



## 数学好教师



关注领取小/初/高最新数学资源

### 八年级上册

#### 几何部分

1. 三角形三边之间的关系：三角形的两边的大于第三边，两边之的差小于第三边.

可以简记为：两边之差 < 第三边 < 两边之和.

2. 三角形的三种重要线段：①. 三角形的高；②. 三角形的中线；③. 三角形的角平分线.

3. 三角形的“四心”：①. 垂心；②. 重心；（三角形的三条中线的交点）③. 内心；④. 外心.

4. 三角形具有稳定性. 四边形、五边形，……不具有稳定性.

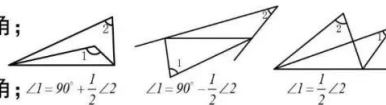
5. 三角形的内角和定理及其推论：

(1). 三角形的内角和定理：三角形三个内角的和等于  $180^\circ$  ；

(2). 推论：三角形的外角等于与它不相邻的两内角的和； 三角形的外角大于与它不相邻的任意一内角.

拓展结论：三角形相关的角平分线交角的规律

①. 两内角平分线交角  $= 90^\circ + \text{第三半角}$ ；



②. 两外角平分线交角  $= 90^\circ - \text{第三半角}$ ；  $\angle 1 = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle 2$

③. 一内角和一外角等于第三半角

6. 直角三角形：

(1). 性质：直角三角形的两个锐角互余；（注：实际上也是三角形内角和定理的推论）

(2). 判定：有两个角互余的三角形是直角三角形.

(3). 在直角三角形中, 如果一个锐角等于  $30^\circ$ , 那么它所对直角边等于斜边的一半.

7. 多边形的内角和和外角和:

(1). 内角和:  $n$  边形的内角和等于  $(n-2) \cdot 180^\circ$ ;

(2). 外角和: 多边形的外角和等于  $360$ .

拓展结论:

(1). 对角线条数: ①. 从  $n$  边形的一个顶点出发可以引  $(n-3)$  条对角线; ②.  $n$  边

形总共有  $\frac{n(n-3)}{2}$  条对角线;

(2). 从一个点出发连接  $n$  边形的顶点分  $n$  边形的三角形个数为:

①.  $(n-2)$  个 (顶点出发);

②.  $(n-1)$  个 (边上不含端点出发);

③.  $n$  个 ( $n$  边形的出发)

8. 全等三角形:

(1). 定义: 见书

(2). 全等三角形的性质: 全等三角形的对应边相等, 全等三角形的对应角相等;

(3). 三角形全等的判定:

SSS (边边边): 三边分别相等的两个三角形全等.

SAS (边角边): 两边和它们的夹角分别相等的两个三角形全等.

ASA (角边角): 两角和它们的夹边分别相等的两个三角形全等.

AAS (角角边): 两角分别相等且其中一组等角的对边分别相等的两个三角形全等.

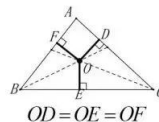
HL (斜边.直角边): 斜边和一直角边分别相等的两个三角形全等.

附: 运用三角形全等的判定思路

- ①. 已有两边对应相等, 找 → 第三边对应相等: SSS; 找夹角对应相等: SAS.
- ②. 已有两角对应相等, 找 → 夹边对应相等: ASA; 找所对边对应相等: AAS.
- ③. 已有一边一角对应相等, 找 → 夹此角的边对应相等: SAS; 找角对应相等: ASA, AAS.
- ④. 直角三角形全等: 若一边一锐角对应相等: ASA, AAS; 若两边对应相等: SAS, HL.

#### 9. 角平分线:

- (1). 定义: 两重性.
- (2). 性质: 角的平分线上的点到角的两边的距离相等.
- (3). 判定: 角的内部到角的两边的距离相等的点在角的平分线上 (运用此判定注意前提条件)



拓展延伸:

- ①. 三角形的三内角平分线交于一点, 这个点到三边距离相等;
- ②. 在一三象限坐标轴角平分线上点横纵坐标相等 (记为: 横-纵=0),  
在二四象限坐标轴角平分线上点横纵坐标互为相反数 (记为: 横+纵=0)
- ③.  $S_r = \frac{l}{2}ah = \frac{l}{2}lr$  (这里的  $l$  为三角形周长,  $r$  为内角平分线交点到边上的而距离)

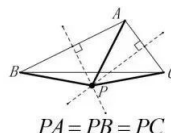
#### 10. 轴对称和轴对称图形

- (1). 轴对称;
- (2). 轴对称图形;

附：成轴对称与轴对称图形的区别与联系.

