

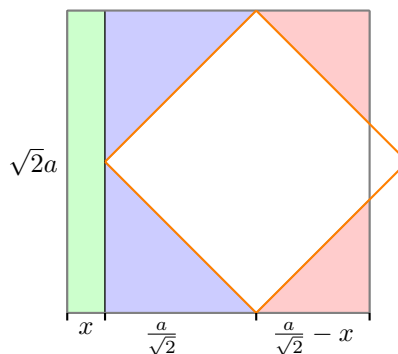
17. Übungsblatt

Aufgabe 1

Für die Feldenergie betrachten wir das E -Feld im Kondensator. Da wo sich das Dielektrikum befindet, ist das Feld im gesamten Bereich 0, für die freien Stellen haben wir ein homogenes E -Feld mit dem Betrag $\frac{u}{d}$:

$$E(\vec{r}, x) = \begin{cases} \frac{u}{d} & \text{für } \vec{r} \in A(x) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Dabei ist $A(x)$ die freie Fläche, welche natürlich von der Auslenkung x abhängt. Diesen Zusammenhang löst man am einfachsten grafisch:



Dann folgt $A(x)$:

$$\begin{aligned} A(x) &= A_1(x) + A_2(x) + A_3(x) = x \cdot \sqrt{2}a + \frac{a^2}{2} + \left(\frac{a}{\sqrt{2}} - x \right)^2 \\ &= x \cdot \sqrt{2}a + \frac{a^2}{2} + x^2 - 2 \cdot \frac{a}{\sqrt{2}}x + \left(\frac{a}{\sqrt{2}} \right)^2 \\ &= x^2 + a^2 \end{aligned}$$

Die elektrische Feldenergie ist gegeben durch

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} \int_{\mathbb{R}^3} E^2(\vec{r}) d^3r$$

Da das E -Feld homogen ist, lässt sich dieses Integral auch als Produkt mit dem Volumen darstellen:

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} \int_{\mathbb{R}^3} E^2(\vec{r}) d^3r = \frac{\epsilon_0}{2} E^2(\vec{r}) \cdot V_E = \frac{\epsilon_0}{2} E^2(\vec{r}) \cdot A(x)d = \frac{u\epsilon_0}{2} \cdot (x^2 + a^2)$$

Daraus folgt die rückstellende Kraft:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}W = -\partial_x W_x = -\frac{\epsilon_0 u^2 x}{d} \hat{x}$$

Aufgabe 2

Aufgabe 3

Aufgabe 4

Aufgabe 5