Algorithmes et Pensée Computationnelle

Architecture des ordinateurs

Le but de cette séance est de comprendre le fonctionnement d'un ordinateur. La série d'exercices sera axée autour de de conversions en base binaire, décimale ou hexadécimal, de calcul de base en suivant le modèle Von Neumann.
Cette feuille d'exercices avancés vous permettra d'approfondir vos connaissances des notions vues en cours.
Le code présenté dans les énoncés se trouve sur Moodle, dans le dossier **Ressources**.

Question 1: (*20 minutes*) **Conversion et addition :**
Effectuer les opérations suivantes :

1. $111101_{(2)} + 110_{(2)} = ..._{(10)}$
2. $111111_{(2)} + 000001_{(2)} = ..._{(10)}$
3. $127_{(10)} + ABC_{(16)} = ..._{(10)}$

Conseil

Calculez à l'aide du tableau d'addition binaire ci-dessus ou une autre méthode que vous préférez. Additionnez les nombres lorsqu'ils sont dans la même base puis convertissez les dans la base souhaitée.

Exemple de conversion : $1001000_{(2)} = 72_{(10)}$

$\text{Base}_{(2)}$	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	
$\text{Position}_{(2)}$	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
$\text{Équivalent}_{(10)}$	1 x 2^6	0 x 2^5	0 x 2^4	1 x 2^3	0 x 2^2	0 x 2^1	0 x 2^0	
$\text{Valeurs}_{(10)}$	64	0	0	8	0	0	0	**= 72**

Rappel : Les valeurs en hexadécimale (base 16)

0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Exemple de conversion : $3BF_{(16)} = 959_{(10)}$

$\text{Base}_{(16)}$	**3**	**B**	**F**	
$\text{Valeurs}_{(16)}$	3	11	15	
$\text{Position}_{(16)}$	16^2	16^1	16^0	
	↓	↓	↓	
$\text{Équivalent}_{(10)}$	3 x 16^2	11 x 16^1	15 x 16^0	
$\text{Valeurs}_{(10)}$	768	176	15	**= 959**

Exemple de conversion : $123_{(10)} = ..._{(8)}$

$8^0 = 1 < 123 \qquad 8^1 = 8 < 123 \qquad 8^2 = 64 < 123 \qquad 8^3 = 512 > 123$

$123/8 = 15$ avec un reste de **3**
$15/8 = 1$ avec un reste de **7**
$1/8 = 0$ avec un reste de **1**

$\mathbf{123_{(10)} = 173_{(8)}}$

Solution

6.1
Calcul du résultat en base 2 :
$111101_{(2)} + 110_{(2)} = 1000011_{(2)}$

Conversion en base décimale :
$1000011_{(2)} = 67_{(10)}$

Réponse :
$111101_{(2)} + 110_{(2)} = \mathbf{67}_{(10)}$

$\text{Base}_{(2)}$	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	
	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	
$\text{Équivalent}_{(10)}$	1 x 2^6	0 x 2^5	0 x 2^4	0 x 2^3	0 x 2^2	1 x 2^1	1 x 2^0	
$\text{Valeurs}_{(10)}$	64	0	0	0	0	2	1	= 67

6.2
Calcul du résultat en base 2 :
$111111_{(2)} + 000001_{(2)} = 1000000_{(2)}$

Conversion en base décimale :
$1000000_{(2)} = 64_{(10)}$

Réponse :
$111111_{(2)} + 000001_{(2)} = \mathbf{64}_{(10)}$

6.3
$ABC_{(16)} = 2748_{(10)}$ (Conversion en base 10)

$\text{Base}_{(16)}$	**A**	**B**	**C**	
	10	11	12	
	16^2	16^1	16^0	
	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	
$\text{Équivalent}_{(10)}$	10 x 16^2	11 x 16^1	12 x 16^0	
$\text{Valeurs}_{(10)}$	2560	176	12	= 2748

$127_{(10)} + 2748_{(10)} = 2875_{(10)} = 2875$
En commençant par zéro, augmentez 8 à des puissances entières de plus en plus grandes jusqu'à ce que le résultat dépasse 2875.

Entier	4	3	2	1	0
	8^4	8^3	8^2	8^1	8^0
	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
Valeurs	4096	512	64	8	1

Déterminez les puissances de 8 qui seront utilisées pour placer les chiffres dans la représentation en base 8.

