

## 1. Allgemeines

### 1.1. Drehstrom

Elektrische Eingangsleistung von Drehfeldmaschinen  
 $\cos \varphi$ : Leistungsfaktor (Winkel zwischen  $U_N$  und  $I_N$ )

$$P_{el} = 3 \cdot U_S \cdot I_S \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N \cdot \cos \varphi$$

Bei Sternschaltung:  $U_S = \frac{1}{\sqrt{3}} U_N \quad I_S = I_N$

Bei Dreiecksschaltung:  $U_S = U_N \quad I_S = \frac{1}{\sqrt{3}} I_N$

#### Leistung im Drehstromsystem

$$S = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$P = 3 \cdot U_S \cdot I_S \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N \cdot \cos \varphi$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N \cdot \sin \varphi = 3 \cdot U_S \cdot I_S \cdot \sin \varphi$$

#### Effektivwerte

Wechselstrom, der an einem Widerstand die gleichen Stromwärmeverluste verursacht wie ein genauso großer Gleichstrom:

$$I_{eff}^2 \cdot R = I_{DC}^2 \cdot R$$

#### Zeitabhängiger Strom:

$$i = I(t) = \hat{I} \cdot \cos(\omega t) = \sqrt{2} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\omega t)$$

Spitzen & Effektivwert:  $\hat{I} = \sqrt{2} \cdot I_{eff} \quad \hat{U} = \sqrt{2} \cdot U_{eff}$

#### Ströme in den Phasen

$$i_{L1} = \hat{I} \cos(\omega t)$$

$$i_{L2} = \hat{I} \cos(\omega t - \frac{2}{3}\pi)$$

$$i_{L3} = \hat{I} \cos(\omega t + \frac{2}{3}\pi)$$

### 1.2. Synchronmaschinen

$f_1$ : Frequenz des Ständerstroms

$p$ : Polpaarzahl (Anzahl Rotorpolpaare)

$n_1$ : Drehzahl des Statorfeldes  $n_1 = \frac{f_1}{p}$

$d$ : Luftspaltdurchmesser

$\tau_p$ : Polteilung  $\tau_p = \frac{\pi \cdot d}{2p}$

Geschwindigkeit der Rotoroberfläche:  $v = 2\tau_p \cdot f_1$

### 1.3. Asynchronmaschinen

$$I_0 = \frac{U_1}{\sqrt{R_s^2 + S_x^2}}: \text{Leerlaufstrom}$$

$s$ : Schlupf  $s = \frac{n_1 - n}{n_1}$

$n$ : Rotor- bzw. Wellendrehzahl  $n = (1 - s) \cdot \frac{f_1}{p}$

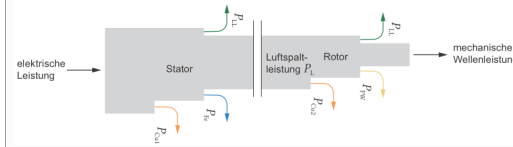
Anfahrt im Kippmoment:  $f = f_n(1 - s_k)$

## 2. Elektrisches Antriebssystem

### 2.1. Betriebsbereiche elektrischer Antriebssysteme

S1-Dauerbetrieb:	$M \leq M_N, x \leq n_N$
Überlastbereich:	$M > M_N, n \leq n_N$
Feldschwächung Überlastbereich:	$M > M_N, n > n_N$
Feldschwächung Dauerbetrieb:	$M \leq M_N, n > n_N$

### 2.2. Verluste, Leistung, Wirkungsgrad und Drehmoment



Generatorbetrieb:  $P_{el} = P_{mech} - P_{Vel} - P_{Vmech}$

Motorbetrieb:  $P_{mech} = P_{el} - P_{Vel} - P_{Vmech}$

#### Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$$

$$\eta_{Motorbetrieb} = \frac{P_{mech}}{P_{el}} = \frac{P_{el} - P_{Vel} - P_{Vmech}}{P_{el}}$$

$$\eta_{Generatorbetrieb} = \frac{P_{el}}{P_{mech}} = \frac{P_{el}}{P_{el} + P_{Vel} + P_{Vmech}}$$

#### Mechanische Wellenleistung

$M$  = mechanisches Wellendrehmoment (aussen)

$\varphi$  = Mechanischer Verdrehwinkel

$\omega$  = mechanische Winkelgeschwindigkeit ( $\omega = \frac{\varphi}{t}$ )

