 + \sqrt{3}$ și soluțiile x_3 și x_4 verifică relația $x_3 = 2x_4$?

A -1 B $\frac{3}{4}$ C $\frac{5}{3}$ D 2 E 4

147

Soluțiile ecuației $z\overline{z} + 2(z - \overline{z}) = 20 + 8i$, $z \in \mathbb{C}$, sunt:

A $\pm 2 + 4i$ B $\pm 4 + 2i$ C $4 + 2i$ D $4 - 2i$ E alt răspuns

148

Fie $x_1, x_2, \ldots, x_n$ rădăcinile ecuației $x^n - 3x^{n-1} + 2x + 1 = 0$. Valoarea sumei $S = \sum_{k=1}^{n} \dfrac{x_k}{x_k - 1}$ este:

A $3n-5$ B $2n+1$ C $\frac{n}{n-1}$ D $\frac{n(n+1)}{n^2+n-1}$ E 0

149

Valoarea lui m pentru care ecuația $x^3 - 6x^2 + 11x + m = 0$ are rădăcinile în progresie aritmetică aparține mulțimii:

A $[-1,1]$ B $[2,4]$ C $[-4,-2]$ D $[-7,-5]$ E $[5,6]$

150

Dacă ecuația $2x^3 + mx^2 + 4x + 4 = 0$ admite o rădăcină reală dublă, atunci m aparține mulțimii:

A $[-5, 0]$ B $[0, 2]$ C $[-8, -5]$ D $\{3\}$ E $(6, \infty)$

151

Mulțimea valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $x^3 - 28x + m = 0$ are o rădăcină egală cu dublul altei rădăcini este:

A $\{48\}$ B $\{-48\}$ C $\mathbb{R} \setminus \{48\}$ D $\mathbb{R} \setminus \{-48\}$ E $\{-48, +48\}$

152

Sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3 \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} = 1 \end{cases}$ are:

A o soluție B două soluții C trei soluții D patru soluții E șase soluții

153

Se consideră ecuația $x^4 - 5x^3 + ax^2 - 7x + 2 = 0$ cu a parametru real. Valoarea sumei $\sum_{i=1}^{4} \frac{1}{x_i}$, unde x_i sunt rădăcinile ecuației, este

A $-\frac{7}{2}$ B $-\frac{3}{2}$ C 0 D $\frac{3}{2}$ E $\frac{7}{2}$

154

Valorile parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care suma a două rădăcini ale ecuației $x^4 + 10x^3 + m\,x^2 + 50x + 24 = 0$ este egală cu suma celorlalte două rădăcini aparțin mulțimii:

A $[0, 10]$ B $[-4, -1]$ C $\{5\}$ D $[30, 40]$ E $[-1, 1]$

Fie $(x + 1)(x^2 + 2)(x^2 + 3)(x^2 + 4)(x^2 + 5) = \sum_{k=0}^{9} A_k x^k$.

155

$\sum_{k=0}^{9} A_k$ este:

A 720 B 724 C 120 D 600 E alt răspuns

156

$\sum_{k=0}^{4} A_{2k}$ este:

A 360 B 120 C 100 D 240 E 300

157

Fie polinomul $P \in \mathbb{C}[X]$, $P = X^3 + pX + q$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3. Să se determine polinomul cu rădăcinile $x_1^2,\ x_2^2,\ x_3^2$.

A $X^3 + 2pX^2 + p^2X - q^2$ B $X^3 + 2pX^2 - 4pX + q$ C $X^3 + 2pX^2 + p^2X + q^2$
D $X^4 + qX^2 + 5$ E $X^3 - pX^2 + qX + q^2$

158

Restul împărțirii polinomului $1 + X + X^2 + \cdots + X^{1998}$ la $1 + X$ este egal cu:

A 0 B -1 C 1 D 1997 E 1999

159

Polinomul $(X^2 + X - 1)^n - X$ este divizibil cu polinomul $X^2 - 1$ dacă și numai dacă:

A $n = 2k,\ k \in \mathbb{N}^*$ B $n = 3k,\ k \in \mathbb{N}^*$ C $n = 2k - 1,\ k \in \mathbb{N}^*$ D $n = 3k + 1,\ k \in \mathbb{N}^*$
E $n = 3k + 2,\ k \in \mathbb{N}^*$

160

Polinomul $(X^2 + X + 1)^n - X$ este divizibil cu polinomul $X^2 + 1$ dacă și numai dacă:

A $n = 3k,\ k \in \mathbb{N}^*$ B $n = 4k,\ k \in \mathbb{N}^*$ C $n = 4k + 1,\ k \in \mathbb{N}$ D $n = 4k + 2,\ k \in \mathbb{N}^*$
E $n = 4k + 3,\ k \in \mathbb{N}^*$

161

Mulțimea valorilor parametrului real a, pentru care ecuația $x^3 + ax + 1 = 0$ are toate rădăcinile reale și ele verifică relația $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 18$, este:

A $\{-12\}$ B $\{3\}$ C $\{-3\}$ D $\{-3, 3\}$ E $\emptyset$

162

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația

$$x(x-1)(x-2)(x-3) = m$$

are toate rădăcinile reale este:

A $[-1, 9/4]$ B $[-1, 9/16]$ C $[-1, 9]$ D $[1, 1/16]$ E $\emptyset$

163

Restul împărțirii polinomului $P(X) = X^{100} + X^{50} - 2X^4 - X^3 + X + 1$ la polinomul $X^3 + X$ este:

A $X + 1$ B $2X^2 + 1$ C $2X^2 - 2X - 1$ D $2X^2 + 2X + 1$ E $X^2 + 1$

164

Se consideră polinoamele cu coeficienți complecși $P(X) = a_0 + a_1X + \cdots + a_nX^n$ și $Q(X) = b_0 + b_1X + \cdots + b_mX^m$. Știind că polinomul $Q(X)$ se divide cu $X - 1$, să se determine suma coeficienților polinomului $P(Q(X))$.

A $\sum\limits_{i=0}^{n} a_i$ B $\left(\sum\limits_{i=0}^{n} a_i\right)\left(\sum\limits_{i=0}^{m} b_i\right)$ C a_nb_m D a_0 E a_0b_0

165

Un polinom de grad mai mare sau egal cu 2, împărțit la $X - 1$ dă restul 3 și împărțit la $X + 1$ dă restul -5. Restul împărțirii la $X^2 - 1$ este:

A -15 B $3X - 5$ C $-3X + 5$ D $4X - 1$
E nu se poate determina din datele problemei

166

Restul împărțirii polinomului $X^{400} + 400X^{399} + 400$ la polinomul $X^2 + 1$ este:

A $400X + 401$ B $400X - 399$ C $-400X + 401$ D $-400X + 399$ E 0

Fie numărul complex $z = 1 + i$.

167 Numărul complex $\frac{1}{z}$ este:

A $-1 - i$ B $1 - i$ C $\frac{1-i}{2}$ D $\frac{1+i}{2}$ E Alt răspuns

168 Dacă z^n este real, pentru o anume valoare $n \in \mathbb{N}^*$, atunci numărul complex z^{2n} este:

A i^n B -1 C 1 D 2^n E $\left(\sqrt{2}\right)^n$

169 Fie $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$. Dacă $\mid z_1 + z_2 \mid = \sqrt{3}$ și $\mid z_1 \mid = \mid z_2 \mid = 1$, atunci $\mid z_1 - z_2 \mid$ este:

A 2 B 1 C $\sqrt{3}$ D $\sqrt{2}$ E $\sqrt{3} - 1$.

170 Valoarea parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care rădăcinile x_1, x_2, x_3 ale ecuației $x^3 + x + m = 0$, $m \in \mathbb{R}$, verifică relația $x_1^5 + x_2^5 + x_3^5 = 10$ este:

A 1 B -1 C 3 D 2 E -2

171 Există matrice nenule $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel ca $\begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ dacă și numai dacă:

A $a = \sqrt{2}$ B $a \in \{-3, 2\}$ C $a \in \{-1, 1\}$ D $a \in \mathbb{R}^*$ E $a \in \{-2, 2\}$

172 Dacă x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile ecuației $x^3 - 2x^2 + 2x + 6 = 0$, atunci valoarea determinatului

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$$

este:

A 6 B 4 C 2 D 0 E -2

173 Dacă $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ este o matrice inversabilă astfel ca $A + A^{-1} = 2I_n$, atunci are loc egalitatea:

A $A = 3I_n$ B $A^3 + A^{-3} = 2I_n$ C $A = -A$ D $A^2 + A^{-2} = I_n$ E $A - A^{-1} = 2I_n$

Fie x_1, x_2, x_3, x_4 rădăcinile polinomului $P = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$.

174 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$ este:

A -1 B 1 C -2 D $1/2$ E 0

175 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$ este:

A 1 B -1 C -2 D -4 E 0

176 $x_1^8 + x_2^{18} + x_3^{28} + x_4^{38}$ este:

A 1 B -2^3 C 2^4 D -1 E $4(1+i)$

177 Numărul soluțiilor ecuației $X^2 = I_2$ în $\mathcal{M}_2(\mathbb{N}\ )$ este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 16

Se consideră ecuația matriceală $X^2 = 2X + 3I_2,\ \ X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

178 X^3 este:

A $7X + 6I_2$ B $6X + 7I_2$ C I_2 D X E $8X + 9I_2$

179 Numărul soluțiilor din $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ ale ecuației este:

A 0 B 2 C 8 D 16 E infinit

180 Fie $A \in M_{3,2}(\mathbb{C})$. Atunci $\det(A \cdot A^T)$ este:

A strict pozitiv B strict negativ C zero D de modul 1 E 1

Se dă ecuația: $X^n = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix},\ \ n \in \mathbb{N}^*,\ \ X \in M_2(\mathbb{R})$.

181 Determinantul matricei $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

182 Câte soluții are ecuația pentru n impar?

A 0 B 1 C 2 D n E o infinitate

183 Câte soluții are ecuația pentru n par?

A 0 B 1 C 2 D n E o infinitate

184

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul $x+y+z=0$, $x+2y+az=0$, $x+4y+a^2z=0$ are soluție nebanală, este:

A $\mathbb{R}$ **B** $\mathbb{R}\setminus\{1,2\}$ **C** $\{1,3\}$ **D** $\{1,2\}$ **E** $\{2,3\}$

185

Dacă $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $n \in \mathbb{N}^*$, atunci:

A $A^n=(a^2+bc)I_2$ **B** $A^n=(a^2+bc)^nI_2$ **C** $A^{2n}=(a^2+bc)^nI_2$
D $A^{2n+1}=(a^2+bc)^nI_2$ **E** $A^{2n}=(a^2+bc)^nA$

186

Mulțimea valorilor parametrului real a pentru care sistemul de ecuații

$$\begin{cases} ax+y+z &= 0 \\ x+ay+z &= 0 \\ x+y+az &= 0 \\ x^2+y^2+z^2 &= 1 \end{cases}$$

este compatibil este:

A $\mathbb{R}$ **B** $\emptyset$ **C** $\{-2,1\}$ **D** $\mathbb{R}\setminus\{-2,1\}$ **E** $\{-2\}$

187

Matricea $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ verifică relația $A^3=pA^2+qA$ pentru:

A $p=-2,\ q=3$ **B** $p=-2,\ q=2$ **C** $p=3,\ q=-2$ **D** $p=-3, q=2$
E $p=1,\ q=1$

188

Mulțimea valorilor reale ale lui m, pentru care sistemul

$$\begin{cases} mx+y+z &= 1 \\ x+2my+z &= 1 \\ x+y+z &= 0 \end{cases}$$

este compatibil determinat și soluția (x,y,z) verifică relația $x+y \geq z$, este:

A $(-\infty,1]$ **B** $[-1,\infty)$ **C** $\left(\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right] \cup (1,\infty)$ **D** $(0,1)$ **E** $(-1,1)$

189

Mulțimea valorilor lui $x \in \mathbb{R}$, pentru care determinantul

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & -1 & 2 \\ 1 & x^3 & -1 & 8 \\ 1 & x^2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

este nul, este:

A $\{-1,1,2\}$ **B** $\mathbb{R}\setminus\{-1,1,-2\}$ **C** $\{-1,1,-2\}$ **D** $\emptyset$ **E** $\{1\}$

190

Pe $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție: $x * y = xy - ax + by$. Numerele $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care $(\mathbb{R}, *)$ este monoid sunt:

A $a = b \neq 0$ B $a = 0,\ b = 1$ C $a = b = 0$ sau $a = -1,\ b = 1$ D $a = -1,\ b = 0$
E nu există astfel de numere

191

Fie grupurile $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ și $(\mathbb{R}^*, \cdot)$. Să se determine $a \in \mathbb{R}^*$ și $b \in \mathbb{R}$ astfel ca funcția $f : \mathbb{C}^* \to \mathbb{R}^*,\ f(z) = a|z| + b$, să fie morfism de grupuri.

A $a = 2,\ b = 1$ B $a = -1,\ b = 1$ C $a = 1,\ b = 0$ D $a = -2,\ b = 3$ E $a = 0,\ b = 5$

192

Mulțimea elementelor inversabile ale monoidului $(\mathbb{Z}[i], \cdot)$ este:

A $\{-2, 2\}$ B $\{-1, 1, -i, i\}$ C $\{1 - i,\ 1 + i\}$ D $\{1, i, 2i, -2\}$ E $\emptyset$

193

Fie $m \in \mathbb{Z}$ și operația $*$ definită prin $x * y = xy + mx + my + a$. Valoarea lui a pentru care operația $*$ definește o structură de monoid pe $\mathbb{Z}$ este:

A $1 - m$ B m^2 C $m - 1$ D 0 E $m^2 - m$

Pe mulțimea numerelor reale $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție " $*$ " prin $x * y = xy - 2x - 2y + \lambda,\ \lambda \in \mathbb{R}$.

194 Legea " $*$ " este asociativă pentru:

A $\lambda = 1$ B $\lambda = 2$ C $\lambda = -1$ D $\lambda = -3$ E $\lambda = 6$

195 Mulțimea $M = (2, \infty)$ este parte stabilă a lui $\mathbb{R}$ în raport cu legea " $*$ " pentru:

A $\lambda = 2$ B $\lambda = 3$ C $\lambda < 3$ D $\lambda \geq 6$ E $\lambda > 6$

196 Legea " $*$ " are element neutru pentru:

A $\lambda = 4$ B $\lambda = 6$ C $\lambda = -6$ D $\lambda = 1$ E $\lambda = 0$

197

Legea de compoziție $x * y = \sqrt[n]{x^n + y^n}$, determină pe $\mathbb{R}$ o structură de grup, dacă și numai dacă:

A $n = 1$ B $n = 3$ C $n = 2k,\ k \in \mathbb{N}^*$ D $n = 2k + 1,\ k \in \mathbb{N}^*$ E $n \geq 2,\ n \in \mathbb{N}$

198

In monoidul $(\mathcal{M}_2(\mathbb{Z}), \cdot)$ mulțimea elementelor inversabile este:

A $\{A \mid \det A \neq 0\}$ B $\{A \mid \det A = 1\}$ C $\{-I_2, I_2\}$
D $\{A \mid \det A^2 = 0\}$ E $\{A \mid \det A \in \{-1, 1\}\}$

199 Să se determine grupul $(G, *)$, știind că funcția

$$f : (0, \infty) \to G, \quad f(x) = x + 1,$$

este un izomorfism al grupurilor $((0, \infty), \cdot)$ și $(G, *)$.

A $G = (0, \infty)$ și $x * y = xy$
B $G = (1, \infty)$ și $x * y = xy$
C $G = (1, \infty)$ și $x * y = xy - x - y + 2$
D $G = \mathbb{R}$ și $x * y = x + y$
E $G = (1, \infty)$ și $x * y = x + y - 1$

200 Se consideră grupurile $G = (\mathbb{R}, +)$ și $H = (\mathbb{R}, *)$, unde $x*y = x+y+1$. Funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = ax + b$ este izomorfism de la G la H, dacă și numai dacă:

A $a = b = 1$
B $a = -1, b = 1$
C $a \neq 0, b = -1$
D $a = 1, b \neq 0$
E $a = 1$, și $b = 0$

Fie monoidul $(M, \cdot)$ unde $M = \{A_a \mid a \in \mathbb{R}\}$ cu $\quad A_a = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$.

201 Matricea $A_1 \cdot A_1$ este:

A A_1
B A_2
C A_3
D A_4
E A_{-1}

202 Elementul unitate este:

A I_3
B A_1
C A_0
D $A_{\frac{1}{2}}$
E A_{-1}

203 Inversul elementului A_1 este:

A $A_{\frac{1}{4}}$
B A_4
C $A_{\frac{1}{2}}$
D A_2
E A_{-1}

Pe $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziție $x * y = ax + by + c,\ a \neq 0, b \neq 0$.

204 $*$ este asociativă dacă și numai dacă

A $a = b, c = 0$
B $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$
C $a = b = c = 2$
D $a = b = -1, c = 2$
E alt răspuns

205 $*$ este asociativă și admite/// element neutru dacă și numai dacă

A $a = b = 1, c = 0$
B $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$
C $a = b = c = 2$
D $a = b = 2, c = 0$
E alt răspuns

206 $(\mathbb{R}, *)$ este grup dacă și numai dacă

A $a = b = 1, c = 0$
B $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$
C $a = b = c = 2$
D $a = b = 2, c = 0$
E alt răspuns

207

Funcția $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$, $f(x) = ax$ este automorfism al grupului $(\mathbb{Z}, +)$ dacă și numai dacă:

A $a = 1,$ B $a = -1$ C $a \in \{-1, 1\}$ D $a \in \mathbb{Z}^*$ E $a \in \{0, 1\}$

208

Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{ax + b}{x^2 + 1}$, $a, b \in \mathbb{R}$. Mulțimea perechilor $(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ pentru care imaginea funcției f este $\operatorname{Im} f = [-3, 1]$ este:

A $\{(0, 0)\}$ B $\{(1, -\sqrt{2})\}$ C $\{(2\sqrt{3}, -2), (-2\sqrt{3}, -2)\}$ D $\{(\frac{1}{2}, \sqrt{2}), (-\frac{1}{2}, \sqrt{2})\}$
E $\{(0, 1), (1, 0)\}$

209

Imaginea funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2 + ax + 1}{x^2 + x + 1}$, $a \in \mathbb{R}$, este inclusă în intervalul $[0, 2]$, dacă:

A $a \geq 3$ B $a \leq -2$ C $a \in [-1, 0)$ D $a \in [0, 2]$ E $a \in (-2, -1)$

210

Mulțimea valorilor lui x, pentru care este definit radicalul $\sqrt[6-x^2]{x}$, conține:

A 5 elemente B 7 elemente C un interval D 4 elemente E nici un element

211

Mulțimea numerelor complexe z care verifică ecuația $z^2 - 2|z| + 1 = 0$ este:

A $\{-1, 1\}$ B $\{1 - i,\ i + 1\}$ C $\{-1, 1,\ (\sqrt{2} - 1)i,\ (1 - \sqrt{2})i\}$
D $\{-1,\ 1,\ 1 - i\}$ E $\emptyset$

212

Se consideră ecuația $ax^2 + bx + c = 0$, unde a, b, c sunt numere întregi impare. Care din următoarele afirmații este adevărată?

A ecuația are o rădăcină pară
B ecuația are o rădăcină impară
C ecuația are două rădăcini pare
D ecuația nu are rădăcini întregi
E ecuația are două rădăcini impare

213

Ecuația $\sqrt{mx^2 + x + 1} + \sqrt{mx^2 - x + 1} = x$ are soluții reale dacă și numai dacă:

A $m = 0$ B $m = 1$ C $m = \frac{1}{2}$ D $m = \frac{1}{4}$ E $m > 0$

214

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația

$$x^4 + 4x^3 + ax^2 + 4x + 1 = 0$$

are toate rădăcinile reale este:

A $(-\infty, -10]$ B $(-\infty, -10] \cup \{6\}$ C $[4, \infty)$ D $\{0\}$ E $\emptyset$

215

Soluțiile ecuației $1 - 3^{x-1} + 2^{\frac{x}{2}} - 2^{\frac{x}{2}} 3^{\frac{x-1}{2}} = 0$ aparțin mulțimii:

A $[-3, 0]$ B $[0, 2]$ C $\{0; -2\}$ D $[3, \infty)$ E $\{\frac{1}{2}\}$

216 Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care $\log_a\left(x^2+4\right) \geq 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$, este:

A $(1,2]$ B $[-2,0)$ C $(0,4]$ D $[2,3]$ E $(1,3)$

217 Soluția x a ecuației $\log_x(x+1) + \log_{x^3}(x^3+1) = 2\log_{x^2}(x^2+1)$ verifică:

A $x \in [0,1)$ B $x \in \emptyset$ C $x \in (2,3)$ D $x \in (3,4)$ E $x \in (1,2)$

218 Cel mai mare termen al dezvoltării binomului $\left(1+\sqrt{2}\right)^{100}$ este:

A T_{57} B T_{58} C T_{59} D T_{60} E T_{61}

219 Fie m, n, p numere naturale nenule, $m \neq n$. Dacă într-o progresie aritmetică avem $a_n = m$, și $a_m = n$, atunci a_p este egal cu:

A $m+n-p$ B $p-m-n$ C $m+n-2p$ D $2p-m-n$ E $m+n+p$

Fie polinomul $P(x) = x^3 - x^2 - x + a$, unde a este un parametru real.

220 Valoarea lui a pentru care polinomul are o rădăcină dublă întreagă este:

A $a=1$ B $a=-1$ C $a=2$ D $a=\frac{1}{2}$ E $a=-\frac{3}{2}$

221 Valoarea lui a pentru care polinomul are o rădăcină triplă întreagă este:

A $a=1$ B nu există un astfel de a C $a=-1$ D $a=2$ E $a=-2$

Fie $x_n = (2+\sqrt{3})^n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

222 Câte perechi $(a_n, b_n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ cu proprietatea $x_n = a_n + b_n\sqrt{3}$ există pentru n fixat?

A 0 B 1 C 2 D 3 E o infinitate

223 Valoarea lui $a_n^2 - 3b_n^2$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E $\sqrt{3}$

224 Câte soluții are ecuația $x^2 = 3y^2 + 1$ în $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$?

A 1 B 3 C 5 D 6 E o infinitate

225 Fie x_1, x_2, x_3, x_4 și x_5 rădăcinile ecuației $x^5 + x^4 + 1 = 0$.

Valoarea sumei $\displaystyle\sum_{i=1}^{5} \frac{1}{x_i^4}$ este:

A -4 B -3 C -2 D -1 E 0

Ecuația $x^4 - 8x^3 + ax^2 - bx + 16 = 0$ are toate rădăcinile pozitive, a, $b \in \mathbb{R}$.

226 Media aritmetică a rădăcinilor x_1, x_2, x_3, x_4 este

A 1 B 2 C 0 D 4 E 8

227 Media geometrică a rădăcinilor x_1, x_2, x_3, x_4 este

A 2 B 1 C 4 D 0 E 16

228 Valorile parametrilor $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația are toate rădăcinile reale și pozitive sunt:

A $a = 1, b = 0$ B $a = 24, b = 32$ C $a = 24, b = 1$ D $a = 32, b = 24$ E $a = 1, b = 32$

229 Fie $\alpha \in \mathbb{C}$ astfel ca $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$, $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ o matrice, $A \neq O_2$, astfel încât

$$\det(I_2 - A) \cdot \det(\alpha I_2 - A) = \alpha^2.$$

Valoarea lui $\det(I_2 + \alpha A + \alpha^2 A^2)$ este:

A -1 B 0 C 2 D α E 1

230 Dacă $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, $A \neq O_2$ și există $n \geq 6$ astfel ca $A^n = O_2$, atunci valoarea minimă a lui $p \in \mathbb{N}^*$ pentru care $A^p = O_2$ este:

A 2 B 3 C 4 D 5 E 6

231 Mulțimea $G = \{z \in \mathbb{C} \mid az^n = b\}$, $a \in \mathbb{C}^*$, $b \in \mathbb{C}$, este un subgrup al grupului $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ dacă:

A $b = 0$ B $a = b$ C $|\, a \,| = |\, b \,|$ D $a = -b$ E $a^n = b$

232 Câte elemente inversabile are monoidul $\left(\mathbb{Z}\left[\sqrt{2}\right], \cdot\right)$?

A 0 B 1 C 2 D 4 E o infinitate

233 Funcția $f(x, y) = \dfrac{ax + by}{1 + xy}$, $a, b \in \mathbb{R}$, este o lege de compoziție pe intervalul $(-1, 1)$ dacă:

A $a = b = 2$ B $a + b \in (-1, 1)$ C $a \in (-1, 1)$ și $b \in (-1, 1)$ D $a = b \in [-1, 1]$ E $a + b = 1$

234 Fie $x * y = \dfrac{x + y}{1 + xy}$, $x, y \in (-1, 1)$. Numărul $\dfrac{1}{2} * \dfrac{1}{3} * \cdots * \dfrac{1}{1000}$ este:

A $\frac{500499}{500502}$ B $\frac{500499}{500501}$ C $\frac{500500}{500501}$ D $\frac{500501}{500502}$ E $\frac{500400}{500501}$

Fie mulțimea $A = \{1, 2, \ldots, 8\}$. Câte dintre submulțimile lui A satisfac următoarele cerințe?

235 au 4 elemente, îl conțin pe 2 și nu îl conțin pe 3:

A C_6^3 B C_7^3 C C_8^3 D C_6^4 E alt răspuns

236 cel mai mic element al fiecărei submulțimi este 1:

A C_6^3 B C_7^3 C C_8^3 D $2^8 - 1$ E alt răspuns

Fie mulțimea $A = \{1, 2, \ldots, 8\}$. În câte moduri se poate scrie A ca reuniune a două mulțimi disjuncte și:

237 nevide?

A $2^8 - 1$ B C_8^2 C $2^7 - 1$ D $\left(C_8^2\right)^2$ E $2^8 - 2$

238 având număr egal de elemente?

A C_7^3 B C_8^4 C $\left(C_8^4\right)^2$ D 2^4 E 2^5

Fie mulțimea $A = \{1, 2, \ldots, 8\}$. Câte dintre submulțimile lui A satisfac următoarele cerințe?

239 nu conțin numere pare:

A 15 B 16 C 32 D 127 E 128

240 conțin cel puțin un număr impar:

A 127 B 128 C 129 D 240 E 255

241 conțin atât numere pare cât și impare:

A 225 B 235 C 245 D 255 E alt răspuns

Un număr de 8 bile numerotate de la 1 la 8 se distribuie în 4 cutii etichetate A, B, C, D. În câte moduri se poate face distribuirea dacă se admit cutii goale și:

242 se distribuie toate bilele?

A 2^{12} B 2^{15} C 2^{16} D 5^8 E C_8^4

243 nu este obligatoriu să se distribuie toate bilele?

A 2^{12} B 2^{15} C 2^{16} D 5^8 E C_8^4

Se consideră un zar obișnuit (un cub cu fețele numerotate de la 1 la 6) cu care se aruncă de două ori.

244 Probabilitatea de a obține aceeași valoare în ambele aruncări este:

A $\frac{1}{6}$ B $\frac{1}{36}$ C $\frac{1}{21}$ D $\frac{2}{7}$ E $\frac{5}{36}$

245 Probabilitatea ca valoarea de la a doua aruncare să fie mai mare decât cea de la prima aruncare este:

A $\frac{5}{6}$ B $\frac{5}{12}$ C $\frac{5}{18}$ D $\frac{5}{36}$ E $\frac{5}{72}$

246 Dacă știm că la a doua aruncare s-a obținut un număr mai mare decât cel de la prima aruncare, atunci probabilitatea ca la prima aruncare să fi obținut 3 este:

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{5}$ D $\frac{1}{6}$ E $\frac{1}{12}$

***

2

Analiză matematică

247

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\dots+\frac{n}{n^2}\right)$ este:

A $\frac{1}{2}$ B 4 C 1 D ∞ E 0

248

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\sin\frac{x}{2^n}\right)^{2^n}$ este:

A e B $\frac{2}{x}$ C e^x D e^{-x} E $\frac{1}{e}$

249

$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n}{\ln n}(\sqrt[n]{n}-1)$ este:

A 1 B e C ∞ D 0 E $\dfrac{1}{e}$

250

Se dă șirul cu termeni pozitivi $(a_n)_{n\geq 0}$ prin relațiile:
$a_0=2$; $a_1=16$; $a_{n+1}^2=a_na_{n-1}$, $\forall n\geq 1$. Limita șirului $(a_n)_{n\geq 0}$ este:

A 1 B 2 C 4 D 8 E ∞

251

Fie $a\in\mathbb{R}$, $a>0$ un număr fixat. Se consideră șirurile $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, $(b_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ definite prin
$x_{n+1}=a^{\frac{1}{(n+1)!}}\cdot x_n^{\frac{1}{n+1}}$, $n\geq 1$, $x_1=1$, $\qquad b_n=\prod\limits_{k=1}^{n}x_k$.

Limita $\lim\limits_{n\to\infty}b_n$ este:

A $\sqrt{a}$ B a C a^2 D ∞ E 0

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n + \dfrac{2}{x_n}$, $x_0 = 1$.

252 Limita șirului $(x_n)_{n\geq 0}$ este:

A 0 B 1 C e D ∞ E nu există

253 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{\sqrt{n}}$ este egală cu:

A 1 B 2 C 3 D π E ∞

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$, definit prin relația de recurență $x_{n+1} = e^{x_n} - 1$, $x_0 \in \mathbb{R}$.

254 Numărul valorilor lui x_0 pentru care șirul este constant este:

A 0 B 1 C 2 D 5 E 10

255 Șirul este crescător dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $(-\infty, 0)$ B $[0, \infty)$ C $(-\infty, 0]$ D $(0, \infty)$ E $\mathbb{R}$

256 Dacă $x_0 > 0$, $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A ∞ B 0 C nu există D 1 E $2e$

257 Șirul este convergent dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $\emptyset$ B $\{0\}$ C $(-\infty, 0]$ D $(-\infty, 0)$ E $(0, \infty)$

258 Pentru $x_0 = -1$, $\lim\limits_{n\to\infty} nx_n$ este:

A -2 B -1 C 0 D 1 E nu există

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 1}$ definit prin relația de recurență $x_{n+1} = x_n^2 - x_n + 1, \quad x_1 \in \mathbb{R}$.

