

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2025. május 6.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2025. május 6. 9:00

I.

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI HIVATAL

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Adottak a következő halmazok: $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ és $B = \{1; 3; 5; 7; 9\}$.
Elemi felsorolásával adja meg az $A \cap B$ és az $A \setminus B$ halmazt!

$A \cap B =$	1 pont	
$A \setminus B =$	1 pont	

2. Adja meg a 12 és a 20 legkisebb közös többszörösét!

	2 pont	
--	--------	--

3. Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$\frac{2 \cdot (2^2)^3}{2^4} = 2^x$$

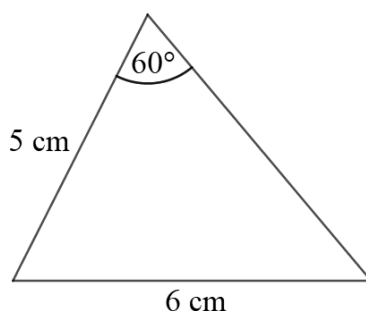
$x =$	2 pont	
-------	--------	--

4. Az alábbi táblázat egy kisbolt napi bevételeit mutatja az egyik héten hétfőtől péntekig (ezer forintban). Hány ezer forint volt ezen az öt napon a bolt átlagos napi bevétele?

nap	hétfő	kedd	szerda	csütörtök	péntek
bevétel (ezer forint)	568	465	497	488	882

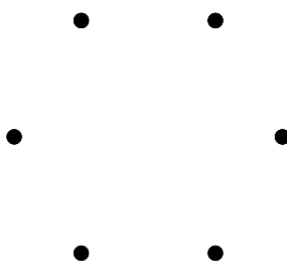
Az átlag: ezer forint.	2 pont	
-----------------------------------	--------	--

5. Az ábrán látható hegyesszögű háromszög 6 cm hosszú oldalával szemközti szög 60° -os. Mekkora a háromszög 5 cm hosszú oldalával szemközti szög? Megoldását részletezze!



	2 pont	
	1 pont	

6. Rajzoljon egy olyan hatpontú gráfot, melyben a csúcsok fokszáma 5, 4, 3, 2, 2, 2.



2 pont

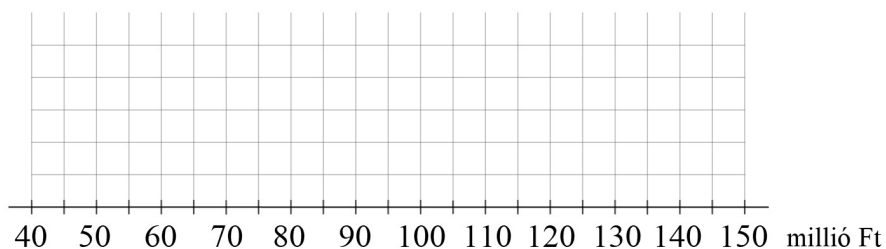
7. Hány köbcentiméter egy 3 cm sugarú félgömb térfogata?

A térfogat:

cm³.

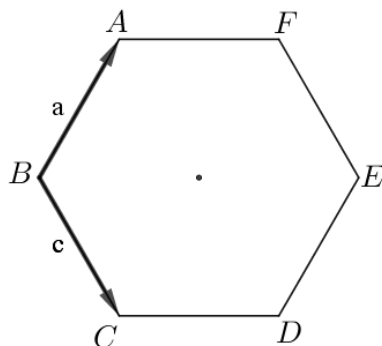
2 pont

8. Egy új építésű házban a megvehető 14 lakás ára (millió forintban):
50, 50, 55, 55, 55, 70, 70, 80, 80, 90, 110, 115, 130, 145.
Ábrázolja sodrófadiagramon ezeket az adatokat!