$n$  = Drehzahl der Welle,  $[n] = 1/s$

$$P_{mech} = M \cdot \omega = M \cdot 2 \cdot \pi \cdot n$$

#### Dynamischer Prozess

$P_{el}$  = aus dem Netz aufgenommene elektrische Leistung

$P_{Load}$  = von der Arbeitsmaschine (Load) genutzte Leistung

$P_{VTransmission}$  = mech. Verluste der Übertragungselemente

$P_{Vel}$  = elektrisch bedingte Motorverluste

$P_{Vmech}$  = mechanisch bedingte Motorverluste

$P_{VCDM}$  = Verluste im Frequenzumrichter

$W_{kinL}$  = kin. Energie der Arbeitsmaschine

$W_{kinTransmission}$  = kin. Energie der Übertragungselemente

$W_{kinMotor}$  = kinetische Energie des Elektromotors

$W_{potL}$  = potenzielle Energie der Arbeitsmaschine (z. B. Aufzug)

$W_{elMotor}$  = in den Spulen gespeicherte elektromagnetische Energie des Motors

$$P_{el} = P_{Load} + P_{VTransmission} + P_{Vel} + P_{Vmech} + P_{VCDM} + \frac{d}{dt} \cdot (W_{kinL} + W_{kinTransmission} + W_{kinMotor} + W_{potL} + W_{elMotor})$$

#### Kinetische Energie & Trägheitsmoment

$J$ : Massenträgheitsmoment drehender Körper  $[J] = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$\omega$ : Mechanische Winkelgeschwindigkeit ( $\omega = 2\pi \cdot n$ )

$v$ : Geschwindigkeit in  $\frac{m}{s}$

$m$ : Masse in kg

$g$ : Erdbeschleunigung ( $9,81 \frac{m}{s^2}$ )

Rotierendes System:  $W_{kin} = \frac{1}{2} J \omega^2$

Lieare Bewegung:  $W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

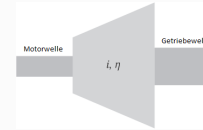
Potentielle Energie:  $m \cdot g \cdot h$

Im Motor gespeicherte el. Energie:  $W_{el} = \frac{1}{2} L I^2$

Im Kondensator gespeicherte el. Energie:  $W_{el} = \frac{1}{2} C U^2$

## 3. Getriebe

$$P_2 \cong P_1 \quad i: \text{Übersetzung } J: \text{Schwungmasse}$$



$$n_1, M_1, J_1$$

$$P_1 = 2\pi n_1 \cdot M_1$$

$$n_2 = n_1 / i$$

$$M_2 = \eta \cdot M_1 \cdot i$$

$$J_2 = J_1 \cdot i^2$$

$$P_2 = P_1 \cdot \eta = 2\pi n_2 \cdot M_2$$

## 4. Physikalische Grundlagen

### 4.1. Kraft, Leistung, Energie

$$F = m \cdot a$$

$$[F] = 1 \text{ N}, [m] = 1 \text{ kg}, [a] = 1 \text{ m/s}^2$$

$$F = m \cdot \mu \cdot g \quad (\mu = \text{Reibkoeffizient})$$

#### Drehmoment bei Rotationsbewegung

$M$ : Drehmoment

$r$ : Hebelarm

$$[M] = 1 \text{ N} \cdot \text{m}, [F] = 1 \text{ N}, [r] = 1 \text{ m}$$

$$P = F \cdot v = M \cdot \omega, (\omega = 2\pi \cdot n)$$

$$[P] = 1 \text{ W}, [v] = 1 \text{ m/s}, [\omega] = 1/s, [n] = 1/s$$

$$W = P \cdot t$$

$$[W] = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ J (Joule)}, [t] = 1 \text{ s}$$

$$1 \text{ kWh} = 3600000 \text{ J}$$

#### Maxwell Gleichungen

Größen:

D: el. Verschiebungsdichte (el. Flussdichte);  $[D] = \text{A} \cdot \text{s/m}^2$

E: el. Feldstärke;  $[E] = 1 \text{ V/m}$

B: mag. Flussdichte;  $[B] = 1 \text{ V} \cdot \text{s/m}^2 = 1 \text{ T (Tesla)}$

H: mag. Feldstärke;  $[H] = 1 \text{ A/m}$

M: Magnetisierung eines Permanentmagneten;  $[M] = 1 \text{ A/m}$

F: Fläche

$\phi$ : mag. Fluss

$J_p$ : mag. Polarisation;  $[J_p] = 1 \text{ V} \cdot \text{s/m}^2 = 1 \text{ T (Tesla)}$

