

## Verkefnatími í viku 8

Þið eruð eindregið hvött til að leysa dæmin saman í 2 - 3ja manna hópum. Þannig eru minni lýkur á að sitja lengi fastur í einu dæmi, og það er miklu meira stuð þar að auki. Það þurfa þó allir að skila sinni eigin lausn til kennara fyrir lok tímans. Gætið að merkja lausnir með nafni og HÍ-tölvupóstfangi. Reiknið eins mörg dæmi og þið komist yfir.

**Efni vikunnar:** Ákvarðanleg verkefni (4.1) og teljanleg og óteljanleg mengi (4.2).

Til að sýna að verkefni sem fjallar um reglulegt eða samhengisfrjálst mál sé Turing-ákvarðanlegt (e. Turing-decidable) þarf að lýsa Turing vél sem ákvarðar málið, þ.e. stöðvar í samþykktarástandi fyrir alla strengi í málinu og höfnunarástandi fyrir alla strengi sem eru ekki í því. Þið notið þekkta eiginleika málanna, t.d. lokunareiginleika, og gerið ráð fyrir að hafa aðgang að Turing-vélum sem geta breytt einni framsetningu málanna í aðra, t.d. reglulegum segðum yfir í brigðgengar stöðuvélar og brigðgengum stöðuvélum yfir í löggengar stöðuvélar. Loks getið þið notað að  $A_{DFA}$ ,  $E_{DFA}$ ,  $EQ_{DFA}$ ,  $A_{CFG}$  og  $E_{CFG}$  eru Turing-ákvarðanleg ( $A$  = "all",  $E$  = "empty" og  $EQ$  = "equal") sem undirforrit í vélinni ykkar. Lýsing á vélinni miðast við "high-level" lýsingar í Sipser, sbr. sannanir í kafla 4.1.

1. Sýnið að málið

$$DIFF_{DFA} = \{\langle A, B, w \rangle \mid A \text{ og } B \text{ eru DFA og } w \in (L(A) - L(B))\}$$

sé Turing-ákvarðanlegt.

2. Sýnið að málið

$$A_{\text{tomi}-CFG} = \{\langle G \rangle \mid G \text{ er samhengisfrjáls mállýsing og tómi strengurinn er í } L(G)\}$$

sé Turing-ákvarðanlegt. *Ábending:* Notið eina af vélunum í grein 4.1 sem undirforrit.

3. Látum  $A$  og  $B$  vera óendandanleg, teljanleg mengi. Sýnið að  $A \cup B$  sé teljanlegt. *Ábending:* Hvað merkir að mengi sé óendanlegt (e. infinite)? Hvað merkir að mengi sé teljanlegt (e. countable)?
4. Lát  $T = \{(i, j, k) \mid i, j, k \text{ eru náttúrulegar tölur}\}$ . Sýnið að  $T$  sé teljanlegt mengi.
5. Notið hornalínusönnun (e. diagonalization method) til að sýna að mengi allra óendanlega langra bitastrengja sé óteljanlegt.