# 2VO + 4UE Algorithm Engineering

Vorlesungsablauf Algorithm Engineering?

### Algorithm Engineering

Theorie	Praxis
Vereinfachte Probleme	Komplexe Probleme
Komplizierte Algorithmen	Einfache Algorithmen
Einfaches Maschinenmodell	Speicherhierarchien
O-Notation	In Realität schneller, schnell genug,
Exakte oder beweisbar gute Lösungen	Heuristiken

"Efforts must be made to ensure that promising algorithms discovered by the theory community are implemented, tested, and refined to the point where they can be usefully applied in practice. [...] to increase the impact of theory on key application areas."

Aho et al. [1997], Emerging Opportunities for Theoretical Computer Science

### 1950er, 60er: Anfänge der heutigen Algorithmik-Forschung

Algorithmen wurden größtenteils auch implementiert und getestet

### 1970er, 80er: Pen-and-Paper Ära

Viele algorithmische Durchbrüche

Abstraktere High-Level Beschreibung der Algorithmen

I.d.R. keine Implementierungen/Experimente

#### **Probleme:**

- Es schleichen sich leicht Fehler ein
- Theoretisch bester Algorithmen vs. bester Algorithmus in der Praxis

"Beware of bugs in the above code; I have only proved it correct, not tried it."

D. E. Knuth

### Fehler? Beispiele...

"If you don't make mistakes, you're not working on hard enough problems."

F. Wikzek

### **Dreizusammenhang von Graphen**

1973	Hopcroft, Tarjan	Erster <i>O(n)</i> Algorithmus
2001	Gutwenger, Mutzel	Implementierung → Fehler gefunden und
		behoben

#### **Planaritätstest**

1961	Auslander	Erster polynomieller Algorithmus
1963	Goldstein	Fehler gefunden und behoben
1974	Hopcroft, Tarjan	Erster <i>O(n)</i> Algo; Einbettung extrahieren: Skizze.
1984	Mehlhorn	Einbettung extrahieren: Genauer beschrieben
1996	Mehlhorn, Mutzel	Implementierung → Fehler gefunden (in beiden
		obigen) und behoben

Asymptotische Laufzeit ist wichtig, aber nicht alles!

```
O(f(n)) = \{ f'(n) \mid \exists c \geq 0, n_0: \forall n \geq n_0: f'(n) \leq c \cdot f(n) \}
g(n) = O(f(n)) \leftrightarrow g(n) \in O(f(n))
100 \cdot n \in O(n)
n \cdot \log(n) \notin O(n)
n \cdot \log(n) \notin O(n)
```

#### Konstanten vs. LOG-Laufzeiten

- $O(\log n)$ ... zumeist *logarithmus dualis*  $\log_2(n)$
- $\log(1.000.000) < 20$
- log(1.000.000.000) < 30
- $\log \log(n) < 6$  für alle realistischen n...
- Die in der O-Notation versteckte Konstanten können also in der Realität weit höher sein...

Asymptotische Laufzeit ist wichtig, aber nicht alles!

z.B.

#### Gleiche Laufzeit?

#### **Planaritätstest**

- 1974 (Hopcroft, Tarjan) erster Linearzeit-Algo. sehr kompliziert
- viele weitere Linearzeit-Algorithmen
- 2003/04 (de Fraysseix, Ossona de Mendez; Boyer, Myrvold): auch Linearzeit aber: - vergleichsweise einfach (DFS-basiert),
  - **viel** schneller in der Praxis

### Polynomiell vs. Exponentiell. Lösen Linearer Programme

- Simplex-Algorithmus (Dantzig, 1947) ist im Worst-Case exponentiell (Klee, Minty '72).
- Es gibt polynomielle Algorithmen (z.B. Ellipsoid-Methode; Khachiyan '79).
- Simplex ist einfacher und in der Praxis schneller!

### Laufzeit: Theorie vs. Praxis

Asymptotische Laufzeit ist wichtig, aber nicht alles!

z.B.

