

Aufgabe 1 Expectation-Maximization in 2D

7 Punkte

Schreiben Sie ein Programm, dass den Datensatz `2d-em.csv`¹ einliest und den Expectation-Maximization-Algorithmus darauf ausführt. Variieren Sie dabei die Anzahl der Cluster und bewerten Sie die Güte der Annäherung gegenüber der Anzahl an Clustern. Nutzen Sie dafür eine Metrik aus dem Tutorium und beschreiben Sie, für welche Clustermengen Sie gute Ergebnisse erzielt haben und für welche weniger gute.

Plotten Sie dabei für einige ausgewählte Iterationen die Datenpunkte, wobei jedes Cluster in einer anderen Farbe gezeigt werden soll. Plotten Sie außerdem die Kovarianzen der Cluster als Ellipsen. Hinweis: Sie können die Ellipse eines Clusters als Kreis zeichnen, dessen Punkte mit der Kovarianzmatrix transformiert wurden. Im KVV finden Sie dafür Hilfsfunktionen².

Aufgabe 2 Expectation-Maximization zur Bildkompression

3 Punkte

Eine Methode um Bilder zu komprimieren, ist es die Anzahl der Farben zu reduzieren. Um passende Farben zu finden und den einzelnen Pixeln neue Farben zuzuweisen, kann Clustering benutzt werden. Dafür wird jedes Bild als ein Datensatz aufgefasst, in dem die Pixel die einzelnen Datenpunkte sind. Jeder Datenpunkt besteht dabei aus drei Merkmalen (r, g, b).

Wenden Sie Ihre Implementierung aus Aufgabe 1 auf dieses Problem an. Entscheiden Sie sich für eine neue Anzahl an Farben und benutzen Sie diese als Clusteranzahl. Nachdem der Algorithmus auf dem Bild ausgeführt wurde, sind die Zentren der einzelnen Cluster die neuen Farben. Jedem Pixel wird dann als neue Farbe das Zentrum des nächsten Clusters zugewiesen. Zeigen Sie in Ihrer Ausgabe das unkomprimierte und das komprimierte Bild.

Hinweis: Um gute Ergebnisse zu erzielen, müssen die Berechnungen der Kovarianzmatrizen und der Normalverteilungen vektorisiert sein. Hier ist es erlaubt entsprechende Funktionen zu importieren. Ohne vektorisierte Implementierungen können nur sehr kleine Bilder mit wenigen neuen Farben komprimiert werden.

¹Mustererkennung im KVV → Ressourcen → Datensätze → 2d-em-.csv

²Mustererkennung im KVV → Ressourcen → Hilfsmittel → AB-EM.pdf