

Verkefnatími í viku 13

Efni vikunnar: Flækjuflokkarnir **L** og **PSPACE**, tengsl þeirra við **P** og **NP** (8.0, 8.2, 8.4, sleppa NSPACE, NL og NPSPACE), PH flokkurinn (Polynomial time hierarchy, bls. 414).

1. Sýnið að mál allra rétt hreiðraðra strengja sé í **L** með því að lýsa reikniriti sem ákvarðar málið. Dæmi um strengi í málinu eru $()()$ og $(((((()))))$ en strengirnir $()$ og $))()$ eru ekki í málinu. Athugið að reikniritið getur einungis notað minni sem svarar til $O(\log n)$ bita fyrir inntak af lengd n .
2. Ein af mörgum óleystum gátum í flækjufræði er hvort verkefnið

$$\text{REACHABILITY} = \{\langle G, s, t \rangle \mid G \text{ er stefnt net og það er vegur frá } s \text{ til } t\}$$

sé í **L**. Sýnt hefur verið fram á að REACHABILITY á óstefndum netum er í **L** en verkefnið á stefndum netum virðist vera erfiðara.

Eftirfarandi afbrigði af REACHABILITY er hins vegar í **L**,

$$\text{ONE-OUT-REACHABILITY} = \{\langle G, s, t \rangle \mid G \text{ er stefnt net þar sem útgráða hnúta er mest 1, og það er vegur frá } s \text{ til } t\}$$

(útgráða hnúts u er fjöldi leggja sem vísa frá u). Látum n tákna fjölda hnúta í G . Setjið fram reiknirit sem notar $O(\log n)$ minni til að ákvarða ONE-OUT-REACHABILITY.

3. Athugið málið

$$\text{LITUNARTALA} = \{\langle G, k \rangle \mid k \text{ er minnsta heiltala sem er þannig að netið } G \text{ er litanlegt með } k \text{ litum}\}.$$

Sýnið að fullyrðinguna um að tilvik w sé í málinu megi setja fram með

$$(\exists y A(w, y)) \wedge (\forall z B(w, z))$$

þar sem $A(w, y)$ og $B(w, z)$ eru opnar yrðingar (umsagnir) sem hægt er að prófa í margliðutíma.