#### Versteckte Konstanten.

### **Graph Minoren**

- Robertson-Seymour-Graphminor-Theorem (ca. 20 Artikel seit 1984):
   "Jede Minor-abgeschlossene Graphenklasse K lässt sich durch eine fixe endliche Menge M von verbotenen Minor-Teilgraphen charakterisieren."
- Enthält ein Graph **G** einen fixen Graph **H** als Minor? Test: **O(n³)** Zeit
- ⇒ Prüfen, ob ein Graph zu einer Klasse K gehört, benötigt nur O(n³) Zeit

Oft beliebt bei FPT Algorithmen.

Aber wie groß ist **M**, wie sieht **M** aus? Oft sehr groß, oder gar unbekannt! **Beispiel** 

**K** = Graphen die man auf einem Torus ohne Kreuzungen zeichnen kann

⇒ 16 629 Elemente bekannt. Unbekannt wieviele mehr...

Asymptotische Laufzeit ist wichtig, aber nicht alles!

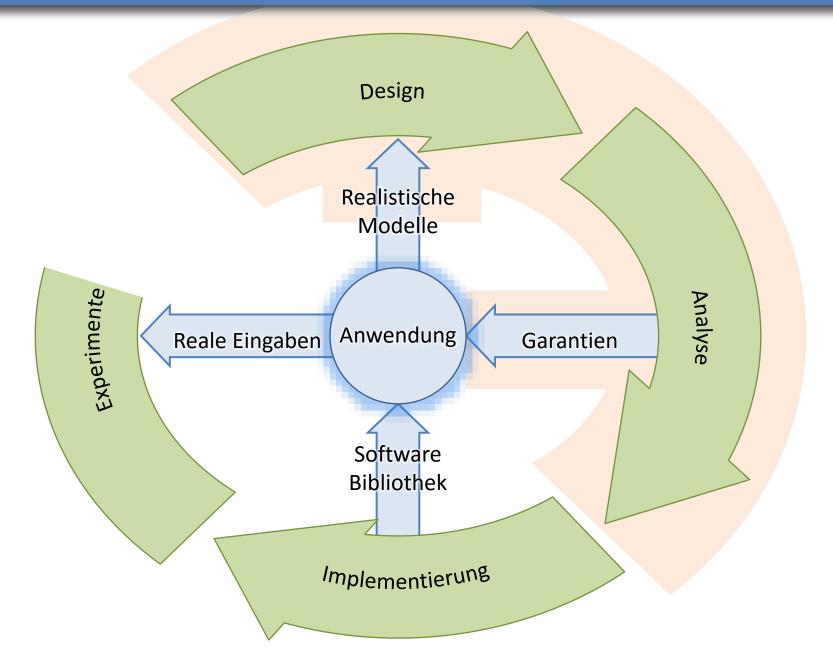
#### Maschinen-Modell.

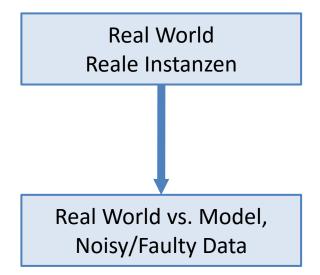
- Traditionelle Algorithmik von-Neumann-Modell:
  - Jede Operation benötigt 1 Zeiteinheit
  - Speicher läßt sich direkt ohne Zeitverlust ansprechen
  - Keine Probleme mit MAX INT, Präzision von Gleitkommazahlen,...

#### Realität:

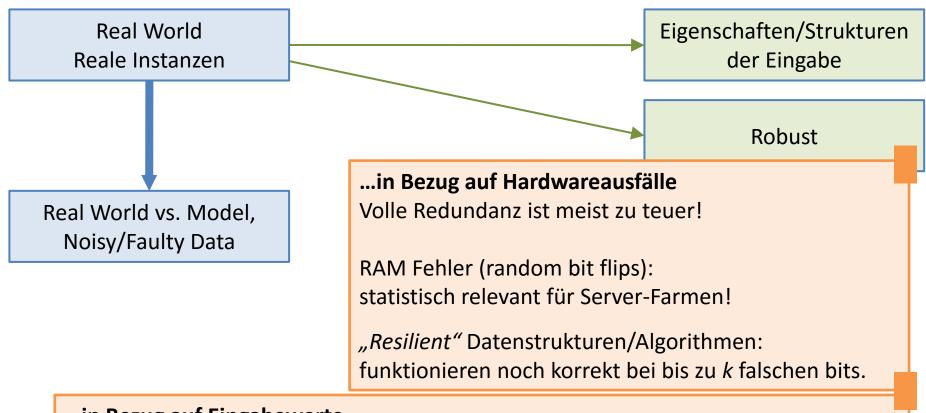
- Verschiedene Chiparchitekturen die verschiedene Operationen direkt unterstützen. Einige Operatoren werden simuliert. Andere Operatoren können parallel ausgeführt werden (z.B. auf GPU).
- Speicher ist hierarchisch organisiert: schnelle kleine Caches, flotter RAM, langsame Festplatte, etc.