259 Dacă $x_{100} = 1$, atunci x_2 este:

A 1 B 0 C -1 D 2 E $\frac{1}{2}$

260 Șirul este convergent dacă și numai dacă x_1 aparține mulțimii:

A $[0,1]$ B $(0,1)$ C $\{0,1\}$ D $\{1\}$ E $[-1,1]$

261 Dacă $x_1 = 2$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_1 x_2 \cdots x_n}{x_{n+1}}$ este:

A 0 B 1 C 2 D $+\infty$ E nu există

262 Dacă $x_1 = 2$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n}\right)$ este:

A 1 B 2 C $\sqrt{2}$ D e E $+\infty$

263 Șirul $(x_n)_{n\geq 0}$, definit prin relația de recurență $x_{n+1} = 2^{\frac{x_n}{2}}, \quad x_0 \in \mathbb{R}$, are limita 2, dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $\{2\}$ B $[-2,2]$ C $(-\infty,2]$ D $[2,4)$ E alt răspuns

Valorile limitelor următoare sunt:

264 $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{2}$

A 1 B 0 C $\dfrac{1}{2}$ D 2 E ∞

265 $\lim\limits_{n\to\infty} (2 - \sqrt[n]{2})^n$

A $\dfrac{1}{2}$ B 0 C 1 D 2 E ∞

266 $\lim\limits_{n\to\infty} (2-\sqrt{2})(2-\sqrt[3]{2})\cdots(2-\sqrt[n]{2})$

A 0 B 1 C 2 D $\sqrt{2}$ E e

267 Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ un șir de numere reale, astfel ca șirul

$$1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - a_n \ln n,$$

$n \geq 1$, să fie mărginit. Limita șirului $(a_n)_{n\geq 1}$ este:

A e B 0 C ∞ D 1 E $\frac{1}{e}$

268

Fie $a \in \mathbb{R}$ astfel încât șirul $(x_n)_{n\geq 1}$,

$$x_n = \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2n-1}\right) - a\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}\right),$$

să fie mărginit. Limita lui este:

A 0 B $\ln 2$ C 2 D $-\ln 2$ E $\frac{1}{2}$

269

Fie $\gamma = \lim\limits_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \ln n\right)$ constanta lui Euler.
Limita $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n}\left(\mathrm{e}^{1+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2n-1}} - 2\,\mathrm{e}^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n}}\right)$ este:

A $-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{\frac{\gamma}{2}}$ B e^{γ} C $-\frac{\gamma}{2}$ D $-\frac{\gamma}{4}$ E $\mathrm{e}^{\frac{\gamma}{2}}$

270

Valoarea limitei $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3n+(-1)^n}{3n-(-1)^n}$ este:

A 3 B 0 C ∞ D 1 E nu există, conform teoremei Stolz-Cesaro

271

$\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{n^3 + 2n^2 + 1} - \sqrt[3]{n^3 - 1}$ este:

A 0 B $\frac{1}{2}$ C $\frac{2}{3}$ D 1 E $\frac{4}{3}$

272

$\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{n^2 - 3n + 1}{n^2 + 1}\right)^{\frac{n^2+n+1}{n+1}}$ este:

A e^6 B e^{-1} C e^{-3} D e^{-2} E e^9

273

$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\ln(1 + e^{2n})}{\ln(1 + e^{3n})}$ este:

A 1 B $\frac{1}{3}$ C 2 D $\frac{2}{3}$ E $\ln 2$

274

$\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{n^2 + 1}{n + 1}\right)^{\frac{n+1}{n^2+1}}$ este:

A 0 B 1 C 2 D e E ∞

275

Limita $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1 - 2 + 3 - 4 + 5 - \cdots - 2n}{3n + 1}$ este:

A $\frac{1}{3}$ B -2 C ∞ D $\frac{2}{3}$ E $-\frac{1}{3}$

276

$\lim\limits_{n\to\infty} \prod\limits_{k=1}^{n} \frac{(k+1)^2}{k(k+2)}$ este:

A 5 B 4 C 1 D 2 E 3

277

$\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{(k+1)\sqrt{k}+k\sqrt{k+1}}$

A 1 B $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$ D ∞ E nu există

278

$\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{2^{k-1}}{(1+2^k)(1+2^{k+1})}$ este:

A $-\frac{1}{3}$ B $-\frac{1}{2}$ C $\frac{1}{3}$ D $\frac{1}{6}$ E $\frac{1}{2}$

279

$\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{2k+1}{k^2(k+1)^2}$ este:

A 0 B $\frac{1}{3}$ C $\frac{2}{3}$ D 1 E $\frac{4}{3}$

280

$\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k a_{k+1}}$, unde (a_k), $k \in \mathbb{N}^*$, $a_1 > 0$, formează o progresie aritmetică cu rația $r > 0$, este:

A ∞ B $\frac{1}{a_1 r}$ C 1 D a_1 E 0

281

Fie $S_n = \sum\limits_{k=2}^{n} \frac{k^2-2}{k!}$, $n \geq 2$. Alegeți afirmația corectă:

A $S_n < 3$ B $S_n > 3$ C $S_n = e$ D $S_n < 0$ E $S_n = e - \frac{1}{2}$

282

Fie $n \in \mathbb{N}^*$ și fie $S_n = \sum\limits_{k=1}^{n} k! \cdot (k^2+1)$. Atunci S_n este:

A $(n+1)! \cdot n$ B $2 \cdot n! \cdot n$ C $(n+1)!$ D $(n+1)! - n! + 1$ E $(n+1)! + n! - 1$

283

$\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{4k^2-1}$

A $\frac{1}{4}$ B $\frac{1}{2}$ C 0 D -1 E nu există

284

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{6}{k(k+1)(k+3)}$$

A $\frac{2}{3}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{7}{6}$ D 1 E $\frac{3}{2}$

285

Limita șirului $(x_n)_{n\geq 0}$, $x_n = \cos\left(\pi\sqrt{4n^2+n+1}\right)$, este:

A $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B $\frac{1}{2}$ C 0 D nu există E 1.

Se consideră șirul $(a_n)_{n\geq 1}$, unde $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \dfrac{n^2-1}{a_n} + 2$, $n \geq 1$.

286

a_2 este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

287

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{n}$ este:

A 1 B 0 C ∞ D 2 E 3

288

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sum_{k=1}^{n} a_k^3}{n^4}$ este:

A $\frac{1}{4}$ B 1 C // 0 D 2 E 4

289

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sum_{k=1}^{n} a_k^k}{n^{n+1}}$ este:

A 0 B e C e^{-1} D e^2 E 1

290

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^n}{e^n n!}$ este:

A 0 B 1 C e D $\sqrt{e}$ E ∞

291

Fie $p \in \mathbb{N}\setminus\{0,1\}$, $q > 0$. Se cere valoarea limitei:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{qn+1}{qn}\,\frac{qn+p+1}{qn+p}\cdots\frac{qn+np+1}{qn+np}.$$

A $\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$ B $\sqrt[p]{\frac{p+q}{q}}$ C $\sqrt[p]{\frac{q}{p+q}}$ D $p\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$ E $p^2\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$

292

Fie x_0 un întreg pozitiv. Se definește șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ prin

$$x_{n+1} = \begin{cases} \dfrac{x_n}{2}, & \text{dacă } x_n \text{ este par,} \\ \dfrac{1+x_n}{2}, & \text{dacă } x_n \text{ este impar,} \end{cases} \qquad n = 0, 1, \ldots$$

Limita șirului $(x_n)_{n\geq 0}$ este:

A 0 **B** 1 **C** ∞ **D** e **E** Nu există pentru unele valori ale lui x_0

293

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a + \sqrt{a} + \sqrt[3]{a} + \cdots + \sqrt[n]{a} - n}{\ln n}, \quad a > 0, \quad \text{este:}$$

A 0 **B** $\ln a$ **C** ∞ **D** e **E** a

294

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{2^k} + \frac{1}{3^k} \right) \text{ este:}$$

A 1 **B** $\frac{7}{2}$ **C** $\frac{8}{3}$ **D** $\frac{3}{2}$ **E** 0

295

Limita $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{C_n^k}{(2n)^k}$ este

A 0 **B** 1 **C** $e^{\frac{1}{2}}$ **D** e^2 **E** ∞

296

Fie $p_n = \displaystyle\prod_{k=1}^{n} \cos(2^{k-1}x)$, $x \neq k\pi$. Atunci $\displaystyle\lim_{n\to\infty} p_n$ este:

A 1 **B** $\dfrac{\cos x}{x}$ **C** 0 **D** $\dfrac{\sin x}{x}$ **E** nu există

297

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{C_n^k}{n2^n + k} \text{ este:}$$

A 0 **B** 1 **C** $\frac{1}{2}$ **D** 2 **E** ∞

298

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{kC_n^k}{n2^n + k} \text{ este:}$$

A 0 **B** 1 **C** $\frac{1}{2}$ **D** 2 **E** ∞

299

$$\lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{\cos n\pi}{n}\right)^n \text{ este:}$$

A ∞ **B** 0 **C** 1 **D** e **E** nu există

300

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1+x^n(x^2+4)}{x(x^n+1)}$, $x>0$ este:

A $\frac{1}{x}$ B ∞ C x D $\frac{x^2+4}{x}$ E alt răspuns

301

$\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \arcsin \dfrac{k}{n^2}$ este:

A 0 B 1 C ∞ D $\frac{1}{2}$ E 2π

302

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 2}$, $x_n = \sqrt[n]{1+\sum\limits_{k=2}^{n}(k-1)(k-1)!}$.

Limita $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{n}$ este:

A ∞ B $\frac{1}{e}$ C 0 D 1 E e

303

Fie $x\in\mathbb{R}$. Notăm cu $\lfloor x\rfloor$ partea întreagă a numărului x. Limita șirului

$$x_n = \frac{\lfloor x\rfloor + \lfloor 3^2x\rfloor + \cdots + \lfloor (2n-1)^2x\rfloor}{n^3}, \quad n\geq 1,$$

este:

A $\frac{x}{2}$ B 1 C 0 D $\frac{3x}{4}$ E $\frac{4x}{3}$

304

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}\ln\left(a^{\frac{n}{1}}+a^{\frac{n}{2}}+\cdots+a^{\frac{n}{n}}\right)$, unde $a\in(1,\infty)$, este:

A $1-\ln a$ B $1+\ln a$ C $2+\ln a$ D $-\ln a$ E $\ln a$

305

Șirul $\sqrt[n]{2^{n\sin 1}+2^{n\sin 2}+\cdots+2^{n\sin n}}$, $n=2,3,\ldots,$ este:

A convergent B mărginit și divergent C nemărginit și divergent
D cu termeni negativi E are limită infinită

306

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\frac{\ln 2}{2}+\frac{\ln 3}{3}+\cdots+\frac{\ln n}{n}}{\ln^2 n}$ este:

A 1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D 2 E nu există

307

Șirul $a_n = 1^9+2^9+\cdots+n^9 - a\,n^{10}$, $a\in\mathbb{R}$, este convergent dacă:

A $a=9$ B $a=10$ C $a=1/9$ D $a=1/10$
E nu există un astfel de a

308

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 1}$, $x_n = ac + (a+ab)c^2 + \cdots + (a+ab+\cdots+ab^n)c^{n+1}$.
Atunci, pentru orice $a, b, c \in \mathbb{R}$ cu proprietățile $|c| < 1$, $b \neq 1$ și $|bc| < 1$, avem:

A (x_n) nu este convergent
B $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$
C $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 1$
D $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \frac{a+bc}{(1-ab)c}$
E $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \frac{ac}{(1-bc)(1-c)}$

309

Pentru numărul natural $n \geq 1$, notăm cu x_n cel mai mare număr natural p pentru care este adevărată inegalitatea $3^p \leq 2008 \cdot 2^n$. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{n}$ este:

A 0
B 1
C $\log_3 2$
D 2008
E Limita nu există

Fie $0 < b < a$ și $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ unde $x_0 = 1$, $x_1 = a + b$,

$$x_{n+2} = (a+b)x_{n+1} - ab\,x_n, \quad n \in \mathbb{N}.$$

310 Dacă $0 < b < a$ și $l = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_{n+1}}{x_n}$ atunci

A $l = a$
B $l = b$
C $l = \frac{a}{b}$
D $l = \frac{b}{a}$
E nu se poate calcula

311 Dacă $0 < b < a < 1$ și $L = \lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=0}^{n} x_k$ atunci:

A $L = 1$
B $L = \frac{1}{(1-a)(1-b)}$
C $L = \frac{2-a-b}{(1-a)(1-b)}$
D $L = \frac{a+b}{(1-a)(1-b)}$
E $L = \frac{a+b-1}{(1-a)(1-b)}$

312

Mulțimea tuturor valorilor lui a pentru care șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin recurența $x_0 = a$, $x_{n+1} = x_n^2 - 4x_n + 6$, este convergent este:

A $\{1\}$
B $[-1, 2]$
C $\{0\}$
D $(0, 1)$
E $[1, 3]$

313

$\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{(p+n)!}{n!n^p} \right)^n$, $p \in \mathbb{N}$ este:

A ∞
B 0
C e
D $e^{1/6}$
E $e^{\frac{p(p+1)}{2}}$

314

Câte șiruri convergente de numere reale $(x_n)_{n\geq 1}$ verifică relația

$$\sum_{k=1}^{10} x_{n+k}^2 = 10,$$

pentru orice $n \in \mathbb{N}$?

A 1
B 10
C 0
D o infinitate
E 2

315

Șirul (x_n), $x_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}$ are limita $\frac{\pi^2}{6}$. Să se calculeze limita șirului (y_n), $y_n = 1 + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)^2}$.

A $\frac{\pi^2}{8}$ B $\frac{\pi^2}{3}$ C $\frac{\pi^2}{16}$ D $\frac{\pi}{3}$ E $\frac{\pi^2}{12}$

316

Fie x_n soluția ecuației $\operatorname{tg} x = x$ din intervalul $\left(n\pi, n\pi + \frac{\pi}{2}\right)$, $n \in \mathbb{N}$. Valoarea limitei

$$\lim_{n\to\infty} n\left(n\pi + \frac{\pi}{2} - x_n\right)$$

este:

A 1 B 0 C $\dfrac{1}{\pi}$ D $\dfrac{\pi}{2}$ E $\dfrac{\pi}{4}$

317

Mulțimea valorilor funcției $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$ este:

A $\left[-1, e^{\frac{1}{e}}\right]$ B $\mathbb{R}$ C $[0, 1]$ D $\left(0, \frac{1}{e}\right) \cup [1, e]$ E $\left(0, e^{\frac{1}{e}}\right]$

318

$\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^x - x^{x^2}}{(1-x)^2}$.

A e B -1 C 1 D $-e$ E 0

319

$\lim\limits_{x\to +0} \left((1+x)^x - 1\right)^x$

A 0 B 1 C e D ∞ E nu există

320

$$\lim_{x\to 0} \frac{x - \overbrace{\sin(\sin(\cdots(\sin x)\cdots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}}}{x^3}$$

A 0 B $n/2$ C $n/3$ D $n/4$ E alt răspuns

321

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(x+\sqrt{2})^{\sqrt{2}} - (x-\sqrt{2})^{\sqrt{2}}}{x^{\sqrt{2}-1}}$.

A $\sqrt{2}$ B $2\sqrt{2}$ C 4 D 0 E alt răspuns

322

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1+ax)^{\frac{1}{x}} - (1+x)^{\frac{a}{x}}}{x}$, $\quad a \in \mathbb{R}$.

A $\frac{a(1-a)}{2}$ B $a(1-a)$ C 0 D $a\,e$ E $\frac{a(1-a)}{2}e^a$

323

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\arcsin(\sin x)}{x}$

A 0 B 1 C ∞ D $-\infty$ E nu există

324

$\lim\limits_{x\to 0} x\left\lfloor \frac{1}{x}\right\rfloor$ este:

A 0 B ∞ C nu există D -1 E 1

325

$\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sin\left(ax^2+bx+c\right)}{x^2-1}$, unde $a,b,c\in\mathbb{R}$ astfel încât $a+b+c=\pi$, este:

A $a+b$ B $\pi-a-b$ C $2a+b$ D $-\frac{2a+b}{2}$ E $2(a+b)$

326

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x-\sin x}{x+\sin x}$ este:

A 0 B 1 C nu există D $\frac{1}{2}$ E ∞

327

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{\sqrt[3]{x+8}-2}$

A 3 B $\frac{1}{3}$ C $\frac{2}{3}$ D nu există E 0

328

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sum\limits_{k=1}^{m} \operatorname{arctg} k^2x}{\sum\limits_{k=1}^{m} \ln(1+k^3x)}$

A $\frac{m(m+1)}{m+2}$ B $\frac{2}{3}\frac{2m+1}{m(m+1)}$ C $\frac{(m+1)(2m+1)}{2m^2}$ D 0 E $\frac{\pi}{2e}$

329

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{a_1^x a_2^{2x}\cdots a_n^{nx}-1}{x}$, $\quad a_1,a_2,\ldots,a_n>0,\quad$ este:

A $\ln(a_1a_2\cdots a_n)$ B $\ln a_1+\ln a_2+\cdots+\ln a_n$ C $\ln(a_1a_2^2\cdots a_n^n)$ D $e^{a_1+2a_2+\cdots+na_n}$ E $e^{a_1+a_2+\cdots+a_n}$

330

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\left(2x+\sqrt{x^2-1}\right)^n+\left(2x-\sqrt{x^2-1}\right)^n}{x^n}$

A 2^n B 2^n-3^n C 1 D 3^n+1 E 0

331

$\lim\limits_{x\to\infty} \left(x-x^2\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\right)$

A ∞ B $-\infty$ C 0 D 1 E $\frac{1}{2}$

332

$\lim\limits_{x\to\infty} \left(x-\sqrt{x^2+x+1}\right)$

A -1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D $-\frac{1}{2}$ E 1

333 $\lim\limits_{x\to 0} xe^{-\frac{1}{x}}$

A 0 B e C $-\infty$ D nu există E 1

334 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(x\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x - ex\right)$

A $-\dfrac{e}{2}$ B e C 0 D ∞ E $2e$

Valoarea limitelor:

335 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x^n - \sin^n x}{x^{n+2}}$, $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$;

A ∞ B 0 C $-\frac{n}{6}$ D $\frac{n}{6}$ E 1

336 $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{\sin x} - \dfrac{1}{e^x-1}\right)$.

A e B $\dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{e}{2}$ D $-\dfrac{1}{2}$ E 0

337 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{tg}(\sin x) - x}{x^3}$

A $1/3$ B $1/6$ C ∞ D -1 E $\pi/2$

338 $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{a^x+b^x+c^x}{3}\right)^{\frac{1}{x}}$, $a,b,c>0$,

A $\sqrt[3]{abc}$ B nu există C $\ln abc$ D $\frac{a+b+c}{3}$ E 1

339 $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e}\right)^{\frac{1}{x}}$

A 1 B 0 C e D $\sqrt{e}$ E $\frac{1}{\sqrt{e}}$

340 $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\cos x}{\cos 2x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

A 1 B e^2 C $e^{\frac{3}{2}}$ D $e^{\frac{1}{2}}$ E e^3

341 $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}\right)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$

A $\sqrt[3]{2}$ B $\sqrt[3]{e}$ C e D e^{-1} E $e^{\frac{3}{2}}$

342

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(x-\sqrt{x^2+x+1}\,\dfrac{\ln(e^x+x)}{x}\right)$ este:

A 0 B 1 C -1 D $-\frac{1}{2}$ E ∞

343

$\lim\limits_{x\to 0}(a^x+x)^{\frac{1}{\sin x}}$, $a>0$, este:

A ae B $e^{\ln a}$ C a D 1 E e^a

344

$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\left(x^2\right)^{\frac{1}{\ln x}}$

A 0 B e^2 C 1 D 2 E nu există

345

$\lim\limits_{n\to\infty} n^2\cdot\left(e^{\frac{1}{n+1}}-e^{\frac{1}{n}}\right)$:

A -1 B 1 C $-\infty$ D Limita nu există E e

346

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\lim\limits_{x\to 0}\left(1+\operatorname{tg}^2(x)+\operatorname{tg}^2(2x)+\cdots+\operatorname{tg}^2(nx)\right)^{\frac{1}{n^3x^2}}\right)$ este:

A $e^{\frac{1}{3}}$ B e^3 C $\frac{1}{e}$ D 1 E ∞

347

Dacă $|a|>1$, atunci limita $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{1+a^n}$ are valoarea:

A 0 B 1 C 2 D ∞ E limita nu există, pentru $a<-1$

348

Pentru ce valori ale parametrilor reali a și b avem $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}+\sqrt{x^2+2x+2}-ax-b\right)=0$?

A $a=b=1$ B $a=b=-1$ C $a=2,\ b=1$ D $a=1,\ b=2$ E $a=2,\ b=\frac{3}{2}$

Se consideră funcția $f\colon D\to\mathbb{R}$, $f(x)=\arcsin\left(x-\sqrt{1-x^2}\right)$, unde D este domeniul maxim de definiție.

349 Mulțimea punctelor de continuitate ale funcției este:

A $[-1,1]$ B $(-1,1)$ C $(0,1)$ D $[0,1]$ E alt răspuns

350 Mulțimea punctelor de derivabilitate ale funcției este:

A $[-1,1]$ B $[0,1]$ C $[0,1)$ D $(0,1)$ E alt răspuns

351 Mulțimea punctelor în care funcția are derivată este:

A $[-1,1]$ B $[0,1]$ C $[0,1)$ D $(0,1]$ E alt răspuns

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o funcție continuă. Ce concluzie se poate trage asupra funcției f dacă:

352 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ și $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

A f este strict crescătoare B f este injectivă C f este surjectivă D f este inversabilă E f nu este injectivă

353 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

A f este descrescătoare B f este injectivă C f este surjectivă D f este inversabilă E f nu este injectivă

354 f este injectivă.

A f este surjectivă B f este strict monotonă C f are cel puțin două zerouri D f este inversabilă E f este o funcție impară

355

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(e^x + x)^{n+1} - e^{(n+1)x}}{xe^{nx}}$, $n > 0$, este:

A 1 B $n+1$ C 0 D ∞ E e

356

Funcția f definită prin $f(x) = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x^2e^{nx} + x}{e^{nx} + 1}$

A este definită numai pentru $x \leq 0$ B este definită și continuă pe $\mathbb{R}$ C este definită și derivabilă pe $\mathbb{R}$ D este definită pe $\mathbb{R}$ dar nu este continuă pe $\mathbb{R}$ E este definită numai pentru $x = 0$

357

Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x^n + x}{x^{2n} + 1}$.
Care din afirmațiile de mai jos sunt adevărate?

A f nu e bine definită pe $(-\infty, -1)$ căci limita nu există. B f este continuă în 1. C singurul punct de discontinuitate este $x = 1$. D f are limită în $x = -1$. E f continuă pe $(-\infty, 1)$.

358

Mulțimea punctelor de continuitate ale funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \lim_{n\to\infty} \frac{1 + x^{2n}}{1 + x + x^2 + \cdots + x^{2n}}$$

este:

A $\mathbb{R}$ B $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ C $\mathbb{R}^*$ D $\mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$ E $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

359

Ecuația $x^2 + 1 = me^{-\frac{1}{x}}$, unde m este un parametru real, are trei soluții reale și distincte dacă:

A $m = -1$ B $m = 2e$ C $m = \pi$ D $m = 3\sqrt{2}$ E $m = 7$

360

Ecuația $m\, e^{\frac{2}{x-1}} = x,\ m \in \mathbb{R},$ are două rădăcini reale și distincte dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $(0,\infty)$ B $(1,\infty)$ C $(-\infty,1)$ D $(0,1)$ E $(-1,1)$

361

Fie funcția $f(x) = \dfrac{|x^3-1|}{ax^2+bx}$. Valorile numerelor reale a și b pentru care dreapta $y = x+4$ este asimptotă la ∞ sunt:

A $a = 4; b = 1$ B $a = 1; b = -4$ C $a = -4; b = 1$ D $a = 1; b = 4$
E $a = -1; b = -4$

Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{(x+1)^3}{x^2-x+1}$.

362 Ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul în care graficul funcției intersectează axa Oy este:

A $y - 2x + 1 = 0$ B $2y - 2x + 1 = 0$ C $y - 4x - 1 = 0$ D $4y - x + 1 = 0$
E $4y - 4x + 1 = 0$

363 Ecuația normalei la graficul funcției f în punctul în care graficul funcției intersectează axa Oy este:

A $2y - 2x + 1 = 0$ B $\frac{1}{4}y - 2x + 1 = 0$ C $y - x + 1 = 0$ D $y + \frac{1}{4}x - 1 = 0$
E $4y - x + 1 = 0$

364

Fie polinomul $P(x) = ax^3 + x^2 - bx - 6,\ a, b \in \mathbb{R}$. Valorile lui a și b pentru care polinomul $P(x+1) + P'(x)$ este divizibil cu $x - 1$ și $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{P(x)}{x(bx+1)(x-1)} = \dfrac{1}{3}$ sunt:

A $a = -1,\ b = 2$ B $a = 1,\ b = 0$ C $a = 3,\ b = \frac{1}{2}$ D $a = 0,\ b = 0$
E nu există astfel de a și b

365

Funcția $f(x) = \dfrac{1}{1 - e^{\frac{1}{x}}},\ x \in (0,\infty)$, admite asimptota oblică de ecuație:

A $y = -x - 1$ B $y = -x + \frac{1}{2}$ C $y = -x + 1$ D $y = -x$ E $y = x$

366

Fie $f : D \to \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{x^2 + bx + 2}{x^2 + 2x + c}$, D-domeniul maxim de definiție al lui f. Mulțimea tuturor valorilor $(b,c) \in \mathbb{R}^2$ pentru care funcția f are o singură asimptotă verticală și graficul lui f nu intersectează asimptota orizontală este:

A $\{(b,c) \in \mathbb{R}^2 | b \neq 0,\ c = 1\}$ B $\{(b,c) \in \mathbb{R}^2 | c = 1\}$
C $\{(b,c) \in \mathbb{R}^2 | b = 3,\ c = 1\}$ D $\{(b,c) \in \mathbb{R}^2 | c = 1,\ b = 2 \text{ sau } c = 1,\ b = 3\}$
E nici unul din răspunsurile anterioare nu e corect

367 Graficul funcției $f : \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{2x-3}$ admite:

A o asimptotă verticală și una orizontală
B o asimptotă verticală și una oblică
C o asimptotă orizontală și una oblică
D o asimptotă verticală și două oblice
E o asimptotă verticală și două orizontale

Fie $f : [0,\infty) \setminus \{1,2\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{mx-3}{x^2-3x+2}$, unde m este un parametru real.

368 Numărul asimptotelor funcției f este:

A 1 B 2 C 3 D 4
E numărul asimptotelor depinde de m.

369 Numărul valorilor întregi ale parametrului m pentru care f are trei puncte de extrem este:

A infinit B 4 C 3 D 2 E 1

370 Valorile lui $m \in R$ astfel încât $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{(m-1)^2x^2+1}}{3x+2} = -1$ sunt:

A $-2,\ 4$ B $-1,\ 3$ C $2,\ 3$ D $-1,\ 4$ E $-2,\ 2$

371 Funcția $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x-a}{x^2-b}$, $a, b \in \mathbb{R}$, are pe domeniul maxim de definiție două asimptote verticale dacă și numai dacă:

A $a = b = 0$ B $a = 1,\ b = -1$ C $a = b = 1$ D $a = 2,\ b = 1$ E $b > 0,\ a^2 \neq b$

372 Abscisele punctelor în care graficele funcțiilor $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = x^6 \quad \text{și} \quad g(x) = 2x^5 - 2x - 1$$

sunt tangente sunt:

A $\frac{1\pm\sqrt{2}}{2}$ B $\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$ C $\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ D nu există E 0

373 Egalitatea

$$\operatorname{arctg} a + \operatorname{arctg} b = \operatorname{arctg} \frac{a+b}{1-ab}$$

are loc dacă și numai dacă numerele reale a și b satisfac condiția:

A $ab > 1$ B $ab < 1$ C $ab \neq 1$ D $ab > 0$ E $b = 0,\ a \in \mathbb{R}$

374 Numărul de valori ale parametrului real $a \in [0,1]$ pentru care funcția $f : [0,1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - |x-a|$, este convexă pe $[0,1]$ este:

A 0 B 1 C 2 D 4 E infinit

375 Fie $Q(x)$ câtul împărțirii polinomului $P(x) = 99(x^{101} - 1) - 101\,x(x^{99} - 1)$ la $(x-1)^3$. Valoarea $Q(1)$ este:

A 9999 B 18000 C 5050 D 3333 E alt răspuns

376 Funcția $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este derivabilă și sunt verificate condițiile:
$f(0) = 2,\ \ f'(x) = 3\,f(x),\ \ \forall x \in \mathbb{R}$. Valoarea $f(\ln 2)$ este:

A 2 B 4 C 6 D 16 E 32

377 Care dintre următoarele afirmații este adevărată pentru orice funcție $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ care are derivată strict pozitivă?

A f este crescătoare pe $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ B f este crescătoare pe $(0, \infty)$
C f este descrescătoare D f este mărginită E f este convexă

378 O funcție polinomială neconstantă $P\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, este strict crescătoare dacă și numai dacă:

A $P'(x) \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ B $P'(x) > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ C $P'(x) \leq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$
D $P''(x) \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ E $P''(x) > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

Se consideră funcția $f\colon\ [-2, 1] \to M,\ M \subset \mathbb{R},\quad f(x) = \left|x^3 + x^2\right|$.

379 Numărul punctelor de extrem ale funcției f este:

A 5 B 3 C 2 D 1 E 4

380 f este surjectivă pentru M egal cu:

A $[0, 4]$ B $[0, \infty)$ C $[0, 2]$ D $[0, 27]$ E $\mathbb{R}$

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x(x+1)(x+2)\cdots(x+2019)$ și fie $g = f \circ f \circ f$.

381 $f'(0)$ este:

A $2019!$ B 0 C $2018!$ D $2019! + 2018!$ E $2019! - 2018!$

382 $g'(0)$ este:

A $2019!^3$ B 2019^3 C 2019^2 D $2019!^2$ E $2019!$

383 Numărul punctelor de extrem ale funcției $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$ este:

A 9 B 7 C 5 D 3 E alt răspuns

384

Să se studieze derivabilitatea funcției $f:[1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}}$.

A f derivabilă pe $(2,\infty)$
B f are în $(5,0)$ punct de întoarcere
C f are în $(5,0)$ punct unghiular
D f este derivabilă în $x=5$
E f este derivabilă numai pe $(5,\infty)$

385

Dacă $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt[5]{\frac{1}{6}x^3-x+\sin x}$, atunci $f'(0)$ este:

A $1/\sqrt[5]{120}$ B $-1/\sqrt[5]{120}$ C ∞ D nu există E $-\infty$

386

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x^2\sin\frac{1}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$. Care din afirmațiile următoare este adevărată?

A f nu e continuă în 0
B f este derivabilă în 0
C f nu are limită în 0
D $\exists \lim\limits_{x\to 0} f'(x)$
E f are limită la $+\infty$, egală cu 1, și la $-\infty$, egală cu -1

387

Se consideră funcția $f:D\to\mathbb{R}$, $f(x)=\operatorname{arctg}\sqrt{x^2-1}+\arcsin\frac{1}{x}$, unde D este domeniul maxim de definiție al funcției f. Mulțimea valorilor funcției f este:

A $\left(-\infty,\frac{\pi}{2}\right]$ B $\mathbb{R}$ C $\left(-\frac{\pi}{2},\infty\right)$ D $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ E $\left(-\infty,-\frac{\pi}{2}\right]\cup\left[\frac{\pi}{2},\infty\right)$

Se consideră funcția $f:D\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln(1+\sqrt{|x|}-x)$, unde D este domeniul maxim de definiție.

388

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{\sqrt{|x|}}$ este:

A 0 B 1 C -1 D e E ∞

389

$f'(\frac{1}{4})$ este:

A 0 B 1 C -1 D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{1}{2}$

390

Numărul punctelor de extrem local ale funcției f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

391

Valoarea lui a pentru care funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x|x-a|$, este derivabilă pe $\mathbb{R}$ este:

A $a=1$ B $a=-1$ C $a=0$ D $a=2$ E $a=-2$

392

Fie g și h două funcții derivabile pe $\mathbb{R}$ și $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=g(x)|h(x)|$. Dacă $h(x_0)=0$, atunci funcția f este derivabilă în x_0 dacă și numai dacă:

A $h'(x_0)=0$ B $g(x_0)>0$ C $g(x_0)=0$ D $g(x_0)h'(x_0)=0$ E alt răspuns

393

Funcția $f : [0,2] \to \mathbb{R}$ $f(x) = \begin{cases} \dfrac{ax}{x^2+b}, & 0 \le x \le 1 \\ \ln(x^2-3x+3)+2x, & 1 < x \le 2 \end{cases}$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, $a > 0$, este o funcție derivabilă pentru:

A $a = 6,\ b = 2$ B $a = 8,\ b = 3$ C $a = 8,\ b = 30$ D $a = 10,\ b = 4$ E $a - 2b = 1$

394

Derivata funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[6]{x^2}$, în punctul zero, este:

A ∞ B 0 C $1/3$ D 1 E nu există

395

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x$. Valoarea lui $(f^{-1})'(3)$ este:

A 1 B -1 C $\frac{1}{3}$ D -2 E $\frac{1}{5}$

396

Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2 + \alpha x + \beta}{x - 1}$, unde $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Valorile lui α și β pentru care f admite un extrem în punctul $M(0,1)$ sunt:

A $\alpha = 1,\ \beta = -1$ B $\alpha = 0,\ \beta = 1$ C $\alpha = \beta = 2$ D $\alpha = 3,\ \beta = -1$
E $\alpha = -1,\ \beta = 1$

397

Se consideră funcția $f : [-1, \infty) \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} -\ln(x^2 + x + 1) & ; \quad -1 \le x \le 0 \\ \sqrt{x|x^2 - 4|} & ; \quad x > 0 \end{cases}.$$

Notăm cu α numărul punctelor de extrem, cu β numărul punctelor unghiulare și cu γ numărul punctelor de întoarcere ale funcției f. Atunci:

A $\alpha = 5,\ \beta = 0,\ \gamma = 2$ B $\alpha = 5,\ \beta = \gamma = 1$ C $\alpha = 5,\ \beta = 2,\ \gamma = 0$
D $\alpha - \beta = 4,\ \beta - \gamma = 1$ E $\alpha = 4,\ \beta = 0,\ \gamma = 2$

398

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(1 + x^2) - x$. Care din următoarele afirmații sunt adevărate?