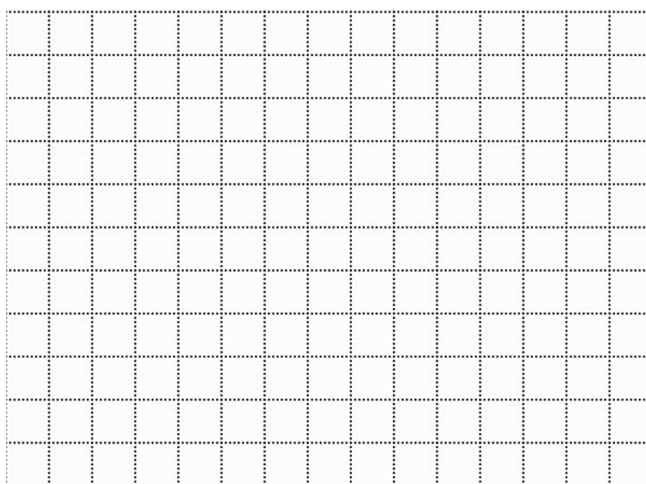
4 pont

9. Az ábrán látható $ABCDEF$ szabályos hatszögben $\mathbf{a} = \overrightarrow{BA}$ és $\mathbf{c} = \overrightarrow{BC}$. Fejezze ki \mathbf{a} és \mathbf{c} vektorok segítségével a \overrightarrow{CA} és \overrightarrow{BE} vektorokat!



$\overrightarrow{CA} =$	1 pont	
$\overrightarrow{BE} =$	2 pont	

10. Írja fel annak a $(0; 1)$ ponton átmenő egyenesnek az egyenletét, amely párhuzamos az $y = 2x + 4$ egyenletű egyenessel!



	2 pont	
--	--------	--

- 11.** Egy mértani sorozat második tagja 24, harmadik tagja 36.
Határozza meg a sorozat első hat tagjának összegét! Megoldását részletezze!

	2 pont	
	1 pont	

- 12.** Egy piros és egy kék színű szabályos dobókockával egyszerre dobunk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy az egyik kockával 6-ost, a másikkal pedig páratlan számot dobunk? Megoldását részletezze!

	2 pont	
	1 pont	

		pontszám	
		maximális	elért
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	2	
	3. feladat	2	
	4. feladat	2	
	5. feladat	3	
	6. feladat	2	
	7. feladat	2	
	8. feladat	4	
	9. feladat	3	
	10. feladat	2	
	11. feladat	3	
	12. feladat	3	
ÖSSZESEN		30	

dátum

javító tanár

		pontszáma egész számra kerekítve	
		elért	programba beírt
I. rész			

dátum

dátum

javító tanár

jegyző

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2025. május 6.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2025. május 6. 9:00

II.

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI HIVATAL

Név: osztály:.....

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszerkesztések is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fel-
lelhető táblázatok helyettesítése (\sin , \cos , \lg , \log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszerkesztések bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

- 13. a)** Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

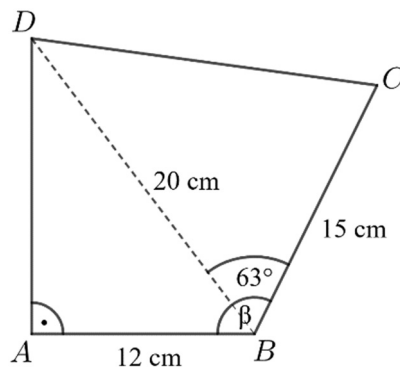
$$\frac{x+8}{20} + \frac{x-5}{25} = 2$$

- b)** Egy téglalap egyik oldala 48 cm-rel hosszabb, mint a másik oldala. A téglalap területe 2025 cm^2 . Számítsa ki a téglalap kerületét!

a)	5 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	11 pont	

Név: osztály:.....

- 14.** Az $ABCD$ négyszögben $AB = 12$ cm, $BC = 15$ cm, $BD = 20$ cm. Az A csúcsnál lévő belső szög derékszög, továbbá $\angle DBC = 63^\circ$ (az ábrának megfelelően).



- Számítsa ki a négyszög B csúcsnál lévő belső szögének (β) nagyságát!
- Számítsa ki a négyszög AD és CD oldalának hosszát, valamint a négyszög területét!
- Határozza meg az alábbi állítás logikai értékét (igaz vagy hamis)! Válaszát indokolja!

Ha egy négyszög átlói felezik egymást, akkor a négyszög rombusz.

a)	3 pont	
b)	8 pont	
c)	2 pont	
Ö.:	13 pont	

Név: osztály:.....

