① PROPIEDADES SUMA/RESTA MATRICES

Sean $A, B \in \mathbb{R}^{m\times n}$ y $k \in \mathbb{R}$

1) $(A+B)+C = A+(B+C)$
2) $A+0 = 0+A = A$
3) $A+(-A) = (-A)+A = 0$
4) $A+B = B+A$
5) $k(A+B) = kA+kB$
6) $(k+l)A = kA+lA$
7) $(kl)A = k(lA)$
8) $1 \cdot A = A$

② PROPIEDADES DEL PRODUCTO DE MATRICES

Sean $A, B \in \mathbb{R}^{m\times n}$ y $k \in \mathbb{R}$

1) $(AB)C = A(BC)$
2) $A(B+C) = AB+AC$
3) $(B+C)A = BA+CA$
4) $k(AB) = (kA)B = A(kB)$

③ TRASPUESTA DE UNA MATRIZ

La traspuesta (o transpuesta) de una matriz A se escribe como A^T y es la matriz obtenida de escribir las filas como columnas:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \quad y \quad [1, -3, -5]^T = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ -5 \end{bmatrix}$$

PROPIEDADES

1) $(A+B)^T = A^T + B^T$
2) $(A^T)^T = A$
3) $(kA)^T = kA^T$
4) $(AB)^T = B^T A^T$

④ TAREA / EJERCICIOS

1) Sean $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta \\ \sin\beta & \cos\beta \end{bmatrix}$

verifica que $AB = BA$

$$AB = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\beta + (-\sin\alpha)(\sin\beta) & \cos\alpha(-\sin\beta) + (-\sin\alpha)\cos\beta \\ \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta & \sin\alpha(-\sin\beta) + \cos\alpha\cos\beta \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta & -\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta \\ \cos\alpha\sin\beta + \sin\alpha\cos\beta & -\sin\alpha\sin\beta + \cos\alpha\cos\beta \end{bmatrix}$$

2) Sea $A = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$, donde $i = \sqrt{-1}$, determine

a) $AA = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

b) $AAA = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$

c) $AAAA = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

3) Una fábrica de autos ensambla dos modelos de auto, $M1$ y $M2$. Cada modelo es enviado a tres diferentes agencias. En la siguiente matriz, el número de unidades del modelo i es enviado a la agencia j:

$$A = \begin{bmatrix} 125 & 100 & 75 \\ 100 & 175 & 125 \end{bmatrix}$$

La ganancia (en miles de USD) por unidad de c/modelo es representada por la matriz B:

$$B = [3.5 \quad 6.0]$$

Determina el producto BA y explica que representa cada elemento en la matriz resultante.

$$C = [3.5 \quad 6.0]\begin{bmatrix} 125 & 100 & 75 \\ 100 & 175 & 125 \end{bmatrix}$$

$$= [437.5+600 \quad 350+1050 \quad 262.5+750]$$

$$= [1037.5 \quad 1400 \quad 1012.5]$$

c/elemento de C representa la ganancia por agencia.