

## 16. Übungsblatt

---

### Aufgabe 7

a) Aus dem Druck Gradienten können wir durch Integrieren den Druck bestimmen:

$$\begin{aligned}\text{Druckgradient: } dP(r) &= -\frac{GM\rho(r)}{r^2}dr & M(r) &= \frac{4}{3}\pi r^3\rho \\ &\Leftrightarrow dP(r) = -\frac{4\pi r^{\cancel{3}}\rho^2 G}{r^{\cancel{2}}}dr \\ \Rightarrow P(r) &= \int dP(r) = -\int_R^r G\frac{4}{3}\pi r'\rho^2 dr' \\ &\Rightarrow P(r) = -G\frac{2}{3}\pi\rho^2 r'^2 \Big|_R^r \\ P(r) &= \frac{2}{3}\pi G\rho^2(R^2 - r^2)\end{aligned}$$

b) Aus dem Ergebnis aus a) und der gegebenen Formel für die Geschwindigkeit lässt sich die DGL formulieren:

$$v(r) = \dot{r} = \sqrt{\frac{P(r)}{\rho}} = \sqrt{\frac{2}{3}\pi G\rho(R^2 - r^2)}$$

### Aufgabe 8

### Aufgabe 9