ELMA Cheat Sheet

1. Allgemeines

1.1. Drehstrom

Elektrische Eingangsleistung von Drehfeldmaschinen
$\cos\varphi$: Leistungsfaktor (Winkel zwischen U_N und I_N)
$P_{el} = 3 \cdot U_S \cdot I_S \cdot \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N \cdot \cos\varphi$
Bei Sternschaltung: $U_S = \frac{1}{\sqrt{3}} U_N \quad I_S = I_N$
Bei Dreiecksschaltung: $U_S = I_N \quad I_S = \frac{1}{\sqrt{3}} I_N$

Leistung im Drehstromsystem
$S = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N = \sqrt{P^2 + Q^2}$
$P = 3 \cdot U_S \cdot I_S \cdot \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N \cdot \cos\varphi$
$Q = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N \cdot \sin\varphi = 3 \cdot U_S \cdot I_S \cdot \sin\varphi$

Effektivwerte
Wechselstrom, der an einem Widerstand die gleichen Stromwärmeverluste verursacht wie ein genauso großer Gleichstrom:
$I_{eff}^2 \cdot R = I_{DC}^2 \cdot R$
Zeitabhängiger Strom:
$i = I(t) = \hat{I} \cdot \cos(\omega t) = \sqrt{2} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\omega t)$
Spitzen & Effektivwert: $\hat{I} = \sqrt{2} \cdot I_{eff} \quad \hat{U} = \sqrt{2} \cdot U_{eff}$

Ströme in den Phasen
$i_{L1} = \hat{I}\cos(\omega t)$
$i_{L2} = \hat{I}\cos(\omega t - \frac{2}{3}\pi)$
$i_{L3} = \hat{I}\cos(\omega t + \frac{2}{3}\pi)$

1.2. Synchronmaschinen

f_1: Frequenz des Ständerstroms
p: Polpaarzahl(Anzahl Rotorpolpaare)
n_1: Drehzahl des Stratorfeldes $n_1 = \frac{f_1}{p}$
d: Luftspaltdurchmesser
τ_p: Polteilung$\tau_p = \frac{\pi \cdot d}{2p}$
Geschwindigkeit der Rotoroberfläche: $v = 2\tau_p \cdot f_1$

1.3. Asynchronmaschinen

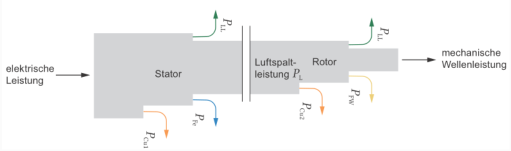
$I_0 = \frac{U_1}{\sqrt{R_S^2 + S_X^2}}$: Leerlaufstrom
s: Schlupf $s = \frac{n_1 - n}{n_1}$
n: Rotor- bzw. Wellendrehzahl $n = (1-s) \cdot \frac{f_1}{p}$
Anfahrt im Kippmoment: $f = f_n(1 - s_k)$

2. Elektrisches Antriebssystem

2.1. Betriebsbereiche elektrischer Antriebssysteme

S1-Dauerbetrieb:	$M \leq M_N,\ x \leq n_N$
Überlastbereich:	$M > M_N,\ n \leq n_N$
Feldschwächung Überlasbereich:	$M > M_N,\ n > n_N$
Feldschwächung Dauerbetrieb:	$M \leq M_N,\ n > n_N$

2.2. Verluste, Leistung, Wirkungsgrad und Drehmomnent



Generatorbetrieb: $P_{el} = P_{mech} - P_{Vel} - P_{Vmech}$
Motorbetrieb: $P_{mech} = P_{el} - P_{Vel} - P_{Vmech}$

Wirkungsgrad
$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$
$\eta_{Motorbetrieb} = \frac{P_{mech}}{P_{el}} = \frac{P_{el} - P_{Vel} - P_{Vmech}}{P_{el}}$
$\eta_{Generatorbetrieb} = \frac{P_{el}}{P_{mech}} = \frac{P_{el}}{P_{el} + P_{Vel} + P_{Vmech}}$

Mechanische Wellenleistung
M = mechanisches Wellendrehmoment (aussen)
φ = Mechanischer Verdrehwinkel
ω = mechanische Winkelgeschwindigkeit ($\omega = \frac{\varphi}{t}$)
n = Drehzahl der Welle, $[n] = 1/s$
$P_{mech} = M \cdot \omega = M \cdot 2 \cdot \pi \cdot n$

