Benedikt Sander
Tahir Kamcili
Matthias Maile

Astroteilchenphysik
Sommersemester 2020

2. Übungsblatt

Aufgabe 4

a) Die Masse eines Hohlkugel-Ausschnits aus der Sonne kann angegeben werden als

$$dM = \rho(r) 4\pi r^2 dr$$

Aus dem Newtonschen Gravitationsgesetz folgt dann die Gewichtskraft, die auf diese Kugelschale wirkt:

$$F_G = -G\frac{M_{\text{Sonne}} * dM}{r^2} = -G\frac{M_{\text{Sonne}} * \rho(r)4\pi r^2 dr}{r^2} = -GM4\pi\rho(r)\ dr$$

Die Kraft die eine Druckdifferenz dP auf eine Fläche A bewirkt lässt sich schreiben als

$$F_p = A * dP = 4\pi r^2 dP$$

Für ein hydrostatisches Gleichgewicht müssen diese Kräfte gleich sein. Andernfalls würde sich der Stern ausdehnen bzw. zusammen ziehen, bis ein Gleichgeicht herscht.
Dadurch lässt sich der Druckgradient bestimmen:

$$\begin{aligned} -GM4\pi\rho(r)\ dr &= 4\pi r^2 dP \\ \Rightarrow \frac{dP}{dr} &= -\frac{GM\rho(r)}{r^2} \end{aligned}$$

b) Der Strahlungsfluss durch eine Kugelfläche entspricht der Leuchtkraft der Kugel geteilt durch die Kugelfläche:

$$F_{\text{rad}} = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2}$$

(P entspricht hier jetzt der Strahlungsleistung, nicht dem Druck)

Wenn wir den Graviationsdruckgradienten mit dem dem Strahlungsgradienten gleichsetzen erhalten wir die maximale Leuchtkraft (Eddington Leuchtkraft):

$$\begin{aligned} -G\frac{M\rho(r)}{r^2} &= -\frac{\kappa\rho(r)}{c}F_{\text{rad}} \\ \Leftrightarrow -G\frac{M\rho(r)}{r^2} &= -\frac{\kappa\rho(r)}{c}\frac{P}{4\pi r^2} \\ \Leftrightarrow GM &= \frac{\kappa}{c}\frac{P}{4\pi} \\ \Leftrightarrow P &= \frac{4\pi cMG}{\kappa} \end{aligned}$$

c) Wenn die Leuchtkraft eines Sternes das Eddington Limit übersteigt, steigt der Strahlungsfluss F_{rad}, wodurch auch der Strahlungsdruckgradient steigt. Über der Edington Grenze ist der Strahlungsdruck größer als der Graviationsdruck, d.h. der Stern wird instabil und würde äußere Schichten ins Weltall “abwerfen“.

d)

$$P_{\text{Edd}} = \frac{4\pi cMG}{\kappa} = \frac{4\pi c * 0.0083 * M_{\odot}G}{0.02m^2}kg \approx 2.1 * 10^{31}W$$