①. 研究角度不一样：1 个和两个图形的区别；②. 运动方式一样：沿某直线翻折；  
③. 运动结果一样：均重合；④. 成轴对称的两个图形若看成一个整体视为轴对称图形.

(3). 轴对称的性质：①. 成轴对称的两个图形是全等形；②. 成轴对称的图形或轴对称图形，对应点的连线被对称轴垂直平分；③. 成轴对称的图形或轴对称图形，对应线段相交或延长线相交，交点在对称轴上. 注：轴对称图形具有轴对称的一切性质.



11. 线段的垂直平分线：

(1). 定义：两重性.

(2). 性质：；线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等.

(3). 判定：与线段两个端点距离相等的点在这条线段的垂直平分线上（注意前提条件：当两个点具备上述条件可以直接运用此判定）

拓展结论：

三角形的三边垂直平分线交于一点，这个点到三顶点的距离相等.

12. 坐标系内轴对称点的坐标规律：

(1).  $P(a,b)$  关于  $x$  轴对称点为  $P'(a,-b)$ ；口诀：横相同。纵相反.

(2).  $P(a,b)$  关于  $y$  轴对称点为  $P'(-a,b)$ ；口诀：横相反。纵相同.

(3). 关于坐标轴夹角平分线对称点的坐标：已知点该象限内，对称点为“符号不变，数字交换”；，已知点不在该象限内，对称点“数字交换，符号跟变”. 例： $M(2,5)$

关于  $y=x$ （一三象限坐标轴夹角平分线上）对称点为  $M'(5,2)$ ，关于  $y=-x$ （二

四象限坐标轴夹角平分线上) 对称点  $M''(-5, -2)$ .

### 13. 等腰三角形:

(1). 定义. 两重性.

(2). 性质:

①. 等腰三角形的两腰相等;

②. 等腰三角形的两个底角相等; (简记为: 等边对等角).

③. 等腰三角形的顶角的平分线、底边上的中线、底边上的高相互重合. (简记为: 三线合一.)

(3). 判定:

①. 有两边相等的三角形是等腰三角形;

②. 如果一个三角形有两个角相等, 那么这两个角所对的边也相等. (简记为: 等角对等边.)

### 14. 等边三角形:

(1). 定义. 两重性.

(2). 性质:

①. 等边三角形的三边相等;

②. 等边三角形的三个内角相等, 并且每一个内角都等于  $60^\circ$  ;

③. 等边三角形具有 “三线合一”, “四心合一” .

(3). 判定:

①. 有三边相等的三角形是等边三角形;

②. 三个角都相等的三角形是等边三角形;

③. 有一个角是  $60^\circ$  的等腰三角形是等边三角形.

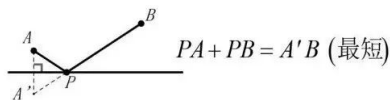
15. 其他:

(1). 作对称点: 作垂线, 截取相等;

(2). 路径最值问题 (作为阅读材料):

①. 将军饮马之和的最小值问题:

a. 两定一动有两种情况:

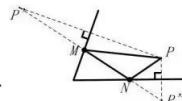


其一. 异侧直接连

其二. 同侧连对称, 化折为直; (见示意图)

b. 两动一定有两种情况:

其一. 求周长最小, 分别作两边对称点, 连接两对称点, 再连交点和定点; (见下面示意图)



其二. 作对称点, 连接化折为直, 再作垂线段, 化直为垂直.

$PM + PN + MN = P'P''$  (最短)

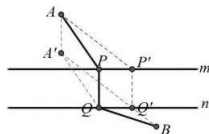
②. 将军饮马之差值最大问题 (两定一动):

a. 同侧作射线, 找交点, 得差值最大值;

b. 异侧先作对称点化在同侧, 然后作射线, 找交点, 得差值最大值.

③. 造桥选址问题:

平移 (或作出平行四边形), 连线选址. (见示意图:  $PP'$  符合条件的选址)



## 代数部分

1. 幂的运算法则:

(1). 同底数幂的乘法:

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$  ( $m, n$  都是整数) 同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加. (关键词: 指数相加)

逆用:  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$  ( $m, n$  都是整数)

(2). 幂的乘方:

$(a^m)^n = a^{mn}$  ( $m, n$  都是整数) 幂的乘方, 底数不变, 指数相乘. (关键词: 指数相乘)

逆用:  $a^{mn} = (a^m)^n = (a^n)^m$  ( $m, n$  都是整数)

(6). 积的乘方:

$(ab)^n = a^n b^n$  ( $n$  是整数) 积的乘方, 等于把积的每一个因式分别乘方, 再把所得的幂相乘. (关键词: 分别乘方)

逆用:  $a^n b^n = (ab)^n$  ( $n$  是整数)

(4). 同底数幂的除法:

$a^m \div a^n = a^{m-n}$  ( $a \neq 0$ ,  $m, n$  都是整数) 同底数幂相除, 底数不变, 指数相减. (关键词: 指数相减)

逆用:  $a^{m-n} = a^m \div a^n$  ( $a \neq 0$ ,  $m, n$  都是整数)

(5). 分式的乘方:

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$  ( $b \neq 0$ ,  $n$  是整数) 分式乘方要把分子、分母分别乘方. (关键词: 分别乘方)

逆用:  $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$  ( $b \neq 0$ ,  $n$  是整数)

## 2. 指数幂的意义：

(1). 正整数指数幂的意义： $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_n$ ，（ $n$  是正整数）. 表示  $n$  个相同因数

积的运算.

(2). 零指数幂的意义： $a^0 = 1$ （ $a \neq 0$ ）任何不等于 0 的数的 0 次幂都等于 1.  $P_{102}$

(3). 负指数幂的意义： $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ （ $a \neq 0$ ， $n$  是正整数） $a^n$  的倒数. 口诀：倒底数，

反指数.

3. 科学记数法：把一个数  $A$  记成  $a \times 10^n$  的形式（其中  $a$  为整数为一位的数，叫科学记数法.

(1). 当  $|A| \geq 10$  时， $n =$  整数的位数  $-1$ ；如： $20300 = 2.03 \times 10^4$

(2). 当  $1 \leq |A| < 10$  时， $n = 0$ ；

(3). 当  $|A| < 1$  时， $n =$  第一个非 0 数字前面 0 的个数的相反数. 如：

$$0.0000203 = 2.03 \times 10^{-4}.$$

## 4. 整式的乘法；

(1). 单  $\times$  单：①. 系数相乘；②. 同底数幂相乘；③. 单独的，照写.

(2). 单  $\times$  多： $m(a+b+c) = ma+mb+mc$ . 分别相乘，再相加.

(3). 多  $\times$  多： $(a+b)(m+n) = am+an+bm+bn$ . 分别相乘，再相加.

(4). 特殊： $(x+m)(x+n) = x^2 + (m+n)x + mn$ . 抓住关键：积的一次项系数是两常数项的和，积的常数项是原两常数项的积.

## 5. 整式的除法：

(1). 单  $\div$  单：①. 系数相除；②. 同底数幂相除；③. 单独的，照写.



(2). 多÷单:  $(a+b+c) \div m = a \div m + b \div m + c \div m$  . 分别相除, 再相加.

#### 6. 乘法公式:

(1). 平方差公式:  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$  . 两个数的和与这两个数的差相乘, 等于这两个数的平方差.

(2). 完全平方公式:  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$  . 两个数的和(或差)的平方, 等于它们的平方和, 加上(或减去)它们积的 2 倍. 口诀: 首平方, 尾平方, 2 倍首尾在中央.

#### 7. 去添括号的法则:

(1). 去括号: 去+( )后的各项不变号, 去-( )后的各项变号.

(2). 添括号: 添进+( )后的各项不变号, 添进-( )后的各项变号.

#### 8. 因式分解:

(1). 定义: 解读关键词: 整式, 和差化积, 恒等变形, 分解彻底.

(2). 方法:

①. 提取公因式法.  $ma + mb + mc = m(a + b + c)$  . 确定公因式: 系数取最大公约数, 同底数取最低次幂.

②. 公式法:

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$  . 两个数的平方差, 等于这两个数的和与这两个数的差的积.

$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$  . 两个数的平方和加上(或减去)这两个数的积的 2 倍, 等于这两个数的和(或差)的平方.

③. 分组分解法：包括分组后能提取公因式和分组后能用公式两种，分组要有目的性和预见性.

④. 十字相乘法：

两种情况；

第一种：二次项系数为 1. 如：  $x^2 + mx + n$ ，若  $n = pq, p + q = m$ ，符合  $\begin{array}{c} l \\ \times \\ p \\ q \end{array}$  十字相乘的条件和规律. 则  $x^2 + mx + n = (x + p)(x + q)$ .

第二种：二次项系数不为 1. 如：  $ax^2 + bx + c$ ，若  $a = a_1a_2, c = c_1c_2$ ，且  $a_1c_2 + a_2c_1 = b$

符合  $\begin{array}{c} a_1 \times c_1 \\ a_2 \quad c_2 \end{array}$  十字相乘的条件和规律. 则  $ax^2 + bx + c = (a_1x + c_1)(a_2x + c_2)$ .