Dynamischer Prozess
P_{el} = aus dem Netz aufgenommene elektrische Leistung
P_{Load} = von der Arbeitsmaschine (Load) genutzte Leistung
$P_{VTransmission}$ = mech. Verluste der Übertragungselemente
P_{Vel} = elektrisch bedingte Motorverluste
P_{Vmech} = mechanisch bedingte Motorverluste
P_{VCDM} = Verluste im Frequenzumrichter
W_{kinL} = kin. Energie der Arbeitsmaschine
$W_{kinTransmission}$ = kin. Energie der Übertragungselemente
$W_{kinMotor}$ = kinetische Energie des Elektromotors
W_{potL} = potenzielle Energie der Arbeitsmaschine (z. B. Aufzug)
$W_{elMotor}$ = in den Spulen gespeicherte elektromagnetische Energie des Motors
$P_{el} = P_{Load} + P_{VTransmission} + P_{Vel} + P_{Vmech} + P_{VCDM} + \frac{d}{dt} \cdot (W_{kinL} + W_{kinTransmission} + W_{kinMotor} + W_{potL} + W_{elMotor})$

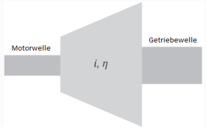
Kinetische Energie & Trägheitsmoment
J: Massenträgheitsmoment drehender Körper $[J] = 1kg \cdot m^2$
ω: Mechanische Winkelgeschwindigkeit ($\omega = 2\pi \cdot n$)
v: Geschwindigkeit in $\frac{m}{s}$
m: Masse in kg
g: Erdbeschleunigung ($9,81 \frac{m}{s^2}$)
Rotierendes System: $W_{kin} = \frac{1}{2} J\omega^2$
Lieare Bewegung: $W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v$
Potentielle Energie: $m \cdot g \cdot h$
Im Motor gespeicherte el. Energie: $W_{el} = \frac{1}{2} LI^2$
Im Kondensator gespeicherte el. Energie: $W_{el} = \frac{1}{2} CU^2$

Frequenzumrichter

1. Schlupf zum gewünschten Drehmoment ausrechnen, da der Schlupf vom Drehmoment abhängig ist.
2. Statordrehzahl berechnen: $n_1 = n \cdot (1+s)$
3. Drehfeldfrequenz berechnen: $f_1 = n_1 \cdot p$
4. ...Profit

3. Getriebe

$P_2 \cong P_1$ i: Übersetzung J: Schwungmasse



$n_1,\ M_1,\ J_1$	$n_2 = n_1 / i$
$P_1 = 2\pi n_1 \cdot M_1$	$M_2 = \eta \cdot M_1 \cdot i$
	$J_2 = J_1 \cdot i^2$
	$P_2 = P_1 \cdot \eta = 2\pi n_2 \cdot M_2$

4. Physikalische Grundlagen

4.1. Kraft, Leistung, Energie

$F = m \cdot a$
$[F] = 1N, [m] = 1\,kg,\ [a] = 1\,m/s^2$
$F = m \cdot \mu \cdot g$ (μ = Reibkoeffizient)

Drehmoment bei Rotationsbewegung
M: Drehmoment
r: Hebelarm
$[M] = 1\,N \cdot m,\ [F] = 1\,N,\ [r] = 1\,m$
$P = F \cdot v = M \cdot \omega,\ (\omega = 2\pi \cdot n)$
$[P] = 1\,W.\ [v] = 1\,m/s,\ [\omega] = 1/s,\ [n] = 1/s$
$W = P \cdot t$
$[W] = 1\,W \cdot s = 1J(Joule),\ [t] = 1\,s$
$1\,kwh = 3\,600\,000J$