8^3 8^2 8^1 8^0

Solution

Déterminez la valeur du premier chiffre en partant de la droite (correspondant à 8^0) grâce au reste de la division entière.
2875 / 8 = 359 avec un reste de **3**

Divisez la partie numérique entière du quotient précédent, 359, par 8 et trouvez le reste. Le reste est le chiffre suivant (correspondant à 8^1) :
359 / 8 = 44 avec un reste de **7**

Ainsi de suite... la valeur pour 8^2 :
44 / 8 = 5 avec un reste de **4**

La valeur pour 8^3 :
5 / 8 = 0 avec un reste de **5**

$2875_{(10)}$ = $\mathbf{5473}_{(8)}$

Question 2: (*20 minutes*) **Conversion et soustraction :**
Effectuer les opérations suivantes :

1. $101010_{(2)}$ - $010101_{(2)}$ = $..._{(10)}$
2. $64_{(10)}$ - $001000_{(2)}$ = $..._{(10)}$
3. $FFF_{(10)}$ - $127_{(10)}$ = $..._{(2)}$

Conseil

Calculez à l'aide du tableau de soustraction binaire ci-dessus ou une autre méthode que vous préférez.
Additionnez les nombres lorsqu'ils sont dans la même base puis convertissez les dans la base souhaitée.

Exemple de conversion : $1001000_{(2)}$ = $72_{(10)}$

$\text{Base}_{(2)}$	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	
$\text{Position}_{(2)}$	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
$\text{Équivalent}_{(10)}$	1 x 2^6	0 x 2^5	0 x 2^4	1 x 2^3	0 x 2^2	0 x 2^1	0 x 2^0	
$\text{Valeurs}_{(10)}$	64	0	0	8	0	0	0	**= 72**

Rappel : Les valeurs en hexadécimale (base 16)

0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Exemple de conversion : $123_{(10)}$ = $..._{(2)}$
$2^0 = 1 < 123$ $2^1 = 2 < 123$ $2^2 = 4 < 123$ $2^3 = 8 < 123$ $2^4 = 16 < 123$
$2^5 = 32 < 123$ $2^6 = 64 < 123$ $2^7 = 128 > 123$

$123/2 = 61$ avec un reste de **1** (premier chiffre en partant de droite)
$61/2 = 30$ avec un reste de **1**
$30/2 = 15$ avec un reste de **0**
$15/2 = 7$ avec un reste de **1**
$7/2 = 3$ avec un reste de **1**
$3/2 = 1$ avec un reste de **1**
$1/2 = 0$ avec un reste de **1** (dernier chiffre en partant de droite)
$123_{(10)}$ = $\mathbf{1111011}_{(2)}$

Solution

7.1
Calcul du résultat en base 2 :
$101010_{(2)}$ - $010101_{(2)} = 010101_{(2)}$

Conversion en base décimale :
$010101_{(2)} = 21_{(10)}$

Réponse :
$101010_{(2)}$ - $010101_{(2)} = \mathbf{21}_{(10)}$

7.2
Conversion de $001000_{(2)}$ en base 10 :
$001000_{(2)} = 2^3 = 8_{(10)}$

Calcul du résultat en base 10 :
$64_{(10)}$ - $8_{(10)} = 56_{(10)}$

Réponse :
$64_{(10)}$ - $001000_{(2)} = \mathbf{56}_{(10)}$

7.3
Conversion de $FFF_{(16)}$ en base 10 :
$FFF_{(16)} = 4095_{(10)}$

Calcul en base décimale :
$4095_{(10)}$ - $127_{(10)} = 3968_{(10)}$

Convertir $3968_{(10)}$ en base binaire :
En commençant par zéro, augmentez 2 à des puissances entières de plus en plus grandes jusqu'à ce que le résultat dépasse 3968.
Déterminez les puissances de 2 qui seront utilisées comme les places des chiffres dans la représentation en base 2 de 3968 :

2^{12}	2^{11}	2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
4096	2048	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

Déterminez la valeur du premier chiffre en partant de la droite (correspondant à 2^0) grâce au reste de la division entière.
3968 / 2 = 1984 avec un reste de **0**
Divisez la partie numérique entière du quotient précédent, 1984, par 2 et trouvez le reste. Le reste est le chiffre suivant (correspondant à 2^1) :
1984 / 2 = 992 avec un reste de **0**
Ainsi de suite... Pour 2^2
992 / 2 = 496 avec un reste de **0**
Pour 2^3
496 / 2 = 258 avec un reste de **0**
Pour 2^4
258 / 2 = 124 avec un reste de **0**
Pour 2^5
124 / 2 = 62 avec un reste de **0**
Pour 2^6
62 / 2 = 31 avec un reste de **0**
Pour 2^7
31 / 2 = 15 avec un reste de **1**
Pour 2^8

Solution

15 / 2 = 7 avec un reste de **1**
Pour 2^9
7 / 2 = 3 avec un reste de **1**
Pour $2^1 0$
3 / 2 = 1 avec un reste de **1**
Pour $2^1 1$
1 / 2 = 0 avec un reste de **1**

$3968_{(10)}$ = $111110000000_{(2)}$

Réponse :
$FFF_{(16)}$ - $127_{(10)}$ = **111110000000**$_{(2)}$