A f e strict pozitivă pe $\mathbb{R}$ B f e strict crescătoare pe $\mathbb{R}$
C f e strict negativă pe $\mathbb{R}$ D f verifică inegalitatea $f(x) > 0$, $\forall x \in (-\infty, 0)$
E f verifică inegalitatea $f(x) > 0$, $\forall x \in (0, \infty)$

399

Derivata de ordinul 100, $\left(x^{99} \ln x\right)^{(100)}$, $x > 0$, este:

A $100!x$ B $\dfrac{100!}{x}$ C $-100!x$ D $99!x$ E $\dfrac{99!}{x}$

400

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + 4$. Valoarea lui $(f^{-1})'(4)$ este:

A 0 B 1 C $\frac{1}{4}$ D $\frac{1}{116}$ E $\frac{1}{68}$

401 Dacă $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este o funcție cu derivata de ordinul al doilea continuă astfel încât $f(2)=f'(2)=f''(2)=2$, iar funcția $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este definită prin $g(x)=f\left(\sqrt{x^2+3}\right)$, atunci:

A $g(1)=g'(1)=2$ B $g'(1)=\sqrt{2}$ C $g(1)+g''(1)\in\mathbb{N}$ D $g'(1)=g''(1)=1$
E $g'(1)=1,\ g''(1)=\frac{5}{4}$

Fie funcția f dată prin $f(x)=\frac{2}{x^2-1}$

402 Mulțimea rădăcinilor derivatei de ordinul doi a funcției este:

A $\{0\}$ B $\{-1;0;1\}$ C $\emptyset$ D $\{0;2\}$ E $\{0;1\}$

403 Mulțimea rădăcinilor derivatei de ordinul trei a funcției este:

A $\{0\}$ B $\{-1;0;1\}$ C $\emptyset$ D $\{0;2\}$ E $\{0;1\}$

Fie $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ o funcție de două ori derivabilă astfel încât $f''(x)=\dfrac{1}{x},\ \forall x>0$ și $f(1)=f'(1)=0$.

404 $f'(x)$ are expresia:

A $-\frac{1}{x^2}$ B $1-\frac{1}{x^2}$ C $\frac{1}{x^2}-1$ D $\ln x$ E Alt răspuns

405 $f(x)$ are expresia:

A $\frac{2}{x^3}$ B $\frac{2}{x^3}-2$ C $x\ln x-x$ D $x\ln x+x-1$ E Alt răspuns

406 Numărul soluțiilor reale ale ecuației $\ln x=1-\frac{1}{x}$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E Alt răspuns

Se dă funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=2^{x^4}+2^{x^2-1}$.

407 Care este valoarea lui $f(-1)$?

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

408 Care este soluția inecuației $f(x)\le 3$?

A $\emptyset$ B $[-1,1]$ C $(-\infty,-1]\cup[1,\infty)$ D $(-\infty,-1]$ E alt răspuns

409 Numărul punctelor de extrem local ale funcției f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

Se consideră funcția $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 e^{-x^2}$.

410 Suma pătratelor absciselor punctelor de inflexiune ale graficului funcției este egală cu:

A 25 B 1 C $5+\sqrt{17}$ D 5 E $5-\sqrt{17}$

411 Aria mărginită de graficul funcției f', dreptele $x=-2, x=1$ și axa OX este egală cu:

A $\frac{1}{e}-\frac{4}{e^2}$ B $\frac{4}{e^2}-\frac{1}{e}$ C $\frac{3}{e}-\frac{4}{e^4}$ D 1 E alt răspuns

412 Funcția $f:(-1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\alpha x^2+1-\ln(1+x)$, $\alpha\in\mathbb{R}$, are două puncte de extrem local pentru:

A $\alpha=-2$ B $\alpha=-1$ C $\alpha\in(-2,-1)$ D $\alpha>2$ E $\alpha<-2$

413 Se dă funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x(x^2+6x+m)$, unde m este un parametru real. Funcția f admite puncte de extrem pentru:

A $m\in(-\infty,10]$ B $m\in(10,\infty)$ C $m\in\mathbb{R}$ D $m\in(-\infty,10)$ E $m\in[10,\infty)$

414 Inegalitatea $a^x\geq x+1$ are loc pentru orice $x\in\mathbb{R}$ dacă și numai dacă:

A $a=1$ B $a=e$ C $a>1$ D $a>e$ E $a<e$

415 Dacă ecuația $a^x=x$, cu $a>1$ are o singură soluție reală atunci:

A $a=\frac{1}{e}$ B $a=e$ C $a=e^{\frac{1}{e}}$ D $a=e^e$ E $a=\frac{1}{e^e}$

416 Mulțimea valorilor pozitive ale lui a pentru care ecuația $a^x=x+2$, are două soluții reale este:

A $(1,\infty)$ B $(0,1)$ C $(\frac{1}{e},e)$ D $(\frac{1}{e^e},e^e)$ E $(e^{\frac{1}{e}},\infty)$

417 Mulțimea valorilor pozitive ale lui a pentru care inegalitatea $a^x\geq x^a$, are loc pentru orice $x>0$ este:

A $\{e\}$ B $(0,1)$ C $(1,\infty)$ D $(\frac{1}{e},1)$ E $(1,e)$

418 Funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x^2-2x+2}+\sqrt{x^2+2x+2}$ are proprietatea:

A este crescătoate pe $\mathbb{R}$
B este descrescătoare pe $(-\infty,0]$ și crescătoare pe $[0,\infty)$
C este impară
D $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=2$
E graficul funcției f intersectează axa Ox într-un punct.

419

Să se determine un punct $P(x_0, y_0)$ pe curba a cărei ecuație este $y = (x-2)\sqrt{x}$, $x > 0$, în care tangenta să fie paralelă cu dreapta de ecuație $2y = 5x + 2$.

A $P(4,4)$ B $P(9,21)$ C $P(1,-1)$ D $P(2,0)$ E $P(3,\sqrt{3})$

420

Ecuația tangentei comune la graficele funcțiilor $f, g\colon \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$, $g(x) = \dfrac{1}{x}$ este:

A $y = -4x - 1$ B $y = -x - 4$ C $y = -2x - 4$ D $y = -4x - 4$
E graficele nu admit tangentă comună

421

Funcțiile $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + \sqrt{x^2 + a}$ și $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 + 1$ sunt tangente (au o tangentă comună într-un punct comun) dacă:

A $a = 1 + e$ B $a = 0$ C $a = 1$ D $a = e - \pi$ E $a = -1$

422

Ecuația tangentei la graficul funcției $f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{2x-1}{x+1}}$ în punctul de abscisă $x = 2$ este:

A $x - 7y - 2 = 0$ B $x - 6y - 2 = 0$ C $x - 5y - 2 = 0$ D $x - 4y - 2 = 0$
E $x - 3y - 2 = 0$

423

Graficele funcțiilor $f(x) = ax^2 + bx + 2$ și $g(x) = \dfrac{x-1}{x}$ au tangentă comună în punctul de abscisă $x_0 = 1$ dacă:

A $a + b = -1$ B $a = 0,\ b = 1$ C $a = 1,\ b = -2$ D $a = 3,\ b = -5$
E $a = 3,\ b = -4$

424

Tangenta la graficul funcției $f(x) = (a\sin x + b\cos x)e^x$ în punctul $(0, f(0))$ este paralelă cu prima bisectoare, dacă:

A $a = b = 1$ B $a = 2,\ b = 1$ C $a - b = 1$ D $a + b = 1$ E $a^2 + b^2 = 1$

425

Fie x_1 cea mai mică rădăcină a ecuației $x^2 - 2(m+1)x + 3m + 1 = 0$. Atunci $\lim\limits_{m\to\infty} x_1$ este:

A 1 B $\dfrac{3}{2}$ C 0 D $-\dfrac{1}{2}$ E -1

426

Mulțimea valorilor paramentrului real a pentru care ecuația $ax - \ln|x| = 0$ are trei rădăcini reale distincte este:

A $(-\infty, 0)$ B $(0,1)$ C $(-e^{-1}, 0) \cup (0, e^{-1})$ D (e^{-1}, ∞) E $\emptyset$

Fie funcția $f : (-\infty, -1) \bigcup (-1, 1) \bigcup (1, \infty) \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = 2 \operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} \frac{2x}{1 - x^2}.$$

427 $\lim_{x \to \infty} f(x)$ este:

A π B 0 C $\frac{\pi}{2}$ D -1 E ∞

428 Mulțimea valorilor funcției este:

A $\{-\pi, 0, \pi\}$ B $\{0\}$ C $\mathbb{R}$ D $(-1, \infty)$ E $(0, \infty)$

429 Mulțimea valorilor lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care este adevărată egalitatea

$$2 \operatorname{arctg} x + \arcsin \frac{2x}{1 + x^2} = \pi$$

este:

A $(0, \infty)$ B $(-\infty, -1) \cup [1, \infty)$ C $[1, \infty)$ D $[-1, 1]$ E $[2, \infty)$

Fie $f(x) = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2x}{1+x^2} + \operatorname{arctg} |x|$.

430 Domeniul maxim de definiție al funcției este :

A $[-1, 1]$ B $(-1, 1)$ C $\mathbb{R}$ D $\mathbb{R}^*$ E $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

431 $f(\pi)$ este:

A 1 B $\frac{\pi}{4}$ C π D $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E $\frac{\pi}{2}$

432 Funcția este strict descrescătoare pe:

A $\mathbb{R}$ B $(-1, 0)$ C $(0, 1)$ D $(-\infty, -1/5)$ E $(-\infty, -1]$

433 Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^*$ o funcție care admite primitive și verifică relațiile $\cos f(x) = 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ și $|f(\pi) - \pi| \leq \pi$. $f(100)$ este:

A 16π B 8π C 4π D 2π E 0

434 O primitivă a funcției $f : (0, 1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x - x^2}}$, este:

A $\arccos \sqrt{x}$ B $\arcsin \sqrt{x}$ C $\arccos \frac{1}{x}$ D $\arcsin \frac{1}{\sqrt{x}}$ E $\operatorname{arctg} \sqrt{x}$

435

Mulțimea primitivelor funcției $f : \left(\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x}{\cos^2 x}$, este:

A $x \operatorname{ctg} x + \ln \cos x + c$ B $-x \operatorname{ctg} x + \ln \cos x + c$ C $x \operatorname{tg} x + \ln \cos x + c$
D $-x \operatorname{tg} x - \ln(-\cos x) + c$ E $x \operatorname{tg} x + \ln(-\cos x) + c$

436

Mulțimea primitivelor funcției $f : \left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{\sin x}{1 + \sin x}$, este:

A $x + \operatorname{tg} \frac{x}{2} + c$ B $\frac{1}{1+\operatorname{tg} \frac{x}{2}} + c$ C $x + 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + c$ D $\frac{2}{1+\operatorname{tg} \frac{x}{2}} + c$ E $x + \frac{2}{1+\operatorname{tg} \frac{x}{2}} + c$

437

O primitivă a funcției $f\colon (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{e^x}{\sqrt{e^{2x} - 1}}$ este:

A $\arcsin e^x$ B $\arccos e^x$ C $\operatorname{arctg} x$ D $\ln\left(e^x + \sqrt{e^{2x} - 1}\right)$ E $2\sqrt{e^{2x} - 1}$

438

Mulțimea primitivelor funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{e^x + 1}}$ este:

A $\ln \frac{\sqrt{e^x+1}-1}{\sqrt{e^x+1}+1} + c$ B $\ln \frac{1}{\sqrt{e^x+1}+1} + c$ C $2\sqrt{e^x + 1} + c$
D $-\ln\left(\sqrt{e^{-x} + 1} + e^{-x/2}\right) + c$ E $\ln\left(\sqrt{e^x + 1} - e^x\right) + c$

439

Mulțimea primitivelor funcției $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{x(x^3 + 1)}$ este:

A $\ln x - \ln(x^3 + 1) + c$ B $\ln \frac{x^3}{x^3+1} + c$ C $\frac{1}{3} \ln \frac{x^3}{x^3+1} + c$
D $\ln x + \operatorname{arctg} x + c$ E $\ln x \ \ln(x + 1) + c$

440

Mulțimea primitivelor funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{e^x\left(x^2 - 2x + 1\right)}{\left(x^2 + 1\right)^2}$ este:

A $e^x \operatorname{arctg} x + c$ B $e^x\left(1 + x^2\right)^{-1} + c$ C $\frac{xe^x}{x^2+1} + c$ D $\frac{x^2e^x}{x^2+1} + c$ E $\frac{(x+1)e^x}{x^2+1} + c$

441

Mulțimea primitivelor funcției $f : (-\infty, -1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{x\sqrt{x^2 - 1}}$ este:

A $\arccos \frac{1}{x} + c$ B $\arcsin \frac{1}{x} + c$ C $-\operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} + c$ D $\ln \sqrt{x^2 - 1} + c$
E $\operatorname{arctg} \frac{1}{x} + c$

442

Mulțimea primitivelor funcției $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{e^x + \cos x}{e^x + \cos x + \sin x},$$

este:

A $\ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$ B $x + \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$
C $\frac{x}{2} + \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$ D $\frac{1}{2}[x + \ln(e^x + \cos x + \sin x)] + c$
E $\frac{x}{2} - \frac{1}{2} \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$

443 $\displaystyle\int_{-2}^{0} \frac{x}{\sqrt{e^x + (x+2)^2}}\,\mathrm{d}x$ este:

A -1 B -2 C $-e$ D $2-e$ E alt răspuns

444 $\displaystyle\int_{0}^{1} \frac{x^2+1}{x^4+1}\,\mathrm{d}x$

A $\frac{5\pi}{6\sqrt{2}}$ B $\frac{7\pi}{6\sqrt{2}}$ C $\frac{3\pi}{4\sqrt{2}}$ D $\frac{4\pi}{3\sqrt{2}}$ E $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$

445 Funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$
are primitive dacă și numai dacă:

A $a=0$ B $a=1$ C $a=-1$ D $a>0$ E $a<0$

446 Fie $F\colon \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$ astfel ca: $F'(x) = \frac{1}{x}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}^*$, $F(-1) = 1$ și $F(1) = 0$. Atunci $F(e) + F(-e)$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E nu există o astfel de funcție F

Fie F o primitivă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = e^{x^2}$.

447 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{xF(x)}{e^{x^2}}$ este:

A 0 B 1 C $\frac{1}{2}$ D ∞ E e

448 $\displaystyle\lim_{x\to \infty} \frac{xF(x)}{e^{x^2}}$ este:

A ∞ B 1 C $\frac{1}{2}$ D 0 E e

449 Integrala $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{(x+3)\sqrt{x+3}}\,\mathrm{d}x$ este:

A $-\frac{1}{16} - \ln\frac{15}{16}$ B $\ln 3 - 1$ C $\ln\frac{3}{4} - 1$ D $-\frac{1}{4} + \operatorname{arctg}\frac{1}{4}$ E $\frac{1}{4}$

450 $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x}\int_0^x \frac{\mathrm{d}y}{2+\cos y}$

A 0 B nu există C $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E ∞

451

$$\int_{-5}^{5} (2x-1)\,\mathrm{sgn}\,x \;\mathrm{d}x$$

A 0 B -50 C 10 D 15 E 50

452

$$\int_{0}^{2} \frac{2x^3-6x^2+9x-5}{(x^2-2x+5)^n}\,\mathrm{d}x$$

A 1 B -1 C 0 D $\frac{2}{n}$ E $\frac{n}{2}$

453

$$\int_0^1 \frac{2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x$$

A $\dfrac{\pi}{4}+1$ B $\pi+\dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{1}{2}$ D $\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{3}{2}$ E $\pi+\dfrac{1}{4}$

454

$$\int_0^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{3-x}}\,\mathrm{d}x \text{ este:}$$

A $\frac{3}{2}$ B $\frac{2}{3}$ C $\frac{4}{3}$ D $\frac{3}{4}$ E $\frac{5}{3}$

455

$$\int_{3}^{8} \frac{\mathrm{d}x}{x-1+\sqrt{x+1}}$$

A $\frac{2}{3}\ln\frac{25}{8}$ B $\ln 3$ C 5 D $\sqrt{11}$ E $3\,\mathrm{arctg}\,\sqrt{3}-2$

456

$$\int_{\sqrt{e}}^{e} \frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x \text{ este:}$$

A $\frac{3}{8}$ B $\frac{3}{4}$ C $\frac{e}{2}$ D $\frac{2}{e}$ E $\frac{1}{8}$

457

Dacă funcția polinomială $P\colon \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ verifică egalitățile:

$P(1)+\cdots+P(n)=n^5,\quad n=1,2,\ldots,$ atunci integrala $\displaystyle\int_0^1 P(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{1}{4}$ D 1 E 0

458

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{x\sin x}{\cos^3 x}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{1}{2}-\frac{\pi}{2}$ B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$ D $\frac{\pi}{2}-1$ E $\frac{\pi}{8}-2$

459 Să se calculeze $\int_0^{2\pi} \sin(mx)\cos(nx)\,\mathrm{d}x$, unde m și n sunt două numere întregi.

A 0 B $m\pi$ C π D 1 E $(n+m)\pi$

460 $\int\limits_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}}\,\mathrm{d}x$

A $\operatorname{arctg}\ e$ B $\frac{\pi}{2}$ C $\operatorname{arctg}\ e - \frac{\pi}{4}$ D 0 E $\operatorname{arctg}\ e + \pi$

461 $\int\limits_{-1}^1 (1+2x^{2015})e^{-|x|}\,\mathrm{d}x$

A $\frac{4014}{e}(e-1)$ B $\frac{4016}{e}(e-1)$ C ∞ D $\frac{2}{e}(e-1)$ E $2006 - \frac{2006}{e}$

462 $\int_{-1}^2 \min\{1, x, x^2\}\,\mathrm{d}x$

A $\frac{6}{5}$ B $\frac{5}{6}$ C $\frac{3}{4}$ D $\frac{4}{3}$ E 0

463 Integrala $\int_1^e \ln x\ \mathrm{d}x$ este:

A 1 B 2 C 0 D $e-1$ E $e-2$

464 Integrala $\int_1^e \ln^2 x\ \mathrm{d}x$ este:

A 1 B 2 C 0 D $e-1$ E $e-2$

465 Să se calculeze $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^3 x\,\mathrm{d}x$.

A $\frac{1-\ln 2}{2}$ B $\frac{1}{2}$ C $\frac{1}{2}\ln 2$ D $\ln 2$ E 1

466 Soluția ecuației $\int_0^x t\,e^t\,\mathrm{d}t = 1$ este:

A 1 B 2 C 0 D $e-1$ E $e-2$

467 $\int\limits_1^{2e} |\ln x - 1|\,\mathrm{d}x$

A $2\ln 2$ B $2(e\ln 2 - 1)$ C $e\ln 2$ D 1 E $\ln 2 - 1$

468

$$\int_0^{\sqrt{3}} x \operatorname{arctg} x \, dx$$

A π B $2-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C $\frac{2\pi}{3}$ D $\frac{2\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$ E $\frac{\pi}{3}-2\sqrt{3}$

469

$$\int_1^e \frac{1+\ln x}{x} \, dx$$

A $\frac{3}{2}$ B $\frac{1}{2}$ C 1 D $\frac{5}{2}$ E 2

470

Să se calculeze $\displaystyle\int_0^a \frac{(a-x)^{n-1}}{(a+x)^{n+1}} \, dx$, unde $a>0$, $n \in \mathbb{N}^*$.

A $\frac{1}{2na}$ B $\frac{n}{2a}$ C $\frac{a}{2n}$ D $2an$ E $\frac{2a}{n}$

471

$$\int_{-1}^1 \sin x \ln(2+x^2) \, dx$$

A 0 B $\ln 2$ C 1 D $\frac{\pi}{2}$ E $\ln 3$

472

$\int_0^1 x \ln(1+x) \, dx$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{2}\ln 2$ C $\ln 2$ D $\frac{1}{4}$ E $\frac{1}{4}\ln 2$

473

$\displaystyle\lim_{a\to 1} \int_0^a x \ln(1-x) \, dx, \quad a \in (0,1)$:

A 0 B $-\frac{1}{4}$ C $-\frac{1}{2}$ D $-\frac{3}{4}$ E -1

474

$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2\cos x+3}$ este:

A 0 B $\frac{2}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{5}}$ C $\operatorname{arctg} \sqrt{5}$ D $\operatorname{arctg} \frac{2}{\sqrt{5}}$ E $\frac{1}{\sqrt{5}}$

475

$\displaystyle\int_0^{4\pi} \frac{dx}{5+4\cos x}$ este:

A $\frac{4\pi}{3}$ B 0 C $\frac{4}{5}\pi$ D $\frac{5}{4}\pi$ E π

476

Integrala $\int_{\frac{1}{n+2}}^{\frac{1}{n}} \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor \mathrm{d}x$, $n \in \mathbb{N}^*$ este:

A $\frac{2n+3}{(n+1)(n+2)}$ **B** 0 **C** $3n$ **D** $\frac{4n}{5n+1}$ **E** $6n$

477

Valoarea lui $I_n = \int\limits_1^n \frac{\mathrm{d}x}{x+[x]}$ este:

A $\ln \frac{2n-1}{2}$ **B** $\ln \frac{3\cdot5\cdot\dots\cdot(2n-1)}{2\cdot4\cdot\dots\cdot(2n-2)}$ **C** $\ln 2 - \ln(2n-1)$ **D** $\frac{1}{2}\ln x$ **E** $\frac{1}{2}\ln n$

478

Dacă $n \in \mathbb{N}^*$, atunci valoarea integralei $\int_0^{\frac{n\pi}{2}} \mathrm{e}^{-x} \cos 4x \, \mathrm{d}x$ este:

A $\frac{1}{17}(1 - \mathrm{e}^{-\frac{n\pi}{2}})$ **B** $n\pi$ **C** $\frac{n\pi}{4}$ **D** 0 **E** $\mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}}$

479

Valoarea expresiei $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x \, \mathrm{d}x + \int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin\sqrt{x} \, \mathrm{d}x$ este:

A $\frac{\pi}{8}$ **B** $\frac{\pi}{3}$ **C** $\frac{\pi}{5}$ **D** $\frac{\pi}{7}$ **E** $\frac{\pi}{2}$

480

Valoarea integralei $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1-\sin 2x}{1+\sin 2x} \mathrm{d}x$ este:

A $1 - \frac{\pi}{4}$ **B** $\frac{\pi}{4}$ **C** 1 **D** 0 **E** $\frac{\pi}{2}$

481

$\lim\limits_{n\to\infty} \int_{\frac{1}{n}}^{n} \frac{1}{x^2+x+1} \mathrm{d}x$ este:

A $\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$ **B** 2π **C** $3\sqrt{3}$ **D** 0 **E** 3

482

Fie n un număr natural nenul. Să se calculeze $\int\limits_0^1 \{nx\}^2 \, \mathrm{d}x$, unde $\{a\}$ reprezintă partea fracționară a numărului a.

A 1 **B** $\frac{1}{n}$ **C** $\frac{1}{3}$ **D** $\frac{1}{2}$ **E** $\frac{1}{4}$

483 Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\mathrm{tg}^{n+2}\, x + \mathrm{tg}^n\, x)\mathrm{d}x$, unde $n > 0$, este:

A $\frac{1}{n+1}$ B $\frac{1}{n}$ C $\pi/4$ D $n + \frac{\pi}{4}$ E 1

484 Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\mathrm{tg}^9\, x + 5\,\mathrm{tg}^7\, x + 5\,\mathrm{tg}^5\, x + \mathrm{tg}^3\, x)\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{24}{25}$ B $\frac{\pi}{24}$ C $\frac{25}{24}$ D $\frac{\pi}{25}$ E 1

485 Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^4 x} - \frac{1}{\cos^2 x}\right) \mathrm{d}x$ este:

A $\frac{\pi}{4}$ B $\frac{\pi}{3}$ C $\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{3}$ E 1

486 $\int_0^{2\pi} \cos^2(nx)\,\mathrm{d}x$, unde n este un număr natural nenul, este:

A 0 B π C $\frac{\pi}{2}$ D $\frac{\pi}{n}$ E $n\pi$

487 Dacă $a \in \mathbb{N}$ și $L(a) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \int_0^1 [ne^{ax}]\,\mathrm{d}x$, atunci mulțimea soluțiilor inecuației $L(a) \le e$ este:

A $\{0, 1\}$ B $\{1, 2\}$ C $\emptyset$ D $\{0\}$ E $\mathbb{N}^*$

488 Limita $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^3} \sum_{k=1}^{2n} \frac{k^2}{8} \arcsin \frac{k}{2n}$ este:

A 0 B $\frac{\pi}{3}$ C $\frac{\pi}{6} - \frac{2}{9}$ D $\frac{-\pi}{3}$ E 1

489 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos^2 x\,\mathrm{d}x$

A $\frac{\pi^2}{4}$ B $\frac{\pi^2-4}{16}$ C $\frac{\pi^2}{4} - 1$ D $\frac{\pi}{2}$ E alt rezultat

Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definită prin $f(a) = \int_0^1 |x - a| \, dx$.

490 Valoarea $f(2)$ este:

A $-\frac{5}{2}$ B 0 C $\frac{x^2}{2} - 1$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{3}{2}$

491 Valoarea $f'(2)$ este:

A 1 B 0 C x D $-\frac{1}{2}$ E $\frac{3}{2}$

492 Valoarea minimă a funcției este:

A 0 B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{6}$ D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{1}{4}$

493 $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{\sin(2x)}{\sin^4 x + \cos^4 x} \, dx$ este:

A $\frac{\pi}{4}$ B 2 C 0 D π E 1

494 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \, dx$

A 1 B $\frac{1}{3}$ C 2 D $\frac{2}{3}$ E $\frac{4}{3}$

495 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin x - \cos x| \, dx$

A 1 B $2(\sqrt{2} - 1)$ C $2\sqrt{2}$ D $2 - \sqrt{2}$ E 3

496 $\displaystyle\int_0^{\pi} \arcsin(\sin x) \, dx$

A $\frac{\pi^2}{4}$ B $8\pi^2$ C 1 D 2π E $\frac{\pi^2}{2}$

497 $\displaystyle\int_0^{\pi} \arcsin\left(\cos^3 x\right) \, dx$

A $\frac{\pi^2}{4}$ B 0 C 1 D $\frac{\pi^2}{8}$ E $\frac{\pi^2}{6}$

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=\dfrac{\sin^{2n}x}{\cos^{2n}x+\sin^{2n}x}$, unde $n\in\mathbb{N}^*$ este fixat.

498 Funcția f este o funcție periodică având perioada principală egală cu:

A 2π B $\frac{\pi}{2}$ C π D $\frac{\pi}{4}$ E alt răspuns

499 Funcția $f+c$, $c\in\mathbb{R}$, are o primitivă periodică dacă și numai dacă c are valoarea:

A π B $\frac{-1}{2}$ C $\frac{-\pi}{4}$ D $-\pi$ E 2π

500

$$\lim_{n\to\infty}\int_0^{\pi/3}\frac{\sin^n x}{\sin^n x+\cos^n x}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{\pi}{12}$ B $\frac{\pi}{8}$ C $\frac{\pi}{6}$ D 0 E ∞

501

$$\int_0^{2\pi}\frac{x\ \sin^{100}x}{\sin^{100}x+\cos^{100}x}\ \mathrm{d}x$$

A 0 B $\frac{\pi^2}{4}$ C $\frac{\pi^2}{2}$ D 2π E π^2

502

Se consideră funcțiile: $f_n:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=\dfrac{1}{x(x^n+1)}$, $n\in\mathbb{N}^*$ și fie $F_n:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ primitiva funcției f_n al cărei grafic trece prin punctul $A(1,0)$. Soluția inecuației $|\lim\limits_{n\to\infty}F_n(x)|\le 1$ este:

A $(0,e]$ B $[\frac{1}{\sqrt{e}},e]$ C $[\frac{1}{e},e]$ D $[\frac{1}{e},\infty)$ E $\emptyset$

503

$$\lim_{x\to\infty}\int_0^x t^2e^{-t}\,\mathrm{d}t$$

A 0 B $\ln 3$ C 2 D 1 E ∞

504

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\int_1^n\frac{x-1}{x+1}\,\mathrm{d}x$$

A 0 B 1 C 2 D e E ∞

Fie $I_n = \int\limits_0^1 x^{2004} \cos(n\,x)\,\mathrm{d}x, \quad n \in \mathbb{N}.$

505 Limita șirului (I_n) este:

A 0 B 1 C 2 D $\cos 1$ E nu există

506 Limita șirului $(n\,I_n)_{n\geq 0}$ este:

A 0 B 1 C 2 D $\cos 1$ E nu există

Să se calculeze:

507 $\displaystyle\int_1^2 \frac{x^3 - x - 2}{x^3 e^x}\,\mathrm{d}x;$

A $-\frac{3}{4e^2}$ B $\frac{3}{4e^2}$ C $\frac{1}{e}$ D $\frac{1}{e^2}$ E $-\frac{1}{2e^2}$

Fie $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{x}{1 + x + x^2 + x^3}\mathrm{d}x$ și $J = \displaystyle\int_0^1 \frac{1 + x + x^2}{1 + x + x^2 + x^3}\mathrm{d}x$. Atunci

508 I este:

A $\frac{\pi}{8} - \frac{\ln 2}{4}$ B $\frac{\pi}{8} + \frac{\ln 2}{4}$ C $\frac{\pi}{4} + \frac{\ln 2}{2}$ D $\frac{\pi}{4} - \frac{\ln 2}{2}$ E $\frac{\pi}{4} + \ln 2$

509 J este:

A $\frac{\pi}{8} + \frac{3\ln 2}{4}$ B $\frac{\pi}{8} - \frac{\ln 2}{4}$ C $\frac{\pi}{2} + \frac{3\ln 2}{2}$ D $\frac{\pi}{2} - \frac{3\ln 2}{2}$ E $\frac{\pi}{4} - \ln 2$

510

$\displaystyle\lim_{n\to\infty} n^3 \int_n^{n+3} \frac{x^3}{x^6 + 1}\,\mathrm{d}x$

A 0 B ∞ C 1 D $\frac{1}{2}$ E 3

511

Se consideră șirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $a_0 = -1$, $a_{n+1} = 2 + \displaystyle\int_{a_n}^1 e^{-x^2}\,\mathrm{d}x, \quad n = 0, 1, \ldots.$

Care dintre afirmațiile de mai jos este adevărată?

A $(a_{n+1} - a_n)(a_n - a_{n-1}) \leq 0, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ B $a_n \geq 2, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ C $a_n \leq 2, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$
D șirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este crescător E șirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este descrescător

512

Fie $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $F(x) = \displaystyle\int\limits_0^{x^2} e^{t^3}\mathrm{d}t$. Atunci $F'(2)$ este:

A $4e^{64}$ B e^8 C $12e^8$ D $3e^2$ E $12e^6$

Fie $f_n : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = \int_0^{x^2} t^n \cdot e^t \, \mathrm{d}t$, $n \in \mathbb{N}^*$.

513 $f_1(x)$ este:

A $e^{x^2}(x^2 - 1) + 1$ B $e^{x^2}(x^2 + 1) + 1$ C $e^{x^2}(x^2 + 1) - 1$ D $e^{x^2} x^2 + 1$ E e^{x^2}

514 $f_n'(1)$ este:

A e B $2e$ C $2e - 1$ D $e - 1$ E $e + 1$

515 $\lim\limits_{n\to\infty} f_n(1)$ este:

A e B 1 C 0 D ∞ E e^2

516 $\lim\limits_{t\to 0} \frac{1}{t} \int_t^{2t} \frac{\ln(1+x)}{\sin x} \, \mathrm{d}x$

A ∞ B 0 C 1 D 2 E $\frac{\ln 2}{\sin 1}$

517 $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} \int_0^1 [nx] \, \mathrm{d}x$

A 1 B ∞ C 0 D $\frac{1}{2}$ E 2

518 $\lim\limits_{n\to\infty} \int_n^{n+1} \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^3 + x + 1}}$ este:

A $\ln \pi$ B 0 C 1 D $\ln 2$ E $\ln 3$

519 Aria domeniului mărginit de axa Ox, curba $y = \ln x$ și de tangenta la această curbă care trece prin origine este:

A e B $\frac{e}{2} - 1$ C $\frac{e}{2}$ D $e - 1$ E $2e$

520 Aria cuprinsă între axa Ox, dreptele $x = 0$ și $x = \pi$ și graficul funcției $f : [0, \pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x}$ este egală cu:

A $\frac{\pi^2}{2}$ B $\frac{\pi^2}{6}$ C $\frac{\pi^2}{4}$ D $\frac{\pi^2}{8}$ E $\frac{\pi^2}{2\sqrt{2}}$

Se consideră integrala $I = \displaystyle\int_0^{\pi} x\, f(\sin x)\, \mathrm{d}x$, unde f este o funcție continuă pe un interval ce conține $[0, 1]$.

521 Are loc egalitatea:

A $I = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\, \mathrm{d}x$ B $I = \pi \int_0^{\pi} f(\sin x)\, \mathrm{d}x$ C $I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\, \mathrm{d}x$ D $I = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\, \mathrm{d}x$ E $I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\, \mathrm{d}x$

522 $I_1 = \displaystyle\int_0^{\pi} \frac{x \sin x\, \mathrm{d}x}{1 + \sin^2 x}$ este:

A $\frac{\pi}{\sqrt{2}} \ln\left(3 + 2\sqrt{2}\right)$ B $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln\left(3 + 2\sqrt{2}\right)$ C $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln\left(3 - 2\sqrt{2}\right)$ D $\frac{\pi}{\sqrt{2}} \ln\left(3 - 2\sqrt{2}\right)$ E $\frac{\pi}{2} \ln\left(3 + \sqrt{2}\right)$

523 Aria domeniului mărginit de graficul funcției $f : \left[0, \frac{3\pi}{4}\right] \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{\cos x}{1 + \cos x},$$

axa Ox și dreptele $x = 0$ și $x = \frac{3\pi}{4}$, este:

A $\frac{\pi}{4}$ B $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{8}$ C 2π D $\frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \frac{3\pi}{8} - 2$ E 0

Fie $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ inversa funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + e^x$.