Maxwell Gleichungen
Größen:
D: el. Verschiebungsdichte (el. Flussdichte); $[D] = A \cdot s/m^2$
E: el. Feldstärke; $[E] = 1\,V/m$
B: mag. Flussdichte; $[B] = 1\,V \cdot s/m2 = 1\,T$ (Tesla)
H: mag. Feldstärke; $[H] = 1\,A/m$
M: Magnetisierung eines Permanentmagneten; $[M] = 1\,A/m$
F: Fläche
ϕ: mag. Fluss
J_P: mag. Polarisation; $[J_P] = 1\,V \cdot s/m2 = 1\,T(Tesla)$
μ_0: mag. Feldkonstante
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}(V \cdot s)/(A \cdot m) \simeq 1,257 \cdot 10^{-6}(V \cdot s)/(A \cdot m)$
Energiedichte im Magnetfeld: $\rho_m = \frac{B^2}{2\mu_0\mu_r}$
Differentielle Form
$div\vec{D} = \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$
$div\vec{B} = \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$
$rot\vec{E} = \vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$
$rot\vec{H} = \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$
Integrale Form
$\oint_{\partial v} \vec{D} \cdot d\vec{f} = \iiint_v \rho\, dv$
$\oint_{\partial v} \vec{B} \cdot d\vec{f} = 0$
$\oint_{\partial f} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\iint_f \frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{f}$
$\oint_{\partial f} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \iint_f \vec{J} \cdot d\vec{f} + \iint_f \frac{\partial\vec{D}}{\partial} \cdot d\vec{f}$
Materialgleichungen:
$\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}$
$\vec{B} = \mu_0\vec{H} + \vec{J}_P = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0\mu_r\vec{H}$

4.2. Durchflutungssatz

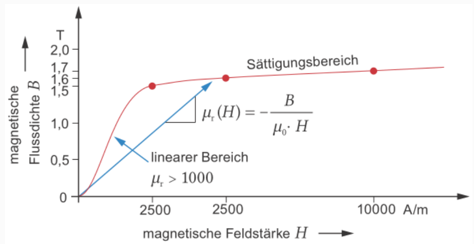
$\sum_i H_i \cdot l_i = w \cdot I = \Theta$
$B = \frac{\phi}{F}$

4.3. Magnetische Werkstoffe

4.3.1. Weichmagneten

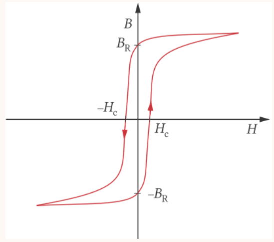
Technische Eigenschaften von Elektroblech

Dichte	$7,87\,g/cm^2$
El. Leitfähigkeit	$10 \cdot 10^6 \cdot 1/(\Omega m)$
Wärmeleitfähigkeit	$80\,W/(m \cdot K)$
Schmelzpunkt	$1538°C$
max. Flussichte bis zur Sättigung	1,25 . . . 2,2 T
Preis/kg	1,5 EUR



Ummagnetisierungsverluste 10% bis 20% Anteil am Gesamtverlust

Hystereseverluste



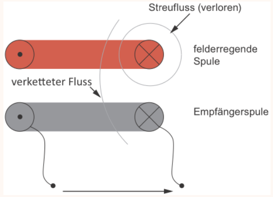
Von den Herstellern der Bleche wird ein Materialkennwert $\sigma_h yst$ angegeben, der die spezifischen Hystereseverluste pro kg Elektroblech bei 1,5 T maximaler Flussdichte und 50 Hz Frequenz angibt.
$P_{hyst} = \sigma_{hyst} \cdot m(\frac{f}{50Hz} \cdot \frac{B_{max}}{1,5\,T})$

Wirbelstromverluste
Ähnlich wie bei den Hystereseverlusten gibt der Stahlhersteller einen Materialkennwert σ_{wb} für die spezifischen Wirbelstromverluste an. Die gesamten Wirbelstromverluste errechnen sich entsprechend aus:
$P_{wb} = \sigma_{wb} \cdot m \cdot (\frac{f}{50Hz})^2 \cdot (\frac{B_{max}}{1,5\,T})$

4.3.2. Hartmagneten

Formelzeichen		$SmCo_{5/17}$	$NdFeB$
Koerzitivfeldstärke (kA/m)	100-350	600-850	500-1100
Remanenzflussdichte (T)	0,2-0,4	0,9-1,2	0,7-1,5
Energiedichte (kJ/m^3)	10-40	140-300	300-450

4.4. Induktionsgesetz



$u_i = -\frac{d\psi}{dt}$

w: Windungszahl

ψ: Flussverkettung / verketteter Fluss

u_i: induzierte Spannung

$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{d\phi}{dt}$

$\psi = w \cdot \phi$

$u_i = -\frac{d\psi}{dt} = -w \cdot \frac{d\phi}{dt}$

ψ_{max} wenn Spulen genau gegenüber liegen.

