

CẤU TRÚC DỮ LIỆU VÀ GIẢI THUẬT – CONTEST 2

GIẢI THUẬT CHIA VÀ TRỊ

A. LŨY THỪA

Cho số nguyên dương N và K . Hãy tính N^K modulo 10^9+7 .

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).

Mỗi test gồm 1 số nguyên N và K ($1 \leq N \leq 1000$, $1 \leq K \leq 10^9$).

Output:

Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

Ví dụ:

Input:	Output
2	8
2 3	1 6
4 2	

B. TÌM KIẾM NHỊ PHÂN

Cho dãy số $A[]$ gồm có N phần tử đã được sắp xếp tăng dần và số K .

Nhiệm vụ của bạn là kiểm tra xem số K có xuất hiện trong dãy số hay không. Nếu có hãy in ra vị trí trong dãy $A[]$, nếu không in ra “NO”.

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 10$).

Mỗi test bắt đầu bằng số nguyên N và K ($N \leq 100\,000$, $0 \leq K \leq 10^6$).

Dòng tiếp theo gồm N số nguyên $A[i]$ ($0 \leq A[i] \leq 10^6$), các phần tử là riêng biệt.

Output:

Với mỗi test in ra trên một dòng đáp án tìm được.

Test ví dụ:

Input:	Output
2	3
5 3	NO
1 2 3 4 5	
6 5	
0 1 2 3 9 10	

C. GẤP ĐÔI DÃY SỐ

Một dãy số tự nhiên bắt đầu bởi con số 1 và được thực hiện $N-1$ phép biến đổi “gấp đôi” dãy số như sau:

Với dãy số A hiện tại, dãy số mới có dạng A, x, A trong đó x là số tự nhiên bé nhất chưa xuất hiện trong A .

Ví dụ với 2 bước biến đổi, ta có $[1] \rightarrow [1\ 2\ 1] \rightarrow [1\ 2\ 1\ 3\ 1\ 2\ 1]$.

Các bạn hãy xác định số thứ K trong dãy số cuối cùng là bao nhiêu?

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).

Mỗi test gồm số nguyên dương N và K ($1 \leq N \leq 50$, $1 \leq K \leq 2^N - 1$).

Output:

Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

Test ví dụ:

Input:	Output
2	2
3 2	4
4 8	

Giải thích test 1: Dãy số thu được là [1, 2, 1, 3, 1, 2, 1].

Giải thích test 2: Dãy số thu được là [1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, 4, 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1].

D. ĐẾM DÃY

Cho số nguyên dương n . Hãy cho biết có bao nhiêu dãy số nguyên dương có tổng các phần tử trong dãy bằng n .

Dữ liệu vào: dòng đầu tiên chứa số nguyên T là số bộ dữ liệu, mỗi bộ dữ liệu ghi một số nguyên dương n duy nhất không qua 10^{18} .

Kết quả: Mỗi bộ dữ liệu ghi ra một số nguyên duy nhất là số dư của kết quả tìm được khi chia cho 123456789.

Ví dụ:

Input	Output
1	4
3	

E. DÃY XÂU FIBONACI

Một dãy xâu ký tự G chỉ bao gồm các chữ cái A và B được gọi là dãy xâu Fibonacci nếu thỏa mãn tính chất: $G(1) = A$; $G(2) = B$; $G(n) = G(n-2) + G(n-1)$. Với phép cộng (+) là phép nối hai xâu với nhau. Bài toán đặt ra là tìm ký tự ở vị trí thứ i (tính từ 1) của xâu Fibonacci thứ n .

Dữ liệu vào: Dòng 1 ghi số bộ test. Mỗi bộ test ghi trên một dòng 2 số nguyên N và i ($1 < N < 93$). Số i đảm bảo trong phạm vi của xâu $G(N)$ và không quá 18 chữ số. **Kết quả:** Ghi ra màn hình kết quả tương ứng với từng bộ test.

Input	Output
2	A
6 4	B
8 19	

F. HỆ CƠ SỐ K

Cho hai số A, B ở hệ cơ số K . Hãy tính tổng hai số đó ở hệ cơ số K .