15. Adott három, a valós számok halmazán értelmezett függvény:

$$f: x \mapsto 2x - 3$$

$$g: x \mapsto -x^2$$

$$h: x \mapsto 2^x + 1$$

- a)** Határozza meg mindhárom függvény esetén a megadott állítások logikai értékét! Írja az alábbi táblázat celláiba az IGAZ, illetve a HAMIS szavak közül a megfelelőt!

	f	g	h
A függvénynek van zérushelye.			
A függvénynek van maximuma.			
Szigorúan monoton növekvő függvény.			

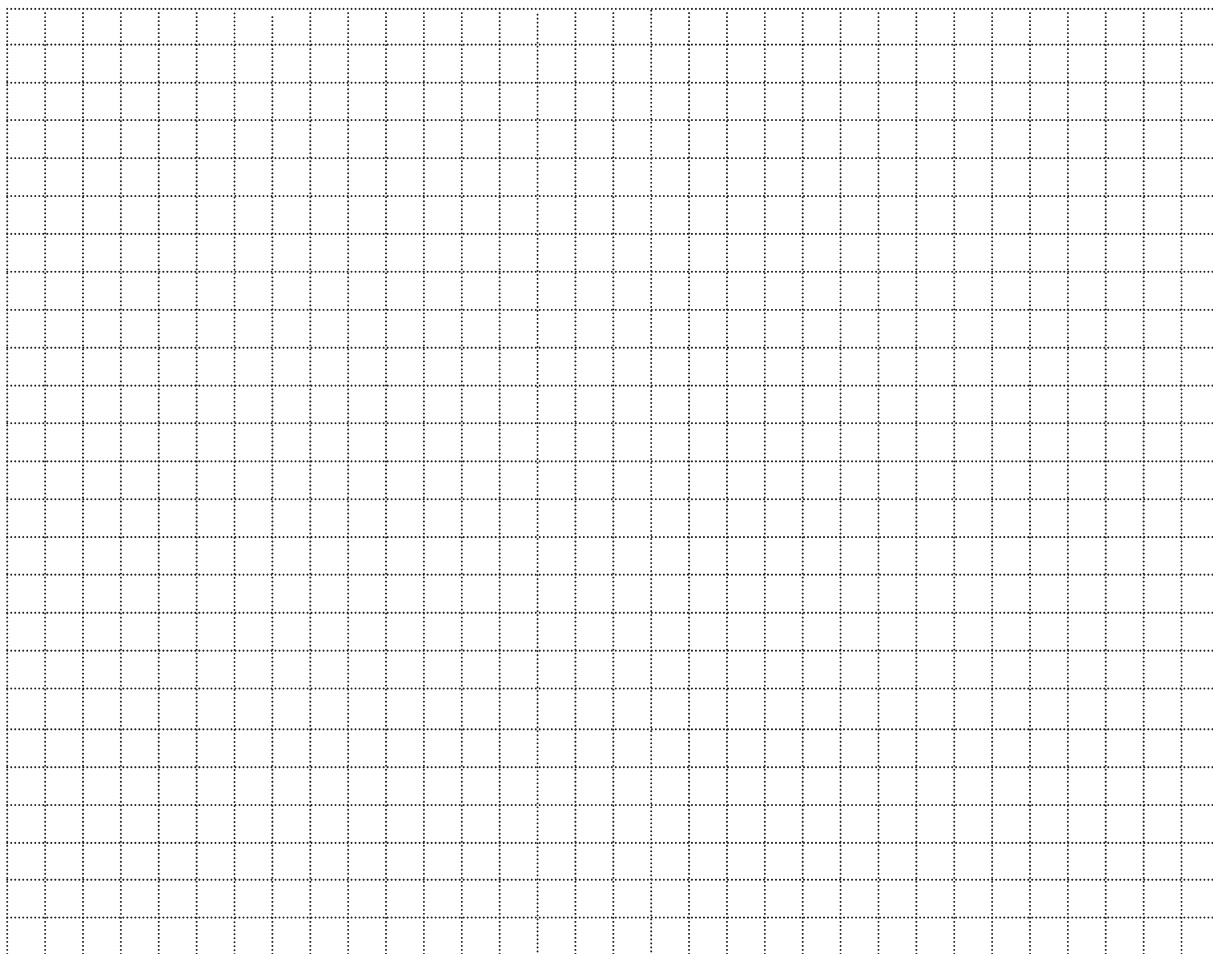
- b)** Adja meg a h függvény értelmezési tartományának azt az elemét, amelyhez a függvény 1,25-öt rendel!