$u_i = -\frac{d}{dt}\psi(x,i) = -\frac{\partial\psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} - \frac{\partial\psi}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt}$

$\frac{\partial\psi}{\partial i} = const. \rightarrow L = \frac{\psi}{i}$

Rechteckige Geometrie: $\frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{B \cdot A}{x} = B \cdot l$

Induktionsgesetz: $u_i = -L \cdot \frac{di}{dt} - B \cdot l \cdot v$

Induktionsgesetz für einen Leiter: $u = B \cdot l \cdot v$

4.5. Lorenzkraft

i: Strom im Leiter

B: magnetische Flussdichte

l: die im Magnetfeld befindliche Länge des Leiters

M: Drehmoment

d: Rotordurchmesser

z: Anzahl der Leiter

P: Leistung

n: Umdrehungen pro Sekunde

$\vec{F} = i \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$

$M \cong \frac{d}{2} \cdot sumF \cong \frac{d}{2} \cdot z \cdot I \cdot l \cdot B$

$P = M \cdot \omega = M \cdot 2\pi n$

4.6. Reluktanzkraft

S: Fläche, durch die die Feldlinien austreten

B: mag. Flussdichte

μ_0: mag. Feldkonstante $\simeq 1,257 \cdot 10^{-6}(V \cdot s)/(A \cdot m)$

$\vec{F} = -\frac{1}{2} \int_V \vec{H}^2 \cdot grad\,\mu dV$

In der Praxis (Übergang Elektroblech($\mu_r \rightarrow \infty$) zu Luft($\mu = 1$)):

$F = \frac{B^2 \cdot S}{2\mu_0}$

4.7. Leistungsdichte

f_S: Flächenkraft

B: Mittlere mag. Flussdichte (0,8-1,1 T) (Begrenzt durch Leistungsfaktor ($\cos\varphi$) & Eisensättigung)

A: Strombelag ($\sum i/(\pi d)$), Kühlungsabhängig (50-100 kA/m Dauerbetrieb, 100-200 kA/m Spitzenbelastung)

$f_S = B \cdot A$

$f_{Smax} \approx 200\,kN/m^2$

C: Ausnutzungsfaktor (Esson Zahl)

M: Drehmoment

ξ: Wickelfaktor ca. 0,96

d: Rotordurchmesser

l: die im Magnetfeld befindliche Länge des Leiters

$C = \pi^2 \cdot \xi \cdot A \cdot B$

$M = \frac{1}{2\pi} \cdot C \cdot d^2 \cdot l \cdot \eta \cdot \cos\varphi$

$P = n \cdot C \cdot d^2 \cdot l \cdot \eta \cdot \cos\varphi$

$\rho = n \cdot C \cdot \eta \cdot \cos\varphi$

5. Drehfeldwicklungen

5.1. Lochzahl

q: Lochzahl

N: Anzahl der Nuten

$2p$: Anzahl der mag. Pole

m: Phasenzahl (i. D. R. 3)

$q = \frac{N}{2pm}$

5.2. Wickelfaktor

v: Rotorgeschwindigkeit, $p =$ Polpaarzahl

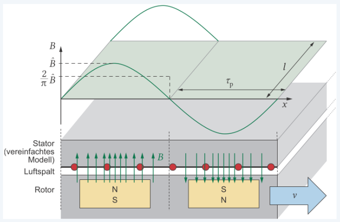
l: Länge der Spule, $N =$ Anzahl der Statornuten

$u = B \cdot l \cdot v$ Spannung, die in einem Leiter im Feld der drehenden Rotormagnete induziert wird.

$v = 2\tau_p \cdot f_1$

W: Spulenweite ($W = \frac{N}{p}$)

ξ: Wickelfaktor



$\hat{U} = \hat{B} \cdot l \cdot 2\tau_p \cdot f$

$\phi_{Pol} = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{B} \cdot l \cdot \tau_p$

$U_{Leiter} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \cdot f_1 \cdot \phi_{Pol}$

$\phi_{Pol} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{U_{Leiter}}{f_1}$

$\xi_{Gruppe} = \frac{sin\left(\frac{q \cdot \frac{\alpha}{2}}{2}\right)}{q \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}, \ \alpha = 2\pi \cdot \frac{p}{N}$

$\xi_{Schraegung} = \frac{\sin(\frac{\varepsilon}{2})}{\frac{\varepsilon}{2}}, \ \varepsilon = \frac{\tau_{Schraegung}}{\tau_p} \cdot \pi$

$\xi_{Sehnung} = \sin\left(\frac{W}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right)$

$\xi = \xi_{Gruppe} \cdot \xi_{Schraegung} \cdot \xi_{Sehnung}$

$E_h = 2w \cdot U_{Leiter} \cdot \xi, \ E_h =$ Spannungsinduktion des Hauptfeldes