524 $g(1)$ este:

A -1 B 0 C 1 D ∞ E $\frac{1}{3}$

525 Limita $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{g(e^x)}$ este:

A 1 B $\frac{1}{2}$ C 2 D $\frac{3}{2}$ E 0

526 Integrala $\displaystyle\int_1^{1+e} g(t)\, \mathrm{d}t$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $e + \frac{1}{2}$ C $2e + \frac{3}{2}$ D $\frac{3}{2}$ E $e + 1$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $\quad f(x) = x - \mathrm{e}^{-x}$ și fie g inversa lui f.

527 $f'(x)$ are expresia:

A $1 + \mathrm{e}^{x}$ B $1 + \mathrm{e}^{-x}$ C $x\mathrm{e}^{-x}$ D $1 - \mathrm{e}^{-x-1}$ E e^{-x-1}

528 $g'(-1)$ este:

A 0 B -1 C 2 D $\frac{1}{2}$ E $\frac{1}{\mathrm{e}}$

529 $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{1}{\mathrm{e}} - \frac{1}{2}$ B $\frac{3}{2} - \frac{1}{\mathrm{e}}$ C $\frac{1}{2} - \frac{1}{\mathrm{e}}$ D $\frac{1}{\mathrm{e}} - \frac{3}{2}$ E $\frac{3}{2} + \frac{1}{\mathrm{e}}$

530 $\displaystyle\int_{-1}^{1-1/e} g(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A -1 B 0 C $\frac{3}{2} - \frac{2}{\mathrm{e}}$ D $\frac{3}{2} + \frac{1}{\mathrm{e}}$ E $\frac{1}{\mathrm{e}} - \frac{1}{2}$

531 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_0^1 \sqrt[n]{x^n + (1-x)^n}\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B 1 C $\frac{3}{4}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{1}{4}$

532 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \int_0^1 \ln\left(1 + e^{nx}\right)\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B e C $\frac{1}{2}$ D $\ln 2$ E $\frac{1}{3}$

533 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_1^n \frac{\ln x}{n \ln n + x \ln x}\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B 1 C $\dfrac{1}{2}$ D ∞ E $\ln 2$

534 Fie $\{x\}$ partea fracționară a numărului real x. Atunci, $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n \int_0^\pi \{-x\}^n\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E alt răspuns

535 $\displaystyle\lim_{t\to 0} \int_{2^t}^{3^t} \frac{x}{\ln x}\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B nu există C $\ln \frac{\ln 3}{\ln 2}$ D $\ln \frac{3}{2}$ E $\frac{\ln 3}{\ln 2}$

536

$\lim\limits_{n\to\infty} n \int\limits_{-1}^{0} (x+e^x)^n \, \mathrm{d}x$ este:

A e B 0 C ∞ D $1+e$ E $1/2$

537

$$\int\limits_{1}^{3} \frac{\ln x}{x^2+3} \, \mathrm{d}x$$

A $\frac{\pi \ln 3}{3\sqrt{3}}$ B $\frac{\pi \ln 3}{12\sqrt{3}}$ C $\frac{\pi \ln 6}{6\sqrt{3}}$ D $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ E alt răspuns

538

$$\int\limits_{0}^{2} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2+2x+2} \, \mathrm{d}x$$

A π B 2π C $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{2}$ D 0 E 1

539

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^n \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2+x+1} \, \mathrm{d}x$$

A $\dfrac{\pi^2}{6\sqrt{2}}$ B $\dfrac{\pi^2}{6\sqrt{3}}$ C $\dfrac{\pi^2}{6}$ D 0 E ∞

540

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^n \frac{\mathrm{d}x}{1+n^2\cos^2 x}$$

A 0 B π C ∞ D limita nu există E alt răspuns

Următoarele enunțuri teoretice pot fi utile pentru rezolvarea unor probleme din culegere.

541

Fie $x_n > 0,\ \ n \in \mathbb{N}^*,$ astfel ca

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^n < 1.$$

Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0.$

542

Fie $f : [0, b-a] \to (0, \infty)$ o funcție continuă și $a < b$. Atunci

$$\int_a^b \frac{f(x-a)}{f(x-a)+f(b-x)}\,\mathrm{d}x = \frac{b-a}{2}.$$

543

Fie $f : (-1, 1] \to \mathbb{R}$ o funcție continuă. Atunci,

$$\lim_{n\to\infty} n \int_a^1 x^n f(x)\,\mathrm{d}x = f(1), \qquad -1 < a < 1.$$

544

Fie $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ continuă. Atunci,

$$\lim_{n\to\infty} n \int_0^1 x^n\, f(x^n)\,\mathrm{d}x = \int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t.$$

545

Dacă $f\colon [0, \infty) \to \mathbb{R}$ este continuă și are perioada $T > 0$, atunci

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^1 f(nx)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{T}\int_0^T f(x)\,\mathrm{d}x.$$

546

Fie $a,\, b > 0$. Dacă $f\colon [-b, b] \to \mathbb{R}$ este o funcție continuă pară, atunci

$$\int_{-b}^b \frac{f(x)}{a^x+1}\,\mathrm{d}x = \int_0^b f(x)\,\mathrm{d}x.$$

3

Geometrie analitică

547

Fie punctele $A(\lambda, 1)$, $B(2,3)$, $C(3,-1)$. Să se determine λ astfel încât punctul A să se afle pe dreapta determinată de punctele B și C.

A 2 B 3 C $\frac{5}{2}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{2}{3}$

548

Dreptele $4x-y+2=0$, $x-4y-8=0$, $x+4y-8=0$ determină un triunghi. Centrul cercului înscris în triunghi este

A $\left(\frac{6}{5},0\right)$ B $\left(\frac{6}{5},1\right)$ C $\left(\frac{5}{6},0\right)$ D $\left(\frac{5}{6},1\right)$ E $\left(\frac{6}{5},\frac{5}{6}\right)$

549

Triunghiul ABC are latura $[AB]$ pe dreapta $4x+y-8=0$, latura $[AC]$ pe dreapta $4x+5y-24=0$, iar vârfurile B și C pe axa Ox. Ecuația medianei corespunzătoare vârfului A este:

A $2x+3y=0$ B $3x+2y=0$ C $5x+y=9$ D $4x+3y-16=0$ E $x+4y-17=0$

550

Se dau punctele $A(2,1)$ și $B(0,-1)$. Ecuația simetricei dreptei AB față de dreapta OA este:

A $x+2y-1=0$ B $3x-7y+1=0$ C $2x+y+5=0$ D $x+y+1=0$ E $x-7y+5=0$

551

Fie triunghiul ABC, unde $B(-4,-5)$. Ecuația înălțimii duse din A este $5x+3y-4=0$. Ecuația dreptei BC este:

A $5y-3x+13=0$ B $3x-5y+37=0$ C $y=-5$ D $x+y-2=0$ E $y-2x=3$

552

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(3,4)$, $B(-3,-4)$ și $C(3,-4)$. Coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului ABC sunt:

A $(1,1)$ B $(-1,0)$ C $(0,0)$ D $(0,1)$ E $(0,-1)$

553

Fie C simetricul punctului $A(-1,-3)$ față de punctul $B(2,1)$. Care sunt coordonatele punctului C?

A $(5,5)$ B $(4,5)$ C $(6,5)$ D $(5,6)$ E $(4,6)$

554

Fie punctele $A(0,2)$ și $B(3,3)$. Notăm cu P proiecția punctului $O(0,0)$ pe dreapta AB. Care sunt coordonatele punctului P? Care este aria triunghiului OAB?

A $\left(-\frac{3}{5},-\frac{9}{5}\right);3$ B $\left(-\frac{3}{5},-\frac{9}{5}\right);6$ C $\left(\frac{3}{5},-\frac{9}{5}\right);3$ D $\left(-\frac{3}{5},\frac{9}{5}\right);3$ E $\left(-\frac{3}{5},\frac{9}{5}\right);6$

555

Fie $A(0,-1)$, $d_1: x-y+1=0$ și $d_2: 2x-y=0$. Coordonatele punctelor $B\in d_1$ și $C\in d_2$ pentru care dreptele d_1 și d_2 sunt mediane în triunghiul ABC sunt:

A $(0,1)$, $(3,6)$ B $(0,1)$, $(0,1)$ C $(-1,0)$, $(1,1)$ D $(0,0)$, $(-1,1)$
E $(-1,-1)$, $(1,1)$

556

Fie dreptele

$$\begin{aligned}(AB):&\quad x+2y-1&=0\\(BC):&\quad 2x-y+1&=0\\(AC):&\quad 2x+y-1&=0\end{aligned}$$

care determină triunghiul ABC. Bisectoarea unghiului B are ecuația:

A $x-3y+2=0$ B $x+y-1=0$ C $3x-y+2=0$ D $x-y+1=0$
E $x-y+5=0$

557

Pentru ce valori ale parametrului α ecuațiile $3\alpha x-8y+13=0$, $(\alpha+1)x-2\alpha y-5=0$ reprezintă două drepte paralele:

A $\alpha_1=-2,\ \alpha_2=\frac{1}{3}$ B $\alpha_1=-2,\ \alpha_2=-\frac{1}{3}$ C $\alpha_1=2,\ \alpha_2=\frac{2}{3}$
D $\alpha_1=2,\ \alpha_2=-\frac{2}{3}$ E $\alpha_1=\frac{1}{2},\ \alpha_2=3$

558

Se consideră în plan punctele $A(0,0)$, $B(2,0)$ și dreapta de ecuație $d: x-2y+10=0$. Valoarea minimă a sumei $S(M)=MA+MB$, când punctul M parcurge dreapta d este:

A 2 B 10 C $\sqrt{101}$ D $\sqrt{98}$ E $7\sqrt{2}$

559

Dreapta care trece prin $C(1,2)$, neparalelă cu AB față de care punctele $A(-1,1)$ și $B(5,-3)$ sunt egal depărtate, are ecuația:

A $3x+y-5=0$ B $2x+y-4=0$ C $3x+2y-6=0$ D $2x+3y-4=0$
E $2x+3y-6=0$

560 Fie punctele $A(1,1)$, $B(2,-3)$, $C(6,0)$. Coordonatele punctului D pentru care $ABCD$ este paralelogram sunt:

A $(4,4)$ B $(5,4)$ C $(3,5)$ D $(3,3)$ E $(4,5)$

561 Raza cercului care trece prin punctele $A(-4,0)$, $B(4,4)$, $O(0,0)$ este:

A 6 B 7 C 8 D $2\sqrt{10}$ E $3\sqrt{5}$

562 Laturile AB, BC, CA ale triunghiului ABC au respectiv ecuațiile:

$$x + 21y - 22 = 0, \quad 5x - 12y + 7 = 0, \quad 4x - 33y + 146 = 0.$$

Distanța de la centrul de greutate al triunghiului ABC la latura BC este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

Se dau punctele $A(0,1), B(-1,0), C(6,2)$, și $D(1,1)$.

563 Simetricul punctului C față de dreapta AB este:

A $C'(-6,2)$ B $C'(6,-2)$ C $C'(-6,-2)$ D $C'(1,7)$ E $C'(1,4)$

564 Coordonatele punctului $M \in AB$ pentru care suma $DM + MC$ este minimă sunt:

A $(1,-3)$ B $(1,2)$ C $(-1,2)$ D $(1,3)$ E $(2,3)$

565 Coordonatele punctului $M \in AB$ pentru care suma $DM^2 + MC^2$ este minimă sunt:

A $(3,4)$ B $(\frac{7}{4}, \frac{15}{4})$ C $(2,3)$ D $(\frac{7}{3}, 3)$ E $(3,5)$

Se consideră în planul xOy punctele $S(0,12), T(16,0)$ și $Q(x,y)$ un punct variabil situat pe segmentul $[ST]$. Punctele P și R aparțin axelor de coordonate astfel încât patrulaterul $OPQR$ să fie dreptunghi.

566 Ecuația dreptei ST este:

A $3x + 4y - 48 = 0$ B $-3x - 4y + 12 = 0$ C $3y - 4x - 36 = 0$ D $3x - y + 12 = 0$ E $y - 4x + 64 = 0$

567 Aria dreptunghiului $OPQR$ este:

A $-3x^2 + 12x$ B $12x - \frac{3}{4}x^2$ C $3x^2 + 12x$ D $-4x^2 + 12x$ E $48x - \frac{3}{4}x^2$

568 Valoarea maximă a ariei dreptunghiului $OPQR$ este:

A 32 B 48 C 64 D 96 E 84

Punctul $A(-4,1)$ este un vârf al pătratului $ABCD$ parcurs în sens trigonometric, căruia îi cunoaștem o diagonală de ecuație $3x - y - 2 = 0$.

569 Aria pătratului $ABCD$ este:

A 45 B 15 C 90 D 30 E $\frac{45}{2}$

570 Punctul C are coordonatele:

A $(4,-1)$ B $(5,-2)$ C $(6,1)$ D $(\frac{9}{2},-\frac{7}{2})$ E $(\frac{11}{2},-\frac{1}{2})$

Fie în planul xOy punctele $A(4,0)$, $B(5,1)$, $C(1,5)$, $D(0,4)$.

571 Patrulaterul $ABCD$ este:

A patrulater oarecare B trapez isoscel C romb D dreptunghi E trapez dreptunghic

572 Aria patrulaterului este

A 4 B 8 C 1 D 16 E 2

573 Simetricul punctului A față de dreapta BC este punctul de coordonate

A $(1,5)$ B $(5,1)$ C $(5,2)$ D $(6,2)$ E $(6,4)$

574 În sistemul cartezian xOy, o dreaptă variabilă d care conține punctul $A(0,5)$ intersectează dreptele $x-2=0$ și $x-3=0$ în punctele B, respectiv C. Să se determine panta m a dreptei d astfel încât segmentul BC să aibă lungime minimă.

A $m=0$ B $m=-1$ C $m\in\mathbb{R}$ D $m=2$ E nu există

575 Fie dreapta $\mathcal{D}: x+y=0$ și punctele $A(4,0)$, $B(0,3)$. Valoarea minimă a sumei MA^2+MB^2, pentru $M\in\mathcal{D}$ este:

A $\frac{99}{4}$ B 25 C $\frac{101}{4}$ D 26 E $\frac{105}{4}$

Se consideră expresia $E(x,y) = x^2 + y^2 - 6x - 10y$.

576 Distanța de la punctul (x,y) la punctul $(3,5)$ este:

A $\sqrt{E(x,y)+34}$ B $\sqrt{E(x,y)-34}$ C $\sqrt{E(x,y)}$ D $\sqrt{E(x,y)+1}$
E alt răspuns

577 Valoarea minimă a lui $E(x,y)$, pentru $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, este:

A 0 B -34 C 34 D -1 E 1

578 Se consideră mulțimea $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 2y \leq 0\}$. Valoarea maximă a lui $E(x,y)$, pentru $(x,y) \in D$, este:

A 8 B 0 C 4 D 6 E 2

Fie ABC un triunghi. Notăm cu G centrul său de greutate, cu O centrul cercului circumscris, cu H ortocentrul, cu I centrul cercului înscris și $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$.

579 Punctul M din planul triunghiului ABC pentru care $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{\mathbf{0}}$ este:

A G B H C I D O E A

580 Punctul N din planul triunghiului ABC pentru care $a\overrightarrow{NA} + b\overrightarrow{NB} + c\overrightarrow{NC} = \vec{\mathbf{0}}$ este:

A G B H C I D O E A

581 Punctul R din planul triunghiului ABC pentru care $\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{RB} + \overrightarrow{RC} = \overrightarrow{RH}$ este:

A G B H C I D O E A

***

4

Trigonometrie

582 Funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin(4x) + \cos\left(\sqrt{2}x\right)$, are perioada:

A 2 B 2π C $\sqrt{2}\pi$ D $\sqrt{2}$ E nu este periodică

583 Valoarea lui $\arcsin(\sin 3)$ este:

A 3 B -3 C 0 D $\pi - 3$ E $-\cos 3$

584 Valoarea lui $\sin 15°$ este:

A $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ B $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4}$ C $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{4}$ D $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ E $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{4}$

Fie numerele complexe $z_k = \cos\dfrac{2k\pi}{5} + i\sin\dfrac{2k\pi}{5}$, $k = 1, 2, 3, 4$.

585 Ecuația polinomială ale cărei rădăcini sunt numerele z_k $(k = 1, 2, 3, 4)$ este:

A $x^4 + 1 = 0$ B $x^5 - 1 = 0$ C $x^5 + 1 = 0$ D $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ E $x^4 + x^2 + 1 = 0$

586 Valoarea expresiei $\cos\frac{2\pi}{5} + \cos\frac{4\pi}{5} + \cos\frac{6\pi}{5} + \cos\frac{8\pi}{5}$ este:

A -1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D 1 E 2

587 Valoarea expresiei $\cos\frac{2\pi}{5}$ este:

A $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ B $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ C $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ D $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ E 1

588

$\cos x \cos \dfrac{5\pi}{4} - \sin x \sin \dfrac{5\pi}{4} = 1$ dacă și numai dacă:

A $x \in \left\{2k\pi - \frac{\pi}{4} \middle|\ k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $x \in \left\{k\pi \pm \frac{5\pi}{4} \middle|\ k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $x \in \left\{k\pi - \frac{5\pi}{4} \middle|\ k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $x \in \left\{2k\pi - \frac{5\pi}{4} \middle|\ k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $x \in \left\{2k\pi \pm \frac{5\pi}{4} \middle|\ k \in \mathbb{Z}\right\}$

Se consideră funcția $f(x) = \cos^{2n} x + \sin^{2n} x,\ \ n \in \mathbb{N},\ \ n \geq 2,\ \ x \in \mathbb{R}$.

589 Mulțimea soluțiilor ecuației $f(x) = 1$ este:

A $\{2k\pi\}_{k\in\mathbb{Z}}$ B $\left\{2k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ C $\left\{k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ D $\left\{k\frac{\pi}{2}\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ E $\emptyset$

590 Mulțimea valorilor funcției f este

A $[0,1]$ B $[-1,1]$ C $[0,\frac{1}{n}]$ D $[\frac{1}{2^{n-1}},1]$ E Alt răspuns

Se consideră ecuația: $(\sin x + \cos x)^n - a\ \sin x \cos x + 1 = 0,\quad n \in \mathbb{N},\quad a \in \mathbb{R}$.

591 Pentru $n = 2$ ecuația are soluție dacă și numai dacă

A $a \in [2,6]$ B $a \in (-\infty,-2] \cup [6,\infty)$ C $a \in (-2,6)$ D $a \in (-1,1]$ E alt răspuns

592 Pentru $n = 1$ și $a = 3$ mulțimea soluțiilor ecuației este:

A $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\emptyset$ C $\{(2k+1)\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{2k\pi - \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$
D $\{\frac{\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ E $\{2k\pi + \frac{\pi}{4} | k \in \mathbb{Z}\}$

593

Dacă $x \in (\pi, 2\pi)$ și $\cos x = \frac{7}{25}$, atunci $\sin x$ este:

A $-\frac{24}{25}$ B $-\frac{7}{8}$ C $-\frac{23}{25}$ D $\frac{7}{8}$ E $\frac{24}{25}$

594

$\operatorname{tg}\dfrac{\pi}{12}$ are valoarea:

A $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ B $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ C $\frac{\sqrt{3}}{6}$ D $\frac{2}{\sqrt{3}}$ E alt răspuns

Fie x_1 și x_2 rădăcinile ecuației $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$.

595 $\operatorname{arctg}\, x_1 + \operatorname{arctg}\, x_2$ este:

A $\frac{\pi}{2}$ B $\frac{\pi}{8}$ C $\frac{3\pi}{8}$ D $\frac{3\pi}{4}$ E $\frac{\pi}{4}$

596 $\operatorname{arctg}\, x_1 \cdot \operatorname{arctg}\, x_2$ este:

A $\frac{\pi^2}{8}$ B $\frac{3\pi^2}{16}$ C $\frac{3\pi^2}{64}$ D $\frac{3\pi^2}{32}$ E $\frac{\pi^2}{16}$

597

Fie $x \in [\pi, \frac{3\pi}{2}]$ cu proprietatea că $\operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$. Atunci perechea $(\sin x, \cos x)$ este:

A $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ B $\left(\frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ C $\left(\frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{-2}{\sqrt{5}}\right)$ D $\left(\frac{-2}{\sqrt{5}}, \frac{-1}{\sqrt{5}}\right)$ E $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

598

Pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ expresia $(\cos a + \cos b)^2 + (\sin a + \sin b)^2$ este egală cu:

A $2\sin^2(a+b)$ B $2\cos^2(a+b)$ C $4\sin^2\frac{a-b}{2}$ D $4\cos^2\frac{a-b}{2}$ E 2

599

Oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, suma $\sin^6 x + \cos^6 x$ este egală cu:

A $3 - \sin^2 x \cos^2 x$ B $1 - 3\sin^2 2x$ C 1 D $\frac{2}{3}$ E $1 - 3\sin^2 x \cos^2 x$

600

Dacă $E = \cos^2(a+b) + \cos^2(a-b) - \cos 2a \cdot \cos 2b$ atunci, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ are loc egalitatea:

A $2E = 1$ B $E = 1$ C $2E + 1 = 0$ D $E = 0$ E $E = -1$

601

Dacă numerele reale α și β satisfac egalitatea

$$(\cos\alpha + \cos\beta)^2 + (\sin\alpha + \sin\beta)^2 = 2\cos^2\frac{\alpha-\beta}{2},$$

atunci:

A $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$ B $\alpha - \beta \in \{2k\pi | k \in \mathbb{Z}.\}$ C $\alpha - \beta \in \{(2k+1)\pi | k \in \mathbb{Z}.\}$
D $\alpha - \beta \in \left\{\frac{\pi}{2} + 4k\pi | k \in \mathbb{Z}.\right\}$ E $\alpha - \beta \in \left\{\frac{\pi}{6} + 10k\pi | k \in \mathbb{Z}.\right\}$

602

Numărul $\operatorname{arctg}\frac{1}{3} + \operatorname{arctg}\frac{1}{5} + \operatorname{arctg}\frac{1}{7} + \operatorname{arctg}\frac{1}{8}$ este egal cu:

A $\frac{\pi}{12}$ B $\frac{\pi}{6}$ C $\frac{\pi}{4}$ D $\frac{5\pi}{12}$ E $\frac{\pi}{2}$

603

Inversa funcției $f : \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] \to [-1, 1]$, $f(x) = \sin x$, este funcția $f^{-1} : [-1, 1] \to \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ definită prin:

A $f^{-1}(x) = \pi + \arcsin x$ B $f^{-1}(x) = \pi - \arcsin x$ C $f^{-1}(x) = \arcsin x$
D $f^{-1}(x) = 2\pi - \arcsin x$ E $f^{-1}(x) = -\pi + \arcsin x$

604

Egalitatea $\arcsin(\sin x) = x$ are loc pentru:

A orice $x \in \mathbb{R}$ B orice $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $\sin x \in (-1, 1)$
C orice $x \in [0, 2\pi)$ D $\emptyset$ E orice $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

605 Mulțimea valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care expresia

$$E(x) = \sqrt{\cos^4 x + m \sin^2 x} + \sqrt{\sin^4 x + m \cos^2 x}$$

este constantă pe $\mathbb{R}$ este:

A $\{0\}$ B $\{0, 4\}$ C $\{1, 4\}$ D $\{-1, 0\}$ E $\emptyset$

606 Valorile minimă m și maximă M ale expresiei $E(x) = \cos^2 x - 4 \sin x$, unde $x \in \mathbb{R}$, sunt:

A $m = -1,\ M = 1$ B $m = -5,\ M = 5$ C $m = -4,\ M = 3$
D $m = -4,\ M = 4$ E $m = -3,\ M = 3$

607 Mulțimea soluțiilor ecuației $2 \cos^2 x - 11 \cos x + 5 = 0$ este:

A $\emptyset$ B $\left\{-\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\pm\frac{\pi}{4} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{-\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\left\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

608 Ecuația $4 \sin^2 x - 4 \sin x + 1 = 0$ are următoarea mulțime de soluții:

A $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{(-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\left\{(-1)^{k+1} \frac{\pi}{4} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

609 Dacă $x \in \mathbb{R}$ și $\sin(\pi \cos x) = \cos(\pi \sin x)$, atunci $\cos 4x$ este:

A $-\frac{1}{8}$ B $\frac{1}{8}$ C $-\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{2}$ E 0

Fie S_n, $n \in \mathbb{N}^*$, mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x \sin 2x \ldots \sin nx = 1$.

610 S_1 este:

A $\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\{(-1)^k \frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ C $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ D $\{\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\}$ E $\emptyset$

611 S_{100} este:

A $\{\frac{\pi}{101} + k\pi / k \in \mathbb{Z}\}$ B $\{\frac{\pi}{101} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}\}$ C $\emptyset$ D $\bigsqcup_{n=1}^{100} \{\frac{\pi}{5n} + \frac{k\pi}{n+1} / k \in \mathbb{Z}\}$
E $\{\frac{\pi}{6} + k\,\pi / k \in \mathbb{Z}\}$

612 Mulțimea soluțiilor ecuației $\cos 2x = \cos x$ este:

A $\left\{\frac{2k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{2k\pi}{7} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{2k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{2k\pi}{7} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ D $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
E $\{\pi + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

613

Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x = \cos 3x$ este:

A $\left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{4}\right\}$ D $\left\{-\frac{4k\pm 1}{8}\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
E $\left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

614

Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin 5x = \sin x$ este:

A $\left\{\frac{k\pi}{5-(-1)^k} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{k\pi}{5} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{k\pi}{10} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{(-1)^k \arcsin \frac{1}{5} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

615

Ecuația $2 \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 3$ are următoarele soluții în intervalul $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$:

A $\frac{\pi}{4}$ și $\frac{\pi}{6}$ B $\frac{\pi}{4}$ și $\operatorname{arctg}(-5)$ C $\frac{\pi}{12}$ D $\frac{\pi}{4}$ și $\operatorname{arctg} \frac{1}{2}$ E $\frac{\pi}{4}$ și $\operatorname{arctg} 2$

616

Dacă $\sqrt{3} \sin x + \cos x - 2 = 0$, atunci:

A $x = (-1)^k \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6},\ k \in \mathbb{Z};$ B $x = \frac{\pi}{6} + (-1)^k \frac{\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z};$
C $x = (-1)^k \frac{\pi}{2} + k\pi - \frac{\pi}{6},\ k \in \mathbb{Z};$ D $x = k\pi - \frac{\pi}{6},\ k \in \mathbb{Z};$ E $x = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

617

Ecuația $\sin x + p \cos x = 2p,\ p \in \mathbb{R}$, are soluții pentru:

A $|p| > 5$ B $p \in \left[-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$ C $|p| > \frac{2}{3}$ D $|p| = 3$ E $3p^2 > 1$

618

Soluțiile ecuației $-2\sin^2 x + \cos^2 x + 4 \sin x \cos x - 2 = 0$ sunt:

A $\operatorname{arctg} \frac{1}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ B $\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ C $\operatorname{arctg} \frac{1}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ D $\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ E $\operatorname{arctg} 1 + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

619

Valoarea lui $\cos x$ care verifică ecuația $2\sin^2 2x - 2 \sin x \sin 3x = 4 \cos x + \cos 2x$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C $-\frac{1}{2}$ D $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E 0

620

Următoarea mulțime reprezintă soluția ecuației $\sin^2 x + \operatorname{tg}^2 x = \frac{3}{2}$:

A $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{(-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right\}$
C $\left\{\pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ D $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\left\{\pm\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

621

Mulțimea tuturor valorilor $x \in \mathbb{R}$ care verifică egalitatea

$$3(\cos^4 x + \sin^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x) = 1$$

este:

A $\emptyset$ B $\mathbb{R}$ C $\left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ D $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ E $\{2k\pi | k \in \mathbb{N}\}$

622

Mulțimea soluțiilor ecuației

$$\left(\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}-\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}\right)\left(\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}-\sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}\right)=-4$$

este:

A $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}(\pi+2k\pi, 2\pi+2k\pi)$ C $\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}\left((2k-1)\frac{\pi}{2}, k\pi\right)$
D $\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

623

Fie $x \in \mathbb{R}$. Valoarea expresiei

$$\left(\sin x - 2\sqrt[3]{\sin x \cos^2 x}\right)^2 + \left(\cos x - 2\sqrt[3]{\sin^2 x \cos x}\right)^2$$

este:

A 1 B 2 C $\sin x + \cos x$ D $\sin^3 x + \cos^3 x$ E $\sqrt[3]{\sin x} + \sqrt[3]{\cos x}$

624

Ecuația $\cos^4 x - \sin^4 x = 1 + \sin 2x$ are următoarea mulțime de soluții:

A $\emptyset$ B $\left\{\frac{\pi}{6}+k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{3\pi}{4}+k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ D $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \left\{-\frac{\pi}{4}+k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
E $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

625

Egalitatea $\max(\sin x, \cos x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ este adevărată dacă și numai dacă:

A $x \in \left\{\frac{\pi}{6}+2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $x \in \left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $x \in \left\{-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right\}$
D $x \in \left\{\frac{11\pi}{6}+2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
E $x \in \left\{\pm\frac{\pi}{6}+2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{2\pi}{3}+2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

626

Mulțimea soluțiilor ecuației $4\sin x\cos^3 x - 4\sin^3 x \cos x = 1$ este:

A $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{2}+k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{8} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ D $\left\{-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\right\}$
E $\left\{\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{4} | k \in \mathbb{Z}\right\}$

627

Soluția ecuației $2\arcsin x = \arccos 2x$ este:

A $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{6}$ D $\sqrt{2}-1$ E $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

628

Mulțimea tuturor valorilor parametrului real m pentru care ecuația
$(\sin x - m)^2 + (2m\sin x - 1)^2 = 0$ are soluții este:

A $[-1,1]$ B $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$ C $\{-1,0,1\}$ D $\left[-\frac{1}{2}, 0\right) \cup \left(0, \frac{1}{2}\right]$ E $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

629

Dacă S este mulțimea soluțiilor ecuației $(1-\cos x)^4 + 2\sin^2 x^2 = 0$, atunci:

A $S = \emptyset$ B $S \cap \mathbb{Q} = \emptyset$ C $S = \{\pi\}$ D $S = \{0\}$ E $S = \{0, 2\pi\}$

630 Ecuația $\sin x + \cos 2x = m,\ m \in \mathbb{R}$, are soluții dacă și numai dacă:

A $m \in \left[0, \frac{9}{8}\right]$ B $m = 1$ C $m = -3$ D $m < -2$ E $m \in \left[-2, \frac{9}{8}\right]$

631 Mulțimea tuturor valorilor parametrului real m pentru care ecuația $\cos^2 x + (m+1)\sin x = 2m - 1$ are soluții este:

A $[1, 2]$ B $\emptyset$ C $\{0\}$ D $[0, 2]$ E $[3, \infty)$

632 Ecuația $\sin^6 x + \cos^6 x = m,\ m \in \mathbb{R}$, are soluții dacă și numai dacă:

A $m \leq 2$ B $\frac{1}{4} \leq m \leq 1$ C $m = 1$ D $0 \leq m \leq 2$ E $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$

633 Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x + \sin 2x = 2$ este:

A $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\left\{\frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{\arcsin \frac{1}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\emptyset$

Se consideră funcția $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R},\ \ f(x) = 3\cos^2 x - 4\sin x$.

634 Soluția ecuației $f(x) = \dfrac{1}{4}$ este:

A $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$ B $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$ C $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right\}$ D $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right\}$ E $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$

635 Valoarea maximă a funcției f este:

A -1 B $\frac{13}{3}$ C 3 D $\frac{11}{3}$ E $\frac{14}{3}$

636 Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $f(x) = a$ are soluție este:

A $[-4, \frac{13}{3}]$ B $[-3, \frac{11}{3}]$ C $[-4, \frac{14}{3}]$ D $[-3, \frac{13}{3}]$ E $[-4, \frac{11}{3}]$

637 Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 5$ este:

A 2   B 1   C 0   D 3   E 4

638 Să se arate că dacă $a = 41,\ b = 28$ și $c = 15$, atunci triunghiul ABC este:

A dreptunghic   B ascuțitunghic   C obtuzunghic   D isoscel   E echilateral

639 Să se determine unghiurile A și C ale triunghiului ABC dacă $a = \sqrt{2}$, $b = 2$, $B = \frac{\pi}{4}$.

A $A = \frac{\pi}{4},\ C = \frac{\pi}{2}$ B $A = \frac{\pi}{6},\ C = \frac{7\pi}{12}$ C $A = \frac{\pi}{3},\ C = \frac{5\pi}{12}$
D $A = \frac{7\pi}{12},\ C = \frac{\pi}{6}$ E $A = \frac{5\pi}{12},\ C = \frac{\pi}{3}$

640 În triunghiul ABC avem $BC = 4$, $m(\widehat{A}) = 60°$, $m(\widehat{B}) = 45°$. Atunci AC are lungimea:

A $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ C $\sqrt{6}$ D $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ E $\frac{5\sqrt{6}}{3}$

Fie $z = \left(1 + \frac{2i}{1-i}\right)^{2005}$.