$\mu_0$ : mag. Feldkonstante

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} (\text{V} \cdot \text{s}) / (\text{A} \cdot \text{m}) \approx 1,257 \cdot 10^{-6} (\text{V} \cdot \text{s}) / (\text{A} \cdot \text{m})$$

Energiedichte im Magnetfeld:  $\rho_m = \frac{B^2}{2\mu_0\mu_r}$

#### Differentielle Form

$$\text{div } \vec{D} = \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\text{div } \vec{B} = \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\text{rot } \vec{E} = \vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

#### Integrale Form

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{f} = \iiint \rho \, dv$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{f} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{f}$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \iint \vec{J} \cdot d\vec{f} + \iint \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{f}$$

#### Materialgleichungen:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{J}_p = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

### 4.2. Durchflutungssatz

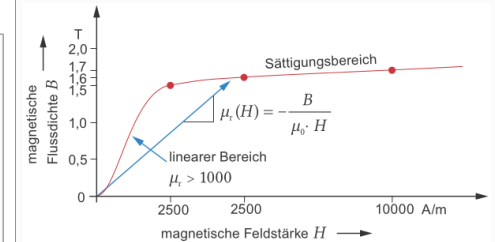
$$\sum I_i \cdot l_i = w \cdot l = \Theta$$

$$B = \frac{\phi}{F}$$

### 4.3. Magnetische Werkstoffe

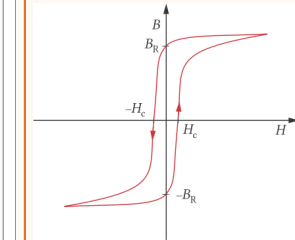
#### 4.3.1. Weichmagneten Technische Eigenschaften von Elektrotechnik

Dichte	7,87 g/cm <sup>3</sup>
El. Leitfähigkeit	10 · 10 <sup>6</sup> 1/(Ωm)
Wärmeleitfähigkeit	80 W/(m · K)
Schmelzpunkt	1538°C
max. Flussdichte bis zur Sättigung	1,25 ... 2,2 T
Preis/kg	1,5 EUR



Ummagnetisierungsverluste 10% bis 20% Anteil am Gesamtverlust

#### Hystereseverluste



Von den Herstellern der Bleche wird ein Materialkennwert  $\sigma_{hyst}$  angegeben, der die spezifischen Hystereseverluste pro kg Elektrotechnik bei 1,5 T maximaler Flussdichte und 50 Hz Frequenz angibt.

$$P_{hyst} = \sigma_{hyst} \cdot m \cdot \left( \frac{f}{50 \text{ Hz}} \right) \cdot \left( \frac{B_{max}}{1,5 \text{ T}} \right)$$

#### Wirbelstromverluste

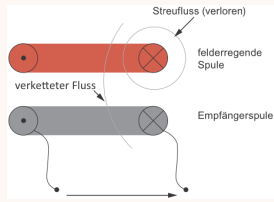
Ähnlich wie bei den Hystereseverlusten gibt der Stahlhersteller einen Materialkennwert  $\sigma_{wb}$  für die spezifischen Wirbelstromverluste an. Die gesamten Wirbelstromverluste errechnen sich entsprechend aus:

$$P_{wb} = \sigma_{wb} \cdot m \cdot \left( \frac{f}{50 \text{ Hz}} \right)^2 \cdot \left( \frac{B_{max}}{1,5 \text{ T}} \right)$$

### 4.3.2. Hartmagneten

Formelzeichen		$\text{SmCo}_{5/17}$	$\text{NdFeB}$
Koerzitivfeldstärke (kA/m)	100-350	600-850	500-1100
Remanenzflussdichte (T)	0,2-0,4	0,9-1,2	0,7-1,5
Energiedichte (kJ/m <sup>3</sup> )	10-40	140-300	300-450

#### 4.4. Induktionsgesetz



$w$ : Windungszahl  
 $\psi$ : Flussverketzung / verketterter Fluss  
 $u_i$ : induzierte Spannung  
 $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{d\phi}{dt}$   
 $C$   
 $\psi = w \cdot \phi$   
 $u_i = -\frac{d\psi}{dt} = -w \cdot \frac{d\phi}{dt}$   
 $\psi_{max}$  wenn Spulen genau gegenüber liegen.  
 $u_i = -\frac{d}{dt} \psi(x, i) = -\frac{\partial \psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt}$   
 $\frac{\partial \psi}{\partial i} = const. \rightarrow L = \frac{\psi}{i}$   
Rechteckige Geometrie:  $\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{B \cdot A}{x} = B \cdot l$   
Induktionsgesetz:  $u_i = -L \cdot \frac{di}{dt} - B \cdot l \cdot v$   
Induktionsgesetz für einen Leiter:  $u = B \cdot l \cdot v$

