

Analiza i projektiranje računalom

1. međuispit

1. (1) Odredite istinitost sljedećih tvrdnji:
 - a. Svaka nesusingularna matrica može se rastaviti LU dekompozicijom uz barem jednu permutaciju redaka.
 - b. Matrica je pozitivno definitna ako i samo ako ima pozitivne sve elemente na glavnoj dijagonali.
2. (1) Zadana je funkcija cilja $F(\underline{x}) = (x_1)^2 + (x_2)^2$. Skicirati pronalaženje minimuma zadane funkcije na pravcu određenom smjerom $\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$ i početnom točkom $(2,2)$ (označiti točku u koju će postupak konvergirati).
3. (2) Koji uvjeti moraju biti ispunjeni kako bi neka točka \underline{x}_0 predstavljala minimum, maksimum odnosno sedlo derivabilne funkcije $F(\underline{x})$?
4. (4) Zadani sustav riješite LUP dekompozicijom (rješenja su cijeli brojevi).

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ -3 & -4 & 6 \\ 6 & 10 & 8 \end{bmatrix} \underline{x} = \begin{bmatrix} 7 \\ 42 \\ 56 \end{bmatrix}$$

5. (4) Za funkciju cilja $F(\underline{x}) = (x_1 - 4)^2 + 4(x_2 - 2)^2$ definirajte proizvoljni (nepravilni) skup točaka za provedbu simpleks postupka. Odredite centroid toga skupa te provedite operacije refleksije, ekspanzije i kontrakcije uz $\alpha = 2$, $\gamma = 2$ i $\beta = 0.5$.
6. (4) Zadana je funkcija cilja $f(x) = 2 \cdot (x - 18)^2$, početna točka pretraživanja $x_0 = 0$ i korak $h = 1$. Pronađite granice unimodalnog intervala. Dobiveni interval reducirajte metodom Fibonacci do veličine $\varepsilon \leq 3$. Napisati vrijednosti a_i , b_i , c_i i d_i u svakom koraku.
7. (4) Zadana je funkcija $f(x, y, z) = (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2$. Provesti postupak pronalaženja minimuma zadane funkcije po Hooke-Jeeves algoritmu. Početna točka pretraživanja je $(4, 6, 8)$, početni pomak je 1 a smanjujemo ga za faktor 2. Ispisati pregledno (u obliku tablice) točke \mathbf{x}_B (bazna točka), \mathbf{x}_P (početna točka pretraživanja), \mathbf{x}_N (točka dobivena pretraživanjem) te trenutnu vrijednost pomaka $d\mathbf{x}$ za svaku iteraciju. Postupak provoditi dok vrijednost pomaka ne padne na 0.25 te napisati dobiveno rješenje.

Analiza i projektiranje računalom

2. međuispit

1. (1) Ako se transformacijom problema s ograničenjima na mješoviti način dobiva pomoćna funkcija $U(\underline{x}, t) = F(\underline{x}) - t[\ln(x_1 - x_2) + \ln(2 + x_2)] + \frac{1}{t}(x_1 + 4)^2$, navedite ograničenja toga optimizacijskog problema.
2. (1) S kojom preciznošću je određen minimum funkcije jedne varijable postupkom zlatnog reza ako je početni unimodalni interval bio $[-100, 100]$ a provedeno je 15 iteracija ($k = 0.618$)?
3. (2) Funkcija cilja $f(x, y, z) = (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2$ optimira se simpleks postupkom po Nelderu i Meadu. Tvori li skup točaka $(1, 2, 1)$, $(2, 1, 1)$, $(3, 2, 1)$ i $(-1, 0, 1)$ simpleks? Ako je potrebno, promijenite točke tako da tvore simpleks te odredite centroid dobivenog skupa točaka.
4. (2) Nad nepoznatom unimodalnom funkcijom $g(x)$ proveden je postupak pronalaženja unimodalnog intervala za minimum funkcije. Uz početnu točku $x_0 = 100$ i početni pomak $h = 1$, postupak je kao rješenje dao interval čija je donja granica -28 . Na osnovu toga rezultata odredite gornju granicu intervala te za svaku od sljedećih relacija odredite je li istinita ili lažna ili se ne može odrediti:

a. $g(20) < g(-30)$	c. $g(100) > g(101)$
b. $g(50) > g(-50)$	d. $g(35) < g(70)$
5. (3) Zadana je funkcija cilja $F(x, y) = |(x-y) \cdot (x+y)| + \sqrt{x^2 + y^2}$ kojoj se traži minimum. Provedite Hooke-Jeeves postupak uz početni pomak $\Delta=1$ po svakoj koordinati i uz početnu točku $(3, 3)$ dok vrijednost pomaka ne padne na 0.25 . Komentirajte dobiveno rješenje (odgovara li minimumu funkcije)!
6. (5) Zadana je funkcija cilja $F(\underline{x}) = (x_1 - 15)^2 + (x_2 - 15)^2$. Fibonaccijevim postupkom pronađite minimum te funkcije na pravcu određenim smjerom $\mathbf{v} = [1 \ 1]^T$ i početnom točkom $(0, 0)$. Prethodno je potrebno pronaći unimodalni interval uz istu početnu točku $(0, 0)$ i početni pomak 1 , a potom unimodalni interval reducirati do veličine $\varepsilon \leq 3$ (početni pomak i veličina intervala odnose se na vrijednosti parametra λ koji označava pomak od početne točke u smjeru \mathbf{v}).
7. (5) Genetskim algoritmom pronalazi se optimum funkcije dvije varijable. Interval za prvu varijablu je $x_1 \in [0, 10]$, a za drugu $x_2 \in [-1, 1]$. Željena preciznost je dvije decimale. Napišite jedinke koje predstavljaju točke $(2, 1)$ i $(5, -0.99)$. Provedite križanje s jednom točkom prekida iza 5 bita (slijeva na desno) i dekodirajte rezultat. Koja je očekivana vjerojatnost mutacije (jednog bita) ako znamo da se na 100 novih jedinki u prosjeku obavi 9 mutacija?
8. (6) Zadana je funkcija cilja dvije varijable $F(\underline{x}) = x_1 + x_2 - x_1 x_2$ kojoj se traži minimum, uz implicitno ograničenje $|x_1 x_2| - 8 \leq 0$ te eksplicitna ograničenja $x_1, x_2 \in [-10, 10]$. Uz trenutni skup točaka $(2, 4)$, $(2, 0)$, $(4, 2)$, $(1, 1)$ te faktor refleksije $\alpha = 2$, provedite dvije iteracije postupka po Box-u. Na početku i na kraju iteracije napišite trenutni skup točaka i njihov centroid.