## Algorithm Engineering Zyklus









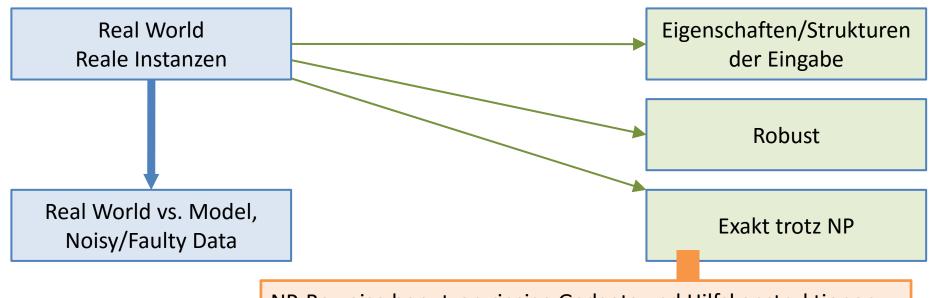
### ...in Bezug auf Eingabewerte

Eingabe ist oft fehlerbehaftet, nur probabilistisch, etc.

Lösung sollte auch bei leicht veränderten Eingaben (Zielfunktion) noch "gut" sein.

**zB:** Kantenkosten mit Wahrscheinlichkeitsverteilung; kürzester Weg sollte keine "Risiko-Kanten" enthalten

sensitivity analysis, robust optimization, stochastic optimization

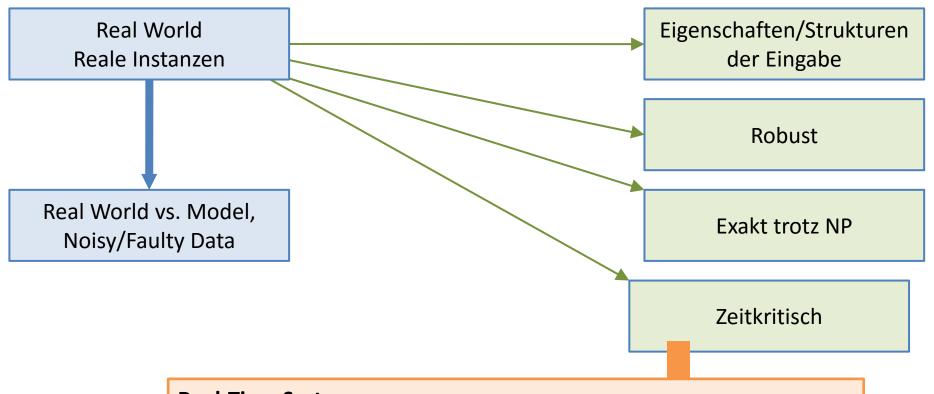


NP-Beweise benutzen riesige Gadgets und Hilfskonstruktionen, die in der Realität nicht vorkommen.

- Echte Instanzen sind oft nicht so kompliziert
- Mit den richtigen Methoden können kleine exponentielle Funktionen gutmütig sein

zB: Traveling Salesman, Steinerbaum, k-Cardinality Tree, Linear Ordering & Varianten, Vertex Cover,...