6. Asynchronmaschinen

6.1. Parameterbestimmung

Hauptinduktivität

m: Phasenzahl

δ': Um Carter Faktor erweiterter Luftspalt

τ_p: Polteilung

l_{Fe}: Aktive Länge (Eisenlänge)

$2p$: Polzahl

ξ: Wickelfaktor

w: Windungszahl eines Strangs

N_1: Anzahl der Statornuten

z_N: Leiterzahl pro Nut

a: Anzahl pro Phase geschalteter Zweige

p: Polpaarzahl

q: Lochzahl

$L_h = \frac{m}{2} \cdot \frac{\mu_0}{\delta'} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \tau_p \cdot l_{Fe} \cdot \frac{4(w\xi)^2}{2p}$

$w = \frac{N_1 \cdot z_N}{2a \cdot m} = p \cdot q \cdot \frac{z_N}{a}$

Statorwiderstand, Rotorwiderstand & Wicklungstemperatur

$R_1 =$ Statorwiderstand

l: Drahtlänge

A: Drahtfläche $A = d^2 \cdot \frac{\pi}{4}$

d: Drahtdicke ohne Isolation

ϑ_1: Raumtemperatur

γ, κ: Elektrische Leitfähigkeit des Leitermaterials

$\gamma Cu20 = 56 \cdot 10^6 \cdot 1/(\Omega m)$, $\kappa_{Al20} = 33 \cdot 10^6 \cdot 1/(\Omega m)$

α: Temperaturbeiwert $\alpha_C u = 3,93 \cdot 10^{-3} K^{-1}$

$R_1 = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{l}{A}$

$\rho = \frac{1}{\gamma} \rightarrow \rho(\vartheta) = \rho_{20}\lfloor 1 + \alpha(\vartheta - 20°C)\rfloor$

Mit. Wicklungstemp.: $\vartheta_2 = (\vartheta_1 + k) \cdot \frac{R_2}{R_1} - k$ ($k_{Cu} = 235K$, $k_{Al} = 225K$)

N_r: Nutenzahl des Käfigs

R_R: Widerstand des Bogens im Kurzschlussring zw. zwei Stäben

R_S: Einzelner Stabwiderstand

Rotorwiderstand: $R_r = 2R_R + 4\left(sin\left(\rho\frac{\pi}{N_r}\right)\right)^2 \cdot R_S$

Nutstreuwert: λ_{sN}; typ. 0,5-5

Streuinduktivität Strator: $L_{s\sigma} = L_{sN} + L_{sS} + L_{sD}$

StatorNutstreuung: $L_{sN} = 2\mu_0 \cdot l_{Fe} \cdot \frac{w^2}{p \cdot q} \cdot \lambda_{sN}$n

l_{wk}: Länge des Wickelkopfes

λ_{sS}: Stirnstreuleitwert des Stators

- 0,35 bei 4-poligen Zweischichtwicklungen
- 0,28 bei 2-poligen Zweischichtwicklungen mit Runddraht
- 0,23 bei 2-poligen Zweischichtwicklungen mit Formspulen
- ansonsten etwa 0,3

Stirnstreuung: $L_{sS} = 2\mu_0 \cdot l_{wk} \cdot \frac{w^2}{p} \cdot \lambda_{sS}$

Stator-Oberwellenstreuung: $\sigma_{sO} =$ abh. von q zw. 0,005 - 0,05

Streuinduktivität Rotor: $L_{r\sigma} = L_{rN} + L_{rD}$

d: Statorinnenduchmesser

Rotornutstreuung: $L_{rN} = 4\mu_0 l_{Fe} \cdot \left(\sin\left(p\frac{\pi}{N_r}\right)\right)^2 \cdot \sigma_{rO}$

$\sigma_{rO} = \left(\frac{p\frac{\pi}{N_r}}{\sin(p\frac{\pi}{N_r})}\right)^2 - 1$

6.2. Leistung und Drehmoment

Stator I^2R Verluste: $P_{sI2R} = 3 \cdot I_s^2 \cdot R_s$

Mag. Übertragene Leistung auf Rotor: $P_D = P_S - P_{sI2R} - P_Fe - P_{LL}$

$P_D = 3 \cdot I_r'^2 \cdot \frac{R_r'}{s}$

$P_i = (1-s) \cdot P_D = 3 \cdot I_r'^2 \cdot R_r' \cdot \frac{1-s}{s}$

$M = \frac{1}{\omega} \cdot (1-s) \cdot P_D$

$P = (1-s) \cdot P_D - P_{fw} = M \cdot \omega$ ($P_{fw} =$ Friction & Windage)