Input: Chỉ có 1 dòng ghi 2 số K, A, B

($2 \leq K \leq 10$; A và B nếu biểu diễn trong hệ cơ số 10 đều nhỏ hơn 10^9)

Output: In ra tổng của A và B trong hệ cơ số K

Ví dụ:

Input	Output
2 1 10	11

G. ĐẾM SỐ BÍT 1

Cho số nguyên dương N . Mỗi bước, bạn sẽ biến đổi N thành $\lfloor N/2 \rfloor$, $N \bmod 2$, $\lfloor N/2 \rfloor$. Sau khi thực hiện một cách triệt để, ta thu được một dãy số chỉ toàn số 0 và 1.

Nhiệm vụ của bạn là hãy đếm các số bằng 1 trong đoạn $[L, R]$ của dãy số cuối cùng.

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).

Mỗi test gồm 3 số nguyên N, L, R ($1 \leq N, L, R < 2^{50}$, $0 \leq R-L \leq 100\,000$).

Output:

Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

Ví dụ:

Input:	Output
2	4
7 2 5	5
10 3 10	

Giải thích test 1: $[7] \rightarrow [3, 1, 3] \rightarrow [1, 1, 1, 1, 3] \rightarrow [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$.

Giải thích test 2: Dãy số sau khi biến đổi là $[1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1]$.

H. SẮP XẾP KANGURU

Có N con kanguru trong vườn thú, con thứ i có chiều cao bằng $A[i]$. Con kanguru có chiều cao X có thể chứa được một con có chiều cao bằng Y trong túi của nó nếu như $X \geq 2*Y$.

Một con đã chứa một con kanguru rồi, thì không thể nhảy vào túi một con kanguru khác.

Bầy Kanguru rất thích chơi trốn tìm, vì vậy chúng thường xuyên nhảy vào túi của nhau. Các bạn hãy tính toán xem trong trường hợp tối ưu, số con kanguru nhìn thấy trong vườn thú ít nhất bằng bao nhiêu?

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).

Mỗi test gồm số nguyên N ($1 \leq N \leq 100\,000$).

Dòng tiếp theo gồm N số nguyên $A[i]$ ($1 \leq A[i] \leq 100\,000$).

Output:

Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

Ví dụ:

Input:	Output
2	5
8	5
2 5 7 6 9 8 4 2	
8	
9 1 6 2 6 5 8 3	

Giải thích test 1: Nhóm 2 – 5, 2 – 6, 4 – 8, 7, 9.

I. CẬP ĐIỂM GẦN NHẤT

Cho N điểm trên mặt phẳng tọa độ Oxy. Bạn cần tìm khoảng cách ngắn nhất giữa hai điểm trong số N điểm đã cho.

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).

Mỗi test bắt đầu bởi một số nguyên N ($1 \leq N \leq 100\,000$).

N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên $X[i]$, $Y[i]$ ($-10^6 \leq X[i]$, $Y[i] \leq 10^6$).

Output:

Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng với độ chính xác 6 chữ số sau dấu phẩy.

Ví dụ:

Input:	Output
2	1.414214
6	1.000000
2 3	
12 30	
40 50	
5 1	
12 10	
3 4	
3	
0 0	
3 0	
4 0	

J. SỐ FIBONACCI THỨ N

Dãy số Fibonacci được xác định bằng công thức như sau:

$F[0] = 0$, $F[1] = 1$;

$F[n] = F[n-1] + F[n-2]$ với mọi $n \geq 2$.

Các phần tử đầu tiên của dãy số là 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

Nhiệm vụ của bạn là hãy xác định số Fibonacci thứ n . Do đáp số có thể rất lớn, in ra kết quả theo modulo 10^9+7 .

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 1000$).

Mỗi test bắt đầu bởi một số nguyên N ($1 \leq N \leq 10^9$).

Output:

Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

Ví dụ:

Input:	Output
3	1
2	8
6	6765
20	

K. LŨY THỪA MA TRẬN

Cho ma trận vuông A kích thước $N \times N$. Nhiệm vụ của bạn là hãy tính ma trận $X = A^K$ với K là số nguyên cho trước. Đáp số có thể rất lớn, hãy in ra kết quả theo modulo 10^9+7 .

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 100$).

Mỗi test bắt đầu bởi một số nguyên N và K ($1 \leq N \leq 10$, $1 \leq K \leq 10^9$) là kích thước của ma trận và số mũ.

Output:

Với mỗi test, in ra kết quả của ma trận X .

Ví dụ:

Input:	Output
2	8 5
2 5	5 3
1 1	597240088 35500972 473761863
1 0	781257150 154135232 527013321
3 10000000000	965274212 272769492 580264779
1 2 3	
4 5 6	
7 8 9	

L. TÍNH TỔNG BỘ BA

Cho dãy số $F[n]$ được xác định bằng công thức $F[n] = a^n + b^n + c^n$ với a, b, c là các số nguyên dương và $a < b < c$.

Cho biết $F[2]$, $F[3]$, $F[4]$, bạn hãy xác định a, b, c (dữ liệu đảm bảo tồn tại duy nhất một bộ ba a, b, c thỏa mãn). Sau đó, tính giá trị biểu thức $S = F[L] + F[L+1] + \dots + F[R]$ theo modulo 10^9+7 .

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 2500$).

Mỗi test gồm 5 số nguyên $F[2]$, $F[3]$, $F[4]$, L , R .

$F[1] = a+b+c \leq 15000$.

$1 \leq F[2], F[3], F[4], L, R \leq 10^{15}$

Output:

Với mỗi test, in ra đáp án tìm được trên một dòng.

Ví dụ:

Input:	Output
4	1070
14 36 98 5 6	72592824
49 251 1393 7 10	30124
14 36 98 6 9	1686433
49 251 1393 8 8	

Giải thích test 1: $a = 1, b = 2, c = 3$.

Giải thích test 3: $a = 2, b = 3, c = 6$.

M. TRÒ CHƠI VỚI CÁC CON SỐ

Tí có N miếng bìa và muốn viết lên mỗi miếng bìa một con số 1 hoặc 2 hoặc 3. Tí băn khoăn không biết liệu có bao nhiêu cách viết số sao cho tổng các số trên tất cả N miếng bìa sẽ chia hết cho 3. Bạn tính giúp Tí nhé

Input

Có duy nhất một dòng chứa số nguyên dương N không quá 10^{18}

Output

Ghi ra số nguyên dương là số cách viết thỏa mãn (chia lấy dư cho $10^9 + 7$)

Ví dụ

Input	Output
2	3

N. ĐẾM XÂU NHỊ PHÂN

Cho số nguyên dương N không quá 10^5 . Bạn hãy đếm xem có bao nhiêu xâu nhị phân độ thỏa mãn một trong hai điều kiện sau:

- Tồn tại ít nhất 2 chữ số 1 liên tiếp
- Tồn tại ít nhất 3 xâu nhị phân liên tiếp giống nhau

Ví dụ với $N=3$ thì xâu 000 và 011 là thỏa mãn, xâu 010 không thỏa mãn

Input

Dòng đầu tiên ghi số bộ test T (không quá 10)

Mỗi bộ test ghi trên một dòng duy nhất một số nguyên dương N

Output

Gồm T dòng, mỗi dòng ghi kết quả tìm được của một bộ test (kết quả chia phần dư cho 1000).

Ví dụ

Input	Output
2	0
1	1
2	

BÀI O: DÃY SỐ ĐẶC BIỆT

Cho dãy số $A[]$ gồm có N phần tử. Bạn được phép tăng, giảm một phần tử mỗi lần 1 đơn vị. Nhiệm vụ của bạn là hãy sử dụng ít bước nhất có thể để chuyển dãy số đã cho về dạng dãy số ‘đặc biệt’, với các tính chất sau :

- Một phần tử lớn nhất là đỉnh (giả sử là phần tử thứ i)
- Các phần tử bên trái và bên phải giảm dần đi 1 đơn vị, tức là với mọi j , $A[j] = A[i] - |i-j|$
- Tất cả các phần tử $A[j]$ đều phải lớn hơn 0.

Input:

Dòng đầu tiên là số nguyên N ($N \leq 5000$).

Dòng tiếp theo gồm N phần tử của dãy số ($1 \leq A[i] \leq 5000$).

Output:

In ra số bước ít nhất để có thể hoàn thành bài toán trên.

Ví dụ:

Test 1	Test 2
Input: 5 4 5 6 2 2	Input: 6 4 5 6 5 4 3
Output: 3	Output: 0

Giải thích test 1: Chuyển dãy số về 4 5 4 3 2