Fixed Parameter Tractable
Ganzzahlige Lineare Programme (ILPs)

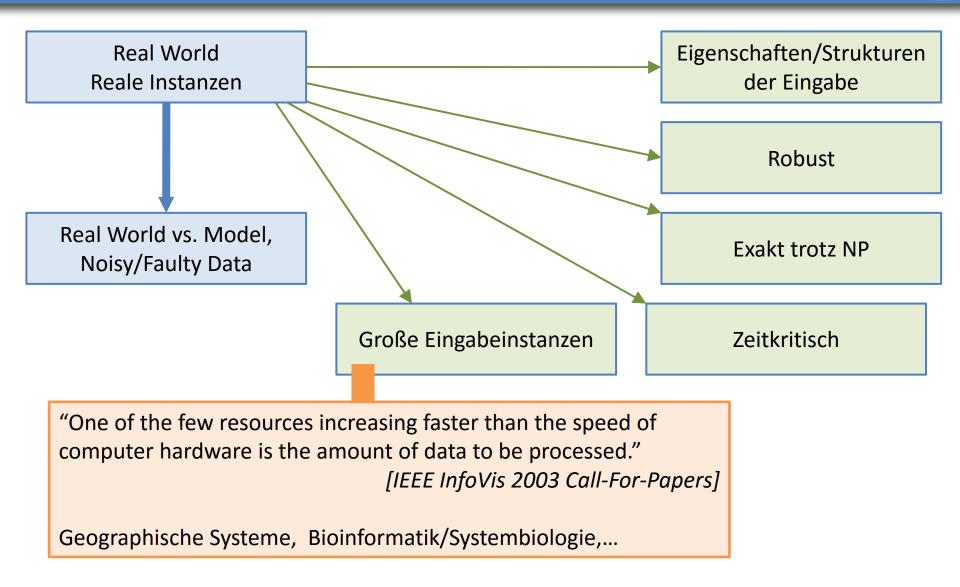


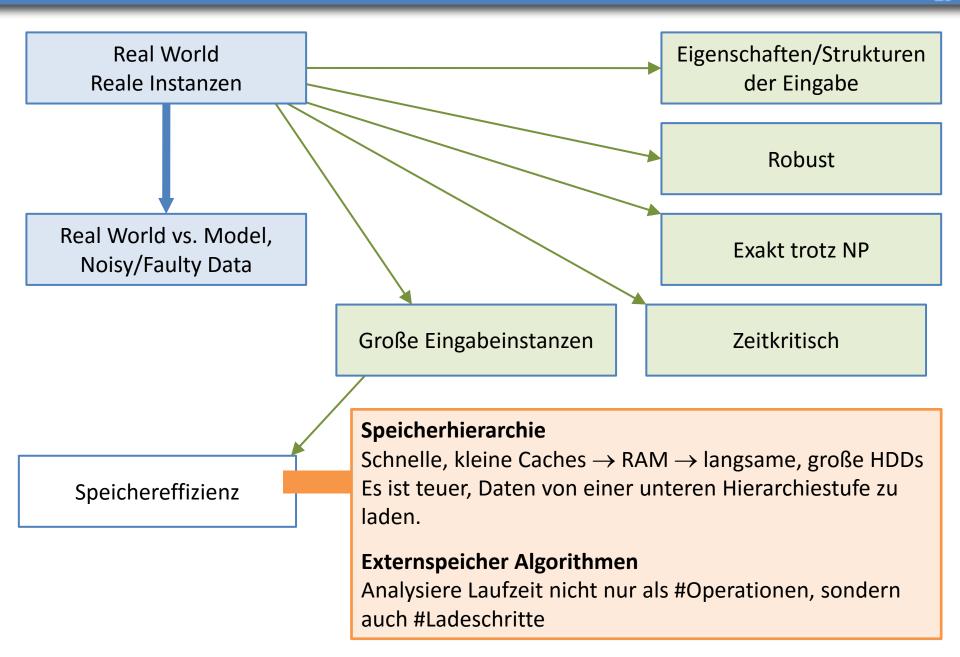
#### **Real-Time Systems**

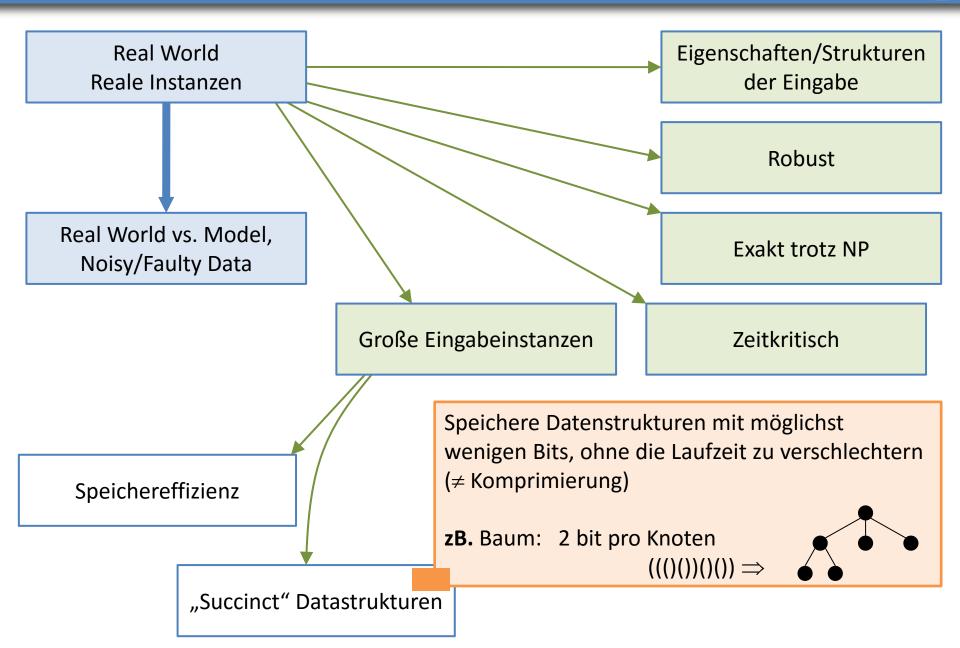