6.3. Stationäres Betriebsverhalten

Kippmoment & Kippschlupf

Generatorbetrieb: - Motorbetrieb: +

Kippmoment (Näherung): $M_i(s) = \pm M_k \cdot \frac{2}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}}$

Kippschlupf: $s_k \cong \pm \frac{R_r'}{\omega_S \cdot L_{s\sigma} + L_{r\sigma}'}$

Dimensionierung der Antriebsstrangkomponenten

$M_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^{m} M_i^2 \cdot \Delta t_i}$

$n_{mittel} = |\overline{n}_{L,i}| = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{m} |n_{L,i}| \cdot \Delta t_i$

$P_{eff} = M_{eff} \cdot 2\pi n_{mittel}$

Verhalten der wichtigsten Motorkenngrößen im Grunddrehzahl- und Feldschwächbereich

	Grunddrehzahlbereich	Feldschwächbereich
Statorfrequenz f_1	$0 < f_1 < f_n$	$f_1 > f_n$
Benötigte Statorspannung $U_1^{a)}$	$(f_1/f_n) \cdot U_n$	$U_1 = U_n$
Kippmoment M_k	M_{kn}	$(f_n/f_1)^2 \cdot M_{kn}$
therm. zul. $I_{dauer\,th}$	$I_n^{b)}$	
therm. zul. $M_{dauer\,th}$	M_n	$(f_n/f_1) \cdot M_n$
therm. zul. $P_{dauer\,th}$	$(f_1/f_n) \cdot P_n$	$P_n^{b)}$

a) Dabei beachte man den Boost-Faktor bei kleinen Frequenzen. b) Bei hohen Frequenzen müssen der thermisch zulässige Strom und damit auch die Leistung wegen zunehmender Eisen- und Reibungsverluste abgesenkt werden.

6.4. Dynamisches Betriebsverhalten

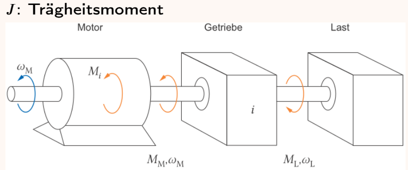
Bewegungsgleichung bei starrer Kopplung

M_i: inneres (elektromagnetisches) Drehmoment des Motors

M_{fw}: Drehmoment zur Überwindung von Reibung und Lüftung

M_L: Drehmomentbedarf der Last

J: Trägheitsmoment



$M_L' = \frac{1}{i} \cdot M_L$

$\omega_L' = i \cdot \omega_L = \omega_M$

$J_L' = \frac{1}{i^2} \cdot J_L$

$M_i - M_{fw} - \frac{1}{i} \cdot M_L = \left(J_M + \frac{1}{i^2} J_L\right) \frac{d\omega_M}{dt}$ Ohne Getriebe ist $i = 1$

Beschleunigungsmomemnt: $M_B = M_i - M_{fw} - \frac{1}{i} \cdot M_L$

Hochlaufzeit: $t_H = \int_{t1}^{t2} dt = J_{res,M} \cdot \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{1}{M_B(\omega_M)} d\omega_M$

$t_H = \frac{J_{res,M}}{\overline{M}_B} \cdot \omega_N$ (Bei von 0 auf Bemessungsdrehzahl)

$J_{Zyl} = \frac{1}{2} \cdot mr^2$ $\quad J_{Ring} = \frac{1}{2} m(r_a^2 + r_i^2)$

$J_L' = \frac{1}{i^2} \cdot J_L$

$J_{ers,M} = \frac{m \cdot v^2}{\omega_M / i^2} = m \cdot \frac{r^2}{i^2} = \frac{1}{4} m \cdot \frac{d^2}{i^2}$

Das J der Last wird quadratisch mit der Untersetzung i auf die Motorwelle heruntergerechnet, Das M der Last wird linear mit der Untersetzung i auf die Motorwelle heruntergerechnet. Die N der Last wird linear mit der Untersetzung i heraufgerechnet.