641 Valoarea lui z este:

A 1 B $2i$ C $-i$ D i E $-2i + 1$

642 Modulul lui $z + i$ este:

A $\sqrt{2}$ B 2 C 1 D $\sqrt{3}$ E $\sqrt{5}$

643 Valoarea expresiei $\overline{2z + \bar{z}}$ este

A $-i$ B $-2i$ C $2i + 3$ D 3 E i

Fie $x = \frac{1}{4}(\sqrt{3} + i)$. Atunci:

644 x^{2004} este

A $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2^{2005}}$ B $-\frac{1}{2^{2004}}$ C 0 D $\frac{1}{2^{2004}}$ E $\frac{\sqrt{3}+i}{2^{2005}}$

645 x^{2008} este

A $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2^{2009}}$ B $-\frac{1}{2^{2008}}$ C 0 D $\frac{1}{2^{2008}}$ E $\frac{\sqrt{3}+i}{2^{2009}}$

646 Dacă $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ și $S = \{z \in \mathbb{C} \mid (z+i)^n = (z-i)^n\}$, atunci:

A S are n elemente, $\forall\, n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$;
B $S = \{(-1)^{n-1} + \operatorname{tg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n;\ k \in \mathbb{N};\ k \neq \frac{n}{2}\}$
C $S = \{(-1)^{n-1} + \operatorname{ctg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n-1;\ k \in \mathbb{N}\}$
D $S = \{\operatorname{ctg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n-1;\ k \in \mathbb{N}\}$
E $S \cap \mathbb{R}$ are cel mult două elemente, $\forall n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$

647 Fie triunghiul ABC pentru care $\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \frac{a}{b+c}$. Atunci triunghiul este:

A echilateral B dreptunghic cu $A = \frac{\pi}{2}$ C dreptunghic cu $B = \frac{\pi}{2}$ sau $C = \frac{\pi}{2}$
D ascuțitunghic E obtuzunghic

648

Fie $z = \dfrac{\left(\sqrt{3}+i\right)^n}{\left(\sqrt{3}-i\right)^m}$, $m, n \in \mathbb{N}$. Să se determine relația dintre m și n astfel încât z să fie real.

A $n - m = 6k,\ k \in \mathbb{N}$ B $n + m = 3k,\ k \in \mathbb{N}$ C $n - m = 3k,\ k \in \mathbb{Z}$ D $n - m = 0$
E $n + m = 6k,\ k \in \mathbb{N}$

649

Numărul $E = (\cos\alpha - i\sin\alpha)(\cos 5\alpha + i\sin 5\alpha)$ este real pentru

A $\alpha = \frac{k\pi}{4},\ k \in \mathbb{Z}$; B $\alpha = \frac{k\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$; C $\alpha = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$;
D $\alpha = \frac{k\pi}{3},\ k \in \mathbb{Z}$; E $\alpha = \frac{2k\pi}{3},\ k \in \mathbb{Z}$

Fie numărul complex $u = 2 + 2i$.

650 Forma trigonometrică a numărului complex u este:

A $u = \sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$ B $u = \sqrt{8}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$ C $u = 2\sqrt{2}(\cos\frac{3\pi}{4} - i\sin\frac{3\pi}{4})$
D $u = \sqrt{8}(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$ E $u = 2\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4})$

651 u^{100} este:

A 2^{100} B $2^{100}i$ C $-2^{150}i$ D -2^{150} E -2^{200}

652 Fie mulțimea $A = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| \le |z-i| \text{ și } |z-u| \le 1\}$. Modulul lui $z \in A$ pentru care argumentul lui z este minim este:

A 3 B $\sqrt{8}$ C $\sqrt{7}$ D 1 E $\sqrt{6}$

Se consideră numerele complexe
$z_1 = \sin a - \cos a + i(\sin a + \cos a)$, $z_2 = \sin a + \cos a + i(\sin a - \cos a)$.

653 Mulțimea valorilor lui a pentru care numărul complex $w = z_1^n + z_2^n$ are modulul maxim este:

A $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\{\frac{k\pi}{n} + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ C $\{\frac{2k\pi}{n} | k \in \mathbb{Z}\}$ D $\{\frac{k\pi}{n} | k \in \mathbb{Z}\}$ E alt răspuns

654 Mulțimea valorilor lui a pentru care $z_1 + z_2 \in \mathbb{R}$ este:

A $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ C $\{k\pi + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ D $\emptyset$ E $\{2k\pi + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$

655 Valorile lui n pentru care $z_1^n z_2^n$, $n \in \mathbb{N}^*$, este real și pozitiv sunt:

A $n = 5$ B $n = 4k,\ k \in \mathbb{N}^*$ C $n = 8k+1,\ k \in \mathbb{N}^*$ D $n = 0$ E $n = 8k+2,\ k \in \mathbb{Z}$

Pentru n și k numere naturale nenule cu n fixat, notăm $a_k = \cos\dfrac{2k\pi}{n} - 2 + i\sin\dfrac{2k\pi}{n}$.

656 Valoarea $\overline{a_n}$ este:

A 1 B i C -1 D 0 E $-i$

657 Valoarea sumei $a_1 + a_2 + \cdots + a_n$, $n > 1$, este:

A $-2n$ B $2n$ C $1 - 2^n$ D $ni - 2n$ E $i + 2n$

658 Valoarea produsului $a_1 a_2 \ldots a_n$ este:

A $2^n - 1$ B $(-1)^{n-1}(2^{n+1} - 1)$ C $(2n - 1)(-1)^n$ D $(-1)^n(2^n - 1)$ E 0

659 Să se calculeze expresia $E = (\sqrt{3} - i)^8(-1 + i\sqrt{3})^{11}$:

A $E = 2^{11}$; B $E = 2^{19}$; C $E = 2^{15}$; D $E = 2^5$; E 2^7

660 Dacă $z + \frac{1}{z} = 2\cos\alpha$, atunci expresia $E = z^n + z^{-n}$ are, pentru orice $n \in \mathbb{Z}$ și pentru orice $\alpha \in \mathbb{R}$, valoarea:

A $zi\sin n\alpha$ B $\cos n\alpha + i\sin n\alpha$ C $\operatorname{tg} n\alpha$ D $2\cos n\alpha$ E $\sin n\alpha + \operatorname{tg} n\alpha$

661 Câte rădăcini complexe are ecuația $z^3 = \overline{z}$?

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

662 Câte rădăcini complexe are ecuația $z^{n-1} = i\,\overline{z}$, $n > 2$, $n \in \mathbb{N}$?

A $n - 2$ B $n - 1$ C n D $n + 1$ E $n + 2$

663 Fie numărul complex $z = \left(\dfrac{\sqrt{3} - i}{1 + i}\right)^{12}$. Este adevărată afirmația

A $z = 2^6$ B $\arg z = \pi$ C $|z| = 2^{12}$ D $z = 64i$ E $\arg z = 2\pi$

5

Exemplu Test Admitere

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}-x^2+9, & x<0,\\ 2x+9, & x\geq 0.\end{cases}$

664 $f\left(\frac{1}{2}\right)$ este:

A 10 B $\dfrac{35}{4}$ C 9 D -9 E 2

665 Valoarea inversei funcției f în punctul 8 este:

A -3 B -1 C 1 D 3 E f nu este inversabilă

Fie a o rădăcină a ecuației $x^2+x+1=0$.

666 a^3 este:

A 0 B 1 C i D $1+i\sqrt{3}$ E -1

667 $(1+a)^{2016}+(1+\overline{a})^{2016}$ este:

A -1 B $1+i\sqrt{3}$ C 2 D 1 E i

Se consideră sistemul de ecuații

$$\begin{cases} -2x + y + z = 1 \\ x - 2y + z = 1 \\ x + y + az = b \end{cases}$$

unde $a, b \in \mathbb{R}$.

668 Sistemul are soluție unică dacă și numai dacă:

A $a \neq -2$ B $a \neq 0$ C $a \neq 2$ D $a > 0$ E $a \leq 0$

669 Sistemul are o infinitate de soluții dacă și numai dacă:

A $a = b = 1$ B $a = -2, b = 0$ C $a = 2, b = 1$ D $a = -1, b = 1$ E $a = -2, b = -2$

Pe $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziție $x * y = a\,x + a\,y - x\,y$, $x, y \in \mathbb{R}$, unde a este un parametru real.

670 Mulțimea valorilor lui a pentru care legea este asociativă este:

A $[0, \infty)$ B $\mathbb{R}$ C $\{-1, 0, 1\}$ D $\{0, 1\}$ E $[0, 1]$

671 Mulțimea valorilor lui a pentru care intervalul $[0, 1]$ este parte stabilă a lui $(\mathbb{R}, *)$ este:

A $[\frac{1}{2}, 1]$ B $[0, \frac{1}{2}]$ C $[0, 1]$ D $[1, \infty)$ E $\mathbb{R}$

672 Mulțimea perechilor $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ pentru care $\big(\mathbb{R} \setminus \{b\}, *\big)$ este grup este:

A $\{(0,0),\ (1,0)\}$ B $\{(0,0),\ (1,1)\}$ C $\{(0,0),\ (0,1)\}$ D $\{(-1,0),\ (1,0)\}$ E $\{(-1,-1),\ (1,0)\}$

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$.

673 A^2 este:

A 0_2 B I_2 C A D $I_2 + A$ E $-A$

674 Numărul soluțiilor din $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ale ecuației $X^{25} = A$ este:

A 2 B 0 C 10 D 25 E ∞

Se consideră polinomul $P = X^3 + X^2 + aX + b \in \mathbb{Z}[X]$.

675 Perechea (a, b) pentru care $x = 1$ este rădăcina dublă a polinomului P este:

A $(5, 3)$ B $(5, -3)$ C $(3, 5)$ D $(-5, 3)$ E $(0, 0)$

Să se calculeze integralele:

676 $\displaystyle\int_0^1 |2x-1|\,\mathrm{d}x$

A 0 B 1 C $\frac{1}{4}$ D 2 E $\frac{1}{2}$

677 $\displaystyle\int_0^{2\pi} \arcsin(\sin(2x))\,\mathrm{d}x$

A 0 B π C π^2 D $2\pi^2$ E $4\pi^2$

Să se calculeze:

678 $\displaystyle\int_{-1}^1 \frac{2x+2}{x^2+1}\,\mathrm{d}x$

A $\frac{\pi}{4}$ B 0 C $\frac{\pi}{2}$ D π E $\ln 2+\pi$

679 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_0^1 \operatorname{arctg} x\cdot\cos(nx)\,\mathrm{d}x$

A ∞ B 1 C $\frac{\pi}{2}$ D π E 0

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $\quad f(x)=\sqrt{|x^2-4|}$.

680 Mulțimea de derivabilitate a funcției f este:

A $\mathbb{R}\setminus\{2,-2\}$ B $\mathbb{R}$ C $\emptyset$ D $\{-2,2\}$ E $(-2,2)$

681 Numărul punctelor de extrem local a lui f este:

A 0 B 3 C 1 D 2 E 4

682 Numărul asimptotelor lui f este:

A 1 B 0 C 2 D 3 E 4

Să se calculeze limitele:

683 $\lim_{n\to\infty} \frac{n^2+2n+3}{n^2+3n+2}$

A 0 B 1 C 2 D 3 E $\frac{2}{3}$

684 $\lim_{n\to\infty} (\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$

A 0 B 1 C $\sqrt{2}$ D 2 E nu există

685 $\lim_{n\to\infty} \frac{n-\sin n}{n+\sin n}$

A 0 B 1 C nu există D $\frac{1}{2}$ E ∞.

686 $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{(n+3)!}{n!n^3}\right)^n$

A e B e^2 C e^4 D e^6 E ∞

687 $\lim_{x\to+0} ((1+x)^x-1)^x$

A 0 B 1 C e D ∞ E nu există

Se consideră punctul $A(-1,1)$ și dreapta $(d): \ x-y=2$.

688 Simetricul punctului A fața de origine este:

A $(1,1)$ B $(-1,-1)$ C $(1,-1)$ D $(2,-1)$ E $(-1,2)$

689 Distanța de la punctul A la dreapta (d) este:

A $\sqrt{2}$ B 2 C $3\sqrt{2}$ D $2\sqrt{2}$ E 1.

690 Simetricul punctului A față de dreapta (d) este:

A $(1,-1)$ B $(2,-2)$ C $(\sqrt{5},-\sqrt{5})$ D $(2\sqrt{2},-2\sqrt{2})$ E (3,-3)

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin^2 x + 4\cos x$.

691 $f(\frac{\pi}{3})$ este:

A $\frac{11}{4}$ B $\frac{5}{2}$ C π D 0 E $\frac{1}{2}$

692 Valoarea maximă a lui f este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

693 Ecuația $f(x) = m$, $m \in \mathbb{R}$, are soluții dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $[0, 1]$ B $[-1, 1]$ C $[-4, 4]$ D $[-2, 0]$ E $[0, 3]$

6

Simulare admitere 13 mai 2017

694 Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care $x^2 + 2x + m \geq 0$ pentru orice x real este:

A $(1, \infty)$ B $[1, \infty)$ C $[0, \infty)$ D $\mathbb{R}$ E $\emptyset$

695 Mulțimea soluțiilor ecuației $\dfrac{2\lg(x-2)}{\lg(5x-14)} = 1$ este:

A $\emptyset$ B $\{3, 6\}$ C $\{4\}$ D $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ E $\{6\}$

696 $\sin^2 \dfrac{\pi}{3} + \cos^2 \dfrac{\pi}{3}$ este:

A $\sqrt{2}$ B $\dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{1}{3}$ D 1 E $\sqrt{3}$

697 Numărul soluțiilor din intervalul $[0, 2\pi]$ ale ecuației $\sin x = \cos x$ este:

A 4 B 0 C 1 D 3 E 2

698 Valoarea minimă a funcției $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$, este:

A $\dfrac{1}{2}$ B $\dfrac{1}{4}$ C $\dfrac{3}{4}$ D $\dfrac{1}{3}$ E 0

Se consideră punctele $A(0,3)$, $B(1,0)$ și $C(6,1)$.

699 Coordonatele mijlocului segmentului AC sunt:

A $(2,2)$ B $(3,2)$ C $(3,4)$ D $(3,3)$ E $(4,3)$

700 Coordonatele punctului D pentru care $ABCD$ este paralelogram sunt:

A $(5,4)$ B $(5,5)$ C $(4,4)$ D $(6,4)$ E $(2,4)$

701 Centrul de greutate al triunghiului ABC are coordonatele:

A $\left(3, \frac{4}{3}\right)$ B $\left(\frac{8}{3}, \frac{2}{3}\right)$ C $\left(4, \frac{4}{3}\right)$ D $\left(\frac{7}{3}, \frac{4}{3}\right)$ E $(1,1)$

Se consideră sistemul $\begin{cases} x & +2y & +3z & = & 1 \\ 2x & -y & +az & = & 1 \\ 3x & +y & +4z & = & 2b^3 \end{cases}$, $a,b \in \mathbb{R}$.

702 Sistemul este compatibil determinat dacă și numai dacă:

A $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\};\ b \in \mathbb{R}$ B $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\};\ b = 1$ C $a = b = 2$ D $a = 1; b \in \mathbb{R}$
E $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\};\ b \in \mathbb{R}$

703 Numărul perechilor $(a,b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ pentru care sistemul este compatibil nedeterminat este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

Să se calculeze:

704 $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2n+1}{n+2}$

A ∞ B 1 C 0 D 2 E e

705 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+2x} - x\right)$

A nu există B 2 C 0 D ∞ E 1

706 $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{3x - \sin x}{x + \sin x}$

A 0 B 1 C 3 D ∞ E -1

707 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n - \sum\limits_{k=1}^{n} \mathrm{e}^{\frac{k}{n^2}}\right)$

A ∞ B -1 C e D 0 E $-\frac{1}{2}$

Se consideră funcția $f\colon (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x\,e^{\frac{a}{x}}$, unde a este un parametru real.

708 Mulțimea valorilor lui a pentru care graficul funcției f admite asimptota $y = x + 2$ este:

A $\{-2, 2\}$ B $\{1\}$ C $\{2\}$ D $\{-1\}$ E $\emptyset$

709 Mulțimea valorilor lui a pentru care graficul funcției f are două asimptote este:

A $(0, 1)$ B $(1, \infty)$ C $(-\infty, 0)$ D $(0, \infty)$ E $\emptyset$

Se consideră polinomul

$$P(x) = (x^2 + x + 1)^{100} = a_0 + a_1 x + \cdots + a_{199}\, x^{199} + a_{200}\, x^{200}$$

având rădăcinile $x_1, x_2, \ldots, x_{200}$.

710 Valoarea lui $P(0)$ este:

A 30 B 0 C 200 D 100 E 1

711 Valoarea lui a_1 este:

A 100 B 200 C 199 D 1 E 0

712 Restul împărțirii polinomului P la $x^2 + x$ este:

A $100x - 1$ B 0 C 99 D $100x + 1$ E 1

713 Suma $\displaystyle\sum_{k=1}^{200} \frac{1}{1 + x_k}$ este:

A 100 B 200 C -100 D 0 E 1

Pe mulțimea $\mathbb{Z}$ se definește legea de compoziție "$*$" prin

$$x * y = xy + mx + my + 2, \quad \text{unde } m \in \mathbb{Z}.$$

714 $0 * 0$ este:

A 4 B 3 C 2 D 5 E 6

715 Fie $m = -1$. Știind că "$*$" este asociativă, $(-4) * (-3) * (-2) * (-1) * 0 * 1 * 2 * 3 * 4$ este:

A 1 B -1 C 2 D -2 E 0

716 Mulțimea valorilor parametrului m pentru care legea "$*$" admite element neutru este:

A $\{-1, 0, 2\}$ B $\{-1, 1, 2\}$ C $\{-1, 2\}$ D $\{-1\}$ E $\{2\}$

717 Dacă $m = 2$, atunci numărul elementelor simetrizabile în raport cu "$*$" este:

A 1 B 2 C 0 D 4 E infinit

718 Funcția $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \displaystyle\int_0^1 |t - x|^3 \, \mathrm{d}t$, are valoare minimă pentru x egal cu:

A 1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{4}$ E -1

Să se calculeze:

719 $\int_0^1 x^9 \, \mathrm{d}x$

A $\frac{1}{8}$ B $\frac{2}{9}$ C $\frac{1}{9}$ D $\frac{1}{10}$ E 10

720 $\int_0^2 \frac{1}{4+x^2} \, \mathrm{d}x$

A $\frac{\pi}{6}$ B $\frac{\pi}{8}$ C $\frac{\pi}{4}$ D $\frac{\pi}{2}$ E π

721 $\int_0^1 \ln(x+1) \, \mathrm{d}x$

A $\ln \frac{e}{2}$ B $\ln \frac{2}{3}$ C 0 D $\ln \frac{4}{e}$ E $\ln 2$

722 $\int_0^1 \frac{1+x^2}{1+x^2+x^4} \, \mathrm{d}x$

A $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ B $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ C $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$ D $\frac{\pi}{3\sqrt{2}}$ E $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$

723 $\lim\limits_{n\to\infty} \int_{1/n}^{n} \frac{\operatorname{arctg}\left(x^2\right)}{1+x^2} \, \mathrm{d}x$

A $\frac{\pi^2}{2}$ B $\frac{\pi^2}{4}$ C $\frac{\pi^2}{8}$ D π^2 E $\frac{\pi^2}{6}$

7

Admitere 16 iulie 2017

724 Fie șirul $a_n = n\sqrt{n}\left(\sqrt{n+1} - a\sqrt{n} + \sqrt{n-1}\right)$, $n \in \mathbb{N}^*$, $a \in \mathbb{R}$.
Dacă șirul (a_n) este convergent, atunci limita lui este:

A 0 B -1 C $-\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{1}{4}$

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{16x^2+1} + 4x - 5$.

725 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ este:

A $-\infty$ B -5 C 4 D 8 E 0

726 Numărul asimptotelor funcției f este:

A 2 B 0 C 1 D 3 E 4

Se consideră ecuația $a^x = 2x + 1$, unde $a \in (0, \infty)$ este fixat.

727 Valoarea lui a pentru care ecuația admite rădăcina $x = 1$ este:

A 2 B 1 C 3 D $\ln 2$ E e

728 Mulțimea valorilor lui a pentru care ecuația admite o singură rădăcină reală este:

A $(0, +\infty) \setminus \{e^2\}$ B $(0, 1] \cup \{e^2\}$ C $(0, e^2]$ D $[1, +\infty)$ E $(0, 1] \cup \{e\}$

729 Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[5]{x^3 - \operatorname{tg}^3 x}$. Valoarea lui $f'(0)$ este:

A -1 B $-\frac{1}{5}$ C $\frac{1}{5}$ D $\sqrt[5]{\frac{1}{5}}$ E $-\sqrt[5]{\frac{1}{5}}$

Să se calculeze:

730 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2^x+3^x}{2\cdot 3^x+1}$

A 2 B 0 C $+\infty$ D 3 E $\frac{1}{2}$

731 $\lim\limits_{x\to+0} \left((x+9)^x-9^x\right)^x$

A nu există B 0 C e D 1 E $\ln 9$

Să se calculeze:

732 $\displaystyle\int_0^3 \frac{\mathrm{d}x}{x^2+9}$

A $\dfrac{\pi}{3\sqrt{3}}$ B $\dfrac{\pi}{6}$ C $\dfrac{\pi}{4}$ D $\dfrac{\pi}{18}$ E $\dfrac{\pi}{12}$

733 $\displaystyle\int_1^e \ln\frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$

A -1 B 1 C $2e-1$ D $1-2e$ E $e+1$

734 $\displaystyle\int_{-1}^1 \frac{\arccos x}{1+x^2}\,\mathrm{d}x$

A 0 B $\dfrac{\pi}{4}$ C $\dfrac{\pi^2}{2}$ D $\dfrac{\pi}{2}$ E $\dfrac{\pi^2}{4}$

735 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n\int_2^e (\ln x)^n\,\mathrm{d}x$

A e B 0 C 1 D $\ln 2$ E ∞

736 Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+3x+2$ și fie f^{-1} inversa funcției f. Valoarea $(f^{-1})'(-2)$ este:

A 15 B $\frac{1}{6}$ C 3 D $\frac{1}{3}$ E 2

În planul xOy se consideră punctele $A(3,0)$ și $B(0,4)$.

737 Distanța de la originea planului la dreapta AB este:

A 2 B $\frac{4}{3}$ C $\frac{12}{5}$ D 3 E $2\sqrt{2}$

738 Ecuația mediatoarei segmentului $[AB]$ este:

A $\left(x-\frac{3}{2}\right)+(y-2)=0$ B $4x+3y+4=0$ C $3x-4y+4=0$ D $6x-8y+7=0$ E $x-y=0$

739 Se consideră familia de funcții $f_m:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f_m(x)=x^2-(4m+3)x+4m+2$, $m\in\mathbb{R}$. Punctul din plan prin care trec toate graficele funcțiilor f_m este situat pe:

A axa Oy B axa Ox C prima bisectoare D a doua bisectoare E alt răspuns

Fie e baza logaritmului natural. Pe intervalul $(0,+\infty)$ definim legea de compoziție $x*y=x^{2\ln y}$, $\forall x>0,\ y>0$.

740 Elementul neutru este:

A $\sqrt{e}$ B 1 C e D $\frac{1}{\sqrt{e}}$ E e^2

741 Pentru $x\neq 1$, simetricul lui x în raport cu legea “$*$” este:

A e^{-x} B $\frac{1}{x}$ C $e^{\frac{1}{4\ln x}}$ D $x^{-2\ln x}$ E $\frac{1}{2\ln x}$

742 Valoarea lui $a>0$ pentru care structura algebrică $((0,\infty)\setminus\{a\},*)$ este grup, este:

A e B 1 C $\frac{1}{e}$ D e^2 E $\sqrt{e}$

743 Numărul $e*e*\cdots*e$, unde e apare de 10 ori, este:

A e^{256} B e^{10} C e^{512} D $10^{\ln 10}$ E e^{1024}

Se consideră sistemul $\begin{cases} ax + y + z = -1 \\ x + ay + z = -a \\ x + y - z = -2 \end{cases}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

744 Determinantul sistemului este:

A a^2 B $a^2 + 2a - 3$ C $a^2 - 2a + 3$ D $-a^2 - 2a + 3$ E $2a + 3$

745 Sistemul este incompatibil dacă și numai dacă:

A $a = -1$ B $a = 1$ C alt răspuns D $a \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 1\}$ E $a = -3$

746 Numărul valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul admite soluții (x, y, z), cu x, y, z în progresie aritmetică în această ordine, este:

A 0 B 3 C 1 D 2 E ∞

Se consideră funcția $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x + \cos 2x$.

747 $f(0)$ este:

A 3 B -1 C 2 D $1/2$ E 1

748 Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 1$ este:

A 1 B 3 C 2 D 5 E 0

749 Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația $f(x) = m$ are soluții este:

A $\left[0, \frac{9}{8}\right]$ B $[-2, 0]$ C $\left[-2, \frac{9}{8}\right]$ D $\mathbb{R}$ E alt răspuns

750 Numărul soluțiilor reale ale ecuației $16^x = 3^x + 4^x$ este:

A 2 B 1 C 3 D 0 E 4

Se dă ecuația $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - x + 1 = 0$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$.

751 Valoarea sumei $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ este:

A -2 B -4 C 2 D 4 E 1

752 Ecuația cu rădăcinile $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}, \frac{1}{x_4}$ este:

A $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0$
B $x^4 + x^3 - 2x^2 + 4x - 1 = 0$
C $x^4 - x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$
D $x^4 - 4x^3 - 2x^2 - x + 1 = 0$
E $x^4 + 4x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$

753 Valoarea sumei $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \frac{1}{x_3^2} + \frac{1}{x_4^2}$ este:

A -3 B 3 C -2 D 2 E 1

8

Simulare admitere 12 mai 2018

754 $\int_{-1}^{1} \ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right) \mathrm{d}x$ este:

A $-\mathrm{e}$ B $\ln 2$ C $-\ln 2$ D 0 E $2\ln 2$

755 $\int_{0}^{1} \frac{\mathrm{d}x}{2x^2-2x+1}$ este:

A π B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{2}$ D $\ln 2$ E $\frac{\pi}{2}\ln 2$

756 $\int_{0}^{1} \sqrt{\frac{x}{1+x^3}} \mathrm{d}x$ este:

A $\frac{3}{2}\ln 3$ B $\frac{2}{3}\ln\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$ C $\frac{2}{3}\ln 2$ D $\frac{2}{3}\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$ E $\frac{3}{2}\ln 2$

757 $\int_{-1}^{1} \frac{x}{e^x+x+1} \mathrm{d}x$ este:

A 0 B $\ln\frac{\mathrm{e}}{1+\mathrm{e}}$ C $\ln\frac{\mathrm{e}+1}{\mathrm{e}-1}$ D $\frac{\mathrm{e}+1}{\mathrm{e}-1}$ E $\ln\frac{\mathrm{e}}{2+\mathrm{e}}$

758 $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x+1}{x+1}$ este:

A 0 B 2 C 1 D ∞ E e

759 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\ln\left(\mathrm{e}^x+2^x\right)-\sqrt{x^2-4x+1}\right)$ este:

A ∞ B 0 C 2 D $\ln 2$ E 4

760 $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^{x^a}-x^{x^b}}{\ln^2 x}$, $\quad a,b\in\mathbb{R}$, este:

A $\dfrac{a-b}{2}$ B $b-a$ C $\mathrm{e}^a-\mathrm{e}^b$ D $ab(a-b)$ E $a-b$

Se consideră funcția $f\colon\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\mathrm{e}^{2x}(x^2+x+m)$, unde m este un parametru real.

761 $f(0)$ este:

A 0 B $m+3$ C $\mathrm{e}^2(m+3)$ D m E $-m$

762 f este monotonă pe $\mathbb{R}$ dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $[\frac{1}{4},1]$ B $[0,\infty)$ C $(0,\infty)$ D $\mathbb{R}$ E $[\frac{1}{2},\infty)$

763 f are două puncte de extrem dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $(-\infty,\frac{1}{2})$ B $[0,\infty)$ C $(-2,2)$ D $\mathbb{R}$ E $(-1,1)$

764 Fie $f\colon\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=|x-a|\sin x$, unde a este un parametru real. Numărul valorilor lui a pentru care f este derivabilă pe $\mathbb{R}$ este:

A 2 B 0 C 1 D infinit E 4

765 Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin formula de recurență $x_{n+1}=x_n^2-2x_n+2$, $x_0=a\in\mathbb{R}$. Șirul este convergent dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $[1,2]$ B $[-1,1]$ C $[0,2]$ D $[0,1]$ E $[-1,0]$

766 Dacă $a=\log_6 2$, atunci $\log_3 12$ este:

A 4 B $\dfrac{2+a}{2-a}$ C $\dfrac{a+4}{a+3}$ D $\dfrac{1+a}{1-a}$ E $\dfrac{1}{4}$

Ecuația $x^2 - 2mx + 2m^2 - 2m = 0$, unde m este un parametru real, are rădăcinile reale x_1 și x_2.

767 Suma $x_1 + x_2$ este:

A $2m$ B 2 C $2m^2 - 2m$ D m E $-m$

768 Mulțimea valorilor produsului $x_1\, x_2$ este:

A $[0, 4]$ B $\left[-\frac{1}{2}, 4\right]$ C $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ D $[-1, 2]$ E $\mathbb{R}$

Se consideră ecuația $x^5 + a^2x^4 + 1 = 0$, $a \in \mathbb{R}$, cu rădăcinile x_i, $i = 1, \ldots, 5$.

769 Valoarea sumei $\sum_{i=1}^{5} x_i$ este:

A $-5a$ B a^4 C $-a^2$ D 0 E $-a^4$

770 Valoarea sumei $\sum_{i=1}^{5} \frac{1}{x_i^4}$ este:

A 0 B a^4 C $-5a^4$ D $-4a^2$ E a^3

771 Mulțimea valorilor lui a pentru care două dintre rădăcinile ecuației au partea imaginară negativă este:

A $[-1, 1]$ B $\emptyset$ C $(-\infty, 0]$ D $(-\infty, 0)$ E $\mathbb{R}$

772 Numărul valorilor parametrului real a pentru care sistemul $\begin{cases} ax + y + z = 0 \\ x + ay + z = 0 \\ x + y + az = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3 \end{cases}$ are cel puțin o soluție este:

A 0 B 2 C 1 D 3 E infinit

773 Fie $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $\lambda \in \mathbb{R}$ astfel ca $A^2 - \lambda A + \lambda^2 I_2 = O_2$. Matricea A^{2018} este:

A $\lambda^{2018} I_2$ B A C $\lambda^{2016} A^2$ D $\lambda^2 A^2$ E O_2

Se consideră grupul $(G, \star)$, unde $G = (-1, 1)$ și $x \star y = \dfrac{x+y}{1+xy}$.

774 $\dfrac{2}{3} \star \dfrac{3}{4}$ este:

A $\dfrac{9}{12}$ B 0 C 1 D $\dfrac{14}{15}$ E $\dfrac{17}{18}$

775 Elementul neutru al grupului $(G, \star)$ este:

A $\dfrac{1}{2}$ B 0 C $-\dfrac{1}{2}$ D $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ E $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$

776 Dacă $\big((0,\infty), \cdot\big)$ este grupul multiplicativ al numerelor reale pozitive, atunci funcția crescătoare $f\colon G \to (0,\infty)$, $f(x) = \dfrac{a+x}{b-x}$, este un izomorfism de grupuri pentru:

A $a = b = 2$ B $a = -b = 1$ C $a = -b = -1$ D $a = b = -1$ E $a = b = 1$

777 $\dfrac{1}{2} \star \dfrac{1}{4} \star \cdots \star \dfrac{1}{10}$ este:

A $\dfrac{5}{6}$ B $\dfrac{10}{13}$ C $\dfrac{11}{15}$ D $\dfrac{7}{9}$ E $\dfrac{8}{9}$

778 Numărul valorilor parametrului real m pentru care ecuația
$\sqrt{\cos^4 x + 4\sin^2 x} + \sqrt{\sin^4 x + 4\cos^2 x} = m$ are soluții este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

Fie $f\colon [0, 3\pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x + \cos(4x)$.

