

数 学 试 卷

姓名_____准考证号

--	--	--	--	--	--	--	--

考场号

--	--	--

座位号

--	--

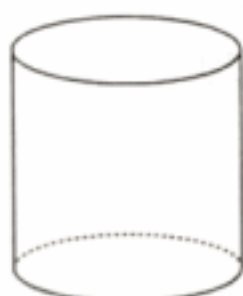
考生须知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和草稿纸上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

一、选择题(本题共 16 分，每小题 2 分)

第 1 - 8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

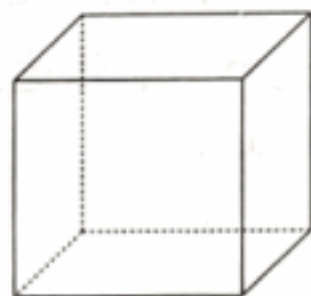
1. 下列几何体中，是圆柱的为



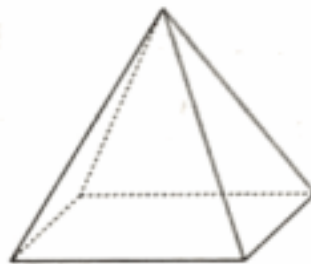
(A)



(B)

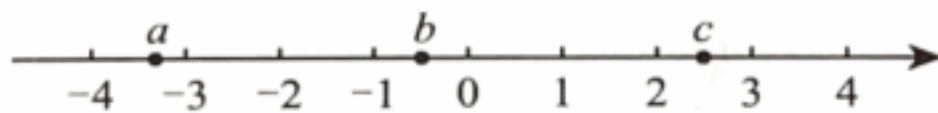


(C)



(D)

2. 实数 a, b, c 在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是



(A) $|a| > 4$

(B) $c - b > 0$

(C) $ac > 0$

(D) $a + c > 0$

3. 方程组 $\begin{cases} x - y = 3, \\ 3x - 8y = 14 \end{cases}$ 的解为

(A) $\begin{cases} x = -1, \\ y = 2 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x = 1, \\ y = -2 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = -2, \\ y = 1 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x = 2, \\ y = -1 \end{cases}$

4. 被誉为“中国天眼”的世界上最大的单口径球面射电望远镜 FAST 的反射面总面积相当于 35 个标准足球场的总面积。已知每个标准足球场的面积为 $7\,140\text{m}^2$ ，则 FAST 的反射面总面积约为

(A) $7.14 \times 10^3\text{m}^2$

(B) $7.14 \times 10^4\text{m}^2$

(C) $2.5 \times 10^5\text{m}^2$

(D) $2.5 \times 10^6\text{m}^2$

5. 若正多边形的一个外角是 60° ，则该正多边形的内角和为

(A) 360°

(B) 540°

(C) 720°

(D) 900°

6. 如果 $a - b = 2\sqrt{3}$ ，那么代数式 $(\frac{a^2 + b^2}{2a} - b) \cdot \frac{a}{a - b}$ 的值为