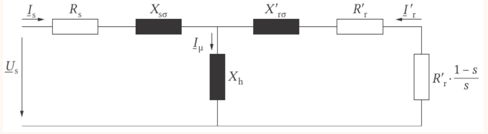
6.5. Aufteilung des Beschleunigungsmoments

Factor of Inertia: $FI = \frac{J_M + J_L/i^2}{J_M}$
Bei ungekuppelter Motor ($J_L > 0 \rightarrow FI = 1$)
Bei $J_M = J_L \rightarrow FI = 2$
$\frac{M_L}{M_M} = \frac{FI-1}{FI}$

6.6. Schaltbetrieb mit Kupplungen

γ = elastischer Verdrehwinkel
Besonders kritisch sind Lose bei Schaltvorgängen. Aufgrund des anfänglichen Fehlens von Gegendrehmoment kann der Rotor sehr schnell beschleunigen. Er dreht praktisch leer los. Bereits nach wenigen Millisekunden und Winkelgraden ist bereits eine erhebliche Rotationsenergie im Läufer vorhanden. Wenn die Lose aufgebraucht sind, wird der Motor schlagartig gebremst. Dabei wird die Rotationsenergie in Verformungsarbeit umgesetzt
$W = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} M_{max} \cdot \gamma$

6.7. Ersatzschaltbild



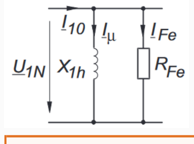
$\cos\varphi = \frac{R'_r}{\sqrt{R'^2_r + X^2_{r\sigma}}}$
Rotorwiderstand: $\frac{R'_r}{s} = R'_r + R'_r \cdot \frac{1-s}{s}$
Verantwortlich für Wärmeverluste R'_r
Verantwortlich für P_{mech}: $R'_r \cdot \frac{1-s}{s}$

7. Transformatoren

7.1. Allgemeines

$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = ü$
$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{ü}$
$\delta = \frac{N \cdot I}{H_L}$
$H_L = \frac{B}{\mu_0}$
$B = \frac{\phi}{A}$

7.2. Leerlaufmessung



Leerlaufstrom: I_{10}
Verluste im Lerrlaufbetrieb: $P_0 = U_{1N} \cdot I_{10} \cdot \cos(\phi_0)$
Eisenverlustwiderstand: $R_{Fe} = \frac{U^2_{1N}}{P_0} = \frac{U_{1N}}{I_{1N} \cdot \cos(\phi)}$
Hauptreaktanz: $X_h = \frac{U_{1N}}{I_{1N} \cdot \sin(\phi)}$
Hauptinduktivität: $L_h = \frac{X_h}{2 \cdot \pi \cdot f}$

8. Synchronmaschinen

Allgemeines
$P_{mech} = 3 \cdot U_p \cdot I_N \cdot \cos\phi$

Kurzschlussverhältnis KC
Bemessungsspannung: U_{1N}
Bemessungsstrom: I_{1N}
Synchrone Reaktanz: X_d
Kurzschlussstrom: $I_{K0} = \frac{U_{1N}}{X_d}$
$K_C = \frac{I_{K0}}{I_{1N}} = \frac{U_{1N}}{X_d \cdot I_{1N}}$

8.1. Besondere Eigenschaften von PMSM

8.1.1. Wickelfaktor

Lochzahl: $q = \frac{N}{2 \cdot p \cdot m} = \frac{z}{n}$
Gruppenfaktor: $\xi_{Gruppe} = \frac{\sin\lfloor \frac{\pi}{2} - \frac{p \cdot \pi}{N} \cdot z \rfloor}{z \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{p \cdot \pi}{N}\right)}$
Sehnungsfaktor: $\xi_{Sehnung} = \sin\left(\frac{p \cdot \pi}{N}\right)$
Wickelfaktor: $\xi = \xi_{Gruppe} \cdot \xi_{Sehnung}$

8.1.2. Bauformabhängiges Drehmoment

FESM	$L_d > L_q$	$M = \frac{3}{2} p \left(L_{FD} \cdot I_2 I_q + (I_d \cdot I_q)\right)$
PMSM o. Reluk.	$L_d = L_q$	$M = \frac{3}{2} p \cdot \psi_{PM \cdot I_q}$
PMSM m. Reluk.	$L_d < L_q$	$M = \frac{3}{2} p \left(\psi_{PM} \cdot I_q + (L_d - L_q) \cdot I_d I_q\right)$
synRM	$L_d < L_q$	$M = \frac{3}{2} p (L_d - L_q) I_d \cdot I_q$

8.2. Polradspannung U_p und Polradwinkel ϑ_N

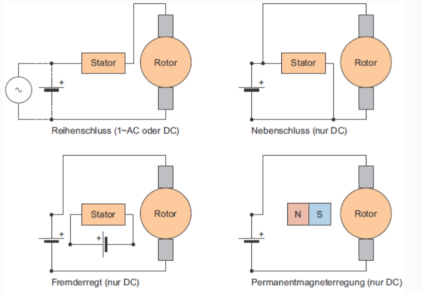
Konstruktion des Zeigerdiagramms & Berechnung