779 $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ este:

A 2 B 1 C 0 D $\sqrt{2}$ E $2\sqrt{2}$

780 Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 2$ este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 6

781 Ecuațiile dreptelor care sunt la distanță 2 de punctul $A(2, 1)$ și trec prin originea $O(0, 0)$ sunt:

A alt răspuns B $3x + 4y = 0$ C $y = \pm x$ D $2x \pm y = 0$ E $x \pm 2y = 0$

Se consideră punctele $A(6,0)$, $B(0,3)$ și $O(0,0)$ în plan.

782 Ecuația înălțimii din O a triunghiului AOB este:

A $x = 2y$ B $2y = 3x$ C $y = 2x$ D $x = y$ E $3x = y$

783 Coordonatele centrului de greutate al triunghiului AOB sunt:

A $(2,1)$ B $(1,1)$ C $(1,2)$ D $(2,2)$ E $(3,2)$

9

Admitere 16 iulie 2018

Calculați:

784 $\displaystyle\int_1^5 \frac{\mathrm{d}x}{x+3}$

A $\ln 2$ B $\ln 3$ C $\ln 4$ D $\ln 5$ E $\ln 8$

785 $\displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}}$

A $\operatorname{arctg}\dfrac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}+1}$ B $\operatorname{arctg}\mathrm{e}-\dfrac{\pi}{4}$ C $\operatorname{arctg}\dfrac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}^2+1}$ D $\ln\dfrac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}+1}$ E $\ln(2\mathrm{e})$

786 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin(4x)}{\cos^4 x+\sin^4 x}\mathrm{d}x$

A $\ln 2$ B $\pi\ln 4$ C $\pi\ln 8$ D $\ln\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ E $\ln(\pi\mathrm{e})$

787 Fie $\{x\}$ partea fracționară a numărului real x. Atunci $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n\int_0^{\pi}\{x\}^n\,\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{\pi}{2}$ B 4 C 2 D π E 3

788 $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{2\cdot 9^x+5^x+4}{9^{x+1}-5^x+2^x}$ este:

A $\dfrac{2}{9}$ B 2 C 1 D $\dfrac{1}{9}$ E $+\infty$

Fie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + ax$, unde a este un parametru real.

789 $f^{'}(0)$ este:

A $1 + a$ B a C $1 - a$ D 1 E 0

790 Graficul lui f este tangent axei Ox dacă:

A $a = 2$ B $a = -1$ C $a = 1$ D $a = 0$ E $a = 3$

791 Pentru $a = -3$, numărul punctelor de extrem local ale funcției $g(x) = |f(x)|$, $x \in \mathbb{R}$, este:

A 4 B 1 C 2 D 3 E 5

792 Pentru $a = 1$, $(f^{-1})'(2)$ este:

A $1/2$ B $1/4$ C $1/3$ D 0 E $+\infty$

Se consideră în plan punctul $A(0, -1)$, dreptele d_1: $x - y + 1 = 0$, d_2: $2x - y = 0$ și punctele $B \in d_1$, $C \in d_2$, astfel încât d_1 și d_2 sunt mediane în triunghiul ABC.

793 Intersecția dreptelor d_1 și d_2 are coordonatele:

A $(-1, 2)$ B $(2, 3)$ C $(1, 2)$ D $(-1, 0)$ E $\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$

794 Punctul B are coordonatele:

A $(3, 6)$ B $(0, 1)$ C $(1, 2)$ D $(-1, 0)$ E $(-2, -1)$

795 Se consideră punctele $A(2, 3)$ și $B(4, 5)$. Mediatoarea segmentului $[AB]$ are ecuația:

A $2x - y = 2$ B $2x + y = 10$ C $x + 2y = 11$ D $-x + y = 1$ E $x + y = 7$

Se consideră polinomul $P(X) = X^{20} + X^{10} + X^5 + 2$, având rădăcinile $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{20}$. Notăm cu $R(X)$ restul împărțirii polinomului $P(X)$ prin $X^3 + X$.

796 $P(i)$ este:

A $2+i$ B $1+i$ C 2 D i E 0

797 $R(X)$ este:

A $2+X+X^2$ B $2+X$ C $2+X-X^2$ D X E 1

798 $\displaystyle\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{x_k - x_k^2}$ este:

A $\frac{15}{2}$ B 5 C 6 D 8 E 7

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ și fie $A^n = \begin{pmatrix} x_n & -y_n \\ y_n & x_n \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Notăm $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

799 $2A - A^2$ este:

A $A + I_2$ B I_2 C $2I_2$ D O_2 E $A - I_2$

800 A^{48} este:

A O_2 B $2^{12}I_2$ C $2^{48}I_2$ D $2^{48}A$ E $2^{24}I_2$

801 $\dfrac{x_{10}^2 + y_{10}^2}{x_8^2 + y_8^2}$ este:

A 16 B 2 C 8 D 4 E 1

802 Perechea $(a,b) \in \mathbb{R}^2$, pentru care $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1} + \sqrt{x^2+2x+2} - ax - b\right) = 0$, este:

A $\left(2, \frac{3}{2}\right)$ B $(-2,-1)$ C $(-2,-2)$ D $(2,-2)$ E $\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$

803 $\displaystyle\lim_{x\to 0} e^{\frac{1}{x}} \cdot \sin x$ este:

A nu există B 0 C ∞ D $-\infty$ E 1

804

Se consideră șirul cu termeni pozitivi $(a_n)_{n\geq 0}$, $a_0 = 1$, $a_1 = a$, $a_{n+1}^3 = a_n^2 a_{n-1}$, $n \geq 1$. Valoarea lui a, pentru care $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 8$, este:

A 2 B 16 C 8 D 32 E 4

Se consideră ecuația: $\cos^3 x \cdot \sin x - \sin^3 x \cdot \cos x = m$, $m \in \mathbb{R}$.

805

Ecuația admite soluția $x = \dfrac{\pi}{2}$ pentru:

A $m = \dfrac{1}{4}$ B $m = 1$ C $m = 0$ D $m = -1$ E $m = -\dfrac{1}{4}$

806

Ecuația are soluție dacă și numai dacă m aparține intervalului:

A $[-1, 1]$ B $[-4, 4]$ C $\left[-\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right]$ D $\left[-\dfrac{1}{4}, \dfrac{1}{4}\right]$ E $[-2, 2]$

807

Dacă $x \in (\pi, 2\pi)$ și $\cos x = \dfrac{3}{5}$, atunci $\sin x$ este:

A $\dfrac{3}{4}$ B $\dfrac{4}{5}$ C $-\dfrac{4}{5}$ D 1 E $-\dfrac{3}{4}$

808

Dacă $\lg 5 = a$ și $\lg 6 = b$, atunci $\log_3 2$ este:

A $\dfrac{1+a}{a+b+1}$ B $\dfrac{1+a}{a-b+1}$ C $\dfrac{1-a}{a+b+1}$ D $\dfrac{1-a}{a+b-1}$ E $\dfrac{1-a}{b-1}$

809

Dacă $x, y \in \mathbb{R}$ verifică relația $2\lg(x-2y) = \lg x + \lg y$, atunci mulțimea valorilor expresiei $\dfrac{x}{y}$ este:

A $\{4\}$ B $\{1\}$ C $\{1, 4\}$ D $\{1, 2, 4\}$ E $\emptyset$

810

Dacă $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$, $\alpha^3 = 1$, atunci $(1+\alpha)(1+\alpha^2)(1+\alpha^3)(1+\alpha^4)(1+\alpha^5)(1+\alpha^6)$ este:

A 64 B 0 C 16 D 4 E $8i$

Pe intervalul $(-1,1)$ se definește legea de compoziție $*$ prin
$x * y = \dfrac{2xy + 3(x+y) + 2}{3xy + 2(x+y) + 3}, \quad x, y \in (-1,1).$

811 Elementul neutru al legii $*$ este:

A 0 B $\frac{2}{3}$ C $-\frac{2}{3}$ D $\frac{1}{3}$ E $-\frac{1}{3}$

812 Dacă funcția $f:(-1,1) \to (0,\infty)$, $f(x) = a\,\dfrac{1-x}{1+x}$ verifică relația $f(x*y) = f(x)f(y)$, $\forall x, y \in (-1,1)$, atunci a este:

A $-\frac{2}{3}$ B $\frac{2}{3}$ C $-\frac{1}{3}$ D $\frac{1}{5}$ E $-\frac{1}{5}$

813 Numărul soluțiilor ecuației $\underbrace{x * x * \cdots * x}_{x \text{ de } 10 \text{ ori}} = \dfrac{1}{10}$ este:

A 2 B 0 C 1 D 10 E 5

10

Simulare admitere 18 mai 2019

814 Se consideră mulțimea $A = \{0, 1, 2, \ldots, 8\}$. Câte dintre submulțimile lui A îl conțin pe 3 și îl au pe 7 ca fiind cel mai mare element?

A 2^5 B 2^7 C $2^7 - 1$ D C_7^3 E 2^6

Se consideră sistemul $(S): \begin{cases} x - 2y - 3z = b \\ 2x + y + az = 2 \\ 3x + y - 2z = 4 \end{cases}$ $a, b \in \mathbb{R}$.

815 Sistemul (S) este compatibil determinat dacă și numai dacă:

A $a \neq 1$ B $a \neq -1$ C $a = 1, b = 2$ D $a = 3, b \neq 2$ E $a \neq -2$

816 Sistemul (S) este compatibil nedeterminat dacă și numai dacă:

A $a = 1,\ b = -5$ B $a = -1,\ b = 4$ C $a = -1,\ b = 6$ D $a = -1,\ b = -6$
E $a = 1,\ b = 5$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (2m + 1)x^2 - 2(m + 2)x + m + 2$, unde m este un parametru real, $m \neq -\dfrac{1}{2}$.

817 Ecuația $f(x) = 0$ are o unică soluție dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $\{-1, 2\}$ B $\{-1, 1\}$ C $\{-2, 2\}$ D $\{-2, 1\}$ E $\{0, 1\}$

818 Funcția f admite un minim global negativ dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ B $[-1, 2)$ C $\left(-\frac{1}{2}, 1\right]$ D $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup (1, \infty)$ E $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup (1, \infty)$

819 Soluțiile reale x_1, x_2 ale ecuației $f(x) = 0$ verifică $x_1 < 2$ și $x_2 > 2$ dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $\left[0, \frac{2}{5}\right)$ B $\left[-\frac{1}{3}, \frac{2}{5}\right)$ C $\left(-\frac{1}{2}, \frac{2}{5}\right]$ D $\left(-\frac{1}{2}, \frac{2}{5}\right)$ E $\mathbb{R}$

Pe mulțimea $(0,\infty)$ se definește legea de compozitie "$\star$" prin $x \star y = x^{\frac{\lg y}{\lg a}}$, unde $a \in (0,\infty) \setminus \{1\}$ este fixat.

820 Elementul neutru este:

A 1 B $-\lg a$ C $\lg a$ D a^{-1} E a

821 Simetricul unui element $x \in (0,\infty) \setminus \{1\}$ în raport cu legea "$\star$" este:

A $e^{\frac{\lg^2 a}{\lg x}}$ B $10^{\frac{\lg^2 a}{\lg x}}$ C $10^{\frac{\lg x}{\lg^2 a}}$ D $e^{\frac{\lg x}{\lg^2 a}}$ E x^{-1}

822 $\underbrace{x \star x \star \cdots \star x}_{x \text{ apare de } n \text{ ori}}$ este:

A $10^{\frac{\lg^n x}{\lg^{n-1} a}}$ B $e^{\frac{\lg^n x}{\lg^n a}}$ C $10^{n\frac{\lg x}{\lg a}}$ D $e^{\frac{\lg x}{n \lg^2 a}}$ E $10^{\frac{\lg x}{n \lg a}}$

823 Fie $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ și $\operatorname{tr}(A) = a + d$. Atunci $\det(A + I_2) - 1 - \det A$ este:

A $2\operatorname{tr}(A) + 1$ B $\operatorname{tr}(A) + 1$ C $2\operatorname{tr}(A)$ D $\operatorname{tr}(A) - 1$ E $\operatorname{tr}(A)$

Fie ε rădăcina pozitivă a ecuației $x^2 - x - 1 = 0$ și matricea $A = \begin{pmatrix} -\varepsilon + 1 & \frac{1}{\varepsilon} \\ 1 & \varepsilon - 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

824 ε^3 este egal cu:

A $\varepsilon - 2$ B $2\varepsilon - 1$ C $2\varepsilon + 1$ D $-\varepsilon + 2$ E ε

825 $\det\left(A^{2019}\right)$ este:

A 1 B 0 C 2019 D -1 E ε

826 Matricea A^{2019} este:

A εI_2 B $-A$ C I_2 D $-\varepsilon I_2$ E A

827 Fie polinomul $P(x) = x^3 + 3x + 2$, cu rădăcinile $x_1,\ x_2,\ x_3$. Polinomul cu rădăcinile $1 + x_1,\ 1 + x_2,\ 1 + x_3$ este:

A $x^3 - 3x^2 + 6x - 2$ B $x^3 - 3x^2 - 5x - 1$ C $x^3 - 3x^2 - x + 2$ D $x^3 - 3x^2 + x - 1$ E $x^3 - 3x^2 - x - 5$

828 $\lim\limits_{n\to\infty} n \int_0^1 \frac{x^n}{1 + x + x^n}\,\mathrm{d}x$ este:

A 1 B $\ln 2$ C $\ln \frac{3}{2}$ D 2 E $2\ln 2$

829 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n - \sum_{k=1}^{n} \cos \frac{2k}{n\sqrt{n}} \right)$ este:

A 2 B $\frac{1}{2}$ C 1 D $\frac{2}{3}$ E $+\infty$

Se consideră funcția $f : [-2, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x}(x^2 + x - 1)$.

830 Numărul asimptotelor lui f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4ex]

831 Numărul punctelor de extrem local ale lui f este:

A 4 B 2 C 0 D 1 E 3

832 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n}{\sqrt{n^2+2n}}$ este:

A 0 B $\dfrac{2}{3}$ C 1 D $\sqrt{2}$ E 2

833 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{\sqrt{1-\cos x}}$ este:

A 0 B 1 C $\sqrt{2}$ D $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ E nu există

834 Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \left|2x^2 - 3x + 1\right| \cdot \cos(a\,x)$, unde $a \in [0, 2\pi]$ este un parametru real. Numărul valorilor lui a pentru care funcția f este derivabilă pe $\mathbb{R}$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

835 $\displaystyle\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{1+x}}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{1}{2}$ B $2\sqrt{3}$ C $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ D 2 E $\dfrac{7}{12}$

Fie $a \in \mathbb{R}$ și fie funcțiile $f, g : (-1, \infty) \to \mathbb{R}$ definite prin
$f(x) = ax^2 + x$, $g(x) = \ln(1 + x)$.

836 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)}{g(x)}$ este:

A 0 B $2a+1$ C 1 D ∞ E $a+1$

837 Mulțimea valorilor lui a pentru care graficele funcțiilor f și g au tangentă comună într-un punct comun este:

A $\mathbb{R}\setminus\left\{1-\dfrac{1}{e}\right\}$ B $(-\infty, 0]$ C $[0, \infty)$ D $\left[-\dfrac{1}{2}, \infty\right)$ E $\mathbb{R}$

Fie șirul de numere reale $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n\sqrt{1-x_n^2}$, unde $x_0 = a \in (0,1)$.

838 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A 1 B 0 C a D $\sqrt{1-a^2}$ E nu există

839 $\lim\limits_{n\to\infty} n\,x_n^{\,2}$ este:

A 0 B 1 C a^2 D $1-a^2$ E $+\infty$

Fie $ABCD$ paralelogram, cu $A(-1,4)$, $B(1,6)$ și $C(3,-8)$.

840 Punctul de intersecție a diagonalelor are coordonatele:

A $(2,-1)$ B $(0,5)$ C $(1,-2)$ D $(2,-4)$ E $(1,-10)$

841 Simetricul lui D față de dreapta AB are coordonatele:

A $(-14,5)$ B $(6,-15)$ C $(-13,4)$ D $(-15,6)$ E $(-5,14)$

842 Aria paralelogramului $ABCD$ este:

A 32 B 16 C 8 D 48 E 24

843 Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x + \sin(3x) = \dfrac{8}{3\sqrt{3}}$ este:

A $\left\{(-1)^k \arcsin\dfrac{1}{\sqrt{3}} + k\pi \,:\, k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\dfrac{k\pi}{6} \,:\, k\in\mathbb{Z}\right\}$

C $\left\{(-1)^k \arcsin\dfrac{3\sqrt{3}}{8} + k\pi \,:\, k\in\mathbb{Z}\right\}$ D $\emptyset$ E $\left\{\dfrac{k\pi}{8} \,:\, k\in\mathbb{Z}\right\}$

11

Admitere 24 iulie 2019

844 Se consideră mulțimea $A = \{0, 1, 2, \ldots, 8\}$. Care este numărul submulțimilor lui A care îl conțin pe 5 și au cel puțin un element mai mare decât 5?

A 224 **B** 217 **C** 64 **D** 192 **E** 240

Pentru orice $m \in \mathbb{R}^*$ se definește funcția

$$f_m \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f_m(x) = mx^2 + 2(m+1)x + m + 2.$$

845 Numărul punctelor din plan comune tuturor graficelor funcțiilor f_m este:

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** infinit

846 Mulțimea valorilor m pentru care funcția f_m are ambele rădăcini reale și strict negative este:

A $(-\infty, -1) \cup (0, \infty)$ **B** $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$ **C** $\emptyset$ **D** $(0, \infty)$ **E** $(-\infty, -2) \cup (0, \infty)$

Pe mulțimea $\mathbb{Z}$ se definește legea de compoziție "$*$" prin $x * y = x + y + axy$, unde $a \in \mathbb{Z}$ este fixat.

847 Numărul valorilor lui a pentru care legea de compoziție are element neutru este:

A 1 B 2 C 4 D 5 E infinit

848 Dacă $a = -2$, atunci numărul elementelor simetrizabile este:

A 1 B 2 C 4 D 5 E infinit

849 Dacă $a = -2$, atunci $\underbrace{1 * 1 * \cdots * 1}_{\text{1 apare de 2019 ori}}$ este:

A -1 B 1 C $\dfrac{3^{2019} - 1}{2}$ D $\dfrac{3^{2019} + 1}{2}$ E 0

850 Fie $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ inversabilă astfel încât $A + A^{-1} = I_2$.
Atunci matricea $I_2 + A + A^2 + \cdots + A^{2019}$ este:

A $2A - I_2$ B $2A + I_2$ C $-2A + I_2$ D $-2A - I_2$ E $A + I_2$

851 Fie $z = \cos\dfrac{2\pi}{3} + i\sin\dfrac{2\pi}{3}$. Atunci $(1-z)(1-z^2)(1-z^4)(1-z^5)$ este:

A 9 B 0 C i D 1 E z

Se consideră sistemul $\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = b \\ x + y + az = 1 \end{cases}$ cu $a, b \in \mathbb{R}$.

852 Sistemul este compatibil determinat dacă și numai dacă:

A $a \neq \dfrac{2}{3}$ B $a = \dfrac{2}{3}$ C $a \neq \dfrac{3}{2}$ D $a = \dfrac{3}{2}$ E $a \neq 2$

853 Sistemul este compatibil nedeterminat dacă și numai dacă:

A $a = \dfrac{2}{3}, b = 2$ B $a = \dfrac{2}{3}, b \neq 2$ C $a = \dfrac{3}{2}, b = 2$ D $a = \dfrac{2}{3}, b = 3$ E $a \neq \dfrac{2}{3}, b = 2$

Se consideră polinomul $P(X) = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3, x_4.

854 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ este:

A 2 B 0 C 1 D -1 E -2

855 $x_1^{2019} + x_2^{2019} + x_3^{2019} + x_4^{2019}$ este:

A -4 B 4 C 1 D -1 E 0

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n - x_n^2$, $x_0 \in \mathbb{R}$.

856 Dacă $x_{100} = 1$, atunci valoarea lui x_0 este:

A -2 B 1 C -1 D 2 E nu există

857 Șirul este convergent dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $[-1, 1]$ B $(-\infty, 0]$ C $[0, 1]$ D $[1, \infty)$ E $(-1, 1)$

858 Dacă $x_0 = \frac{1}{2}$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{x_n}$ este:

A 1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D nu există E $+\infty$

859 Numărul punctelor de extrem ale funcției $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2-1)^2(x^2-9)^3$, este:

A 2 B 3 C 4 D 5 E 6

Fie $f\colon (-1, 1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(x^2 + x + m)$, $m \in \mathbb{R}$.

860 $f(0)$ este:

A 0 B $m-1$ C m D $m+1$ E $m+2$

861 Funcția f are un singur punct de extrem local dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $(-5, 1)$ B $\{-5, 1\}$ C $[-5, 1)$ D $(-5, 2)$ E $\left\{\frac{5}{4}\right\}$

Fie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^{2x} + 1}$.

862 Numărul asimptotelor la graficul funcției f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E alt răspuns

863 Imaginea funcției f este:

A $\left(-1, \frac{\sqrt{2}-1}{2}\right]$ B $[-1, 0)$ C $(-1, 0)$ D $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$ E $[-1, \sqrt{2}]$

864 $\displaystyle\int_0^2 \frac{1}{x^2+4}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\ln 1$ B $\ln 2$ C $\frac{\pi}{8}$ D $\ln 3$ E $\frac{\pi}{2}$

865 $\displaystyle\int_1^9 \frac{1}{x+\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\ln 1$ B $\ln 2$ C π D $\ln 4$ E $-\ln 2$

866 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_0^n \frac{x-x^2}{(x^2+1)(x^3+1)}\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B 1 C $\log\frac{3}{2}$ D $\log\frac{2}{3}$ E -1

867 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_{\frac{1}{n}}^n \frac{1}{(x^2+1)(x^7+1)}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{\pi}{3}$ B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{2}$ D $\frac{\pi}{8}$ E alt răspuns

În planul xOy se consideră punctele $A(8,0)$ și $B(0,6)$, iar M este un punct variabil pe segmentul $[AB]$. Fie P și N proiecțiile lui M pe axele Ox, respectiv Oy.

868 Ecuația dreptei AB este:

A $3x+4y=24$ B $3x+2y=24$ C $x+y=10$ D $2x+y=22$ E $x-y=1$

869 Lungimea minimă a lui $[OM]$ este:

A 4 B 6 C 5 D $\frac{24}{5}$ E $\frac{16}{3}$

870 Valoarea maximă a ariei dreptunghiului $MNOP$ este:

A 10 B 12 C 13 D 14 E 15

Se dă ecuația $\cos^2 x - 2\sin x \cos x = a + \sin^2 x, \quad a \in \mathbb{R}.$

871 Ecuația are soluția $\dfrac{\pi}{4}$ dacă a este:

A 0 B 1 C -1 D $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ E $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

872 Ecuația admite soluții dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $[-\sqrt{5}, \sqrt{5}]$ B $[-2, 2]$ C $[-1, 1]$ D $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ E $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

873 Dacă $\sin x + \cos x = 1, \quad x \in \mathbb{R},$ atunci valoarea minimă pe care o poate lua expresia $\sin^{2019} x + \cos^{2019} x$ este:

A -1 B 0 C $\dfrac{1}{2^{2019}}$ D 1 E $\dfrac{1}{4}$

12

Simulare admitere 8 mai 2021

Câte numere naturale de 3 cifre distincte (în baza 10) au cifrele scrise în ordine ...

874 crescătoare?

A 168 B 120 C 126 D 504 E 84

875 descrescătoare?

A 84 B 720 C 126 D 168 E 120

Fie $(G, *)$ un grup astfel încât funcția

$$f : (\mathbb{R}, +) \to (G, *), \qquad f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \quad (x \in \mathbb{R})$$

să fie un izomorfism de grupuri.

876 Mulțimea G este:

A $(-1, 1)$ B $[0, \infty)$ C $[-1, 1]$ D $\mathbb{R}$ E $[0, 1)$

877 Inversa $f^{-1}(y)$ are expresia:

A $\dfrac{y}{\sqrt{1+y^2}}$ B $\dfrac{|y|}{\sqrt{1+y^2}}$ C $\dfrac{y}{\sqrt{y^2-1}}$ D $\dfrac{|y|}{\sqrt{1-y^2}}$ E $\dfrac{y}{\sqrt{1-y^2}}$

878 Valoarea expresiei $(f \circ f \circ \ldots \circ f)(1)$, unde f apare de 2021 de ori, este:

A $\dfrac{1}{2021}$ B $\dfrac{1}{\sqrt{2022}}$ C $\dfrac{1}{\sqrt{2021}}$ D $\sqrt{\dfrac{2020}{2021}}$ E $\dfrac{1}{\sqrt{2020 \cdot 2021}}$

879 $\dfrac{\sqrt{2}}{2} * \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ este:

A $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ B $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ C $\sqrt{2}$ D 1 E $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

880 Elementul neutru în $(G, *)$ este:

A 0 B 1 C $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ D $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ E $\ln 2$

881 Valoarea expresiei $\dfrac{1}{\sqrt{2021}} * \dfrac{1}{\sqrt{2021}} * \cdots * \dfrac{1}{\sqrt{2021}}$, unde $\dfrac{1}{\sqrt{2021}}$ apare de 2020 de ori, este:

A $\dfrac{1}{2021}$ B $\dfrac{1}{\sqrt{2022}}$ C $\dfrac{1}{\sqrt{2021}}$ D $\sqrt{\dfrac{2020}{2021}}$ E $\dfrac{1}{\sqrt{2020 \cdot 2021}}$

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

882 Determinantul matricei A este:

A 1 B 0 C -1 D -7 E 3

883 $(A - I_3)^2$ este:

A O_3 B I_3 C A D $A - I_3$ E $-I_3$

884 A^{2021} este:

A $2021A - 2020I_3$ B $A - I_3$ C $A + 2020I_3$ D $2020A - 2021I_3$ E $2021A + 2020I_3$

885 $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{\sin x}{x^2 - \pi^2}$ este:

A $-\dfrac{1}{2\pi}$ B $\dfrac{1}{\pi^2}$ C $\dfrac{1}{2\pi}$ D 0 E $\dfrac{1}{\pi}$

886 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1 - \sqrt{1+x^2}\cos x}{x^4}$ este:

A $\dfrac{1}{4}$ B $\dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{1}{3}$ D $\dfrac{1}{6}$ E $\dfrac{1}{12}$

887 $\displaystyle\int_0^1 x^3 \operatorname{arctg} x \,\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{\pi}{2}$ B $\dfrac{1}{3}$ C $\dfrac{\pi}{4}$ D $\dfrac{1}{5}$ E $\dfrac{1}{6}$

888 $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} \,\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{\pi}{6}$ B $\dfrac{\pi}{2}$ C $\dfrac{\pi}{3}$ D $\dfrac{\pi}{4}$ E $\dfrac{\pi}{12}$

889 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1}{x}\int_0^x \mathrm{e}^{-t^2}\,\mathrm{d}t$ este:

A 1 B 0 C e D $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ E $\dfrac{2}{\mathrm{e}}$

890 Fie $\{x\}$ partea fracționară a numărului real x. Limita șirului

$$\int_0^n \frac{\{x\}^n}{1+\{x\}}\,\mathrm{d}x, \quad n = 1, 2, \ldots \quad \text{este:}$$

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{3}$ C 1 D $\ln 2$ E ∞

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin relația de recurență

$$x_{n+1} = x_n + 2^{-x_n} \quad \text{pentru orice } n \geq 0, \qquad x_0 = 0.$$

891 x_1 este:

A 1 B 2 C $\frac{3}{2}$ D $\frac{1}{2}$ E 0

892 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A 2 B e C ∞ D e^2 E nu există

893 $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_n}{\ln n}$ este:

A $\log_2 \mathrm{e}$ B $\ln 2$ C 1 D 2 E $\frac{1}{\sqrt{\mathrm{e}}}$

Fie $a \in \mathbb{R}$ și fie funcția $f : (-2, \infty) \to \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = \ln(2 + x) + ax^2 + 4x$.

894 Dacă tangenta la graficul funcției f în punctul de abscisă -1 este perpendiculară pe dreapta de ecuație $x + y + 1 = 0$, atunci valoarea lui a este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E -1

895 Dacă $f''(0) = 0$, atunci valoarea lui a este:

A $\frac{1}{8}$ B $\frac{1}{2}$ C 2 D $-\frac{1}{4}$ E 0

896 Funcția f este concavă dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $(-\infty, 0]$ B $(-\infty, 0)$ C $(0, \infty)$ D $[0, \infty)$ E $\mathbb{R}^*$

În planul xOy se consideră punctele $A(0,2)$, $B(-1,-2)$ și $C(1,0)$.

897 Centrul de greutate al triunghiului ABC are coordonatele:

A $(0,0)$ B $(1,0)$ C $(0,-1)$ D $\left(0,\frac{4}{3}\right)$ E $\left(\frac{2}{3},0\right)$

898 Dacă D este un punct din plan cu proprietatea că $ABCD$ este paralelogram, atunci OD este:

A 4 B $2\sqrt{5}$ C 5 D $3\sqrt{3}$ E $3\sqrt{2}$

899 Dacă M este un punct din plan cu proprietatea că $MA^2+MB^2+MC^2=37$, atunci OM este:

A 2 B $2\sqrt{2}$ C 3 D $2\sqrt{3}$ E 4

900 Numărul complex $(1+i)(1+2i)(1+3i)$ este:

A -10 B $10i$ C $1-3i$ D $3-i$ E $9+i$

901 Valoarea expresiei $\operatorname{arctg} 1+\operatorname{arctg} 2+\operatorname{arctg} 3$ este:

A $\frac{5\pi}{6}$ B π C $\frac{3\pi}{2}$ D $\frac{3\pi}{4}$ E $\frac{5\pi}{4}$

Fie funcția $f:[0,4\pi]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sin^5 x+\cos^5 x$.

902 $f(\pi)$ este:

A -1 B 0 C 1 D 2 E -2

903 Numărul soluțiilor ecuației $f(x)=1$ este:

A 4 B 5 C 7 D 9 E 10

13

Admitere 22 iulie 2021

904 Numărul complex $1-i+i^2-i^3+\cdots-i^{2021}$ este:

A $1-i$ B $1+i$ C $-i$ D 1 E 0

905 Dacă $a=\lg 5$, atunci $\log_3 5\cdot\log_{20} 9$ este:

A $\dfrac{2a}{2-a}$ B $\dfrac{2-a}{2a}$ C $\dfrac{1-a}{2a}$ D $\dfrac{a}{2-a}$ E $\dfrac{2-a}{a}$

906 Câte numere naturale de patru cifre (în baza 10) se pot scrie, dacă se pot folosi doar cifrele 1, 2, 3, 4 iar cifra 1 se folosește obligatoriu?

A 256 B 252 C 110 D 192 E 175

Pe $\mathbb{C}$ se definește legea de compoziție $z_1 * z_2 = z_1z_2 - i(z_1+z_2) - 1 + i$, $z_1, z_2\in\mathbb{C}$.

907 $i*i$ este:

A 1 B 0 C i D $-i$ E 2

908 Elementul neutru al legii "$*$" este:

A $-i$ B $-1+i$ C $-1-i$ D $1+i$ E $1-i$

909 Mulțimea elementelor inversabile în monoidul $(\mathbb{C},*)$ este:

A $\mathbb{C}\setminus\{i\}$ B $\{-1+i, 1+i\}$ C $\{1-i,-1-i\}$ D $\{i\}$ E $\mathbb{C}\setminus\{i,-i\}$

910 Dacă $\varepsilon=\dfrac{-1+i\sqrt{3}}{2}$, atunci valoarea expresiei $(\varepsilon+i)*(\varepsilon+i)*\cdots*(\varepsilon+i)$, unde $\varepsilon+i$ apare de 2022 ori, este:

A $1+i$ B $-1+i$ C $1-i$ D i E $-i$

Fie $a, b \in \mathbb{R}$ și fie sistemul (S) în necunoscutele x, y, z:

$$(S): \begin{cases} x - 2y - 3z = b \\ 2x + y - z = 2 \\ 3x + y + az = 4 \end{cases}.$$

911 Sistemul (S) este compatibil determinat dacă și numai dacă:

A $a \neq -2$ B $a = -2$ C $a \neq 2$ D $a \neq -1$ E $a = 2$

912 Sistemul (S) este compatibil nedeterminat dacă și numai dacă perechea (a, b) este:

A $(-2, 6)$ B $(-2, -6)$ C $(-2, 5)$ D $(2, 5)$ E $(2, -6)$

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

913 A^{2022} este:

A $4^{2021}A$ B $4^{2022}A$ C $4A$ D $4^{2022}I_2$ E O_2

914 Numărul matricelor $X \in M_2(\mathbb{R})$ care verifică ecuația $X^{2022} = A$ este:

A 2 B 0 C 2022 D 4 E 1

Fie funcția $f\colon :(0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x - \dfrac{1}{x}$ pentru orice $x > 0$.