Adott a valós számok halmazán értelmezett $j: x \mapsto (x-1)^2 - 2$ függvény.

- c)** Ábrázolja a j függvényt a $[-1; 4]$ intervallumon!

a)	5 pont	
b)	3 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

Név: osztály:.....



B

A 16–18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.

A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

- 16.** Az alábbi, hiányosan kitöltött táblázatban a magyarországi mobiltelefon-hívások száma, ezek összidőtartama és az ebből számított (két tizedesjegyre kerekített) átlagos hívásidő látható az adott években.¹

	2002	2007	2012	2017	2022
hívások száma (millió db)	4399	7173	8045		8577
hívások időtartama (millió perc)	5 080	13 653	18 001	22 377	
hívások átlagos ideje (perc)	1,15	1,90		2,83	3,31

- a)** Számítsa ki a táblázat három hiányzó adatát!

Egy telefonos játékban 12 szintet lehet teljesíteni. Az egyre nehezedő szintek teljesítéséért egyre több pont jár a játékosnak. Az egymást követő szintek teljesítéséért kapható pontszámok között mindig ugyanannyi a különbség. A negyedik szint teljesítéséért 630 pont, a hetedik szintért 990 pont jár. A játék végén a játékos összpontszámát a teljesített szintekért járó pontszámok összege adja.

- b)** Mennyi az összpontszáma annak a játékosnak, aki teljesítette mind a 12 szintet?

Egy 32 fős munkahelyen mindenkitől megkérdezték, hogy az Alfa, a Béta és a Gamma mobiltelefon-szolgáltatók közül kinek melyiknél volt már előfizetése. A válaszok alapján 5 főnek az Alfánál és a Bétánál is, 6 főnek a Bétánál és a Gammánál is, 7 főnek pedig az Alfánál és a Gammánál is volt már előfizetése, közülük 4 főnek pedig mindhárom szolgáltatónál volt már előfizetése. A válaszokból az is kiderült, hogy 1 főnek egyik szolgáltatónál sem volt még előfizetése. Akiknek csak az Alfánál volt már előfizetésük, azok kétszer annyian vannak, mint akiknek csak a Bétánál, és feleannyian, mint akiknek csak a Gammánál.

- c)** Számítsa ki, hogy a megkérdezettek közül hány főnek volt már előfizetése a Bétánál!

a)	3 pont	
b)	6 pont	
c)	8 pont	
Ö.:	17 pont	

¹ https://www.ksh.hu/stadat_files/ikt/hu/ikt0005.html

Név: osztály:.....

**A 16–18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

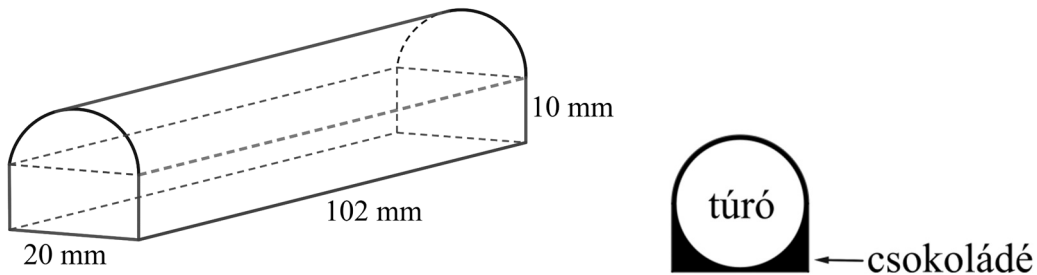
- 17.** Több mint 60 éves Magyarország egyik kedvelt desszertje, a csokoládéval bevont túrórúd. Az egyik automatába 300 Ft-ot kell bedobni, ha egy ilyen terméket vásárolunk. A gép csak 100 Ft-os és 50 Ft-os érméket fogad el.