#### 4.5. Lorenzkraft

$i$ : Strom im Leiter  
 $B$ : magnetische Flussdichte  
 $l$ : die im Magnetfeld befindliche Länge des Leiters  
 $M$ : Drehmoment  
 $d$ : Rotordurchmesser  
 $z$ : Anzahl der Leiter  
 $P$ : Leistung  
 $n$ : Umdrehungen pro Sekunde  
 $\vec{F} = i \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$   
 $M \cong \frac{d}{2} \cdot \sum F \cong \frac{d}{2} \cdot z \cdot I \cdot l \cdot B$   
 $P = M \cdot \omega = M \cdot 2\pi n$

#### 4.6. Reluktanzkraft

$S$ : Fläche, durch die die Feldlinien austreten  
 $B$ : mag. Flussdichte  
 $\mu_0$ : mag. Feldkonstante  $\approx 1,257 \cdot 10^{-6} (V \cdot s) / (A \cdot m)$   
 $\vec{F} = -\frac{1}{2} \int \vec{H}^2 \cdot \text{grad} \mu dV$   
In der Praxis (Übergang Elektrolech ( $\mu_r \rightarrow \infty$ ) zu Luft ( $\mu = 1$ )):  
 $F = \frac{B^2 \cdot S}{2\mu_0}$

#### 4.7. Leistungsdichte

$f_S$ : Flächenkraft  
 $B$ : Mittlere mag. Flussdichte (0,8-1,1 T) (Begrenzt durch Leistungsfaktor ( $\cos \varphi$ ) & Eisensättigung)  
 $A$ : Strombelag ( $\sum i / (\pi d)$ ), Kühlungsabhängig (50-100 kA/m Dauerbetrieb, 100-200 kA/m Spitzenbelastung)  
 $f_S = B \cdot A$   
 $f_{Smax} \approx 200 kN/m^2$   
 $C$ : Ausnutzungsfaktor (Esson Zahl)  
 $M$ : Drehmoment  
 $\xi$ : Wickelfaktor ca. 0,96  
 $d$ : Rotordurchmesser  
 $l$ : die im Magnetfeld befindliche Länge des Leiters  
 $C = \pi^2 \cdot \xi \cdot A \cdot B$   
 $M = \frac{1}{2\pi} \cdot C \cdot d^2 \cdot l \cdot \eta \cdot \cos \varphi$   
 $P = n \cdot C \cdot d^2 \cdot l \cdot \eta \cdot \cos \varphi$   
 $p = n \cdot C \cdot \eta \cdot \cos \varphi$

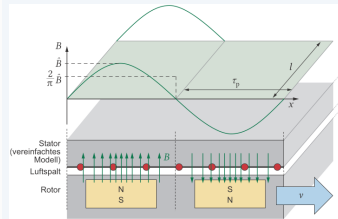
#### 5. Drehfeldwicklungen

##### 5.1. Lochzahl

$q$ : Lochzahl  
 $N$ : Anzahl der Nuten  
 $2p$ : Anzahl der mag. Pole  
 $m$ : Phasenzahl (i. D. R. 3)  
 $q = \frac{N}{2pm}$

##### 5.2. Wickelfaktor

$v$ : Rotorgeschwindigkeit,  $p$  = Polpaarzahl  
 $l$ : Länge der Spule,  $N$  = Anzahl der Statornuten  
 $u = B \cdot l \cdot v$  Spannung, die in einem Leiter im Feld der drehenden Rotormagnete induziert wird.  
 $v = 2\tau_p \cdot f_1$   
 $W$ : Spulenweite ( $W = \frac{N}{p}$ )  
 $\xi$ : Wickelfaktor



$\hat{U} = \hat{B} \cdot l \cdot 2\tau_p \cdot f$   
 $\phi_{Pol} = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{B} \cdot l \cdot \tau_p$   
 $U_{Leiter} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \cdot f_1 \cdot \phi_{Pol}$   
 $\phi_{Pol} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{U_{Leiter}}{f_1}$   
 $\xi_{Gruppe} = \frac{\sin\left(\frac{q \cdot \alpha}{2}\right)}{q \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}, \alpha = 2\pi \cdot \frac{p}{N}$   
 $\xi_{Schraegung} = \frac{\sin\left(\frac{\xi}{2}\right)}{\frac{\xi}{2}}, \xi = \frac{\tau_{Schraegung}}{\tau_p} \cdot \pi$   
 $\xi_{Sehnung} = \sin\left(\frac{W}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right)$   
 $\xi = \xi_{Gruppe} \cdot \xi_{Schraegung} \cdot \xi_{Sehnung}$   
 $E_h = 2w \cdot U_{Leiter} \cdot \xi, E_h = \text{Spannungsinduktion des Hauptfeldes}$

