

## Verkefnatími í viku 10

Þið eruð eindregið hvött til að leysa dæmin saman í 2 - 3ja manna hópum. Þannig eru minni lýkur á að sitja lengi fastur í einu dæmi, og það er miklu meira stuð þar að auki. Það þurfa þó allir að skila sinni eigin lausn til kennara fyrir lok tímans. Gætið að merkja lausnir með nafni og HÍ-tölvupóstfangi. Reiknið eins mörg dæmi og þið komist yfir.

**Efni vikunnar:** Yfirfærsla (5.3) og tímaflækja (7.1)

1. Satt eða ósatt? Skýrið svör ykkar stuttlega.
  - a)  $3n + 3 = O(n^{3/2})$
  - b)  $a^{\log b} = b^{\log a}$
  - c)  $3^n = 2^{O(n)}$
  - d)  $n! = O(n^n)$
  - e)  $\log_2(1,000,000,000,000,000) < 30$  (svarið án þess að nota reiknivél)
2. Eftirfarandi fall er gefið (þið þurfið ekki að spá í hvernig það er útfært)

```
def HLUTSUMMA(S,t):  
    # Inntak:  
    #   S=[x1,x2,...,xn] er mengi af heiltölum (endurtekn. leyfðar)  
    #   t er heiltala  
    # Úttak:  
    #   True ef til er hlutmengi staka í S þannig  
    #   að summa þeirra er t, annars False  
    # ...  
    return subset_exists
```

T.d. skilar HLUTSUMMA({4,5,6,7,8}, 9) True því  $4 + 5 = 9$ . Notið þetta fall til að útfæra fallið SKIPTING hér að neðan. Útfærslan má gjarnan vera á formi sauðakóða (e. pseudocode) í Java/Python stíl.

```
def SKIPTING(S):  
    # Inntak:  
    #   S={x1,x2,...,xn} er mengi af heiltölum (endurtekn. leyfðar)  
    # Úttak:  
    #   True ef hægt er að skipta S í tvo hluta  
    #   þannig að summa staka í hvorum hluta er  
    #   sú sama en False annars.  
    [kóðinn ykkar kemur hér]
```

3. Net  $G = (V, E)$  er sagt vera *samhangandi* ef um alla hnúta  $u, v$  í  $V$  gildir að til er vegur frá  $u$  til  $v$ . Skilgreinum málið

$$A = \{\langle G \rangle \mid G \text{ er samhangandi net}\}.$$

Eftirfarandi Turing-vél ákvarðar málið (sýnidæmi 3.23 í bók):

$M =$  “On input  $\langle G \rangle$ , the encoding of a graph  $G$ :

1. Select the first node of  $G$  and mark it.
2. Repeat the following stage until no new nodes are marked:
3. For each node in  $G$ , mark it if it is attached by an edge to a node that is already marked.
4. Scan all the nodes of  $G$  to determine whether they all are marked. If they are, *accept*; otherwise, *reject*.”

Sýnið að reikniritið keyri í *margliðutíma*, þ.e. keyrslutími sé  $O(n^k)$  þar sem  $n$  er fjöldi hnúta og  $k > 0$  er fasti, með því að telja (gróflega) fjölda skrefa (e. step) í þrepum 1 – 4 og ákvarða þannig gildið á  $k$ .

4. **P** er flokkur þeirra mála sem hægt er að ákvarða á löggengri Turing-vél í tíma sem er margliða í stærð inntaks (grein 7.2). Þessi flokkur er áhugaverður vegna þess að hann svarar gróflega til þeirra verkefna sem er raunhæft að leysa með tölvum.

Sýnið að **P** sé lokaður m.t.t.

a) Fyllimáls.

b) Sniðmáls.

*Ábending:* Röksemdarfærslan er hliðstæð og notuð var til að sýna að regluleg mál séu lokað m.t.t. þessara aðgerða: Í a) lið látið þið t.d.  $L$  vera mál í **P**. Þá er til Turing-vél  $M$  sem ákvarðar málið í margliðutíma. Sýnið hvernig hægt er að nota  $M$  til að ákvarða  $\bar{L}$  í margliðutíma.