

Neural Network Basic Assignment 1

1. Sigmoid Function을 z 에 대해 미분하세요.

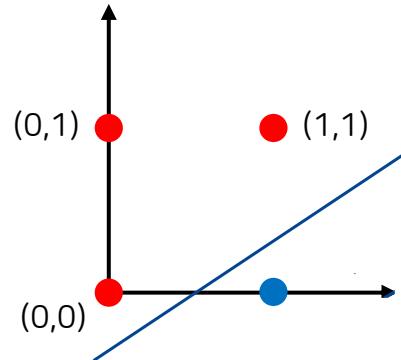
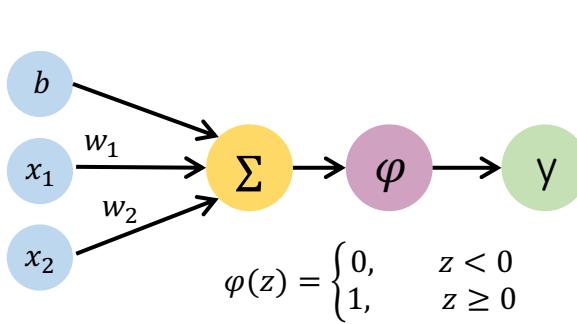
$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

이름: 도형준

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1 + e^{-z} - 1}{(1 + e^{-z})^2} \\
 &= \frac{(1 + e^{-z})}{(1 + e^{-z})^2} - \frac{1}{(1 + e^{-z})^2} \\
 &= \frac{1}{1 + e^{-z}} \left(1 - \frac{1}{1 + e^{-z}} \right) \\
 &= \sigma(z)(1 - \sigma(z))
 \end{aligned}$$

$$\frac{d\sigma}{dz} = \frac{d}{dz} (1 + e^{-z})^{-1} = (-1) \frac{1}{(1 + e^{-z})^2} \cdot \frac{d}{dz} (1 + e^{-z}) = (-1) \frac{1}{(1 + e^{-z})^2} \cdot (0 + e^{-z}) \frac{d}{dz} (-z) = (-1) \cdot \frac{1}{(1 + e^{-z})^2} \cdot e^{-z}(-1) = \frac{e^{-z}}{(1 + e^{-z})^2}$$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 $\bullet (=1)$, $\circ (=0)$ 을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.



2-1. \bullet , \circ 를 분류하는 임의의 b, w 를 선정하고 분류해보세요.

$w_1 = -3 \quad w_2 = 1 \quad b = 2$

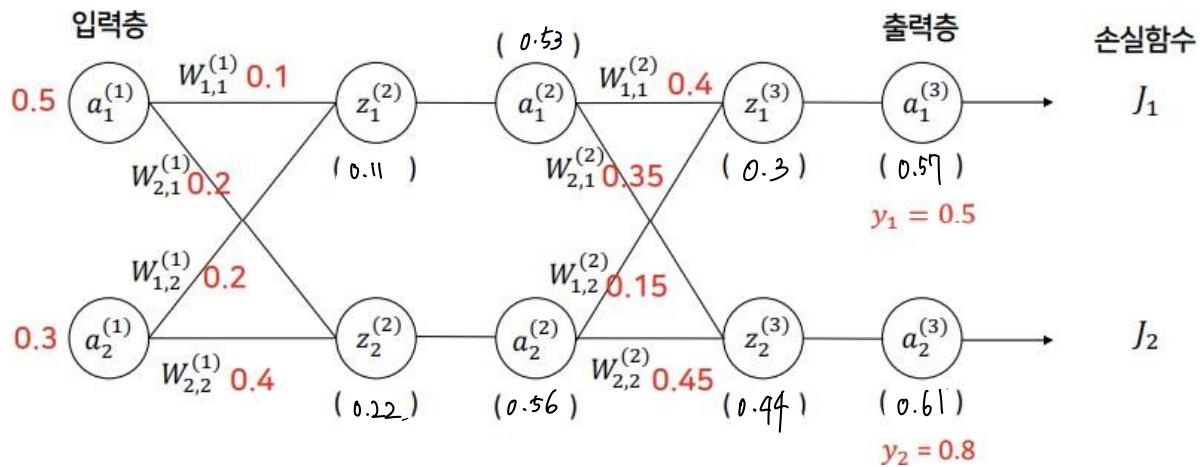
x_1	x_2	s	y
0	0	2	$\varphi(2) = 1$
0	1	3	$\varphi(3) = 1$
1	0	-1	$\varphi(-1) = 0$
1	1	0	$\varphi(0) = 1$