#### 6. Asynchronmaschinen

##### 6.1. Parameterbestimmung

Hauptinduktivität  
 $m$ : Phasenzahl  
 $\delta'$ : Um Carter Faktor erweiterter Luftspalt  
 $\tau_p$ : Polteilung  
 $l_{Fe}$ : Aktive Länge (Eisenlänge)  
 $2p$ : Polzahl  
 $\xi$ : Wickelfaktor  
 $w$ : Windungszahl eines Strangs  
 $N_1$ : Anzahl der Statornuten  
 $z_N$ : Leiterzahl pro Nut  
 $a$ : Anzahl pro Phase geschalteter Zweige  
 $p$ : Polpaarzahl  
 $q$ : Lochzahl  
 $L_h = \frac{m}{2} \cdot \frac{\mu_0}{\delta'} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \tau_p \cdot l_{Fe} \cdot \frac{4(w\xi)^2}{2p}$   
 $w = \frac{N_1 \cdot z_N}{2a \cdot m} = p \cdot q \cdot \frac{z_N}{a}$

Statorwiderstand, Rotorwiderstand & Wicklungstemperatur

$R_1$  = Statorwiderstand  
 $l$ : Drahtlänge  
 $A$ : Drahtfläche  $A = d^2 \cdot \frac{\pi}{4}$   
 $d$ : Drahtdicke ohne Isolation  
 $\theta_1$ : Raumtemperatur  
 $\gamma, \kappa$ : Elektrische Leitfähigkeit des Leitermaterials  
 $\gamma_{Cu20} = 56 \cdot 10^6 \cdot 1/(\Omega m), \kappa_{Al20} = 33 \cdot 10^6 \cdot 1/(\Omega m)$   
 $\alpha$ : Temperaturbeiwert  $\alpha_{Cu} = 3,93 \cdot 10^{-3} K^{-1}$   
 $R_1 = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{l}{A}$   
 $\rho = \frac{1}{\gamma} \rightarrow \rho(\theta) = \rho_{20} [1 + \alpha(\theta - 20^\circ C)]$

Mit. Wicklungstemp.:  $\theta_2 = (\theta_1 + k) \cdot \frac{R_2}{R_1} - k$  ( $k_{Cu} = 235K, k_{Al} = 225K$ )  
 $N_r$ : Nutenzahl des Käfigs  
 $R_R$ : Widerstand des Bogens im Kurzschlussring zw. zwei Stäben  
 $R_S$ : Einzelner Stabwiderstand

Rotorwiderstand:  $R_r = 2R_R + 4 \left( \sin\left(\frac{\pi}{N_r}\right) \right)^2 \cdot R_S$

Nutstreuwert:  $\lambda_{sN}$ ; typ. 0,5-5

Streuinduktivität Stator:  $L_{s\sigma} = L_{sN} + L_{sS} + L_{sD}$

StatorNutmessung:  $L_{sN} = 2\mu_0 \cdot l_{wk} \cdot \frac{w^2}{p \cdot q} \cdot \lambda_{sN} n$

$l_{wk}$ : Länge des Wickelkopfes

$\lambda_{sS}$ : Stirstreuleitwert des Stators

- 0,35 bei 4-poligen Zweischichtwicklungen
- 0,28 bei 2-poligen Zweischichtwicklungen mit Runddraht
- 0,23 bei 2-poligen Zweischichtwicklungen mit Formspulen
- ansonsten etwa 0,3

Stirstreuung:  $L_{sS} = 2\mu_0 \cdot l_{wk} \cdot \frac{w^2}{p} \cdot \lambda_{sS}$

Stator-Oberwellenstreuung:  $\sigma_{sO} = \text{abh. von } q \text{ zw. } 0,005 - 0,05$

Streuinduktivität Rotor:  $L_{r\sigma} = L_{rN} + L_{rD}$

$d$ : Statorinnendurchmesser

RotorNutmessung:  $L_{rN} = 4\mu_0 l_{Fe} \cdot \left( \sin\left(\frac{\pi}{N_r}\right) \right)^2 \cdot \sigma_{rO}$