(A) $\sqrt{3}$

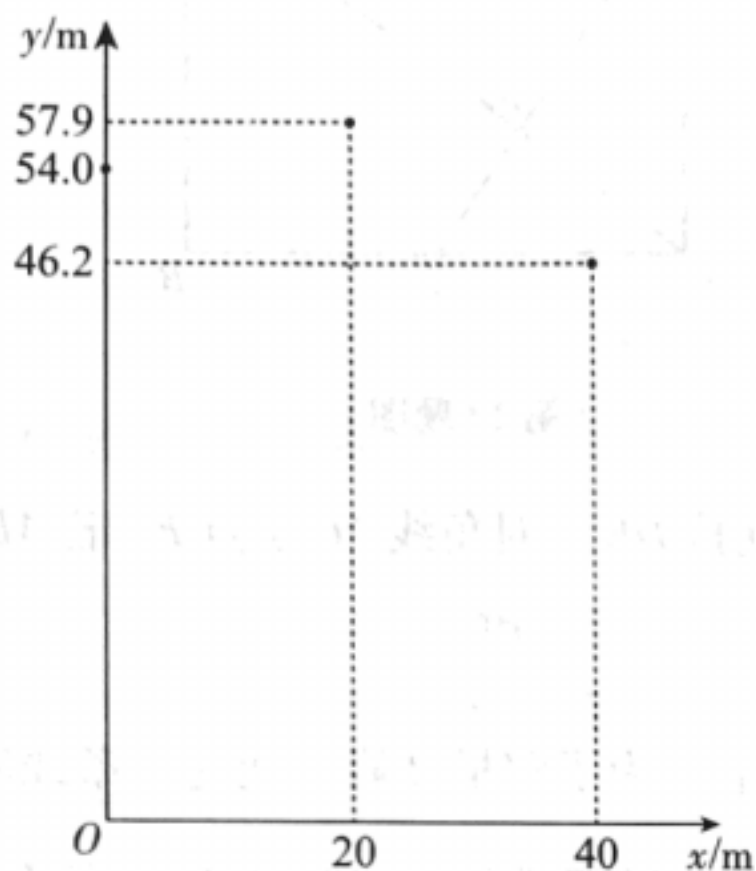
(B) $2\sqrt{3}$

(C) $3\sqrt{3}$

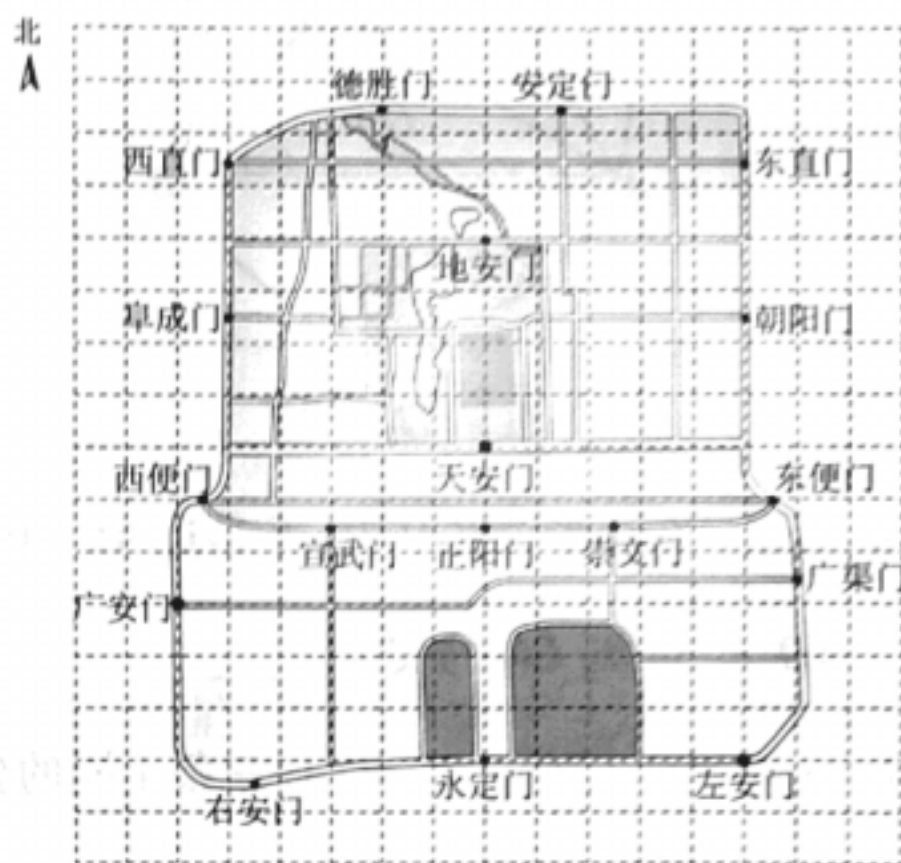
(D) $4\sqrt{3}$

7. 跳台滑雪是冬季奥运会比赛项目之一. 运动员起跳后的飞行路线可以看作是抛物线的一部分, 运动员起跳后的竖直高度 y (单位: m) 与水平距离 x (单位: m) 近似满足函数关系 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). 下图记录了某运动员起跳后的 x 与 y 的三组数据, 根据上述函数模型和数据, 可推断出该运动员起跳后飞行到最高点时, 水平距离为

(A) 10m (B) 15m (C) 20m (D) 22.5m



(第7题图)



(第8题图)