2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고 b, w 를 1회 업데이트 해주세요.

$\eta = 0.03$

$$\begin{array}{cccc}
 x_1 & x_2 & s & y \\
 0 & 0 & 1 & 1 \\
 0 & 1 & 1 & 1 \\
 1 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 1 & 1 & 1
 \end{array} \longrightarrow
 \begin{array}{l}
 b \leftarrow b + 0.03(1-1) \cdot 0 = 2 \\
 (w_1) \leftarrow w_1 + 0.03(1-1) \cdot 0 = -3 \\
 (w_2) \leftarrow w_2 + 0.03(1-1) \cdot 0 = 1
 \end{array}$$

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)



3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$$z_1^{(2)} = a_1^{(1)} \cdot W_{1,1}^{(1)} + a_2^{(1)} \cdot W_{2,1}^{(1)} = 0.5 \cdot 0.1 + 0.3 \cdot 0.2 = 0.11$$

$$z_2^{(2)} = a_1^{(1)} \cdot W_{1,2}^{(1)} + a_2^{(1)} \cdot W_{2,2}^{(1)} = 0.5 \cdot 0.2 + 0.3 \cdot 0.4 = 0.22$$

$$a_1^{(2)} = \phi(z_1^{(2)}) = \frac{1}{1+e^{-0.11}} \approx 0.53$$

$$a_2^{(2)} = \phi(z_2^{(2)}) = \frac{1}{1+e^{-0.22}} \approx 0.56$$

$$z_1^{(3)} = a_1^{(2)} \cdot W_{1,1}^{(2)} + a_2^{(2)} \cdot W_{2,1}^{(2)} = 0.53 \cdot 0.4 + 0.56 \cdot 0.15 = 0.276 \approx 0.3$$

$$z_2^{(3)} = a_1^{(2)} \cdot W_{1,2}^{(2)} + a_2^{(2)} \cdot W_{2,2}^{(2)} = 0.53 \cdot 0.35 + 0.56 \cdot 0.45 = 0.4375 \approx 0.44$$

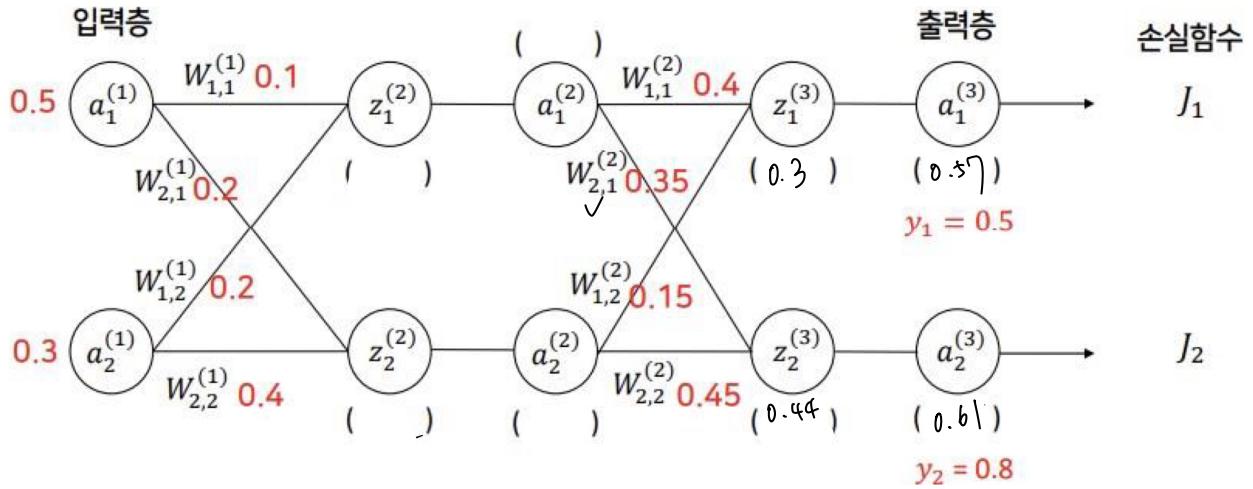
$$a_1^{(3)} = \phi(z_1^{(3)}) \approx 0.57$$