$\sigma_{rO} = \left( \frac{p \cdot \frac{\pi}{N_r}}{\sin\left(\frac{\pi}{N_r}\right)} \right)^2 - 1$

##### 6.2. Leistung und Drehmoment

Stator  $I^2 R$  Verluste:  $P_{sI2R} = 3 \cdot I_s^2 \cdot R_s$

Mag. Übertragene Leistung auf Rotor:  $P_D = P_S - P_{sI2R} - P_{Fe} - P_{LL}$

$P_D = 3 \cdot I_r^2 \cdot \frac{R_r'}{s}$

$P_i = (1-s) \cdot P_D = 3 \cdot I_r^2 \cdot R_r' \cdot \frac{1-s}{s}$

$M = \frac{1}{\omega} \cdot (1-s) \cdot P_D$

$P = (1-s) \cdot P_D - P_{fw} = M \cdot \omega$  ( $P_{fw}$  = Friction & Windage)

##### 6.3. Stationäres Betriebsverhalten

Kippmoment & Kippschlupf  
Generatorbetrieb: - Motorbetrieb: +  
Kippmoment (Näherung):  $M_i(s) = \pm M_k \cdot \frac{2}{s_k + \frac{2}{s}}$   
Kippschlupf:  $s_k \cong \pm \frac{R_r'}{\omega_S \cdot L_{s\sigma} + L_{r\sigma}}$

Dimensionierung der Antriebsstrangkomponenten

$$M_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^m M_i^2 \cdot \Delta t_i}$$

$$n_{mittel} = |\bar{n}_{L,i}| = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^m |n_{L,i}| \cdot \Delta t_i$$

$$P_{eff} = M_{eff} \cdot 2\pi n_{mittel}$$

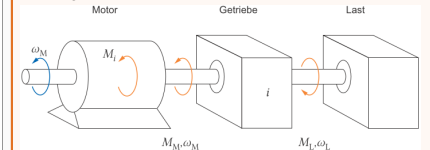
Verhalten der wichtigsten Motorengrößen im Grunddrehzahl- und Feldschwächbereich

	Grunddrehzahlbereich	Feldschwächbereich
Statorfrequenz $f_1$	$0 < f_1 < f_n$	$f_1 > f_n$
Benötigte Statorspannung $U_1^{(q)}$	$(f_1/f_n) \cdot U_n$	$U_1 = U_n$
Kippmoment $M_k$	$M_{kn}$	$(f_n/f_1)^2 \cdot M_{kn}$
therm. zul. $I_{dauerth}$	$I_n^{(b)}$	
therm. zul. $M_{dauerth}$	$M_n$	$(f_n/f_1) \cdot M_n$
therm. zul. $P_{dauerth}$	$(f_1/f_n) \cdot P_n$	$P_n^{(b)}$

a) Dabei beachte man den Boost-Faktor bei kleinen Frequenzen.  
b) Bei hohen Frequenzen müssen der thermisch zulässige Strom und damit auch die Leistung wegen zunehmender Eisen- und Reibungsverluste abgesenkt werden.

##### 6.4. Dynamisches Betriebsverhalten

Bewegungsgleichung bei starrer Kopplung  
 $M_i$ : inneres (elektromagnetisches) Drehmoment des Motors  
 $M_{fw}$ : Drehmoment zur Überwindung von Reibung und Lüftung  
 $M_L$ : Drehmomentbedarf der Last  
 $J$ : Trägheitsmoment



$M_L' = \frac{1}{i} \cdot M_L$   
 $\omega_L' = i \cdot \omega_L = \omega_M$   
 $J_L' = \frac{1}{i^2} \cdot J_L$   
 $M_i - M_{fw} - \frac{1}{i} \cdot M_L = \left( J_M + \frac{1}{i^2} J_L \right) \frac{d\omega_M}{dt}$  Ohne Getriebe ist  $i = 1$   
Beschleunigungsmoment:  $M_B = M_i - M_{fw} - \frac{1}{i} \cdot M_L$   
Hochlaufzeit:  $t_H = \int_{\omega_1}^{\omega_2} dt = J_{res,M} \cdot \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{1}{M_B(\omega_M)} d\omega_M$   
 $t_H = \frac{J_{res,M}}{M_B} \cdot \omega_N$  (Bei von 0 auf Bemessungsdrehzahl)  
 $J_{Zyl} = \frac{1}{2} \cdot m r^2$   $J_{Ring} = \frac{1}{2} m (r_a^2 + r_i^2)$   
 $J_L' = \frac{1}{i^2} \cdot J_L$   
 $J_{ers,M} = \frac{m \cdot v^2}{\omega_M^2 i^2} = m \cdot \frac{r^2}{i^2} = \frac{1}{4} m \cdot \frac{d^2}{i^2}$   
Das  $J$  der Last wird quadratisch mit der Untersetzung  $i$  auf die Motorwelle heruntergerechnet, Das  $M$  der Last wird linear mit der Untersetzung  $i$  auf die Motorwelle heruntergerechnet. Die  $N$  der Last wird linear mit der Untersetzung  $i$  heraufgerechnet.

