

7. Übungsblatt

Aufgabe 25

Aufgabe 26

a) Gemäß der Grafik Teile ich das Gebiet D in A und B auf, und integriere diese einzeln.

$$\begin{aligned}
 \int_D \frac{y^2}{x^2} d(x, y) &= \int_A \frac{y^2}{x^2} d(x, y) + \int_B \frac{y^2}{x^2} d(x, y) \\
 &= \int_0^1 \int_0^x \frac{y^2}{x^2} dy dx + \int_1^2 \int_0^{\frac{1}{x}} \frac{y^2}{x^2} dy dx \\
 &= \int_0^1 \frac{1}{x^2} \left[\frac{y^3}{3} \right]_0^x dx + \int_1^2 \frac{1}{x^2} \left[\frac{y^3}{3} \right]_0^{\frac{1}{x}} dx \\
 &= \int_0^1 \frac{1}{x^2} \frac{x^3}{3} dx + \int_1^2 \frac{1}{x^2} \frac{1}{3x^3} dx \\
 &= \int_0^1 \frac{x}{3} dx + \int_1^2 \frac{1}{3x^5} dx \\
 &= \left[\frac{x^2}{6} \right]_0^1 + \frac{1}{3} \left[\frac{-1}{4x^4} \right]_1^2 \\
 &= \frac{1}{6} + \frac{1}{12} - \frac{1}{12} \frac{1}{16} \\
 &= \frac{47}{16} \frac{1}{12}
 \end{aligned}$$