Ein Problem muss innerhalb eines strikten Zeitintervalls gelöst sein.

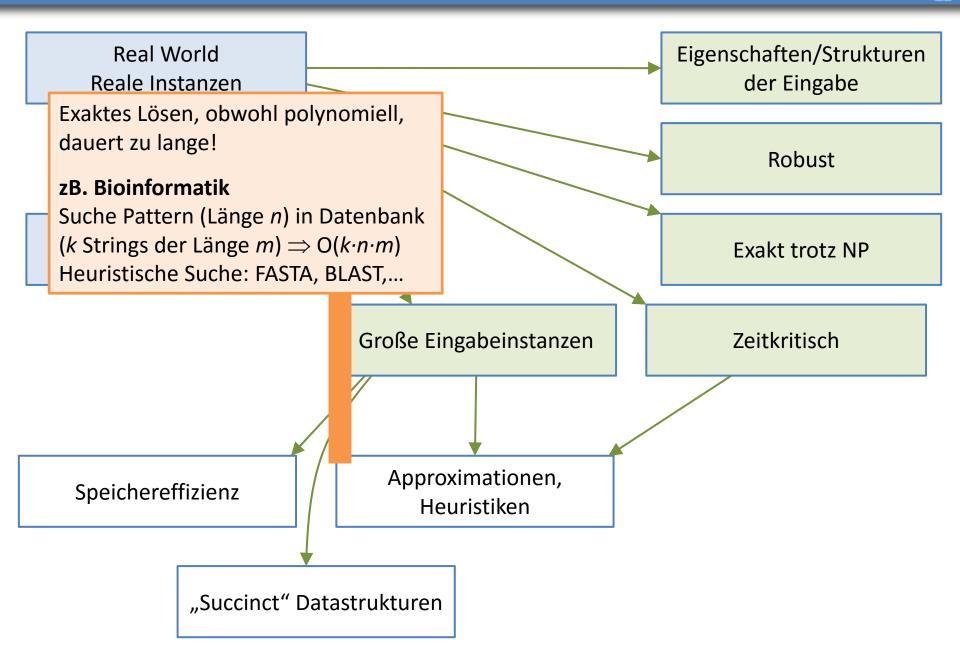
- Lieber eine schlechte Lösung als gar keine
- "echte" Garantien für Güte und Laufzeit (nicht nur O-Notation)

