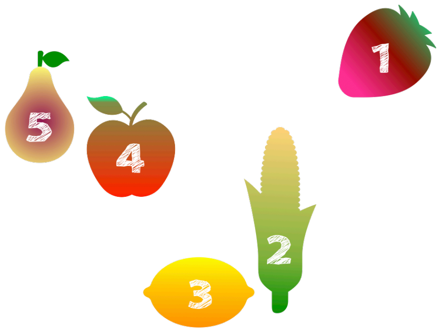
Algorithmes et Structures de données | 2021
Journée 6 – Vendredi 9 avril

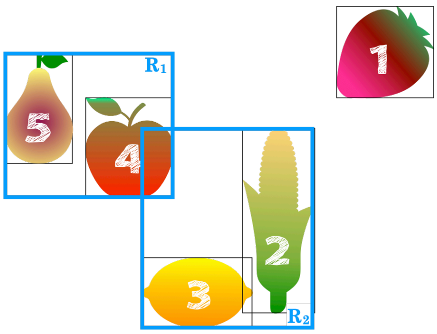
Exercice 1 – Exercice avec les R-trees

Le but de cet exercice est de vous familiariser avec la structure des R-trees. Soit les objets graphiques ci-dessous, numérotés de 1 à 5.



a. Sachant que les formes 1 à 3 sont groupées dans une même *minimum bounding region* et que les formes 4 et 5 sont groupées dans une autre *minimum bounding region*, construire le R-tree correspondant.

b. Soit le groupement suivant en terme de *minimum bounding regions*, est-ce que celui-ci peut correspondre à un groupement se trouvant dans un R-tree. Si oui, construire cet R-tree. Sinon, expliquer pourquoi ce groupement ne peut pas correspondre à celui se trouvant dans un R-tree.



Exercice 2 – Exercice avec les Quad-trees

Le but de cet exercice est de vous familiariser avec la structure des Quad-trees. Construire les deux Quad-trees correspondant aux figures données ci-dessous.

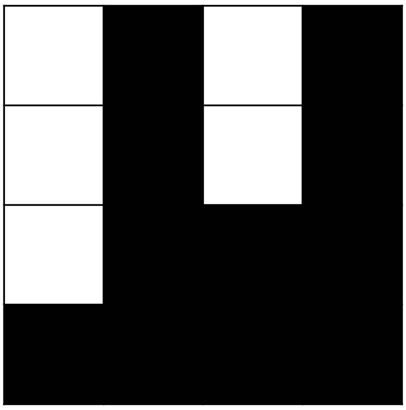


Figure 1

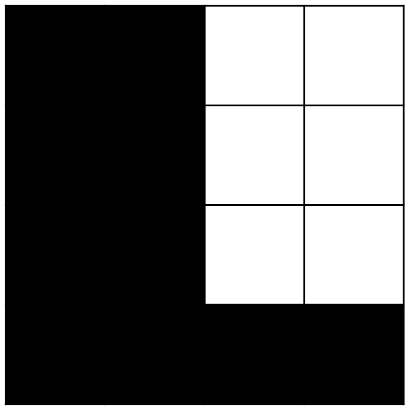
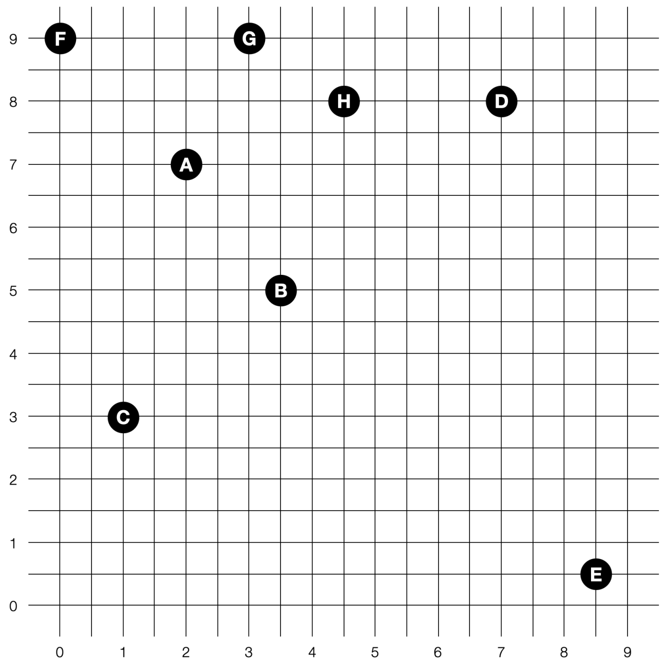


Figure 2

Exercice 3 – Exercice avec les KD-trees

Le but de cet exercice est de vous familiariser avec la structure des KD-trees. Soit les huit points ci-dessous, désignés par les lettres allant de A à H.



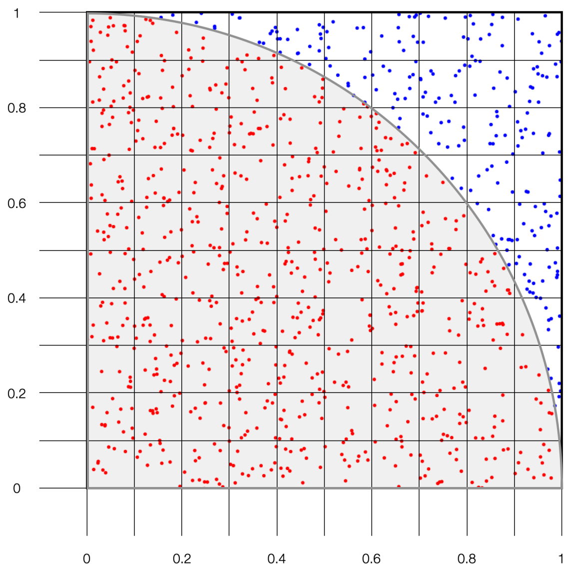
a. Construire le KD-tree correspondant et tracer directement sur la figure ci-dessus les lignes de démarcation correspondant aux noeuds du KD-tree (par rapport à leurs sous-arbres respectifs).

b. Implémenter en Python la structure de données d'un KD-tree et l'algorithme d'insertion fourni dans les slides en pseudo-code. Pour ce faire, on vous suggère de créer une classe **`Node`**.

Exercice 4 – Approximation probabiliste du nombre π en Python

Le but de cet exercice est d'utiliser un algorithme probabiliste permettant d'approximer le nombre π, en écrivant un programme Python.

Pour ce faire, considérons un carré de côté 1 dans lequel est inscrit un quart de cercle centré en $(0,0)$ et de rayon de 1. A l'intérieur de ce carré, pour qu'un point (x, y) se trouve également à l'intérieur du cercle, il faut que $x^2 + y^2 \leq 1$, comme illustré par la figure ci-dessous.



Par conséquent, si nous générons un grand nombre de points (x, y) aléatoirement dans cet espace carré, c.-à-d. tel que $0 \leq x \leq 1$ et $0 \leq x \leq 1$, nous pouvons approximer le nombre π en utilisant le rapport entre le nombre de points faisant partie du quart de cercle et le nombre total de points générés aléatoirement.

Exercice 5 – Exercice avec les Treaps

Le but de cet exercice est de vous familiariser avec la structure des Treaps. Pour ce faire, on vous demande de déterminer lesquels parmi les arbres ci-dessus sont effectivement des Treaps. Pour ceux qui ne le sont pas, expliquer la ou les propriétés qui ne sont pas satisfaites.