- a) Hányféleképpen lehet ilyen érmékből 300 Ft-ot bedobni az automatába, ha a bedobás sorrendje is számít? (Az azonos címletű érméket nem különböztetjük meg egymástól.)

Anna 2 darab tejszokoládé és 4 darab étcsokoládé bevonatú desszertet vásárolt. A hat desszert közül Balázs véletlenszerűen kiválaszt hármat (visszatevés nélkül).

- b) Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy darab tejszokoládé és két darab étcsokoládé bevonatú desszertet választ ki Balázs?

A desszert készítésekor egy 18 mm átmérőjű, 100 mm hosszúságú lehűtött túróhenger köré csokoládébevonatot dermesztenek. A kész desszert alakja egy 20 mm × 10 mm × 102 mm méretű téglatest és egy 20 mm átmérőjű, 102 mm hosszúságú félhenger egyesítésének tekinthető. (A jobb oldali ábrán a desszert keresztmetszeti rajza látható.)



- c) Hány cm^3 csokoládé kerül egy desszertbe?

a)	6 pont	
b)	4 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	17 pont	

Név: osztály:.....

**A 16–18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 18.** A tengerszint felett h kilométer magasságban mérhető $p(h)$ légnyomás jól közelíthető a következő képlettel: $p(h) = p(0) \cdot 10^{-0,054 \cdot h}$. A képletben $p(0)$ jelöli a tengerszinten mérhető légnyomást, ami 101 325 Pa. (A Pa – azaz pascal – a légnyomás mértékegysége.)

- a)** A Föld legmagasabb hegycsúcsa, a Mount Everest 8848 méter magas. Számítsa ki a megadott képlettel, hogy mekkora a Mount Everest csúcsán mérhető légnyomás!
- b)** A képlet alapján hány méter magasságban lesz a légnyomás 60 000 Pa?
Válaszát 100 méterre kerekítve adja meg!

A Mount Everest meghódítását évtizedek óta kiemelt figyelemmel kíséri a közvélemény. Az alábbi táblázat azoknak a hegymászóknak a számát mutatja (születési hely alapján), akik 2024. szeptemberig legalább kétszer sikeresen feljutottak a csúcsra.²

Kontinens	Hegymászók száma
Ázsia	125
Amerika	70
Európa	50
Többi kontinens	23

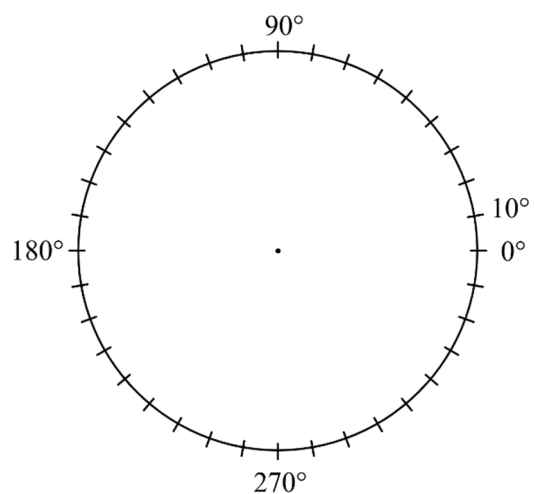
- c)** Ábrázolja kördiagramon a táblázatban szereplő hegymászók számának kontinensek szerinti megoszlását!

Egy ötfős hegymászócsapat indul a csúcs felé. A csapat tagjai között van Ágnes és László.

- d)** Hányféle sorrendben haladhatnak öten egymás után, ha Ágnes és László (valamilyen sorrendben) közvetlenül egymás után haladnak?

a)	3 pont	
b)	5 pont	
c)	5 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	17 pont	

² https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_Mount_Everest_summiters_by_frequency



	a feladat sorszáma	pontszám		
		maximális	elért	összesen
II. A rész	13.	11		
	14.	13		
	15.	12		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
	ÖSSZESEN	70		

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	100	

dátum

javító tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző