

7. Übungsblatt

Aufgabe 19

a) Da sich in beiden Prozessen jeweils ein Teilchen in zwei aufteilt, verdoppelt sich nach jedem Splitting die Teilchenanzahl:

$$N_n = 2^n$$

Die Energie wird hälftig aufgeteilt, d.h. dass die Energie pro Teilchen nach n Splits gegeben ist durch

$$E_n = \frac{E_0}{N_n} = E_0 \cdot 2^{-n}.$$

b) Der Teilchenschauer geht so lange weiter, bis E_n unter die kritische Energie E_c fällt. Die Anzahl an Splitting Events ist somit vom Logarithmus der Anfangsenergie abhängig:

$$E_n = E_0 \cdot 2^{-n} \stackrel{!}{>} E_c \Rightarrow n_{\max} = \log_2 \left(\frac{E_0}{E_c} \right)$$

Daraus folgt die maximale Anzahl an Teilchen:

$$N_{\max} = 2^{n_{\max}} = 2^{\log_2(E_0/E_c)} = \frac{E_0}{E_c}$$

Wenn man die Splitting-Länge d kennt lässt sich die atmosphärische Tiefe errechnen:

$$X_{\max}^{\gamma} = d \cdot n_{\max} = d \cdot \log_2 \left(\frac{E_0}{E_c} \right)$$

c)

$$n_{\max} = \log_2 \left(\frac{E_0}{E_c} \right) = 13.522$$

$$X_{\max}^{\gamma} = d \cdot n_{\max} = 338.05 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$$

d)

$$\begin{aligned} X &= \int \rho(h) \, dh \\ &= \int_{h_{\max}}^{\infty} \rho(0) \exp\left(-\frac{h}{h_s}\right) \, dh \\ &= -h_s \rho(0) \exp\left(-\frac{h}{h_s}\right) \Big|_{h_{\max}}^{\infty} \\ &= h_s \rho(0) \exp\left(-\frac{h_{\max}}{h_s}\right) \\ \Rightarrow \exp\left(-\frac{h_{\max}}{h_s}\right) &= \frac{X}{h_s \rho(0)} \\ \Rightarrow -\frac{h_{\max}}{h_s} &= \ln\left(\frac{X}{h_s \rho(0)}\right) \\ \Rightarrow h_{\max} &= -h_s \ln\left(\frac{X}{h_s \rho(0)}\right) \\ &\approx 9.57 \text{ km} \end{aligned}$$

e) Ein hadronischer Schauer wird, wie der Name schon vermuten lässt durch Hadronen ausgelöst. Beim hadronischen Schauer entstehen dabei sehr viele Pionen, wobei neutrale Pionen in 2 Photonen zerfallen und dadurch einen elektromagnetischen Schauer auslösen:

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$$

f) Ein hadronischer Schauer besitzt ein Profil welches sich deutlich von dem eines Elektromagnetischen unterscheidet.

Da bei hadronischen Schauern die Teilchen in unterschiedliche Richtungen abgelenkt werden können, besitzen diese ein "chaotischeres" Muster, wo es zwar einen Kernbereich gibt, aber auch außerhalb davon treffen Teilchen auf die Detektoren.

Die Signatur eines elektromagnetischen Schauers ist "fokussierter", es gibt beim Detektor einen "Lichtkegel", in dem viel Cherenkov-Strahlung messbar ist, außerhalb von diesem jedoch sehr wenig passiert.