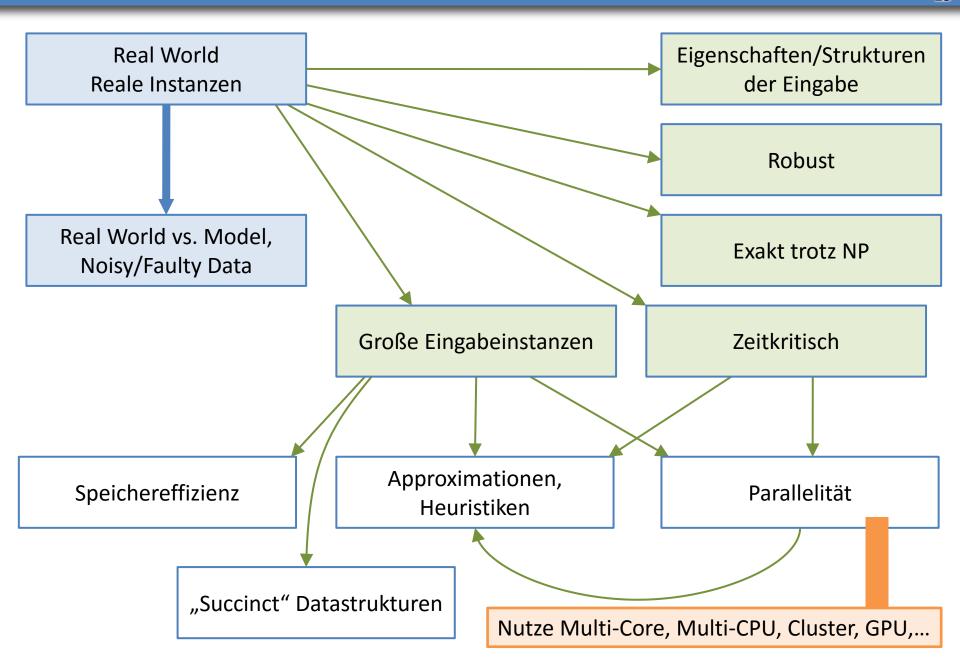
zB: Fahrelektronik im Auto (Bremsassistenten, ESP,...)

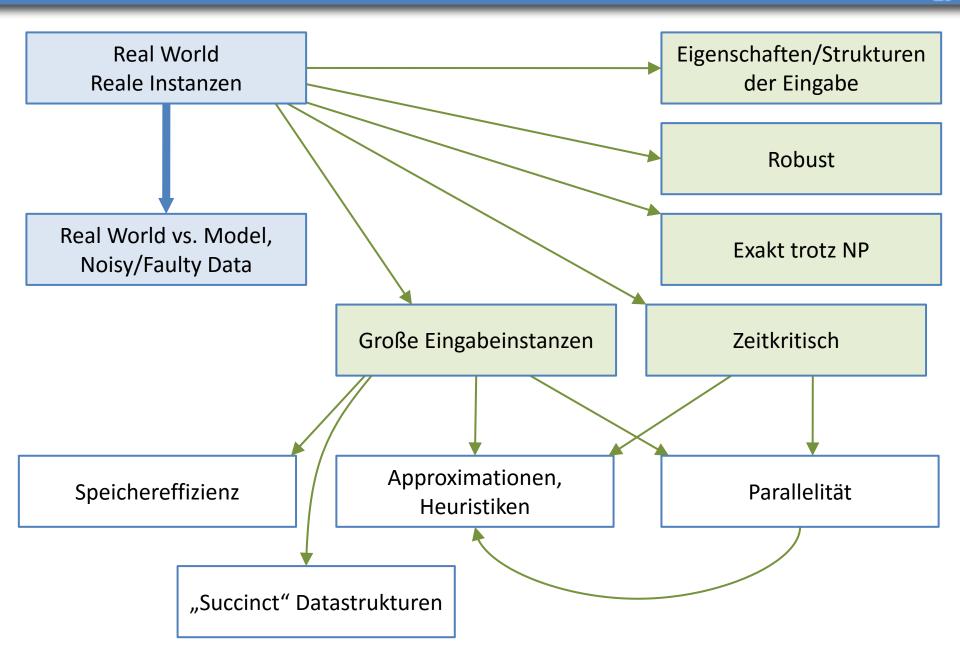












### Achtung, diese Lehrveranstaltung ist aufwendig!

2 SWS Vorlesung
 2 SWS Übung [Vorlesungsvertiefung]
 2 SWS Übung [Projekt]

#### **Vorlesung:**

- Montags, 12:15–13:45, 69/E18
- Auswahl subjektiv-spannender Themen aus diesen Bereichen,
- **zB.** Externspeicheralgorithmen, kürzeste Wege, Tourenplanung (TSP), *k*-Cardinality Trees, Textsuche/SuffixArrays, Kreuzungszahlen,...
- Folien auf StudIP