8. 上图是老北京城一些地点的分布示意图. 在图中, 分别以正东、正北方向为 x 轴、 y 轴的正方向建立平面直角坐标系, 有如下四个结论:

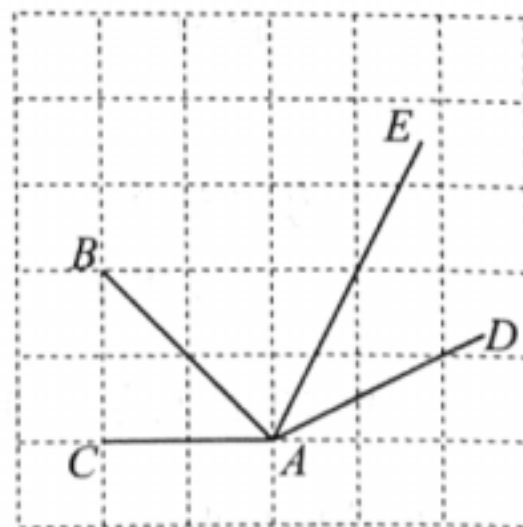
- ① 当表示天安门的点的坐标为 $(0, 0)$, 表示广安门的点的坐标为 $(-6, -3)$ 时, 表示左安门的点的坐标为 $(5, -6)$;
- ② 当表示天安门的点的坐标为 $(0, 0)$, 表示广安门的点的坐标为 $(-12, -6)$ 时, 表示左安门的点的坐标为 $(10, -12)$;
- ③ 当表示天安门的点的坐标为 $(1, 1)$, 表示广安门的点的坐标为 $(-11, -5)$ 时, 表示左安门的点的坐标为 $(11, -11)$;
- ④ 当表示天安门的点的坐标为 $(1.5, 1.5)$, 表示广安门的点的坐标为 $(-16.5, -7.5)$ 时, 表示左安门的点的坐标为 $(16.5, -16.5)$.

上述结论中, 所有正确结论的序号是

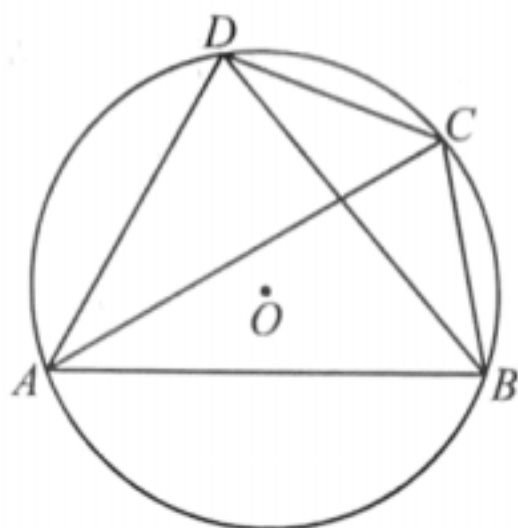
(A) ①②③ (B) ②③④ (C) ①④ (D) ①②③④

二、填空题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

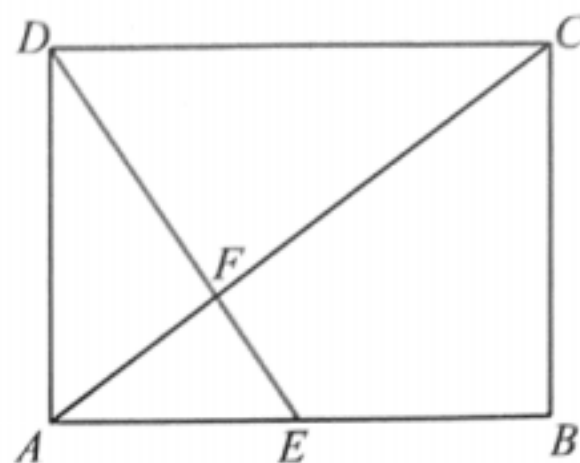
9. 右图所示的网格是正方形网格, $\angle BAC$ _____ $\angle DAE$. (填“>”, “=”或“<”)
10. 若 \sqrt{x} 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.
11. 用一组 a, b, c 的值说明命题“若 $a < b$, 则 $ac < bc$ ”是错误的, 这组值可以是 $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____.



12. 如图, 点 A, B, C, D 在 $\odot O$ 上, $\widehat{CB} = \widehat{CD}$, $\angle CAD = 30^\circ$, $\angle ACD = 50^\circ$, 则 $\angle ADB =$ _____ $^\circ$.