## 6.5. Aufteilung des Beschleunigungsmoments

$$\text{Factor of Inertia: } FI = \frac{J_M + J_L}{J_M} \cdot I^2$$

Bei ungekuppelter Motor ( $J_L > 0 \rightarrow FI = 1$ )

Bei  $J_M = J_L \rightarrow FI = 2$

$$\frac{M_L}{M_M} = \frac{FI-1}{FI}$$

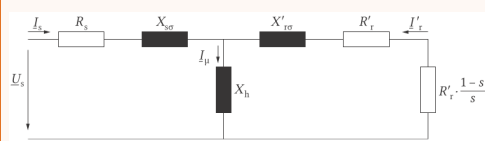
## 6.6. Schaltbetrieb mit Kupplungen

$\gamma$  = elastischer Verdrehwinkel

Besonders kritisch sind Lose bei Schaltvorgängen. Aufgrund des anfänglichen Fehlens von Gegendrehmoment kann der Rotor sehr schnell beschleunigen. Er dreht praktisch leer los. Bereits nach wenigen Millisekunden und Winkelgraden ist bereits eine erhebliche Rotationsenergie im Läufer vorhanden. Wenn die Lose aufgebraucht sind, wird der Motor schlagartig gebremst. Dabei wird die Rotationsenergie in Verformungsarbeit umgesetzt

$$W = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} M_{max} \cdot \gamma$$

## 6.7. Ersatzschaltbild



$$\cos \varphi = \frac{R_r'}{\sqrt{R_r'^2 + X_{rs}^2}}$$

Rotorwiderstand:  $\frac{R_r'}{s} = R_r' + R_r' \cdot \frac{1-s}{s}$

Verantwortlich für Wärmeverluste  $R_r'$

Verantwortlich für  $P_{mech}$ :  $R_r' \cdot \frac{1-s}{s}$

## 7. Transformatoren

### 7.1. Allgemeines

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \ddot{u}$$

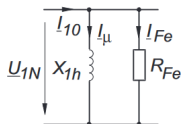
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\ddot{u}}$$

$$\delta = \frac{N \cdot I}{H_L}$$

$$H_L = \frac{B}{\mu_0}$$

$$B = \frac{\phi}{A}$$

### 7.2. Leerlaufmessung



Leerlaufstrom:  $I_{10}$

Verluste im Leerlaufbetrieb:  $P_0 = U_{1N} \cdot I_{10} \cdot \cos(\phi_0)$

$$\text{Eisenverlustwiderstand: } R_{Fe} = \frac{U_{1N}^2}{P_0} = \frac{U_{1N}}{I_{1N} \cdot \cos(\phi)}$$

$$\text{Hauptreaktanzen: } X_h = \frac{U_{1N}}{I_{1N} \cdot \sin(\phi)}$$

$$\text{Hauptinduktivität: } L_h = \frac{X_h}{2 \cdot \pi \cdot f}$$

## 8. Synchronmaschinen

Allgemeines

$$P_{mech} = 3 \cdot U_p \cdot I_N \cdot \cos \phi$$

Kurzschlussverhältnis KC

Bemessungsspannung:  $U_{1N}$

Bemessungsstrom:  $I_{1N}$

Synchrone Reaktanz:  $X_d$

Kurzschlussstrom:  $I_{K0} = \frac{U_{1N}}{X_d}$

$$K_C = \frac{I_{K0}}{I_{1N}} = \frac{U_{1N}}{X_d \cdot I_{1N}}$$

### 8.1. Besondere Eigenschaften von PMSM

8.1.1. Wickelfaktor

$$\text{Lochzahl: } q = \frac{N}{2 \cdot p \cdot m} = \frac{z}{n}$$

$$\text{Gruppenfaktor: } \xi_{Gruppe} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{p \cdot \pi}{N} \cdot z\right)}{z \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{p \cdot \pi}{N}\right)}$$

$$\text{Sehnungsfaktor: } \xi_{Sehnung} = \sin\left(\frac{p \cdot \pi}{N}\right)$$

