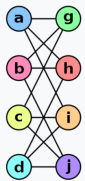
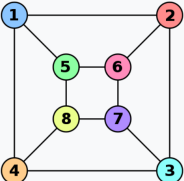


Verkefnatími í viku 11

Þið eruð eindregið hvött til að leysa dæmin saman í 2 - 3ja manna hópum. Þannig eru minni lýkur á að sitja lengi fastur í einu dæmi, og það er miklu meira stuð þar að auki. Það þurfa þó allir að skila sinni eigin lausn til kennara fyrir lok tímans. Gætið að merkja lausnir með nafni og HÍ-tölvupóstfangi. Reiknið eins mörg dæmi og þið komist yfir.

Efni vikunnar: Flokkarnir **P** (7.2) og **NP** (7.3).

- Net G og H eru *einsmóta* (e. isomorphic) ef hægt er að endurmerkja hnúta í G þannig að það verði "eins og" H . Það er, til er gagntæk vörpun f milli hnúta G og H þ.a. hnútar u og v eru aðlægir í G þ.p.a.a. $f(u)$ og $f(v)$ eru aðlægir í H . Myndin hér að neðan er fengin af Wikipediu og sýnir tvö einsmóta net

Graph G	Graph H	An isomorphism between G and H
		$\begin{aligned} f(a) &= 1 \\ f(b) &= 6 \\ f(c) &= 8 \\ f(d) &= 3 \\ f(g) &= 5 \\ f(h) &= 2 \\ f(i) &= 4 \\ f(j) &= 7 \end{aligned}$

Látum $\text{EINSMOTA} = \{\langle G, H \rangle \mid G \text{ og } H \text{ eru einsmóta net}\}$. Sýnið að $\text{EINSMOTA} \in \mathbf{NP}$ með því að sýna hvernig megi sannreyna vitni fyrir verkefnið í margliðutíma. Gerið það með því að gefa sauðakóða fyrir löggengan sannprófara (e. verifier).

- Hvað er rangt við eftirfarandi "sönnun" á því að $\mathbf{P} \neq \mathbf{NP}$?

Til að kanna hvort SAT formúla með n breytum sé fullnægjanleg þarf að prófa 2^n möguleg sanngildi. Það tekur veldistíma og því er SAT ekki í **P**. SAT er í **NP** (vitnið er sanngildin) sem aftur sýnir að $\mathbf{P} \neq \mathbf{NP}$.

- Litunartala (e. chromatic number) nets er *minnsti* fjöldi lita sem þarf til að lita netið. Athugið málið $\text{LITUNARTALA} = \{\langle G, k \rangle \mid G \text{ er net með litunartölu } k\}$. Telur þú að málið sé í **NP**? Skýrið svar ykkar.
- Hér er unnið með afbrigði af SAT verkefninu (bls. 299) sem kallast P1-IN-3-SAT sem er þannig að allar klausur (e. clause) innihalda 3 breytur, klausurnar innihalda engar neitanir og sérhver klausa er sönn þ.p.a.a. nákvæmlega ein breyta hennar er sönn (þar af leiðandi innihalda klausur ekki eða-virkja eins og hefðbundnar SAT klausur).

Dæmi um fullnægjanlega P1-IN-3-SAT segð er

$$(a, b, c) \wedge (b, c, d).$$

Segðin er sönn með $a = d = 1$ or $b = c = 0$.

Látum P1-3-SAT tákna mál slíkra segða sem eru fullnægjanlegar (e. satisfiable). Sýnið hvernig hægt er að yfirfæra 3-COLOR verkefnið á P-1-3-SAT.

Ábending: Fyrir sérhvern hnút u í neti G , innleiðið 3 breytur, u_R , u_B , u_G sem tákna lit u (rauður, blár og grænn). Þannig ef t.d. u_R er sönn þá er hnúturinn litaður rauður. Þið þurfið að lýsa klausum sem tryggja að skorður P-1-3-SAT séu uppfylltar.