### Prüfung

- Erfolgreiche Teilnahme (= Erledigen der zugewiesenen Aufgaben und aktive Mitarbeit) an beiden Teilen der Übung ist Zulassungsvoraussetzung!
- VO-Prüfung ist mündlich, 30min

### Achtung, diese Lehrveranstaltung ist aufwendig!

**2 SWS** Vorlesung

**2 SWS** Übung [Vorlesungsvertiefung]

**2 SWS** Übung [Projekt]

- in 2-3er Gruppen

### Übung [Vorlesungsvertiefung]:

- Jeden zweiten Montag, 14:00–16:00, 69/E19
   beginnend am 19.Okt (passiv) und 2.Nov (aktiv)
- Übung bringt 2 Stunden/Woche
  - → mehr Zeit/Zeitaufwand in der Vorbereitung als bei gewöhnlichen wöchentlichen Übungen

### **Vertiefung des VO-Stoffes durch**

- Denk- und Recherche-Fragen, Kurzvorträge zu weiterführenden Themen (auf Basis vorgegebener Veröffentlichungen)
- Kleine Implementierungen/Experimente
- Eine Aufgabe pro Übungsblatt und Gruppe

### Achtung, diese Lehrveranstaltung ist aufwendig!

**2 SWS** Vorlesung

**2 SWS** Übung [Vorlesungsvertiefung]

**2 SWS** Übung [Projekt]

in 2-3er Gruppen

### Übung [Projekt]:

- Sie bekommen ein Optimierungsproblem als allgemeine Aufgabenstellung
- Lösen sie das Problem und betreiben Sie Algorithm Engineering...

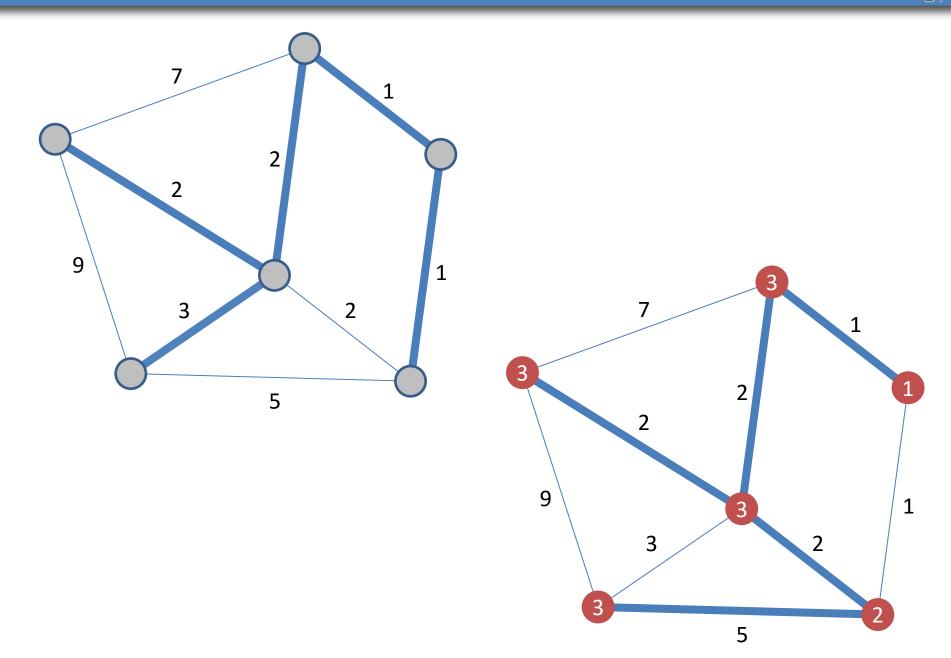
#### Zu tun:

- Recherche, Testinstanzen finden/generieren/...
- Heuristiken und exakte Verfahren überlegen
- Algorithmen implementieren [C++], testen, evaluieren,...
- Erkenntnisse gewinnen und in verbesserten Designs anwenden

### Regelmäßige Treffen!

(Ca. alle zwei Wochen mit Betreuer, alle vier Wochen mit allen)

# Ü-Projekt: Gradbeschr. Spannbäume



Für heute: Ende.

Bis nächsten Montag!