915 Numărul soluțiilor ecuației $f(x^2) = f(x)$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

916 Mulțimea valorilor $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $f(x) = a$ are soluție este:

A $\mathbb{R}$ B $(0,\infty)$ C $(-1,1)$ D $(-1,\infty)$ E $\mathbb{R}^*$

917 Numărul asimptotelor la graficul funcției f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

918 $f'(x)$ este:

A $1 + \dfrac{1}{x^2}$ B $1 - \ln x$ C $\dfrac{x^2}{2} - \ln x$ D $1 - \dfrac{1}{x^2}$ E $x^2 + \dfrac{1}{x^2}$

919 Ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de intersecție a graficului cu axa Ox este:

A $x + 2y = 1$ B $x - y = 1$ C $2x - y = 2$ D $2x + y = 2$ E $y = 0$

920 $\displaystyle\int_1^{\sqrt{\mathrm{e}}} f(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{\mathrm{e}}{2} - 1$ B $\dfrac{\mathrm{e}}{2}$ C $1 - \dfrac{1}{\mathrm{e}}$ D $\mathrm{e} - \dfrac{1}{2}$ E $1 + \dfrac{1}{\mathrm{e}}$

921 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_{\frac{1}{n}}^{n} \mathrm{e}^{-|f(x)|}\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B 1 C $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ D e E $\mathrm{e} - \dfrac{1}{\mathrm{e}}$

922 $\displaystyle\int_0^1 2^{-x}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{1}{2\ln 2}$ B $\dfrac{\ln 2}{2}$ C $-\dfrac{1}{2\ln 2}$ D $-\dfrac{\ln 2}{2}$ E $2^{\ln 2} - 1$

923 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \cos x}\,\mathrm{d}x$ este:

A 2 B $2\sqrt{2} - 2$ C $2\sqrt{2}$ D $2 + \sqrt{2}$ E $2 - \sqrt{2}$

Fie funcția continuă $f : (0,\infty) \to \mathbb{R}$ cu $f(x) = \dfrac{x - \mathrm{e}}{\ln x \ - 1}$ pentru orice $x \in (0,\infty) \setminus \{\mathrm{e}\}$.

924 $f(\mathrm{e})$ este:

A 0 B e C 1 D $\dfrac{1}{2}$ E 2

925 $f'(\mathrm{e})$ este:

A 0 B e C 1 D $\dfrac{1}{2}$ E $\dfrac{\mathrm{e}}{2}$

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin relația de recurență $x_{n+1} = x_n^2 + 2x_n$ pentru orice $n \in \mathbb{N}$, unde $x_0 \in \mathbb{R}$.

926 Dacă $x_0 \in (0,1)$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A ∞ B nu există C 0 D $1+\sqrt{5}$ E e^2

927 Șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ este convergent dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $[-2,0]$ B $[-1,0]$ C $[-1,1)$ D $\{-1,0\}$ E $(-\infty,1)$

928

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(2^x - 1)\cdot \ln(1+\sin^2 x)}{\left(\sqrt{1+x^2}-1\right)\cdot \operatorname{tg} x}$ este:

A $2\ln 2$ B $\ln 2$ C 0 D $\dfrac{\ln 2}{2}$ E 1

În planul xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(-2,-3)$ și $C(3,-3)$.

929 Centrul de greutate al triunghiului ABC are coordonatele:

A $(1,-1)$ B $(0,0)$ C $(0,-1)$ D $\left(\dfrac{3}{2},-\dfrac{3}{2}\right)$ E $\left(\dfrac{7}{3},3\right)$

930 Dacă D este un punct din plan cu proprietatea că $COAD$ este paralelogram, atunci CD este:

A 5 B $\sqrt{13}$ C $3\sqrt{2}$ D $2\sqrt{3}$ E $\sqrt{19}$

931 Dacă M este un punct oarecare din plan, atunci valoarea minimă a expresiei $MA^2 + MB^2 + MC^2$ este:

A 35 B 44 C 38 D 41 E 53

Fie $a \in \mathbb{R}$ și fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \cos x + \cos(ax)$.

932 $f(0)$ este:

A 2 **B** 0 **C** 1 **D** π **E** -2

933 Ecuația $f(x) = 2$ are soluție unică dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ **B** $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$ **C** $\{-\pi, \pi\}$ **D** $\mathbb{R}^*$ **E** $(-1, 1)$

Problemele au fost propuse/prelucrate/alese de către:

1 - Maria Câmpian
2 - Daria Dumitraș
3 - Maria Câmpian
4 - Eugenia Duca
5 - Liana Timboș
6 - Liana Timboș
7 - Liana Timboș
8 - Dalia Cîmpean
9 - Dalia Cîmpean
10 - Dalia Cîmpean
11 - Maria Câmpian
12 - Maria Câmpian
13 - Maria Câmpian
14 - Alexandra Ciupa
15 - Alexandra Ciupa
16 - Viorica Muresan
17 - Viorica Muresan
18 - Dalia Cîmpean
19 - Radu Peter
20 - Mircea Ivan
21 - Daria Dumitraș
22 - Daniela Inoan
23 - Nicolaie Lung
24 - Daria Dumitraș
25 - Daniela Roșca
26 - Daniela Roșca
27 - Adela Novac
28 - Adela Novac
29 - Floare Tomuța
30 - Mircea Dan Rus
31 - Mircea Dan Rus
32 - Mircea Dan Rus
33 - Floare Tomuța
34 - Iuliu Crivei
35 - Viorica Mureșan
36 - Neculae Vornicescu
37 - Neculae Vornicescu
38 - Alexandra Ciupa
39 - Vasile Pop
40 - Vasile Câmpian
41 - Ioan Gavrea
42 - Ioan Gavrea
43 - Ioan Gavrea
44 - Daniela Roșca
45 - Eugenia Duca
46 - Eugenia Duca
47 - Alexandru Mitrea
48 - Alexandru Mitrea
49 - Alexandru Mitrea
50 - Alexandru Mitrea
51 - Alexandru Mitrea
52 - Eugenia Duca
53 - Tania Lazar
54 - Gheorghe Toader
55 - Daniela Marian
56 - Ioan Rașa
57 - Ioan Rașa
58 - Ioan Rașa
59 - Ioan Rașa
60 - Ioan Rașa
61 - Alexandru Mitrea
62 - Ioan Rașa
63 - Daniela Roșca
64 - Daniela Roșca
65 - Floare Tomuța
66 - Daniela Roșca
67 - Daniela Roșca
68 - Daniela Roșca
69 - Alexandru Mitrea
70 - Alexandru Mitrea
71 - Gheorghe Toader
72 - Eugenia Duca
73 - Silvia Toader
74 - Silvia Toader
75 - Silvia Toader
76 - Ioan Gavrea
77 - Ioan Gavrea
78 - Bogdan Gavrea
79 - Bogdan Gavrea
80 - Alexandra Ciupa
81 - Mihaela Bercheșan
82 - Mihaela Bercheșan
83 - Mihaela Bercheșan
84 - Eugenia Duca
85 - Mircea Ivan
86 - Alexandra Ciupa
87 - Alexandru Mitrea
88 - Ioan Rașa
89 - Ioan Rașa
90 - Ioan Rașa
91 - Ioan Rașa
92 - Mircea Ivan
93 - Mircea Ivan
94 - Daria Dumitraș
95 - Daria Dumitraș
96 - Vasile Pop
97 - Silvia Toader
98 - Nicolaie Lung
99 - Nicolaie Lung
100 - Daniela Roșca
101 - Dorian Popa
102 - Neculae Vornicescu
103 - Neculae Vornicescu
104 - Vasile Miheșan
105 - Daria Dumitraș
106 - Vasile Miheșan
107 - Daniela Roșca
108 - Daniela Roșca
109 - Daniela Roșca
110 - Vasile Pop
111 - Vasile Pop
112 - Silvia Toader
113 - Silvia Toader
114 - Gheorghe Toader
115 - Rozica Moga
116 - Rozica Moga
117 - Viorica Mureșan
118 - Dorian Popa
119 - Mircea Ivan
120 - Iuliu Crivei
121 - Iuliu Crivei
122 - Daniela Roșca
123 - Ioan Gavrea
124 - Ioan Gavrea
125 - Vasile Pop
126 - Alexandru Mitrea
127 - Viorica Mureșan
128 - Ovidiu Furdui
129 - Ovidiu Furdui

130 - Eugenia Duca
131 - Alina Sîntămărian
132 - Vasile Pop
133 - Mircea Ivan
134 - Mircea Ivan
135 - Eugenia Duca
136 - Neculae Vornicescu
137 - Iuliu Crivei
138 - Gheorghe Toader
139 - Alexandra Ciupa
140 - Silvia Toader
141 - Vasile Câmpian
142 - Daniela Inoan
143 - Dorian Popa
144 - Neculae Vornicescu
145 - Mircea Ivan
146 - Vasile Pop
147 - Mircea Ivan
148 - Daniela Inoan
149 - Dorian Popa
150 - Gheorghe Toader
151 - Viorica Mureșan
152 - Vasile Pop
153 - Floare Tomuța
154 - Vasile Miheșan
155 - Ioan Gavrea
156 - Ioan Gavrea
157 - Radu Peter
158 - Ioan Rașa
159 - Vasile Pop
160 - Vasile Pop
161 - Neculae Vornicescu
162 - Alexandru Mitrea
163 - Alexandru Mitrea
164 - Floare Tomuța
165 - Daniela Roșca
166 - Mircea Ivan
167 - Mircea Dan Rus
168 - Mircea Dan Rus
169 - Alexandra Ciupa
170 - Vasile Miheșan
171 - Vasile Pop
172 - Floare Tomuța
173 - Alexandru Mitrea
174 - Alexandru Mitrea
175 - Alexandru Mitrea
176 - Alexandru Mitrea
177 - Alexandru Mitrea
178 - Alexandru Mitrea
179 - Alexandru Mitrea
180 - Dorian Popa
181 - Dorian Popa
182 - Dorian Popa
183 - Dorian Popa
184 - Dorian Popa
185 - Vasile Pop
186 - Gheorghe Toader
187 - Viorica Mureșan
188 - Viorica Mureșan
189 - Daniela Roșca
190 - Nicolaie Lung
191 - Iuliu Crivei
192 - Iuliu Crivei
193 - Daniela Roșca
194 - Vasile Miheșan
195 - Vasile Miheșan
196 - Vasile Miheșan
197 - Vasile Pop
198 - Vasile Pop
199 - Vasile Pop
200 - Vasile Pop
201 - Silvia Toader
202 - Silvia Toader
203 - Silvia Toader
204 - Ioan Rașa
205 - Ioan Rașa
206 - Ioan Rașa
207 - Mircia Gurzău
208 - Vasile Pop
209 - Vasile Pop
210 - Alexandru Mitrea
211 - Gheorghe Toader
212 - Dorian Popa
213 - Dorian Popa
214 - Dorian Popa
215 - Iuliu Crivei
216 - Iuliu Crivei
217 - Daniela Inoan
218 - Dorian Popa
219 - Ioan Rașa
220 - Adela Novac
221 - Adela Novac
222 - Dorian Popa
223 - Dorian Popa
224 - Dorian Popa
225 - Mircea Ivan
226 - Nicolaie Lung
227 - Nicolaie Lung
228 - Nicolaie Lung
229 - Constantin Todea
230 - Vasile Pop
231 - Ioan Gavrea
232 - Vasile Pop
233 - Vasile Pop
234 - Vasile Pop
235 - Mircea Rus
236 - Mircea Rus
237 - Mircea Rus
238 - Mircea Rus
239 - Mircea Rus
240 - Mircea Rus
241 - Mircea Rus
242 - Mircea Rus
243 - Mircea Rus
244 - Mircea Rus
245 - Mircea Rus
246 - Mircea Rus
247 - Silvia Toader
248 - Silvia Toader
249 - Daniela Roșca
250 - Alexandru Mitrea
251 - Ioan Gavrea
252 - Dorian Popa
253 - Dorian Popa
254 - Dorian Popa
255 - Dorian Popa
256 - Dorian Popa
257 - Dorian Popa
258 - Dorian Popa
259 - Dorian Popa
260 - Dorian Popa
261 - Dorian Popa
262 - Dorian Popa
263 - Mircea Ivan
264 - Mircea Ivan
265 - Mircea Ivan
266 - Mircea Ivan
267 - Vasile Pop
268 - Adela Novac
269 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
270 - Daniela Roșca
271 - Ioan Rașa
272 - Maria Câmpian
273 - Maria Câmpian
274 - Maria Câmpian
275 - Adela Novac
276 - Viorica Mureșan
277 - Daniela Roșca
278 - Alexandra Ciupa
279 - Ioan Rașa
280 - Nicolaie Lung
281 - Alexandra Ciupa
282 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
283 - Ioan Rașa
284 - Daria Dumitraș
285 - Adela Capătă
286 - Ioan Gavrea
287 - Ioan Gavrea
288 - Ioan Gavrea
289 - Ioan Gavrea
290 - Mircea Ivan
291 - Alina Sîntămărian
292 - Mircea Ivan
293 - Neculae Vornicescu
294 - Silvia Toader
295 - Marius Birou
296 - Alexandra Ciupa
297 - Adrian Holhos
298 - Adrian Holhos
299 - Ioan Rașa
300 - Eugenia Duca
301 - Mircea Ivan
302 - Adela Capătă
303 - Adela Capătă
304 - Viorica Mureșan
305 - Mircea Ivan
306 - Vasile Pop
307 - Mircea Ivan

308 - Radu Peter
309 - Adrian Holhoș
310 - Floare Tomuța
311 - Floare Tomuța
312 - Dorian Popa
313 - Alexandra Ciupa
314 - Vasile Pop
315 - Radu Peter
316 - Radu Peter
317 - Alexandru Mitrea
318 - Ovidiu Furdui
319 - Mircea Ivan
320 - Mircea Ivan
321 - Mircea Ivan
322 - Mircea Ivan
323 - Mircea Ivan
324 - Daniela Roșca
325 - Daniela Roșca
326 - Lucia Blaga
327 - Lucia Blaga
328 - Alexandra Ciupa
329 - Alexandra Ciupa
330 - Alexandra Ciupa
331 - Vasile Pop
332 - Maria Câmpian
333 - Neculae Vornicescu
334 - Daniela Inoan
335 - Tania Lazar
336 - Tania Lazar
337 - Daniela Inoan
338 - Dorian Popa
339 - Vasile Pop
340 - Maria Câmpian
341 - Radu Peter
342 - Iuliu Crivei
343 - Alexandra Ciupa
344 - Vasile Câmpian
345 - Adrian Holhoș
346 - Alina-Ramona Baias
347 - Adrian Holhoș
348 - Neculae Vornicescu
349 - Mircea Ivan
350 - Mircea Ivan
351 - Mircea Ivan
352 - Mircea Dan Rus
353 - Mircea Dan Rus
354 - Mircea Dan Rus
355 - Neculae Vornicescu
356 - Neculae Vornicescu
357 - Daniela Roșca
358 - Vasile Pop
359 - Alexandru Mitrea
360 - Dorian Popa
361 - Tania Lazar
362 - Adela Novac
363 - Adela Novac
364 - Adela Novac
365 - Mircea Ivan
366 - Daniela Roșca
367 - Ioan Rașa
368 - Alexandru Mitrea
369 - Alexandru Mitrea
370 - Daniela Marian
371 - Vasile Pop
372 - Mircea Ivan
373 - Mircea Ivan
374 - Ioan Gavrea
375 - Neculae Vornicescu
376 - Mircea Ivan
377 - Mircea Ivan
378 - Mircea Ivan
379 - Daniela Marian
380 - Daniela Marian
381 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
382 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
383 - Mircea Ivan
384 - Alexandra Ciupa
385 - Alexandru Mitrea
386 - Daniela Roșca
387 - Daniela Roșca
388 - Mircea Dan Rus
389 - Mircea Dan Rus
390 - Mircea Dan Rus
391 - Dorian Popa
392 - Ioan Gavrea
393 - Alexandru Mitrea
394 - Mircea Ivan
395 - Dorian Popa
396 - Vasile Ile
397 - Alexandru Mitrea
398 - Lucia Blaga
399 - Mircea Ivan
400 - Daniela Roșca
401 - Alexandru Mitrea
402 - Gheorghe Toader
403 - Gheorghe Toader
404 - Mircea Dan Rus
405 - Mircea Dan Rus
406 - Mircea Dan Rus
407 - Dorian Popa
408 - Dorian Popa
409 - Dorian Popa
410 - Ioan Gavrea
411 - Ioan Gavrea
412 - Alexandru Mitrea
413 - Dalia Cîmpean
414 - Dorian Popa
415 - Vasile Pop
416 - Vasile Pop
417 - Vasile Pop
418 - Neculae Vornicescu
419 - Iuliu Crivei
420 - Mircea Ivan
421 - Alexandru Mitrea
422 - Ioan Rașa
423 - Vasile Pop
424 - Vasile Pop
425 - Mircia Gurzău
426 - Neculae Vornicescu
427 - Daniela Marian
428 - Daniela Marian
429 - Neculae Vornicescu
430 - Mihaela Berchesan
431 - Mihaela Berchesan
432 - Mihaela Berchesan
433 - Alexandru Mitrea
434 - Adela Novac
435 - Daniela Roșca
436 - Silvia Toader
437 - Gheorghe Toader
438 - Silvia Toader
439 - Gheorghe Toader
440 - Mircia Gurzău
441 - Mircia Gurzău
442 - Vasile Mihesan
443 - Mircea Ivan
444 - Vasile Câmpian
445 - Dorian Popa
446 - Mircea Ivan
447 - Mircea Ivan
448 - Mircea Ivan
449 - Daniela Inoan
450 - Mircea Ivan
451 - Teodor Potra
452 - Alexandru Mitrea
453 - Viorica Mureșan
454 - Daniela Marian
455 - Gheorghe Toader
456 - Ioan Rașa
457 - Rozica Moga
458 - Alexandra Ciupa
459 - Ovidiu Furdui
460 - Maria Câmpian
461 - Alexandru Mitrea
462 - Mircea Ivan
463 - Rozica Moga
464 - Rozica Moga
465 - Alina Sîntămărian
466 - Rozica Moga
467 - Nicolaie Lung
468 - Maria Câmpian
469 - Maria Câmpian
470 - Neculae Vornicescu
471 - Vasile Mihesan
472 - Viorica Mureșan
473 - Ovidiu Furdui
474 - Viorica Mureșan
475 - Mircea Ivan
476 - Luminita Cotirla
477 - Daniela Roșca
478 - Luminita Cotirla
479 - Luminita Cotirla
480 - Luminita Cotirla
481 - Luminita Cotirla
482 - Ovidiu Furdui
483 - Alina-Ramona Baias
484 - Alina-Ramona Baias
485 - Alina-Ramona Baias

486 - Ovidiu Furdui
487 - Alexandru Mitrea
488 - Alexandru Mitrea
489 - Floare Tomuța
490 - Daniela Inoan
491 - Daniela Inoan
492 - Daniela Inoan
493 - Floare Tomuța
494 - Maria Câmpian
495 - Iuliu Crivei
496 - Dorian Popa
497 - Mircea Ivan
498 - Ioan Gavrea
499 - Ioan Gavrea
500 - Mircea Ivan
501 - Alexandru Mitrea
502 - Alexandru Mitrea
503 - Vasile Mihešan
504 - Vasile Mihešan
505 - Dorian Popa
506 - Dorian Popa
507 - Alina Sîntămărian
508 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
509 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
510 - Vasile Pop
511 - Ioan Gavrea
512 - Alexandra Ciupa
513 - Liana Timboș
514 - Liana Timboș
515 - Liana Timboș
516 - Vasile Pop
517 - Daniela Roșca
518 - Alexandra Ciupa
519 - Alexandra Ciupa
520 - Mircia Gurzău
521 - Daniela Marian
522 - Daniela Marian
523 - Nicolaie Lung
524 - Alexandru Mitrea
525 - Alexandru Mitrea
526 - Alexandru Mitrea
527 - Mircea Dan Rus
528 - Mircea Dan Rus
529 - Mircea Dan Rus
530 - Mircea Dan Rus
531 - Ovidiu Furdui
532 - Ovidiu Furdui
533 - Mircea Ivan
534 - Mircea Ivan
535 - Mircea Ivan
536 - Mircea Ivan
537 - Mircea Ivan
538 - Mircea Ivan
539 - Mircea Ivan
540 - Mircea Ivan
541 - Mircea Ivan
542 - Vasile Mihešan
543 - Mircea Ivan
544 - Mircea Ivan
545 - Mircea Ivan
546 - Mircea Ivan
547 - Vasile Câmpian
548 - Ioan Rașa
549 - Maria Câmpian
550 - Maria Câmpian
551 - Alexandra Ciupa
552 - Vasile Mihešan
553 - Viorica Mureșan
554 - Viorica Mureșan
555 - Teodor Potra
556 - Silvia Toader
557 - Daria Dumitraș
558 - Vasile Pop
559 - Vasile Pop
560 - Dorian Popa
561 - Dorian Popa
562 - Mircia Gurzău
563 - Mihaela Berchešan
564 - Mihaela Berchešan
565 - Mihaela Berchešan
566 - Alina-Ramona Baias
567 - Alina-Ramona Baias
568 - Alina-Ramona Baias
569 - Liana Timboș
570 - Liana Timboș
571 - Floare Tomuța
572 - Floare Tomuța
573 - Floare Tomuța
574 - Daniela Inoan
575 - Vasile Pop
576 - Vasile Pop
577 - Vasile Pop
578 - Vasile Pop
579 - Vasile Pop
580 - Vasile Pop
581 - Vasile Pop
582 - Rozica Moga
583 - Mircea Ivan
584 - Mircia Gurzău
585 - Mircea Dan Rus
586 - Mircea Dan Rus
587 - Mircea Dan Rus
588 - Viorica Mureșan
589 - Bogdan Gavrea
590 - Bogdan Gavrea
591 - Ioan Gavrea
592 - Ioan Gavrea
593 - Vasile Mihešan
594 - Adrian Holhoș
595 - Alina Sîntămărian
596 - Alina Sîntămărian
597 - Marius Birou
598 - Maria Câmpian
599 - Floare Tomuța
600 - Vasile Mihešan
601 - Eugenia Duca
602 - Vasile Câmpian
603 - Daniela Roșca
604 - Daniela Roșca
605 - Dorian Popa
606 - Vasile Pop
607 - Vasile Mihešan
608 - Maria Câmpian
609 - Alexandru Mitrea
610 - Alexandru Mitrea
611 - Alexandru Mitrea
612 - Vasile Mihešan
613 - Gheorghe Toader
614 - Mircea Ivan
615 - Alexandru Mitrea
616 - Daria Dumitraș
617 - Radu Peter
618 - Luminita Cotirla
619 - Mircea Ivan
620 - Vasile Mihešan
621 - Dorian Popa
622 - Silvia Toader
623 - Alina Sîntămărian
624 - Alexandru Mitrea
625 - Silvia Toader
626 - Viorica Mureșan
627 - Mircea Ivan
628 - Maria Câmpian
629 - Alexandru Mitrea
630 - Dorian Popa
631 - Alexandru Mitrea
632 - Dorian Popa
633 - Dorian Popa
634 - Daniela Inoan
635 - Daniela Inoan
636 - Daniela Inoan
637 - Daniela Inoan
638 - Vasile Mihešan
639 - Vasile Mihešan
640 - Ioan Rașa
641 - Dalia Cîmpean
642 - Dalia Cîmpean
643 - Dalia Cîmpean
644 - Marius Birou
645 - Marius Birou
646 - Alexandru Mitrea
647 - Vasile Mihešan
648 - Alexandra Ciupa
649 - Daria Dumitraș
650 - Alina-Ramona Baias
651 - Alina-Ramona Baias
652 - Alina-Ramona Baias
653 - Ioan Gavrea
654 - Ioan Gavrea
655 - Ioan Gavrea
656 - Daniela Inoan
657 - Daniela Inoan
658 - Daniela Inoan
659 - Daria Dumitraș
660 - Dorian Popa
661 - Vasile Pop
662 - Vasile Mihešan
663 - Eugenia Duca

14

Răspunsuri

1: C	31: D	61: B	91: D	121: B	151: E
2: C	32: B	62: B	92: E	122: E	152: C
3: C	33: C	63: C	93: B	123: E	153: E
4: D	34: D	64: D	94: E	124: C	154: D
5: A	35: C	65: D	95: E	125: C	155: A
6: B	36: B	66: A	96: D	126: B	156: A
7: C	37: C	67: A	97: B	127: B	157: A
8: B	38: B	68: C	98: D	128: A	158: C
9: C	39: D	69: B	99: A	129: B	159: C
10: D	40: C	70: C	100: B	130: C	160: C
11: B	41: C	71: B	101: B	131: B	161: C
12: C	42: D	72: C	102: A	132: B	162: B
13: C	43: C	73: A	103: D	133: D	163: D
14: B	44: C	74: B	104: C	134: B	164: D
15: D	45: B	75: C	105: D	135: A	165: D
16: A	46: E	76: D	106: A	136: C	166: C
17: B	47: A	77: C	107: C	137: C	167: C
18: B	48: D	78: C	108: B	138: A	168: D
19: E	49: D	79: E	109: D	139: A	169: B
20: B	50: C	80: C	110: B	140: B	170: D
21: A	51: D	81: A	111: C	141: C	171: C
22: E	52: D	82: B	112: E	142: D	172: B
23: B	53: C	83: D	113: B	143: D	173: B
24: C	54: D	84: E	114: A	144: C	174: A
25: B	55: A	85: E	115: A	145: C	175: B
26: C	56: D	86: D	116: B	146: D	176: D
27: D	57: C	87: C	117: C	147: B	177: B
28: A	58: B	88: A	118: C	148: A	178: A
29: C	59: A	89: B	119: E	149: D	179: E
30: C	60: E	90: A	120: B	150: C	180: C

181: A	225: A	269: A	313: E	357: C	401: E
182: B	226: B	270: D	314: D	358: A	402: C
183: C	227: A	271: C	315: A	359: E	403: A
184: D	228: B	272: C	316: C	360: A	404: D
185: C	229: E	273: D	317: E	361: B	405: E
186: C	230: A	274: B	318: B	362: C	406: B
187: C	231: B	275: E	319: B	363: D	407: C
188: C	232: E	276: D	320: E	364: E	408: B
189: A	233: D	277: A	321: C	365: B	409: B
190: C	234: B	278: D	322: E	366: E	410: D
191: C	235: A	279: D	323: A	367: E	411: C
192: B	236: E	280: B	324: E	368: E	412: E
193: E	237: C	281: A	325: D	369: D	413: D
194: E	238: A	282: A	326: B	370: A	414: B
195: D	239: B	283: B	327: A	371: E	415: C
196: B	240: D	284: C	328: B	372: C	416: A
197: D	241: A	285: A	329: C	373: B	417: A
198: E	242: C	286: B	330: D	374: C	418: B
199: C	243: D	287: A	331: E	375: E	419: A
200: C	244: A	288: A	332: D	376: D	420: D
201: B	245: B	289: A	333: D	377: B	421: B
202: D	246: C	290: A	334: A	378: A	422: B
203: A	247: A	291: B	335: D	379: A	423: D
204: B	248: C	292: B	336: B	380: A	424: D
205: B	249: A	293: B	337: B	381: A	425: B
206: B	250: D	294: D	338: A	382: A	426: C
207: C	251: B	295: C	339: E	383: C	427: A
208: C	252: D	296: C	340: C	384: C	428: A
209: D	253: B	297: A	341: B	385: A	429: C
210: B	254: B	298: C	342: D	386: B	430: C
211: C	255: E	299: E	343: A	387: D	431: E
212: D	256: A	300: E	344: B	388: B	432: E
213: D	257: C	301: D	345: A	389: A	433: D
214: B	258: A	302: B	346: A	390: C	434: B
215: B	259: A	303: E	347: A	391: C	435: E
216: A	260: A	304: E	348: E	392: D	436: E
217: B	261: B	305: A	349: E	393: B	437: D
218: D	262: A	306: C	350: D	394: E	438: A
219: A	263: E	307: E	351: B	395: E	439: C
220: A	264: A	308: E	352: C	396: A	440: B
221: B	265: A	309: C	353: E	397: B	441: B
222: B	266: A	310: A	354: B	398: D	442: D
223: B	267: D	311: B	355: B	399: E	443: E
224: E	268: B	312: E	356: B	400: C	444: E

445: B
446: D
447: A
448: C
449: B
450: C
451: E
452: C
453: C
454: A
455: A
456: A
457: B
458: C
459: A
460: C
461: D
462: B
463: A
464: E
465: A
466: A
467: B
468: D
469: A
470: A
471: A
472: D
473: D
474: B
475: A
476: A
477: B
478: A
479: A
480: A
481: A
482: C
483: A
484: C
485: D
486: B
487: A
488: C
489: B
490: E
491: A
492: B
493: C
494: D
495: B
496: A
497: B
498: C
499: B
500: A
501: E
502: D
503: C
504: B
505: A
506: E
507: A
508: A
509: A
510: E
511: A
512: A
513: A
514: B
515: C
516: C
517: D
518: B
519: B
520: C
521: A
522: B
523: D
524: B
525: C
526: D
527: B
528: D
529: A
530: C
531: C
532: C
533: E
534: E
535: C
536: E
537: B
538: C
539: B
540: E
541:
542:
543:
544:
545:
546:
547: C
548: A
549: D
550: E
551: A
552: C
553: A
554: D
555: A
556: A
557: D
558: B
559: A
560: B
561: D
562: C
563: D
564: B
565: C
566: A
567: B
568: B
569: A
570: B
571: D
572: B
573: D
574: A
575: A
576: A
577: B
578: E
579: A
580: C
581: D
582: E
583: D
584: D
585: D
586: A
587: C
588: D
589: D
590: D
591: B
592: C
593: A
594: B
595: A
596: C
597: C
598: D
599: E
600: B
601: C
602: C
603: B
604: E
605: B
606: D
607: D
608: C
609: A
610: A
611: C
612: B
613: E
614: A
615: D
616: C
617: B
618: A
619: A
620: E
621: B
622: C
623: A
624: D
625: E
626: C
627: E
628: B
629: D
630: E
631: D
632: B
633: E
634: A
635: B
636: A
637: C
638: C
639: B
640: D
641: D
642: B
643: A
644: D
645: A
646: D
647: C
648: E
649: A
650: B
651: D
652: C
653: B
654: A
655: B
656: C
657: A
658: D
659: B
660: D
661: E
662: D
663: B
664: A
665: B
666: B
667: C
668: A
669: E
670: D
671: A
672: B
673: A
674: B
675: D
676: E
677: A
678: D
679: E
680: A
681: B
682: C
683: B
684: A
685: B
686: D
687: B
688: C
689: D
690: E
691: A
692: D
693: C
694: B
695: E
696: D
697: E
698: A
699: B
700: A
701: D
702: A
703: B
704: D
705: E
706: C
707: E
708: C

709: D
710: E
711: A
712: E
713: A
714: C
715: A
716: C
717: B
718: C
719: D
720: B
721: D
722: B
723: C
724: E
725: B
726: A
727: C
728: B
729: A
730: E
731: D
732: E
733: A
734: E
735: A
736: B
737: C
738: D
739: B
740: A
741: C
742: B
743: C
744: D
745: E
746: D
747: E
748: D
749: C
750: B
751: D
752: C
753: A
754: D
755: C
756: D
757: E
758: B
759: C
760: E
761: D
762: E
763: A
764: D
765: C
766: D
767: A
768: B
769: C
770: D
771: E
772: B
773: C
774: E
775: B
776: E
777: A
778: B
779: A
780: B
781: A
782: C
783: A
784: A
785: B
786: A
787: E
788: A
789: B
790: D
791: E
792: B
793: C
794: B
795: E
796: A
797: B
798: E
799: C
800: E
801: D
802: E
803: A
804: B
805: C
806: D
807: C
808: D
809: A
810: D
811: C
812: D
813: C
814: E
815: B
816: C
817: D
818: A
819: D
820: E
821: B
822: A
823: E
824: C
825: D
826: E
827: A
828: C
829: D
830: B
831: E
832: E
833: E
834: A
835: D
836: C
837: E
838: B
839: B
840: C
841: D
842: A
843: A
844: A
845: B
846: E
847: E
848: B
849: B
850: A
851: A
852: A
853: A
854: D
855: D
856: E
857: C
858: A
859: D
860: C
861: A
862: C
863: A
864: C
865: D
866: A
867: B
868: A
869: D
870: B
871: C
872: E
873: D
874: E
875: E
876: A
877: E
878: B
879: A
880: A
881: D
882: A
883: A
884: A
885: A
886: C
887: E
888: E
889: A
890: A
891: A
892: C
893: A
894: B
895: A
896: A
897: A
898: B
899: C
900: A
901: B
902: A
903: B
904: A
905: A
906: E
907: C
908: D
909: A
910: A
911: A
912: A
913: A
914: A
915: B
916: A
917: C
918: A
919: C
920: A
921: B
922: A
923: B
924: B
925: D
926: A
927: A
928: A
929: A
930: B
931: C
932: A
933: A

***

15

Indicații

2 $\lg 2^x = \lg(2^x + x - 1)$.