(第 12 题图)



(第 13 题图)

13. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 是边 AB 的中点, 连接 DE 交对角线 AC 于点 F , 若 $AB = 4$, $AD = 3$, 则 CF 的长为_____.
14. 从甲地到乙地有 A, B, C 三条不同的公交线路. 为了解早高峰期间这三条线路上的公交车从甲地到乙地的用时情况, 在每条线路上随机选取了 500 个班次的公交车, 收集了这些班次的公交车用时(单位: 分钟)的数据, 统计如下:

公交车用时 线路	公交车用时 频数	$30 \leq t \leq 35$	$35 < t \leq 40$	$40 < t \leq 45$	$45 < t \leq 50$	合计
A		59	151	166	124	500
B		50	50	122	278	500
C		45	265	167	23	500

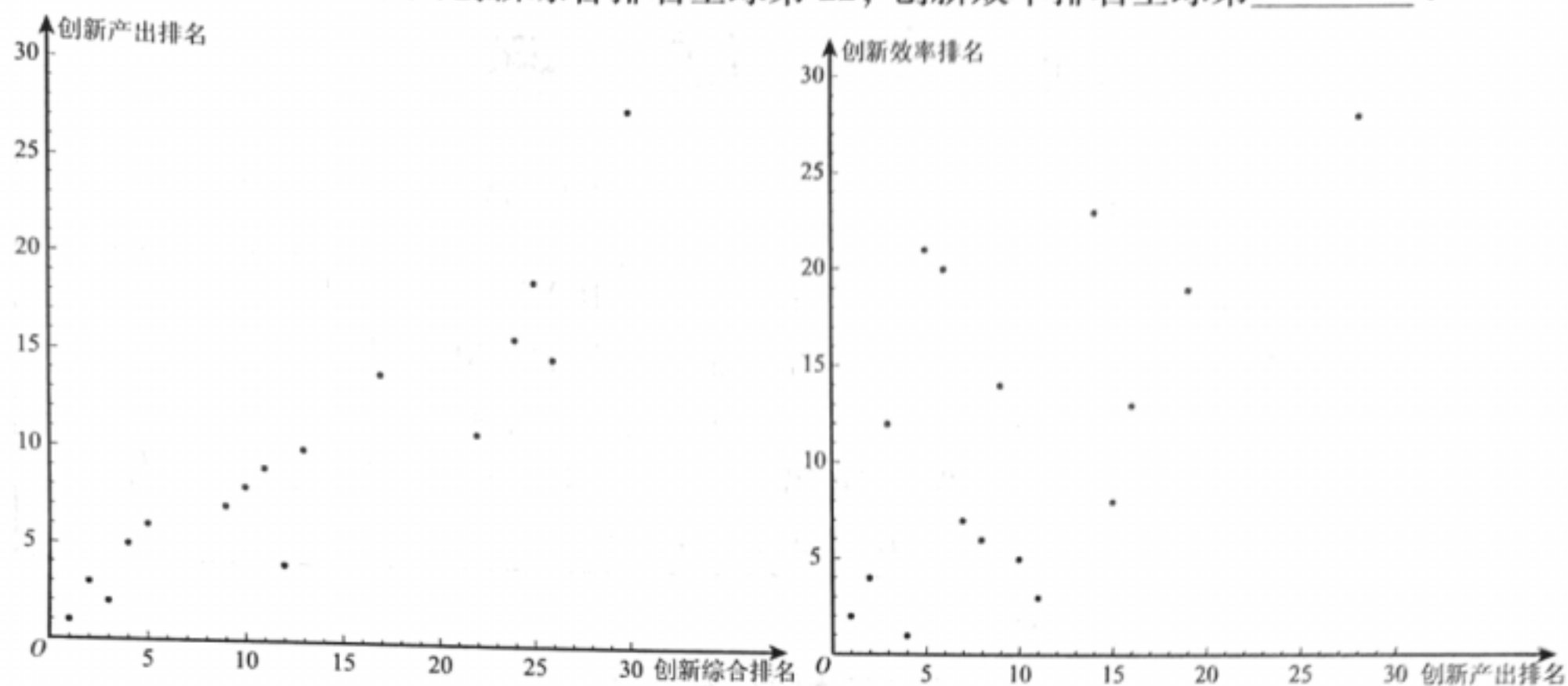
早高峰期间, 乘坐_____ (填“ A ”, “ B ” 或 “ C ”) 线路上的公交车, 从甲地到乙地 “用时不超过 45 分钟” 的可能性最大.

15. 某公园划船项目收费标准如下:

船型	两人船 (限乘两人)	四人船 (限乘四人)	六人船 (限乘六人)	八人船 (限乘八人)
每船租金 (元/小时)	90	100	130	150

某班 18 名同学一起去该公园划船, 若每人划船的时间均为 1 小时, 则租船的总费用最低为_____元.

16. 2017 年, 部分国家及经济体在全球的创新综合排名、创新产出排名和创新效率排名情况如图所示, 中国创新综合排名全球第 22, 创新效率排名全球第_____.



- 三、解答题 (本题共 68 分, 第 17 - 22 题, 每小题 5 分, 第 23 - 26 题, 每小题 6 分, 第 27, 28 题, 每小题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

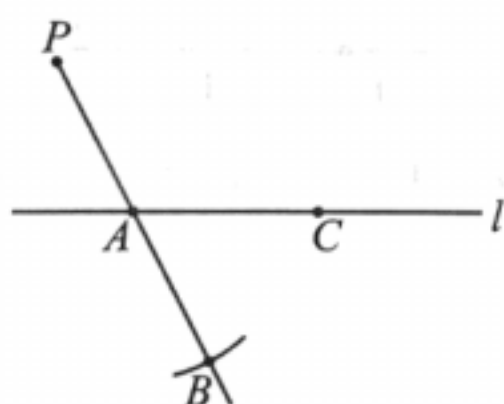
17. 下面是小东设计的“过直线外一点作这条直线的平行线”的尺规作图过程.

已知: 直线 l 及直线 l 外一点 P .

P

求作: 直线 PQ , 使得 $PQ \parallel l$.

作法: 如图,



- ① 在直线 l 上取一点 A , 作射线 PA , 以点 A 为圆心, AP 长为半径画弧, 交 PA 的延长线于点 B ;
- ② 在直线 l 上取一点 C (不与点 A 重合), 作射线 BC , 以点 C 为圆心, CB 长为半径画弧, 交 BC 的延长线于点 Q ;
- ③ 作直线 PQ .

所以直线 PQ 就是所求作的直线.

根据小东设计的尺规作图过程,

- (1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)
- (2) 完成下面的证明.

证明: $\because AB =$ _____, $CB =$ _____,

$\therefore PQ \parallel l$ (_____)(填推理的依据).

18. 计算: $4\sin 45^\circ + (\pi - 2)^0 - \sqrt{18} + |-1|$.

19. 解不等式组:
$$\begin{cases} 3(x+1) > x-1, \\ \frac{x+9}{2} > 2x. \end{cases}$$

20. 关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + 1 = 0$.

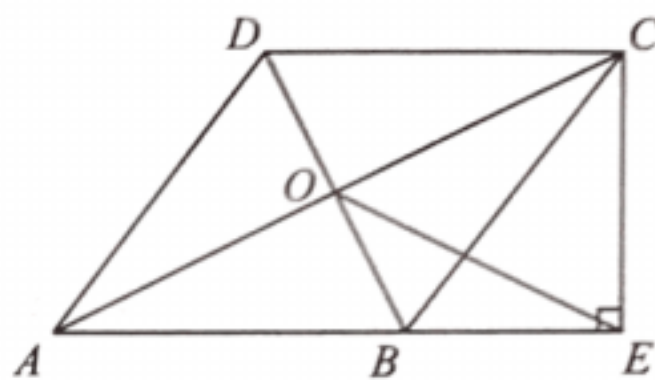
(1) 当 $b = a + 2$ 时, 利用根的判别式判断方程根的情况;

(2) 若方程有两个相等的实数根, 写出一组满足条件的 a, b 的值, 并求此时方程的根.

21. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $AB = AD$, 对角线 AC, BD 交于点 O , AC 平分 $\angle BAD$, 过点 C 作 $CE \perp AB$ 交 AB 的延长线于点 E , 连接 OE .