$$a_2^{(3)} = \phi(z_2^{(3)}) \approx 0.61$$

3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수 J_1 과 J_2 의 값을 구해주세요. (J_1 과 J_2 는 반올림하지 말고 써주세요.)

$$\underline{J_1} = \frac{1}{2} (a_1^{(3)} - y_1)^2 = \frac{1}{2} (0.57 - 0.5)^2 = \underline{0.00245}$$

$$\underline{J_2} = \frac{1}{2} (a_2^{(3)} - y_2)^2 = \frac{1}{2} (0.61 - 0.8)^2 = \underline{0.01805}$$



3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때 $W_{2,1}^{(2)}$ 과 $W_{2,2}^{(2)}$ 의 조정된 값을 구해주세요.

단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써주시고, 마지막 결과인 $W_{2,1}^{(2)}$ 과 $W_{2,2}^{(2)}$ 의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

$$\textcircled{1} \quad \underline{W_{2,1}^{(2)}} \leftarrow W_{2,1}^{(2)} - 0.1 \frac{\partial J_2}{\partial W_{2,1}^{(2)}} = 0.35 - 0.1 (-0.024) = \underline{0.35024}$$

$$\frac{\partial J_2}{\partial W_{2,1}^{(2)}} = \frac{\partial J_2}{\partial \alpha_2^{(3)}} \times \frac{\partial \alpha_2^{(3)}}{\partial z_2^{(2)}} \times \frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial W_{2,1}^{(2)}}$$

$$= (\alpha_2^{(3)} - y_2) \times \alpha_2^{(3)} (1 - \alpha_2^{(3)}) \times \alpha_1^{(2)}$$

$$= (0.61 - 0.8) \times 0.61 ((-0.61) \times 0.53) \approx -0.024$$

$\frac{\partial J_2}{\partial \alpha_2^{(3)}} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \alpha_2^{(3)}} (\alpha_2^{(3)} - y_2)^2 = (\alpha_2^{(3)} - y_2)$
 $\frac{\partial \alpha_2^{(3)}}{\partial z_2^{(2)}} = \phi(z_2^{(2)}) (1 - \phi(z_2^{(2)})) = \alpha_2^{(2)} (1 - \alpha_2^{(2)})$
 $\frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial W_{2,1}^{(2)}} = \alpha_1^{(2)}$

$$\textcircled{2} \quad \underline{W_{2,2}^{(2)}} \leftarrow W_{2,2}^{(2)} - 0.1 \frac{\partial J_2}{\partial W_{2,2}^{(2)}} = 0.45 - 0.1 (-0.025) = \underline{0.45025}$$

$$\frac{\partial J_2}{\partial W_{2,2}^{(2)}} = \frac{\partial J_2}{\partial \alpha_2^{(3)}} \times \frac{\partial \alpha_2^{(3)}}{\partial z_2^{(2)}} \times \frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial W_{2,2}^{(2)}}$$

$$= (\alpha_2^{(3)} - y_2) \times \alpha_2^{(3)} (1 - \alpha_2^{(3)}) \times \alpha_2^{(2)}$$

$$= (0.61 - 0.8) \times 0.61 ((-0.61) \times 0.56) \approx -0.025$$