5 $f(1) = 0 \Rightarrow a + b = -2, f'(1) = 0 \Rightarrow 99a + b = -100 \Rightarrow a = -1; b = -1$.

6 $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ este rădăcina polinomului $X^2 + X + 1$ și $\omega^3 = 1$. Din $f(\omega) = 0 \Rightarrow a = -1; b = -1$.

7 $f = (X-1)^2(X+1) \cdot q + X^2 + X + 1$. Avem că $f(1) = 3, f(-1) = 1 \Rightarrow a + b = 1$ iar din $f'(1) = 3 \Rightarrow 99a + b = -97$, deci $a = -1; b = 2$.

15 Coordonatele vârfului unei parabole sunt $x_V = -\frac{b}{2a} = \frac{1-m}{m}$, $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{m-1}{m}$. Se observă relația $y_V = -x_V$.

23 Ecuație echivalentă cu $9^{x-1} + 7 = 4(3^{x-1} + 1)$, $\Longrightarrow x_1 = 1, x_2 = 2$.

24 $1+x > 0$, $x \neq 0$, $2x^3+2x^2-3x+1 > 0$. Ecuația se mai scrie $2x^3+2x^2-3x+1 = (1+x)^3$.

26 Din $(a+b+c)^2 \geq 0$ rezultă $ab + bc + ac \geq -\frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$. Minimul se atinge pentru $a + b + c = 0$, de exemplu, $a = 1/\sqrt{2}$, $b = -1/\sqrt{2}$, $c = 0$.

37 Ambele polinoame se divid cu $x^2 + x + 1$, iar primul nu se divide cu $x - 1$.

49 $\det(A) = V(1, -i, -1, i)$ și $A^4 = 16I_4$.

55 Se calculează mai întâi AA^t iar apoi determinantul acestei matrici,
$x_1 + x_2 + x_3 = 0$, $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -2m$, $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -3n$, $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 2m^2$.

65 Se obține ecuația $2(x^3 + 1) = 0$.

81 Se verifică ușor faptul ca $A \in P_1$ și $B \in P_1$. Pe de altă parte, $A \in P_2$ și $B \in P_2$ este echivalent cu

$$\begin{cases} 5 \cdot m + 2 \cdot n = 8 \\ m = -2. \end{cases}$$

Prin urmare, $m = -2$ și $n = 9$ este soluția.

82 Se observă că $C \in P_1$. Punem condiția ca $C \in P_2$ și obținem relația $10m + 3n = 19$. Pentru că parabolele nu sunt tangente, ecuația

$$(m-1)x^2 + (4m+n-5)x + 5m + 2n - 4 = x^2 + 5x + 4$$

este de gradul I și atunci $m = 2$. Din relația $10m + 3n = 19$, rezultă $n = -\frac{1}{3}$. Prin urmare, soluția este $m = 2$ și $n = -\frac{1}{3}$.

83 Din faptul că $T \in P_2$ rezultă că $m = -2$. Dacă parabolele sunt tangente, ecuația $-4x^2 + (n-17)x + 2n - 18 = 0$ are rădăcină dublă și din condiția $\Delta = 0$ obținem $n = 1$. Soluția este $m = -2$ și $n = 1$.

100 Notăm $y = 2^x + 2^{-x}$. Ecuația devine $8y^2 - 54y + 85 = 0$, cu soluțiile $y_1 = \dfrac{17}{4}$, $y_2 = \dfrac{5}{2}$. Soluțiile ecuației date sunt $x_1 = 1$, $x_2 = -1$, $x_3 = 2$, $x_4 = -2$.

105 Pentru ca $f(x)$ să fie surjectivă trebuie ca $m > 0$ și $2m - 1 \leq 1 + m \;\Rightarrow\; m \in (0, 2]$.

106 Se obține ecuația $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = a + \frac{1}{2}$.

130

$$x_1^2 = 2 + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$$
$$x_1^4 = 12 + 4(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}})$$
$$x_1^4 - mx_1^2 - 4 = 8 - 2m + (4 - m)(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}})$$
$$x_1^4 - mx_1^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow$$
$$2(4 - m) + (4 - m)(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}) = 0 \Rightarrow m = 4.$$

164 Suma coeficienților unui polinom este valoarea sa pentru $x = 1$.

179 Fie a, b, c, d elementele matricei X. Se consideră situațiile:
$a + d = Tr(X) \neq 2$ si $a + d = 2$.

180 $\text{rang}(A \cdot B) \leq \min(\text{rang}(A), \text{rang}(B))$.

217 Se scriu toți logaritmii în baza x.

229 Avem: $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$, $\alpha^3 = 1$, $\alpha^2 = -\alpha - 1$, $\alpha^2 = \frac{1}{\alpha}$.
Deducem: $\det(I_2 + \alpha A + \alpha^2 A^2) = \det(I_2 + \alpha A - \alpha A^2 - A^2)$
$= \det\big((I_2 - A)(I_2 + A) + \alpha A(I_2 - A)\big) = \det\big((I_2 - A)(I_2 + (\alpha + 1)A)\big)$
$= \det(I_2 - A) \cdot \det(I_2 - \alpha^2 A) = \det(I_2 - A) \cdot \det\left(\frac{\alpha I_2 - A}{\alpha}\right) = 1.$
(Un exemplu de astfel de matrice $A \neq O_2$ este $A = (1 + \alpha)I_2$.)

230 Avem $A^2 - (a + d)A + I_2 \det(A) = O_2$. Deducem: $A^n = O_2 \Rightarrow \det A = 0 \Rightarrow A^n = (a + d)^{n-1}A \Rightarrow a + d = 0 \Rightarrow A^2 = O_2$.

234 $f : (-1, 1) \to (0, \infty)$, $f(x) = f^{-1}(x) = \frac{1-x}{1+x}$ izomorfism de la $((-1, 1), *)$ la $((0, \infty), \cdot)$.
$\prod_{k=2}^{n} f(1/k) = \frac{2}{n+n^2}$; $f^{-1}(\frac{2}{n+n^2}) = \frac{-2+n+n^2}{2+n+n^2}$.

237 Este suficient ca dintre cele două submulțimi să se precizeze doar aceea care îl conține pe 8 (cealaltă submulțime va fi complementară). Această submulțime se poate obține reunind cu $\{8\}$ oricare submulțime a mulțimii $A' = \{1, 2, \ldots, 7\}$ însă exceptând-o pe A' (în acest caz, ar rezulta că submulțimea obținută este chiar A, deci cea de a doua submulțime ar fi vidă). Sunt $2^7 - 1$ submulțimi ale mulțimii A', excluzînd-o pe ea însăși.

238 Și în acest caz, este suficient să precizăm doar una dintre submulțimi (spre exemplu, pe aceea care îl conține pe 8). Pentru a completa submulțimea, mai rămân de ales oricare 3 elemente din $A' = \{1, 2, \ldots, 7\}$.

240 Este suficient să se elimine din cele 2^8 submulțimi ale lui A pe cele care nu conțin niciun număr impar (în număr de 2^4).

241 Similar cu problema anterioară, se elimină din cele 2^8 submulțimi ale lui A pe cele care nu conțin numere pare (2^4 submulțimi) și pe cele care nu conțin numere impare (tot 2^4). Deoarece mulțimea vidă (este singura submulțime care) se elimină de două ori, răspunsul trebuie ajustat adunând înapoi 1. Rezultă răspunsul $2^8 - 2^4 - 2^4 + 1$.

242 Orice distribuție a bilelor în cutii este o funcție de la mulțimea bilelor la mulțimea cutiilor.

243 Similar cu punctul anterior, cu deosebirea că se mai introduce o cutie pentru bilele care ar putea rămâne nedistribuite.

253 $x_{n+1} - x_n = \frac{1}{x_n} > 0$, deci șirul este crescător. Rezultă că șirul are o limită L, finită sau infinită. Dacă presupunem că L este finită, avem $L = L + 2/L$, deci $2/L = 0$, fals. Prin urmare $L = \infty$. Conform Lemei Stolz-Cesaro avem $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n^2}{n} = \lim\limits_{n\to\infty} x_{n+1}^2 - x_n^2 = \lim\limits_{n\to\infty} 4 + 4/x_n^2 = 4$. Rezultă $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{\sqrt{n}} = 2$.

255 $f(x_n) := x_{n+1} - x_n = e^{x_n} - x_n - 1 \geq 0$, $\forall n \geq 0$, deci șirul este crescător.

256 Cum șirul este crescător rezultă că există $\lim\limits_{n\to\infty} x_n \in \overline{\mathbb{R}}$. Dacă presupunem că $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x$, $x \in \mathbb{R}$, din recurență obținem $x = e^x - 1$, de unde $x = 0$ contradicție cu $x_0 > 0$ și monotonia lui $(x_n)_{n\geq 0}$. Deci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$.

257 Pentru $x_0 \leq 0$, șirul este crescător și mărginit superior de 0.

258 $\lim\limits_{n\to\infty} n x_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{\frac{1}{x_n}}$ și se aplică Stolz-Cesaro.

259 $x_{100} = 1 \Rightarrow x_{99} \in \{0, 1\}$. $x_{99} = 0$ nu convine deoarece $x_{98}^2 - x_{98} + 1 = 0$!!!, etc.

260 $x_{n+1} - x_n = (x_n - 1)^2$, $n \geq 1$ deci șirul este nedescrescător. Dacă presupunem că există $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = l$, $l \in \mathbb{R}$, obținem $l = l^2 - l + 1$, deci $l = 1$. Dacă $x_1 < 0$ sau $x_1 > 1$ obținem $x_n > 1$, $\forall n \geq 1$. Dacă $x_1 \in [0, 1]$, obținem $x_n \in [0, 1]$, $\forall n \geq 1$. Deci șirul este convergent pentru $x_1 \in [0, 1]$ și are limita $l = 1$.

261 $x_{n+1} - 1 = x_n(x_n - 1)$. $\prod_{k=1}^{n} x_k = \frac{x_{n+1} - 1}{x_1 - 1}$

262 $x_{n+1} - 1 = x_n(x_n - 1)$. $\frac{1}{x_n} = \frac{1}{x_n - 1} - \frac{1}{x_{n+1} - 1}$; $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{x_k} = \frac{1}{x_1 - 1} - \frac{1}{x_{n+1} - 1}$

263 Mai general, fie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o funcție strict crescătoare și strict convexă astfel încât există $a < b$ pentru care $f(a) = a$, $f(b) = b$. Atunci șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin relația de recurență $x_{n+1} = f(x_n)$ converge spre a dacă și numai dacă $x_0 \in (-\infty, b)$.

266 Vezi problema 541.

269 Termenul general al șirului se poate scrie sub forma $n\,\mathrm{e}^{\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}-\ln n\right)}\left(\mathrm{e}^{\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n}}-2\right)$.

277 $\frac{1}{(k+1)\sqrt{k}+k\sqrt{k+1}}=\frac{1}{\sqrt{k}}-\frac{1}{\sqrt{k+1}}$.

278 $\frac{2^{k-1}}{(1+2^k)(1+2^{k+1})}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+2^k}-\frac{1}{1+2^{k+1}}\right)$.

282 Se observă că $k!\cdot(k^2+1)=(k+2)!-3(k+1)!+2k!$.

285 Se scade $2n\pi$ la argumentul funcției cosinus.

287 Se pot folosi, de exemplu, inegalitățile $n\le a_n\le n+1$, $n\in\mathbb{N}^*$.

288 $n\le a_n\le n+1$ și Stolz-Cesaro

289 $a_n\le n+1$ și Stolz-Cesaro

290 Se aplică Problema 541.

296 $p_n=\frac{\sin 2^n x}{2^n\sin x}$.

303 Se va folosi $x-1<\lfloor x\rfloor\le x$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

304
$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\ln\left(a^{\frac{n}{1}}+a^{\frac{n}{2}}+\cdots+a^{\frac{n}{n}}\right)$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{n}{n}\ln a+\lim_{n\to\infty}\frac{\ln(1+a^{-\frac{n}{2}}+\cdots+a^{-n+1})}{n}=\ln a.$$

305 Se folosește $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{n}=1$. Aceeași rezolvare dacă în loc de $(\sin n)$ se consideră un șir mărginit oarecare.

309 $x_n=[n\lg_3 2+\lg_3 2008]$.

315 $x_{2n}=y_n+\frac{1}{4}x_n$.

320 Se scrie:
$$x-\overbrace{\sin(\sin(\cdots(\sin x)\cdots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}}=(x-\sin x)+\left(\frac{\sin x-\overbrace{\sin(\sin(\cdots(\sin x)\cdots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}}}{(\sin x)^3}\right)\cdot(\sin x)^3.$$

$L_n=\frac{1}{6}+L_{n-1}$; $L_n=\frac{n}{6}$.

334 Se pune $t=\dfrac{1}{x}$ și apoi se aplică regula lui L'Hospital:
$$\lim_{\substack{t\to0\\t>0}}\frac{(1+t)^{\frac{1}{t}}-e}{t}=\lim_{\substack{t\to0\\t>0}}(1+t)^{\frac{1}{t}}\left[\frac{1}{t(t+1)}-\frac{\ln(1+t)}{t^2}\right]=e\lim_{\substack{t\to0\\t>0}}\frac{t-(t+1)\ln(t+1)}{t^3+t^2}=-\frac{e}{2}.$$

337 Se aplică regula lui L'Hospital de două ori.

345 Se folosește limita $\lim\limits_{x\to0}(e^x-1)/x=1$.

347 $|1/a| < 1$ și $(1/a)^n \to 0$.

360 Se scrie ecuația sub forma $xe^{-\frac{2}{x-1}} = m$ și se aplică șirul lui Rolle.

369 Trebuie ca derivata funcției f să aibă două rădăcini strict pozitive.

373 Pentru $b \neq 0$ se consideră $f(x) = \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} b - \operatorname{arctg} \frac{x+b}{1-xb}$, $x \neq 1/b$. Se obține $f'(x) = 0$.

380 f surjectiva $\Leftrightarrow f([-2,1]) = M$, deci $M = [0,4]$, studiind graficul funcției.

382 Avem $g'(x) = f'(f(f(x))) \cdot f'(f(x)) \cdot f'(x)$.

385 $f'(0) = \sqrt[5]{\lim\limits_{x\to 0} \frac{\frac{1}{6}x^3 - x + \sin x}{x^5}}$.

399 Se demonstrează imediat și elementar că

$$(x^m \log x)^{(k+m)} = m!\,(-1)^{k-1}(k-1)!\,x^{-k}, \quad m = 0,1,\ldots,\ k = 1,2,\ldots.$$

428 $f'(x) = 0$ deci f este constantă pe fiecare din intervalele din domeniu.

430 Tinând cont de domeniile funcțiilor care intervin în definiția funcției f avem: $|\frac{2x}{1+x^2}| \leq 1$ și $|x| \in \mathbb{R}$ ceea ce este echivalent cu $x \in \mathbb{R}$.

431 Calculăm derivata funcției f și obținem

$$f^{'}(x) := \begin{cases} \frac{-2}{1+x^2}, & x \in (-\infty,-1);\\ 0, & x \in (-1,0) \cup (1,\infty);\\ \frac{2}{1+x^2}, & x \in (0,1). \end{cases}$$

Prin urmare, pe intervalul $[1,\infty)$ funcția este constanta, deci $f(\pi) = f(\sqrt{3}) = \frac{\pi}{2}$.

432 $f^{'}(x) < 0$ pentru orice $x \in (-\infty,-1)$.

449 Substituție $t = \sqrt{\frac{x}{x+3}}$.

452 $x - 1 = t$; se obține $\int\limits_{-1}^{1} f(t)\mathrm{d}t$ unde $f(t) = \frac{2t^3+3t}{(t^2+4)^n}$ este funcție impară.

453

$$\int_0^1 \frac{2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x = 2\int_0^1 \frac{x^2+1-x^2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x.$$

454 Facem schimbarea de variabilă $x = 3 - t$.

455 Schimbare de variabilă $\sqrt{x+1} = t$.

457 $P(n) = n^5 - (n-1)^5$, $n \geq 2$.

478 Se integrează prin părți de două ori.

479 Se face schimbarea de variabilă $y = \arcsin\sqrt{x}$ în a doua integrală.

480 Prin schimbarea de variabilă $x = \frac{\pi}{4} - y$, integrala se reduce la $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^2 x \, \mathrm{d}x$.

481 $\frac{1}{x^2+x+1} = \frac{1}{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$.

483 Se folosește substituția $u = \operatorname{tg} x$.

485 Se folosește relația $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x$ și se aplică problema 483.

487 $L(0) = 1$ și $L(a) = \dfrac{1}{a}(e^a - 1)$ pentru $a > 0$.

488 Limita este $\displaystyle\int_0^1 x^2 \arcsin x \, \mathrm{d}x$.

489 Se integrează prin părți, după ce s-a utilizat formula $2\cos^2 x = 1 + \cos 2x$.

492 Avem $f(a) = \begin{cases} \frac{1}{2} - a, & a \leq 0, \\ \frac{1}{2} - a + a^2, & 0 < a < 1, \\ -\frac{1}{2} + a, & a \geq 1. \end{cases}$

496 $\arcsin(\sin x) = x$, dacă $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $\arcsin(\sin x) = \pi - x$, dacă $x \in (\frac{\pi}{2}, \pi]$.

507 Avem

$$\begin{aligned}\int_1^2 \frac{x^3-x-2}{x^3e^x}\,\mathrm{d}x &= \int_1^2 \frac{1}{e^x}\,\mathrm{d}x - \int_1^2 \frac{1}{x^2e^x}\,\mathrm{d}x - \int_1^2 \frac{2}{x^3e^x}\,\mathrm{d}x = \\ &= -\frac{1}{e^x}\bigg|_1^2 - \int_1^2 \frac{1}{x^2e^x}\,\mathrm{d}x + \int_1^2 \left(\frac{1}{x^2}\right)'\frac{1}{e^x}\,\mathrm{d}x.\end{aligned}$$

509 $I + J = \displaystyle\int_0^1 \frac{1+x}{1+x^2}\mathrm{d}x = \frac{\pi}{4} + \frac{\ln 2}{2}$ și $J - I = \displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+x}\mathrm{d}x = \ln 2$.

511 $a_{n+1} - a_n = \int_{a_n}^{a_{n-1}} e^{-x^2}\,\mathrm{d}x = (a_{n-1} - a_n)e^{-c^2}$.

512 Dacă $G(x) = \int\limits_0^x e^{t^3}\mathrm{d}t,\ G'(x) = e^{x^3},\ F(x^2) = G(x^2),\ F'(x) = e^{x^6}\ 2x$.

513 $f_1(x) = \displaystyle\int_0^{x^2} t \cdot e^t \, \mathrm{d}t = e^t(t-1)\,\Big|_0^{x^2} = e^{x^2}(x^2-1)+1$.

514 $f_n'(x) = (F(x^2) - F(0))' = 2x \cdot F'(x^2) = 2x(x^2)^n e^{x^2} = 2x^{2n+1}e^{x^2}$, pentru $n = 1$ se obține $f_n'(1) = 2e$.

515 $0 \leq \displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_0^1 t^n \cdot e^t \, \mathrm{d}t \leq \lim_{n\to\infty} e \int_0^1 t^n \, \mathrm{d}t = \lim_{n\to\infty} \frac{e}{n+1} = 0$.

517 $nx - 1 \leq [nx] \leq nx$

520 Schimbare de variabilă $x = \pi - t$.

522 $I = \int_0^{\pi} xf(\sin x)\,\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} xf(\sin x)\,\mathrm{d}x + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} xf(\sin x)\,\mathrm{d}x$. Facem schimbarea de variabilă $x = \pi - y$ în a doua integrală și obținem $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} xf(\sin x)\,\mathrm{d}x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\pi - y) f(\sin y)\,\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} xf(\sin x)\,\mathrm{d}x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi f(\sin x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{\frac{\pi}{2}} xf(\sin x)\,\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi f(\sin x)\,\mathrm{d}x$. Pentru calcularea integralei I_1 aplicăm rezultatul de la întrebarea de mai sus și avem $I_1 = \int_0^{\pi} \frac{x\sin x\,\mathrm{d}x}{1+\sin^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x\,\mathrm{d}x}{1+\sin^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x\,\mathrm{d}x}{2-\cos^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-\sin x\,\mathrm{d}x}{\cos^2 x - 2} = \pi \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{\cos x - \sqrt{2}}{\cos x + \sqrt{2}} \right| \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln\left(3 + 2\sqrt{2}\right)$.

530 Deoarece $f(0) = -1$, rezultă că $g(-1) = 0$ și, deci, $g'(-1) = \frac{1}{f'(0)}$. Prin schimbarea de variabilă $x = f(y)$, se obține $\int_{-1}^{1-1/e} g(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 yf'(y)\mathrm{d}y = yf(y)|_0^1 - \int_0^1 f(y)\mathrm{d}y$.

531 Fie $I_n = \int_0^1 \sqrt[n]{x^n + (1-x)^n}\,\mathrm{d}x$. Avem că

$$I_n \le \int_0^{1/2} \sqrt[n]{(1-x)^n + (1-x)^n}\,\mathrm{d}x + \int_{1/2}^1 \sqrt[n]{x^n + x^n}\,\mathrm{d}x = \frac{3}{4}\sqrt[n]{2}.$$

$$I_n \ge \int_0^{1/2} (1-x)\,\mathrm{d}x + \int_{1/2}^1 x\,\mathrm{d}x = \frac{3}{4}.$$

532

$$\frac{1}{n}\int_0^1 \ln\left(1 + e^{nx}\right)\,\mathrm{d}x - \frac{1}{n}\int_0^1 \ln(e^{nx})\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^1 \ln(1 + e^{-nx})\,\mathrm{d}x \le \frac{\ln 2}{n}.$$

535 $x = e^u$, $\int\limits_{t\ln 2}^{t\ln 3} \frac{e^{2u}}{u}\mathrm{d}u$; se aplică teorema de medie sau inegalități pentru e^{2u};

$\int\limits_{2^t}^{3^t} x\frac{x-1}{\ln x} \cdot \frac{1}{x-1}\,\mathrm{d}x = c\frac{c-1}{\ln c} \cdot \int\limits_{2^t}^{3^t} \frac{1}{x-1}\,\mathrm{d}x \sim \frac{c-1}{\ln c} \ln\left(\frac{3^t-1}{2^t-1}\right) \sim 1 \cdot \ln\left(\frac{\ln 3}{\ln 2}\right)$

Mai general (Ivan 2004): Fie, de exemplu, $a, b > 1$ și fie f o funcție continuă pe o mulțime de forma $(1-\varepsilon, 1) \cup (1, 1+\varepsilon)$ astfel încât să existe limita $\lim\limits_{c\to 1}(c-1)f(c)$. Conform primei teoreme de medie a calculului integral există c în intervalul de capete a^t și b^t astfel ca

$\int\limits_{a^t}^{b^t} f(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_{a^t}^{b^t} (x-1)f(x) \cdot \frac{1}{x-1}\,\mathrm{d}x = (c-1)f(c) \cdot \int\limits_{a^t}^{b^t} \frac{1}{x-1}\,\mathrm{d}x = (c-1)f(c) \cdot \ln\left(\frac{b^t-1}{a^t-1}\right)$,

deci $\lim\limits_{t\to 0} \int\limits_{a^t}^{b^t} f(x)\,\mathrm{d}x = \lim\limits_{c\to 1}(c-1)f(c) \cdot \ln\left(\frac{\ln b}{\ln a}\right)$.

536 Se folosește substituția $x + e^x = y$ și problema 543.

537 Schimbare de variabilă $x = 3/t$.

538 Schimbare de variabilă $x = (2-t)/(1+2t)$.

539 Se folosește egalitatea $\mathrm{arctg}\, x + \mathrm{arctg}\, \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$, $x > 0$.

540 Se folosește periodicitatea funcției de integrat și egalitatea $\int_0^{\pi} \frac{1}{1+n^2\cos^2 x}\,\mathrm{d}x = \frac{\pi}{\sqrt{1+n^2}}$.

541 Mai general, fie $x_n, a_n > 0$, $n \in \mathbb{N}^*$, astfel ca $\sum\limits_{n\ge 1} \frac{1}{a_n} = \infty$ și

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^{a_n} < 1.$$

Să demonstrăm că $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$. Fie $0 < q < 1$ și $p \in \mathbb{N}^*$ astfel ca

$$\left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^{a_n} < q, \qquad n \geq p.$$

Rezultă

$$x_{n+1} < x_p\, q^{\frac{1}{a_p}+\cdots+\frac{1}{a_n}}, \qquad n \geq p,$$

de unde $x_n \to 0$.

542 $x = a + b - t$.

545 $\displaystyle\int_0^1 f(nx)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^n f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor+T\{\frac{n}{T}\}} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor} f(x)\,\mathrm{d}x$ $\displaystyle+\frac{1}{n}\int_{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor}^{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor+T\{\frac{n}{T}\}} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{\lfloor\frac{n}{T}\rfloor}{n}\int_0^T f(x)\,\mathrm{d}x + \frac{1}{n}\int_0^{T\{\frac{n}{T}\}} f(x)\,\mathrm{d}x \to \frac{1}{T}\int_0^T f(x)\,\mathrm{d}x + 0.$

563 Panta dreptei AB este $m_{AB} = 1$ iar panta perpendicularei pe ea, este $m = -1$. Ecuația perpendicularei, scrisă prin punctul C, este: $x + y - 8 = 0$. Ecuația dreptei AB este $x - y + 1 = 0$. Intersectând cele două drepte, obținem proiecția punctului C pe dreapta AB, punctul $P(\frac{7}{2}, \frac{15}{4})$. Urmează că simetricul punctului C fată de dreapta AB este $C^{'}(1, 7)$.

564 Suma $DM + MC$ este minimă dacă punctul M este la intersecția dreptelor $DC^{'}$ și AB. Ecuația dreptei $DC^{'}$ este $x = 1$, prin urmare, rezultă $M(1, 2)$.

565 Fie punctul $M(x, x + 1) \in AB$. Considerăm funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = DM^2 + MC^2$, adică $f(x) = (x - 1)^2 + (x + 1 - 1)^2 + (6 - x)^2 + (2 - x - 1)^2$, sau $f(x) = 4 \cdot x^2 - 16 \cdot x + 38$. Funcția f își atinge minimul pentru $x = 2$. Obținem $M(2, 3)$.

569 $A(-4, 1) \notin d : 3x - y - 2 = 0$, $d(A, BD) = \frac{3\sqrt{10}}{2} \Rightarrow BD = 3\sqrt{10} \Rightarrow l = 3\sqrt{5} \Rightarrow \mathcal{A} = 45$.

570 C este simetricul punctului A față de d, $AC \perp d \Rightarrow AC : x + 3y + 1 = 0$, $AC \cap d = \{M(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})\}$, M este mijlocul $[AC] \Rightarrow C(5, -2)$.

579 $\overrightarrow{MG} = \frac{\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}}{3} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow M = G$.

580 $\overrightarrow{NI} = \frac{a\overrightarrow{NA}+b\overrightarrow{NB}+c\overrightarrow{NC}}{a+b+c} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow N = I$.

581 $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow P = O$.

609 $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ sau $\cos x - \sin x = \frac{1}{2}$

610 $(\sin x)^2\,(\sin 2x)^2 \ldots (\sin nx)^2 = 1$; $(\sin x)^2 = 1$, $(\sin 2x)^2 = 1$

616 Ecuația se scrie $\sin(x + \frac{\pi}{6}) = 1$

618 Se verifică $\cos x \neq 0$. Prin împărțirea cu $\cos^2 x$ în ambii membri, se obține o ecuație de gradul al doilea în $t = \operatorname{tg} x$.

649 $E = \cos 4\alpha + i \sin 4\alpha, \quad \sin 4\alpha = 0 \;\Rightarrow\; 4\alpha = k\pi$.

652 Se folosește reprezentarea geometrică a numerelor complexe.

658 $\cos\dfrac{2k\pi}{n}+i\sin\dfrac{2k\pi}{n}$, $k=1,\dots,n$ sunt rădăcinile complexe ale ecuației $z^n-1=0$; se folosesc relațiile lui Viète.

659 $\sqrt{3}-i=2\left(\cos\frac{11\pi}{6}+i\sin\frac{11\pi}{6}\right)$; $-1+i\sqrt{3}=2\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$.

665 Se rezolvă ecuația $f(x)=8$.

667 $1+a+a^2=0, 1+a=-a^2$ și analog $1+\overline{a}=-\overline{a}^2$.

668 Determinantul sistemului este diferit de zero.

669 Se pune condiția ca determinantul sistemului și determinantul caracteristic al sistemului să fie egale cu zero.

670 $(x*y)*z=x*(y*z) \iff (a^2-a)(x-z)=0,\ \forall x,y,z\in\mathbb{R}$.

671 $x*y\in[0,1],\ \forall x,y\in[0,1] \iff 0*0\in[0,1],\ 0*1\in[0,1],\ 1*1\in[0,1]$, de unde $0\le a\le 1$ și $0\le 2a-1\le 1$.

672 Avem două legi asociative, pentru $a\in\{0,1\}$:
$a=0$, $x*y=-xy$, $e=-1$, $x'=-1/x$, deci $b=0$;
$a=1$, $x*y=x+y-xy$, $e=0$, $x'=x/(x-1)$, deci $b=1$.

674 Avem $\det(X)=0$, deci $X^2=(\operatorname{tr}(X))\,X$.

675 $P(1)=0$ și $P'(1)=0$.

677 $\int_0^{2\pi}\arcsin(\sin(2x))\,\mathrm{d}x=\int_{-\pi}^{\pi}\arcsin(\sin(2x))\,\mathrm{d}x=0$.

678 $\displaystyle\int_{-1}^{1}\frac{2x+2}{x^2+1}\,\mathrm{d}x=\int_{-1}^{1}\frac{2x}{x^2+1}\,\mathrm{d}x+2\int_{-1}^{1}\frac{1}{x^2+1}\,\mathrm{d}x$.

679 $\displaystyle I_n=\int_0^1\operatorname{arctg}x\cdot\cos(nx)\,\mathrm{d}x=\int_0^1\operatorname{arctg}x\cdot\left(\frac{\sin(nx)}{n}\right)'\mathrm{d}x$ apoi se integrează prin părți.

680 Se studiază derivabilitatea în -2 și 2.

681 -2 și 2 sunt puncte de întoarcere, iar 0 este punct de maxim local.

682 Asimptotele sunt $y=x$ și $y=-x$.

685 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x-\sin x}{x+\sin x}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1-\frac{\sin x}{x}}{1+\frac{\sin x}{x}}=\frac{1-0}{1+0}=1$.

686 $\left(\frac{(3+n)!}{n!n^3}\right)^n=\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\left(1+\frac{2}{n}\right)^n\left(1+\frac{3}{n}\right)^n\to \mathrm{e}^1\,\mathrm{e}^2\,\mathrm{e}^3=\mathrm{e}^6$.

687 Folosim $\lim\limits_{x\to+0}x^x=1$. Avem:
$\lim\limits_{x\to+0}((1+x)^x-1)^x=\lim\limits_{x\to+0}\left(\frac{e^{x\ln(1+x)}-1}{x\ln(1+x)}\right)^x x^x\left(\frac{\ln(1+x)}{x}\right)^x x^x=1$.

692 $f(x)=-\cos^2x+4\cos x+1=5-(2-\cos x)^2,\ \ \cos x\in[-1,1]$.

693 $\max f(x)=4, \min f(x)=-4$, deci $m\in[-4,4]$.

866 Pentru $a, b \geq 1$, $x \geq 0$, avem

$$\begin{aligned} \int \frac{x^{b-1} - x^{a-1}}{(x^a+1)(x^b+1)} \mathrm{d}x &= \int \frac{x^{b-1} + x^{a+b-1} - x^{a+b-1} - x^{a-1}}{(x^a+1)(x^b+1)} \mathrm{d}x \\ &= \int \left(\frac{x^{b-1}}{x^b+1} - \frac{x^{a-1}}{x^a+1} \right) \mathrm{d}x = \ln \frac{\left(x^b+1\right)^{1/b}}{(x^a+1)^{1/a}} + \mathcal{C}. \end{aligned}$$

867 Pentru $a \in \mathbb{R}$ și $b \in (0, \infty)$, avem $\displaystyle\int_{\frac{1}{b}}^{b} \frac{1}{(x^2+1)(x^a+1)} \mathrm{d}x \stackrel{x=1/y}{=\!=\!=} \frac{1}{2} \int_{\frac{1}{b}}^{b} \frac{1}{x^2+1} \mathrm{d}x.$