(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形;

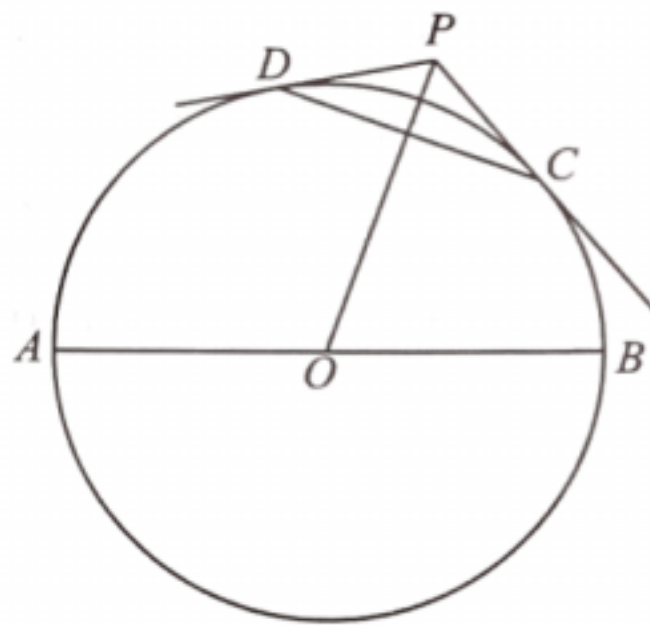
(2) 若 $AB = \sqrt{5}$, $BD = 2$, 求 OE 的长.



22. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 过 $\odot O$ 外一点 P 作 $\odot O$ 的两条切线 PC, PD , 切点分别为 C, D , 连接 OP, CD .

(1) 求证: $OP \perp CD$;

(2) 连接 AD, BC , 若 $\angle DAB = 50^\circ$, $\angle CBA = 70^\circ$, $OA = 2$, 求 OP 的长.



23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象 G 经过点 $A(4, 1)$,

直线 $l: y = \frac{1}{4}x + b$ 与图象 G 交于点 B , 与 y 轴交于点 C .

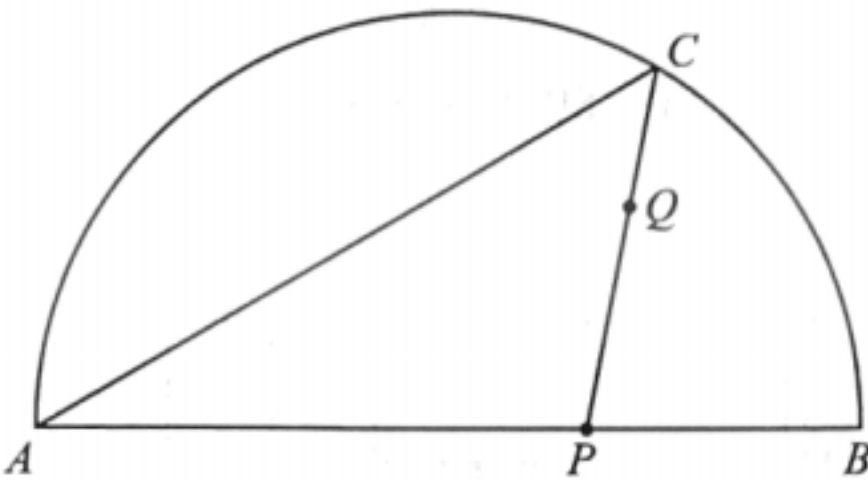
(1) 求 k 的值;

(2) 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 记图象 G 在点 A, B 之间的部分与线段 OA, OC, BC 围成的区域(不含边界)为 W .

① 当 $b = -1$ 时, 直接写出区域 W 内的整点个数;

② 若区域 W 内恰有 4 个整点, 结合函数图象, 求 b 的取值范围.

24. 如图, Q 是 \widehat{AB} 与弦 AB 所围成的图形的内部的一点, P 是弦 AB 上一动点, 连接 PQ 并延长交 \widehat{AB} 于点 C , 连接 AC . 已知 $AB = 6\text{ cm}$, 设 A, P 两点间的距离为 $x\text{ cm}$, P, C 两点间的距离为 $y_1\text{ cm}$, A, C 两点间的距离为 $y_2\text{ cm}$.



