Etem Kalyon
Matthias Maile
Roman Surma

Physik II - Gruppe 2
Sommersemester 2020

16. Übungsblatt

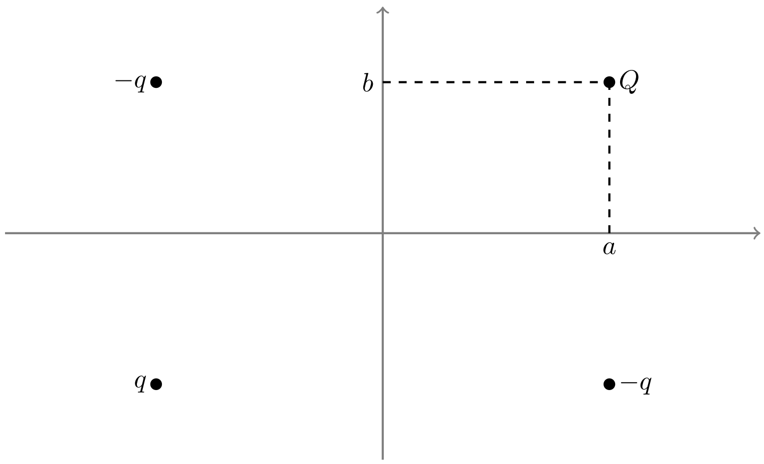
Aufgabe 1: Eine geladene Linie

a) Die drei dimensionale Linienladungsdichte ρ lautet:

$$\rho(\vec{r}) = \sigma \cdot \delta(x) \cdot \delta(y) \cdot \Theta\left(z + \frac{a}{2}\right) \cdot \Theta\left(\frac{a}{2} - z\right) \qquad \text{mit } \sigma \text{ als Linienladungsdichte } \sigma = \frac{Q}{a}$$

Aufgabe 3: Spiegelladungen

Zum Erfüllen der Randbedingung setzen 3 weitere Ladungen in das System, die gegenüberliegende Ladung ist gleichnamig. Die Ladungen im 2. und im 4. Quadranten sind jedoch negativ geladen. Die Anordnung sieht dann wie folgt aus:



Durch die Multipolentwicklung können wir das elektrische Potential im Raum ermitteln:

$$\begin{aligned}
\phi(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{d(\vec{r},\vec{q_i})} \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\underbrace{\frac{Q}{\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}}}_{\text{Durch Ladung } Q} - \underbrace{\frac{Q}{\sqrt{(x+a)^2+(y-b)^2}}}_{\text{Spiegelladung im 2. Quadrant}} + \underbrace{\frac{Q}{\sqrt{(x+a)^2+(y+b)^2}}}_{\text{Spiegelladung im 3. Quadrant}} - \underbrace{\frac{Q}{\sqrt{(x-a)^2+(y+b)^2}}}_{\text{Spiegelladung im 4. Quadrant}}\right]
\end{aligned}$$

Die Randbedingung $\phi = 0$ auf den Platten ist damit auch erfüllt:

$$\begin{aligned}
\phi\left(\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}\right) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{Q}{\sqrt{(x-a)^2+(0-b)^2}} - \frac{Q}{\sqrt{(x+a)^2+(0-b)^2}} + \frac{Q}{\sqrt{(x+a)^2+(0+b)^2}} - \frac{Q}{\sqrt{(x-a)^2+(0+b)^2}}\right] \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{Q}{\sqrt{(x-a)^2+b^2}} - \frac{Q}{\sqrt{(x+a)^2+b^2}} + \frac{Q}{\sqrt{(x+a)^2+b^2}} - \frac{Q}{\sqrt{(x-a)^2+b^2}}\right] \\
&= 0 \\
\phi\left(\begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix}\right) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{Q}{\sqrt{(0-a)^2+(y-b)^2}} - \frac{Q}{\sqrt{(0+a)^2+(y-b)^2}} + \frac{Q}{\sqrt{(0+a)^2+(y+b)^2}} - \frac{Q}{\sqrt{(0-a)^2+(y+b)^2}}\right] \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{Q}{\sqrt{a^2+(y-b)^2}} - \frac{Q}{\sqrt{a^2+(y-b)^2}} + \frac{Q}{\sqrt{a^2+(y+b)^2}} - \frac{Q}{\sqrt{a^2+(y+b)^2}}\right] \\
&= 0
\end{aligned}$$