因式分解的方法简记为：一提二套三分组四十字和其他.

## 9. 分式

(1). 分式的定义：形如  $\frac{A}{B}$  ( $A, B$  均为整式， $B$  含字母， $B \neq 0$ ) .

(2). ①. 分式  $\frac{A}{B}$  有意义：  $B \neq 0$ ；②. 分式  $\frac{A}{B}$  无意义：  $B = 0$ ；③. 分式  $\frac{A}{B}$  值为 0：

$B \neq 0, A = 0$ .

## 10. 分式的基本性质：

(1). 分式的分子与分母乘（或除以）同一个不等于 0 的整式，分式的值不变，

$$\frac{A}{B} = \frac{A \times M}{B \times M}, \quad \frac{A}{B} = \frac{A \div M}{B \div M} \quad (M \neq 0)$$

(2). 分式的分子、分母和分式本身改变其中两个的符号，分式的值不变.

$$\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b} = -\frac{-a}{b} = -\frac{a}{-b}.$$

### 11. 分式的约分:

(1). 定义: 把一个分式的分子与分母中的公因式约去, 叫做分式的约分.

附: 确定公因式的方法: 系数取最大公约数, 同底数取最低次幂. 当分式的分子与分母是多项式时, 注意事先分解因式.

(2). 最简分式: 分子、分母没有公因式的分式, 叫最简分式.

### 12. 分式的通分:

把几个异分母的分式分别化成与原来的分式相等的同分母的分式, 叫做分式的通分.

附: 确定最简公分母的方法: 系数取最小公倍数, 同底数取最高次幂, 单独的照取. 当分式分母是多项式时, 注意事先分解因式再找最简公分母.

### 13. 分式的运算:

(1). 分式的乘除法:

①. 分式的乘法法则: 分式乘以分式, 用分子的积作为积的分子, 分母的积作为积的分母.

②. 分式的除法法则: 分式除以分式, 把除式的分子、分母颠倒位置后, 与除式相乘.

乘法:  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$  ; 除法:  $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

(3). 分式的加减法:

①. 同分母的分式相加减, 分母不变, 把分子相加减;

②. 异分母的分式相加减, 先通分, 变为同分母的分式, 再加减.

同分母:  $\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$  ; 异分母:  $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} \pm \frac{bc}{bd} = \frac{ad \pm bc}{bd}$ .

注意：异分母的分式若分母是多项式的，注意事先将分母分解因式再找最简公分母.

(4). 分式的乘方：

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (b \neq 0, n \text{ 是整数})$$

分式乘方要把分子、分母分别乘方. (关键词：

分别乘方)

逆用：  $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad (b \neq 0, n \text{ 是整数})$

(5). 分式的“混合运算”

先乘方，再乘除，后加减，有括号先算括号部分（按小 → 中 → 大）；注意简便运算.

14. 分式方程：

(1). 定义：

(2). 解分式方程：

去分母 → 去括号 → 移项 → 合并 → 系数化为1 → 验根 → 写解.

附：

①. 去分母注意先确定最简公分母。分母是多项式的注意事先将分母分解因式再找最简公分母.

②. 换元法解分式方程.

③. 解特殊结构的分式方程： $\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+5} = \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6}$  采用分别通分 → 化简分

子后再交叉相乘 → 解整式方程 → 然后验根 → 写解.

(3). 分式方程的应用：

①. 列方程解应用题的一般步骤：审 → 设 → 列 → 解 → 验 → 答.

②. 应用题类型：工程问题，行程问题等.

本文来源：网络。版权属于原作者，如有侵权，请联系我们处理。



数学好教师

每天分享最全最新小初高数学学习资料、教学资源和老师家长教育心得，立志成为...  
49篇原创内容

公众号



# 哪个数学老师受得了 一次性分享这么多

点击领取

全国500+数学老师都在这里·数学好教师资源星球

收录于合集 #初中数学 259

上一篇

初中数学必考压轴题汇总（含答案详解），  
趁现在掌握就能多得50分！

下一篇

初中数学必考压轴题汇总（含答案详解），  
趁现在掌握就能多得50分！

People who liked this content also liked

【背单词啦】人教版PEP 英语 三~六年级上册 《有声单词+课本》（合集）  
小学英语听力课堂



【物理笔记】初中物理八年级下册知识点精编  
江耀基名师工作室



我就不信，背熟这个你还不会写英语作文！  
学霸笔记大全