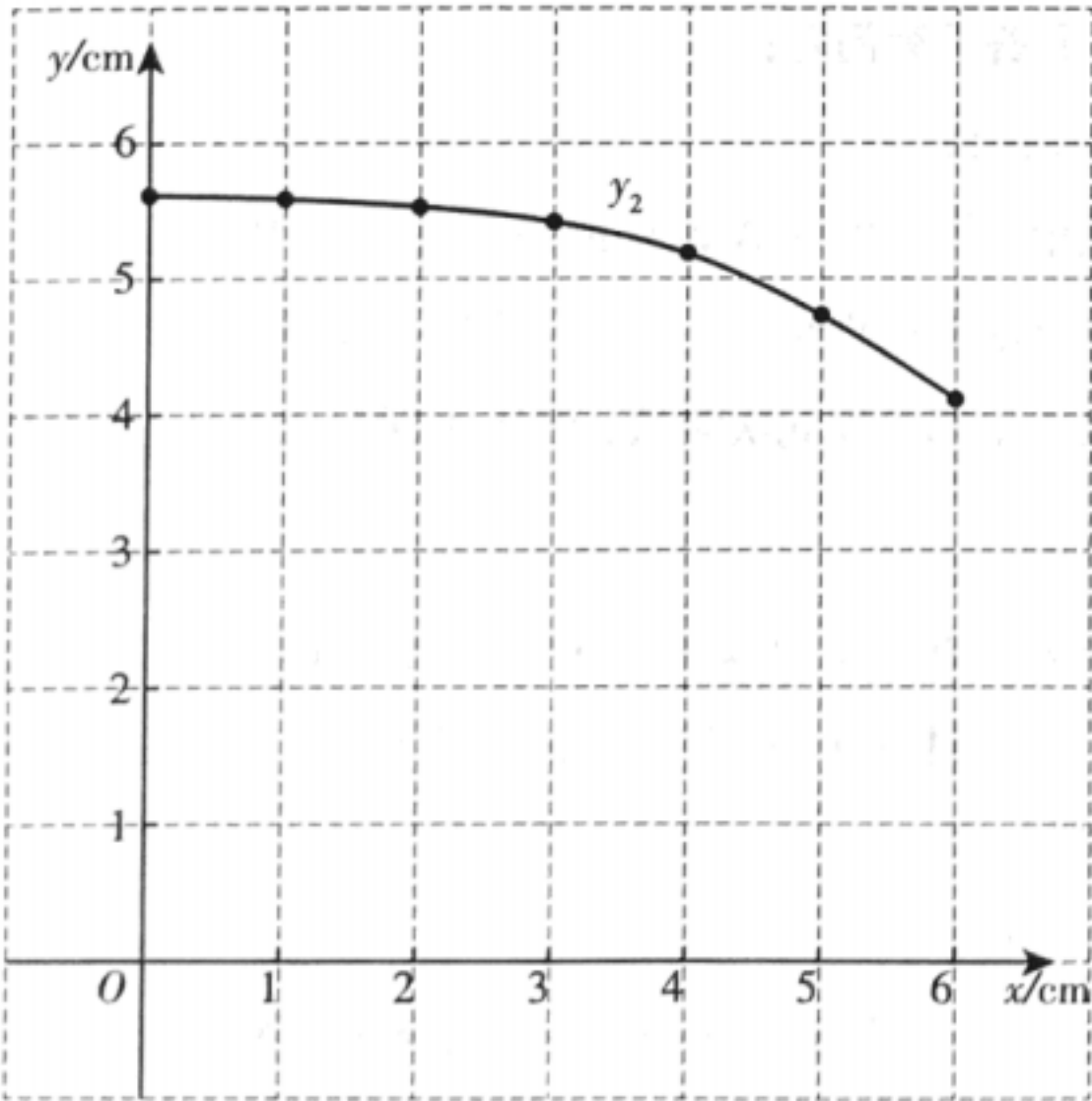
小腾根据学习函数的经验, 分别对函数 y_1, y_2 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.

