Devoir à remettre

Date de remise : 26/04/2023
Modalité : par mail à patrice.borda@univ-antille.fr

Exercice 1
On considère un modèle à générations imbriquées où les ménages ne vivent que deux périodes. Au cours de leur période d'activité, ils perçoivent un salaire w_t qu'ils affectent à la consommation c_t courante et à l'épargne s_t. Au cours de leur période de retraite, ils consacrent leur épargne à la consommation différée d_{t+1}. Leurs préférences intertemporelles sont représentées par la fonction d'utilité :

$$u_t\left(c_t, d_{t+1}\right) = \frac{1}{2}\log c_t + \frac{1}{2}\log d_{t+1}$$

Dans cette économie, les impôts sont nuls ($x = 0$). Les individus nés en t sont en nombre L_t. Le taux de croissance du nombre de travailleurs d'une génération à l'autre est noté $n = 1$.
a) Exprimer les consommations des jeunes et des vieux en fonction du saliare w_t.
b) Déterminer l'épargne en fonction de w_t.
La technologie est représentée par la fonction de production :

$$Y_t = 10K_t^{\frac{1}{2}}L_t^{\frac{1}{2}}$$

avec K_t est le stock de capital et L_t, l'emploi.
c) Supposant les marchés concurrentiels, exprimer le salaire et les taux d'intérêt en fonction du stock de capital par tête.
d) Déterminer l'évolution du stock de capital par *tête.*
e) Déterminer l'expression du capital par tête à l'équilibre. Cet équilibre est-il stable ? Justifier votre réponse.
f) Quelle est la valeur du stock de capital de la *règle d'or* ? Que constatez-vous ?

Exercice 2
Considérons un modèle à générations imbriquées où les ménages ne vivent que deux périodes. Durant la première période, ils perçoivent un salaire w_t, qu'ils affectent à la consommation courante c_t, et à l'épargne s_t, et au versement des cotisations de retraite, σw_t. σ, est le taux de cotisation à la *retraite par répartition.* Devenus vieux à la deuxième période, ils consacrent leur épargne et leur pension de retraite $\bar{\theta}\phi w_t$, à la consommation différée d_{t+1}.

$\bar{\theta}$, est l'espérance de vie du retraité tandis que ϕ, est le taux de remplacement des retraites. Les préférences des ménages sont représentées par la fonction d'utilité :

$$u_t(c_t, d_{t+1}) = (1-s)\log c_t + s\log d_{t+1} \qquad 0 < s < 1$$

Nous notons N, l'effectif (constant) de la population active.

a) Déterminer la contrainte budgétaire intertemporelle des ménages.

b) Exprimer les consommations et l'épargne en fonction du salaire et du taux d'intérêt.

Nous supposons que le stock de capital se déprécie au taux $\delta = 1$. La technologie des firmes individuelles est représentée par la fonction de production suivante :

$$Y_{it} = A_t K_{it}^{\alpha} L_{it}^{1-\alpha} \qquad 0 < \alpha < 1 \qquad i = \{1, 2, 3, ..., M\}$$

avec $A_t = BK_t^{1-\alpha}$

Y_{it}, K_{it}, L_{it}, représentent respectivement, la production, le stock de capital et l'emploi de la firme i. A_t est l'efficacité du travail tandis que K_t est assimilé au stock de capital total.

c) Montrer que dans une économie concurrentielle, le salaire et le taux d'intérêt sont donnés par :

$$w_t = (1-\alpha) BN^{1-\alpha}k_t \qquad \text{avec } k_t = \frac{K_t}{N}$$

$$r_t = \alpha BN^{1-\alpha} - 1$$

d) Déterminer la dynamique du stock de capital par tête.

e) Sous quelle condition le stock de capital par tête d'équilibre est-il localement stable ?

f) En posant $(1+g_t) = \dfrac{k_{t+1}}{k_t}$ déterminer le taux de croissance de l'économie.

g) Etudier analytiquement l'effet de l'allongement de l'espérance de vie des retraités sur la dynamique de l'économie. Commenter.