Matthias Maile
Roman Surma

Physik II - Gruppe 2
Sommersemester 2020

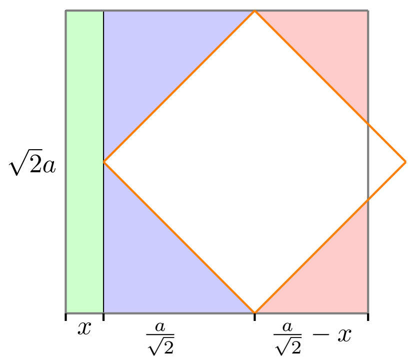
17. Übungsblatt

Aufgabe 1

a) Für die Feldenergie betrachten wir das E-Feld im Kondensator. Da wo sich das Dielektrikum befindet, ist das Feld im gesamten Bereich 0, für die freien Stellen haben wir ein homogenes E-Feld mit dem Betrag $\frac{u}{d}$:

$$E(\vec{r}, x) = \begin{cases} \frac{u}{d} & \text{für } \vec{r} \in A(x) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Dabei ist $A(x)$ die freie Fläche, welche natürlich von der Auslenkung x abhängt.
Diesen Zusammenhang löst man am einfachsten grafisch:



Dann folgt $A(x)$:

$$\begin{aligned} A(x) = A_1(x) + A_2(x) + A_3(x) &= x \cdot \sqrt{2}a + \frac{a^2}{2} + \left(\frac{a}{\sqrt{2}} - x\right)^2 \\ &= x \cdot \sqrt{2}a + \frac{a^2}{2} + x^2 - 2 \cdot \frac{a}{\sqrt{2}}x + \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 \\ &= x^2 + a^2 \end{aligned}$$

Die elektrische Feldenergie ist gegeben durch

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} \int_{\mathbb{R}^3} E^2(\vec{r}) d^3 r$$

Da das E-Feld homogen ist, lässt sich dieses Integral auch als Produkt mit dem Volumen darstellen:

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} \int_{\mathbb{R}^3} E^2(\vec{r}) d^3 r = \frac{\epsilon_0}{2} E^2(\vec{r}) \cdot V_E = \frac{\epsilon_0}{2} E^2(\vec{r}) \cdot A(x) d = \frac{u\epsilon_0}{2} \cdot (x^2 + a^2)$$

Daraus folgt die rückstellende Kraft:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} W = -\partial_x W_x = -\frac{\epsilon_0 u^2 x}{d} \hat{x}$$

b) Mit dem Ergebnis für die rückstellende Kraft aus a) können wir die DGL aufstellen:

$$F = m\ddot{x} = -\frac{\epsilon_0 u^2 x}{d}$$
$$\frac{\epsilon_0 u^2 x}{m \cdot d} + \ddot{x} = 0$$

Diese besitzt eine uns bekannte Form mit der Lösung

$$x(t) = \alpha \cdot \exp\left(\sqrt{\frac{\epsilon_0 u^2 x}{m \cdot d}} \cdot i \cdot t\right)$$

Aufgabe 2

Aufgabe 3

Aufgabe 4

Aufgabe 5