1. Nur die relative Lage zueinander ist wichtig.
2. Reale Strangspannung auftragen
3. Motorbetrieb: $+\varphi$ Generatorbetrieb: $-\varphi$
4. Strangstrom mit φ von Strangspannung auftragen
5. $\underline{U_p} = \underline{U_S} + \underline{jX_d} \cdot \underline{I_S}$
6. $X_d \cdot I_S$ sitzt auf U_S und ist orthogonal zu I_S wg. $\underline{j}$
7. Winkel zw. $X_d \cdot I_N$ und U_S beträgt $90° + \varphi$
8. U_p zw. Nullpunkt und Ende $X_d \cdot I_S$ auftragen.
9. $U_p = \sqrt{U_S^2 + (X_d \cdot I_S)^2 - 2U_S \cdot X_d \cdot I_S \cdot \cos(90° + \varphi_N)}$
10. $\vartheta_N = \arcsin\left(\frac{X_d \cdot I_N}{U_p} \cdot \sin(90° + \varphi_N)\right)$
11. $\underline{U_p} = U_p \cdot e^{j\vartheta}$

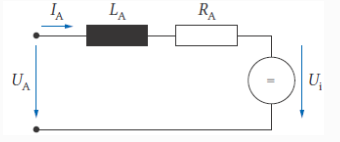
$\frac{U_p}{U_1} = \frac{I_E}{I_{E0}}$

9. Gleichstrommaschinen

9.1. Aufbau des Ständers



9.2. Ersatzschaltbild



Windungszahl im Anker: w_A
$U_A = U_i + R_A \cdot I_A + L \cdot \frac{dI_A}{dt}$
$U_i = c \cdot \phi \cdot \omega = c \cdot \phi \cdot 2\pi n = U_A - R_A \cdot I_A$
$U_A = c \cdot \phi \cdot \omega + R_A \cdot I_A$
$n_0 = \frac{U_i}{2\pi \cdot c \cdot \phi}$
$R_A = \frac{P_{el} - P_n}{I_A^2} = \frac{-c \cdot \phi \cdot (2 \cdot c \cdot \phi \cdot I \cdot \pi - U_A)}{M}$
Proportionalitätskonstante: $c = \frac{4}{2\pi} \cdot w_A \cdot p$
Inneres Drehmoment: $M_i = c \cdot \phi \cdot I_A$
$P_{i,el} = P_{i,mech} = M_i \cdot \omega = U_i \cdot I_A$
Haltedrehmoment: $M_H = c \cdot \phi \cdot \frac{U_A}{R}$
$n(M_i) = \frac{U_A}{2\pi \cdot c \cdot \phi} - \frac{R_A}{2\pi(c \cdot \phi)^2} \cdot M_i$
$M_i(n) = c \cdot \phi \cdot \frac{U_A}{R_A} - n \cdot \frac{2\pi(c \cdot \phi)^2}{R_A}$

Nebenschluss-Motor
$c_n = c \cdot \frac{2\pi}{60\, s/min}$
$M = c \cdot \phi \cdot I_A$
$U_{ind} = c_n \cdot \phi \cdot n$
$U = R_A \cdot I_A + U_{ind}$
$n_N = \underbrace{\frac{60\, s/min \cdot U}{2\pi \cdot c \cdot \phi}}_{n_{0,ideal}} - \underbrace{\frac{60\, s/min \cdot M \cdot R_A}{2\pi \cdot (c\phi)^2}}_{\Delta_n}$
$M = c_n \cdot \frac{60\, s/min}{2\pi} \cdot \frac{\phi}{R_A} \cdot (U - c_n \cdot \phi \cdot n)$

Reihenschluss-Motor
$c_n = c \cdot \frac{2\pi}{60\, s/min}$
$c_{nR} = c_n \cdot k_r$ aus $\phi = k_r \cdot I$
$M = c_{nR} \cdot \frac{2\pi}{60\, s/min} \cdot I^2$
$U_{ind} = c_{Rn} \cdot I \cdot n$
$n = \frac{U - I \cdot R_A}{c_{Rn} \cdot I}$
$n = \frac{U}{\sqrt{c_{nR} \cdot \frac{60\, s/min}{2\pi} \cdot \sqrt{M}}} - \frac{R_A}{c_{nR}}$