

Ej

## EJERCICIOS. CÁLCULO INVERSA CON GAUSS-JORDAN

$$M = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} \textcircled{1} & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \begin{array}{l} \leftarrow m_1 \\ \leftarrow m_2 \\ \leftarrow m_3 \end{array}$$

A                      I

PASO ① "Limpiar" primera columna.

Ⓐ Pivote:  $m_{11} = 1$     Ⓑ Operaciones:  
 $m_1 \leftarrow m_1$   
 $m_2 \leftarrow m_2 - m_1$   
 $m_3 \leftarrow m_3 + 6m_1$

Ⓒ Resultado ↗

$$M = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1-1 & 0-(-1) & -1-0 & 0-1 & 1-0 & 0-0 \\ -6+6(1) & 2+6(-1) & 3+6(0) & 0+6(1) & 0+6(0) & 1+6(0) \end{array} \right]$$

$$M = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \textcircled{1} & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 3 & 6 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

PASO ②: Limpiar 2da. columna.

Ⓐ Pivote:  $m_{22} = 1$     Ⓑ Operaciones:  
 $m_1 \leftarrow m_1$   
 $m_2 \leftarrow m_2$   
 $m_3 \leftarrow m_3 + 4m_2$

Ⓒ Resultado ↗

$$M = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3+4(-1) & 6+4(-1) & 0+4(1) & 1+4(0) \end{array} \right]$$

$$M = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & 4 & 1 \end{array} \right]$$

PASO ③ Hacer  $m_{33} = 1$ 

Ⓐ Pivote:  $m_{33} = -1$     Ⓑ Operaciones:  
 $m_3 \leftarrow (-1)m_3$

Ⓒ Resultado ↗

$$M = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \textcircled{1} & -2 & -4 & -1 \end{array} \right]$$

PASO ④ "Limpiar" 3ra columna hacia atrás

Ⓐ Pivote:  $m_{33} = 1$     Ⓑ Operaciones:  
 $m_1 \leftarrow m_1$   
 $m_2 \leftarrow m_2 + m_3$   
 $m_3 \leftarrow m_3$

Ⓒ Resultado ↗

$$M = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1+1 & -1-2 & 1-4 & 0-1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -4 & -1 \end{array} \right]$$

$$M = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \textcircled{1} & 0 & -3 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -4 & -1 \end{array} \right]$$

PASO ⑤ "Limpiar" 2da. columna hacia atrás

Ⓐ Pivote:  $m_{22} = 1$     Ⓑ Operaciones:  
 $m_1 \leftarrow m_1 + m_2$   
 $m_2 \leftarrow m_2$   
 $m_3 \leftarrow m_3$

Ⓒ Resultado ↗

$$M = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1-3 & 0-3 & 0-1 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -4 & -1 \end{array} \right]$$

$$M = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -2 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -4 & -1 \end{array} \right]$$

I                      A<sup>-1</sup>

$$M = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} \textcircled{1} & 3 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

B                      I

PASO ① "Limpiar" 1ra. columna.

Ⓐ Pivote:  $m_{11}$     Ⓑ Operaciones:  
 $m_1 \leftarrow m_1$   
 $m_2 \leftarrow m_2 - m_1$   
 $m_3 \leftarrow m_3 - m_1$

Ⓒ Resultado ↗

$$M = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4-3 & 3-3 & 0-1 & 1-0 & 0-0 \\ 0 & 3-3 & 4-3 & 0-1 & 0-0 & 1-0 \end{array} \right]$$

$$M = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \textcircled{1} & -1 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

PASO ② "Limpiar" 3ra columna hacia atrás.

Ⓐ Pivote:  $m_{33} = 1$     Ⓑ Operaciones:  
 $m_1 \leftarrow m_1 - 3m_3$   
 $m_2 \leftarrow m_2$   
 $m_3 \leftarrow m_3$

Ⓒ Resultado ↗

$$M = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3-3 & 3-3(1) & 1-3(-1) & 0-0 & 0-3(1) \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$M = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 0 & 4 & 0 & -3 \\ 0 & \textcircled{1} & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

PASO ③ "Limpiar" 2da. columna hacia atrás.

Ⓐ Pivote:  $m_{22} = 1$     Ⓑ Operaciones:  
 $m_1 \leftarrow m_1 - 3m_2$   
 $m_2 \leftarrow m_2$   
 $m_3 \leftarrow m_3$

Ⓒ Resultado ↗

$$M = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3-3 & 0 & 4-3(-1) & 0-3(1) & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$M = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 7 & -3 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

I                      A<sup>-1</sup>

PASO ④ Comprobando (opcional)

$$\left[ \begin{array}{ccc} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{array} \right] \left[ \begin{array}{ccc} 7 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{ccc} 7-3-3 & -3+3+0 & -3+0+3 \\ 7-4-3 & -3+4+0 & -3+0+3 \\ 7-3-4 & -3+3+0 & -3+0+4 \end{array} \right]$$

$$= \left[ \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$M = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} \textcircled{3} & -2 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

PASO ① "Limpiar" 1ra. columna.

Ⓐ Pivote:  $m_{11} = 3$     Ⓑ Operaciones:  
 $m_1 \leftarrow m_1$   
 $m_2 \leftarrow m_2 - m_1 / 3$   
 $m_3 \leftarrow m_3$

Ⓒ Resultado.