Benedikt Sander
Tahir Kamcili
Matthias Maile

Astroteilchenphysik
Sommersemester 2020

5. Übungsblatt

Aufgabe 13

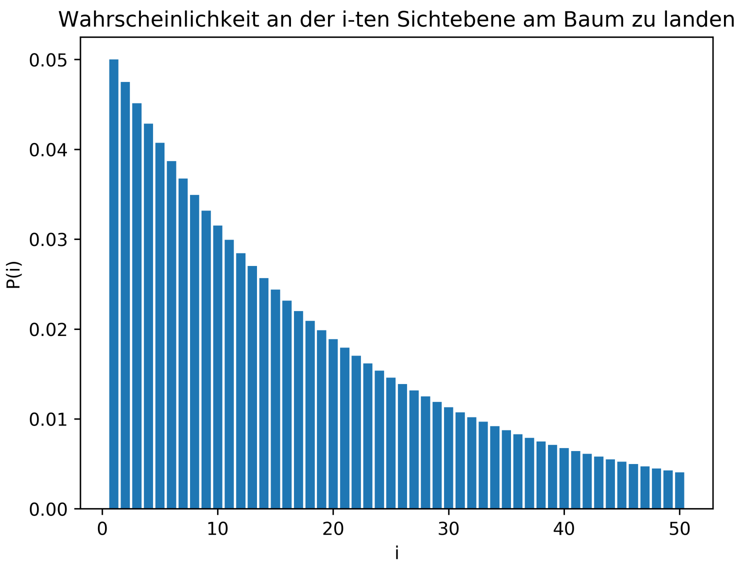
a) Wenn wir uns den Bereich, den wir sehen in “Ebenen“ aufteilen, so erhalten wir (bei richtigem Winkel) für jede Ebene einzeln betrachtet die Wahrscheinlichkeit

$$P = \frac{d}{a}.$$

Da allerdings die vorherigen Wahrscheinlichkeite rausgerechnet werden müssen lautet die Wahrschihenlichekeit, an der n-ten Ebene auf einen Baum zu treffen:

$$P(n) = \left(1 - \sum_{i=1}^{n-1} P(i)\right) \frac{d}{a}$$

Der Plot der Wahrscheinlichkeitsverteilung lässt dabei einen exponentiellen Zusammenhang vermuten, mit einem “Verlust“ von 0.05 pro Ebene:



Mit dem Anfangswert $P(1) = \frac{d}{a} = 0.05$ lautet die Wahrscheinlichkeitsfunktion:

$$P(i) = 0.05 \cdot \exp\left(\frac{0.95 \cdot i}{m}\right)$$

Der Mittelwert lautet dann

$$\mu = \sum_{i=1}^{\infty} i \cdot P(i) \approx 20m$$

b) Im dreidimensionalen können wir den Raum in Kugelschalen aufteilen, sodass, wenn wir als Dicke einer Kugelschale ein Parsc wählen die Wahrscheinlichkeit erhalten:

$$P = \frac{\text{Freie Fläche}}{\text{bedeckte Fläche}} = \frac{\rho \cdot V}{\pi r^2} = \frac{\rho \cdot \left(R^3 - r^3\right) \cdot R_\odot^2}{r^2}$$

Mit der Schalendicke erhalten wir:

$$\begin{aligned} P(r) &= \frac{\rho \cdot \left((r + 1pc)^3 - r^3\right) \cdot R_\odot^2}{r^2} \\ &= \frac{\rho \cdot \left(r^2 \cdot pc + r \cdot pc^2\right) \cdot R_\odot^2}{r^2} \\ &= \frac{10^{-10} \cdot \left(\frac{r^2}{pc^2} + \frac{r}{pc}\right) \cdot R_\odot^2}{r^2} \\ &= 10^{-10} \cdot \left(\frac{R_\odot^2}{pc^2} + \frac{R_\odot^2}{r \cdot pc}\right) \end{aligned}$$

Aufgrund des großen Abstandes zwischen den Sternen und der geringen Dichte wird die mittlere freie Weglänge eine sehr große Distanz sein.

c) Laut dem Ergebnis aus b) müsste der Nachthimmel hell sein. Das ist offensichtlich nicht der Fall, mit mehreren Ursachen:

- Sterne besitzen eine endliche Lebensdauer (es müssten als durchgehend so viele neu entstehen wie verschwinden)
- Das Universum besitzt eine endliche Lebenszeit, d.h. dass das Licht von weit entfernten Galaxien "noch nicht die Zeit hatte" um zur Erde zu gelangen. Diese Distanz heißt Hubble-Radius und beträgt
$$r_h = 14.2 \cdot 10^9 \text{ Lichtjahre} < \text{ Ergebnis aus b)}$$
- Aufgrund der kosmischen Rotverschiebung würde sichtbares Licht von weit entfernten Sternen ins rote verschoben werden, sodass neben dem zweiten Punkt auch die Rotverschiebung ein "Limit" für die Sichtweite darstellt