

### 3. Übungsblatt

---

#### Aufgabe 13

a) Faktorisierung der Funktion:

$$\begin{aligned}\frac{x}{(x+1)^3} &= \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} \\ \Leftrightarrow x &= A(x+1)^2 + B(x+1) + C \quad \Rightarrow A = 0 \quad \begin{array}{l} \text{Für Gleichheit beider Seiten} \\ \text{muss Grad gleich sein} \end{array} \\ \Rightarrow x &= B \cdot x + B + C \quad \Rightarrow B = -C, \quad B = 1 \Rightarrow C = -1 \\ \Rightarrow \frac{x}{(x+1)^3} &= \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x+1)^3}\end{aligned}$$

Dann lässt sich das Integral evaluieren:

$$\begin{aligned}\int_0^\infty \frac{x}{(x+1)^3} dx &= \int_0^\infty \left( \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x+1)^3} \right) dx \\ &= \int_0^\infty \frac{1}{(x+1)^2} dx - \int_0^\infty \frac{1}{(x+1)^3} dx \\ \text{Skript S.346} \Rightarrow &= \left[ -\frac{1}{x+1} + c \right]_0^\infty - \left[ -\frac{1}{2(x+1)^2} + d \right]_0^\infty \\ &= -0 + 1 + 0 - \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

## Aufgabe 14