下面是小腾的探究过程, 请补充完整:

(1) 按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量, 分别得到了 y_1, y_2 与 x 的几组对应值;

x/cm	0	1	2	3	4	5	6
y_1/cm	5.62	4.67	3.76		2.65	3.18	4.37
y_2/cm	5.62	5.59	5.53	5.42	5.19	4.73	4.11

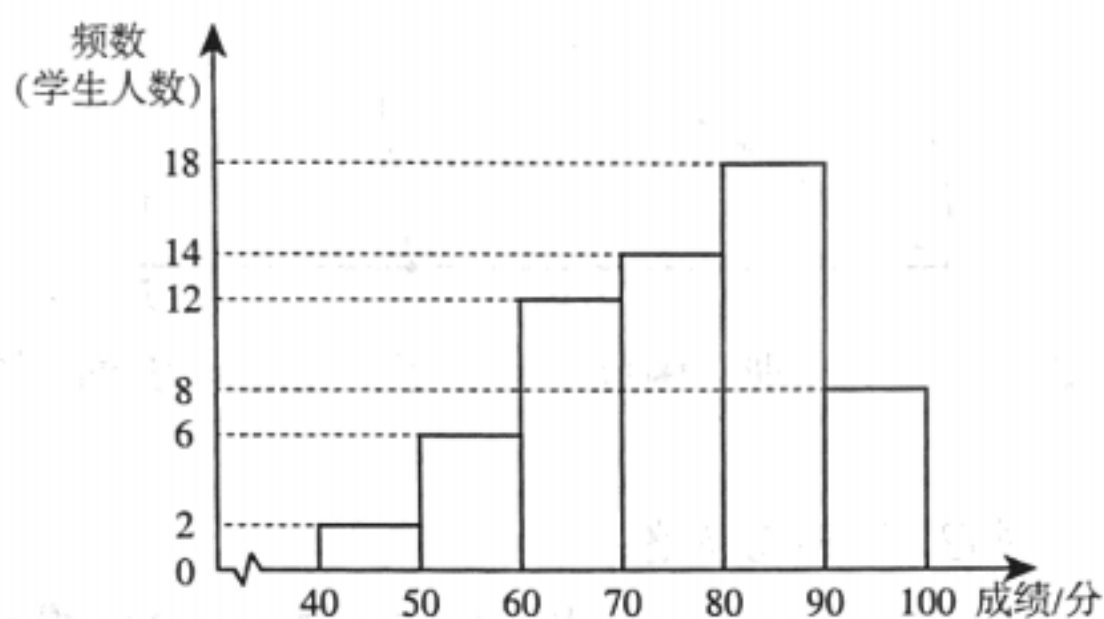
(2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中, 描出补全后的表中各组数值所对应的点 (x, y_1) , (x, y_2) , 并画出函数 y_1, y_2 的图象;



(3) 结合函数图象, 解决问题: 当 $\triangle APC$ 为等腰三角形时, AP 的长度约为 _____ cm .

25. 某年级共有 300 名学生. 为了解该年级学生 A, B 两门课程的学习情况, 从中随机抽取 60 名学生进行测试, 获得了他们的成绩(百分制), 并对数据(成绩)进行整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

a. A 课程成绩的频数分布直方图如下(数据分成 6 组: $40 \leq x < 50$, $50 \leq x < 60$, $60 \leq x < 70$, $70 \leq x < 80$, $80 \leq x < 90$, $90 \leq x \leq 100$):



b. A 课程成绩在 $70 \leq x < 80$ 这一组的是:

70 71 71 71 76 76 77 78 78.5 78.5 79 79 79 79.5

c. A, B 两门课程成绩的平均数、中位数、众数如下:

课程	平均数	中位数	众数
A	75.8	m	84.5
B	72.2	70	83

根据以上信息, 回答下列问题:

- 写出表中 m 的值;
- 在此次测试中, 某学生的 A 课程成绩为 76 分, B 课程成绩为 71 分, 这名学生成绩排名更靠前的课程是 _____ (填“A”或“B”), 理由是 _____;
- 假设该年级学生都参加此次测试, 估计 A 课程成绩超过 75.8 分的人数.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = 4x + 4$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A, B, 抛物线 $y = ax^2 + bx - 3a$ 经过点 A, 将点 B 向右平移 5 个单位长度, 得到点 C.

- 求点 C 的坐标;
- 求抛物线的对称轴;
- 若抛物线与线段 BC 恰有一个公共点, 结合函数图象, 求 a 的取值范围.