$$\text{Wickelfaktor: } \xi = \xi_{Gruppe} \cdot \xi_{Sehnung}$$

### 8.1.2. Bauformabhängiges Drehmoment

$$\text{FESM} \quad L_d > L_q \quad M = \frac{3}{2} p (L_{FD} \cdot I_2 I_q + (I_d \cdot I_q))$$

$$\text{PMSM o. Reluk.} \quad L_d = L_q \quad M = \frac{3}{2} p \cdot \psi_{PM} \cdot I_q$$

$$\text{PMSM m. Reluk.} \quad L_d < L_q \quad M = \frac{3}{2} p (\psi_{PM} \cdot I_q + (L_d - L_q) \cdot I_d I_q)$$

$$\text{synRM} \quad L_d < L_q \quad M = \frac{3}{2} p (L_d - L_q) I_d \cdot I_q$$

### 8.2. Polradspannung $U_p$ und Polradwinkel $\vartheta_N$

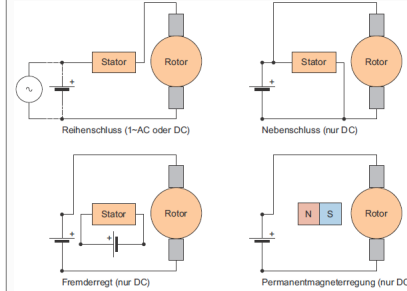
Konstruktion des Zeigerdiagramms & Berechnung

1. Nur die relative Lage zueinander ist wichtig.
2. Reale Strangspannung auftragen
3. Motorbetrieb:  $+\varphi$  Generatorbetrieb:  $-\varphi$
4. Strangstrom mit  $\varphi$  von Strangspannung auftragen
5.  $U_p = U_S + j X_d \cdot I_S$
6.  $X_d \cdot I_S$  sitzt auf  $U_S$  und ist orthogonal zu  $I_S$  wg.  $j$
7. Winkel zw.  $X_d \cdot I_N$  und  $U_S$  beträgt  $90^\circ + \varphi$
8.  $U_p$  zw. Nullpunkt und Ende  $X_d \cdot I_S$  auftragen.
9.  $U_p = \sqrt{U_S^2 + (X_d \cdot I_S)^2 - 2 U_S \cdot X_d \cdot I_S \cdot \cos(90^\circ + \varphi_N)}$
10.  $\vartheta_N = \arcsin\left(\frac{X_d \cdot I_N}{U_p} \cdot \sin(90^\circ + \varphi_N)\right)$
11.  $\underline{U_p} = U_p \cdot e^{j\vartheta}$

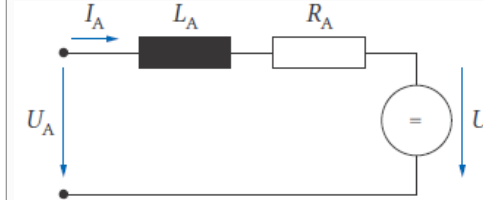
$$\frac{U_p}{U_1} = \frac{I_E}{I_{E0}}$$

## 9. Gleichstrommaschinen

### 9.1. Aufbau des Ständers



### 9.2. Ersatzschaltbild



Windungszahl im Anker:  $w_A$

$$U_A = U_i + R_A \cdot I_A + L \cdot \frac{dI_A}{dt}$$

$$U_i = c \cdot \phi \cdot \omega = c \cdot \phi \cdot 2\pi n = U_A - R_A \cdot I_A$$

$$U_A = c \cdot \phi \cdot \omega + R_A \cdot I_A$$

$$n_0 = \frac{U_i}{2\pi \cdot c \cdot \phi}$$

$$R_A = \frac{-c \cdot \phi \cdot (2 \cdot c \cdot \phi \cdot I \cdot \pi - U_A)}{M}$$

Proportionalitätskonstante:  $c = \frac{4}{2\pi} \cdot w_A \cdot p$

Inneres Drehmoment:  $M_i = c \cdot \phi \cdot I_A$

$$P_{i,el} = P_{i,mech} = M_i \cdot \omega = U_i \cdot I_A$$

Haltedrehmoment:  $M_H = c \cdot \phi \cdot \frac{U_A}{R}$

$$n(M_i) = \frac{U_A}{2\pi \cdot c \cdot \phi} - \frac{R_A}{2\pi \cdot (c \cdot \phi)^2} \cdot M_i$$

$$M_i(n) = c \cdot \phi \cdot \frac{U_A}{R_A} - n \cdot \frac{2\pi \cdot (c \cdot \phi)^2}{R_A}$$