Matthias Maile
Roman Surma

22. Übungsblatt

Aufgabe 1

a) Für ω und k muss gelten:

$$\frac{\omega}{k} = c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Damit die erste Maxwellgleichung erhalten bleibt, muss $\vec{E}_0$ senkrecht auf $\vec{k}$ stehen:

$$\vec{E}_0 \cdot \vec{k} = 0$$

b) c entspricht der Phasengeschwindigkeit der Elektromagnetischen Welle.

c)

$$\begin{aligned}
\Box E(x,t) &= \Box E_0 \int_{\mathbb{R}} F(k) e^{i(\omega t - kx)}\ dk \\
&= \left(\Delta - \frac{1}{c^2}\partial_t^2\right) E_0 \int_{\mathbb{R}} F(k) e^{i(\omega t - kx)}\ dk \\
&= \left(\partial_x^2 - \frac{1}{c^2}\partial_t^2\right) E_0 \int_{\mathbb{R}} F(k) e^{i(\omega t - kx)}\ dk \\
&= E_0 \int_{\mathbb{R}} F(k) \left(\partial_x^2 e^{i(\omega t - kx)} - \frac{1}{c^2}\partial_t^2 e^{i(\omega t - kx)}\right)\ dk \\
&= E_0 \int_{\mathbb{R}} F(k) e^{i(\omega t - kx)} \left(-k^2 + \frac{1}{c^2}\omega^2\right)\ dk \\
c = \frac{\omega}{k} \;\; \Rightarrow &= E_0 \int_{\mathbb{R}} F(k) e^{i(\omega t - kx)} \left(-k^2 + \frac{k^2}{\omega^2}\omega^2\right)\ dk \\
&= E_0 \int_{\mathbb{R}} F(k) e^{i(\omega t - kx)} (k^2 - k^2)\ dk \\
&= E_0 \int_{\mathbb{R}} 0\ dk \\
&= 0
\end{aligned}$$

d) Mit der Definiton des Laplace-Operators in Kugelkoordinaten

$$\Delta f = \frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(rf) + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial\varphi^2}$$

lässt sich zeigen, dass Kugelwellen eine Lösung der Wellengleichung darstellen:

$$\begin{aligned}
\Box\vec{E}(r,t) &= \left(\Delta - \frac{1}{c^2}\partial_t^2\right)\left(\frac{1}{r}\vec{f}(r\pm ct)\right) \\
&= \Delta\left(\frac{1}{r}\vec{f}(r\pm ct)\right) - \frac{1}{c^2}\partial_t^2\left(\frac{1}{r}\vec{f}(r\pm ct)\right) \\
&= \Delta\left(\frac{1}{r}\vec{f}(r\pm ct)\right) \mp \frac{1}{rc}\partial_t\left(\dot{\vec{f}}(r\pm ct)\right) \\
&= \Delta\left(\frac{1}{r}\vec{f}(r\pm ct)\right) - \frac{1}{r}\ddot{\vec{f}}(r\pm ct) \\
&= \frac{1}{r}\partial_r^2\left(\vec{f}(r\pm ct)\right) - \frac{1}{r}\ddot{\vec{f}}(r\pm ct) \\
&= \frac{1}{r}\ddot{\vec{f}}(r\pm ct) - \frac{1}{r}\ddot{\vec{f}}(r\pm ct) \\
&= 0
\end{aligned}$$

Aufgabe 2

a) Das Dipolmoment und seine Ableiutungen lauten:

$$\vec{p}(t) = \vec{p}_0 e^{-i\omega t} \qquad \dot{\vec{p}}(t) = -i\omega\ \vec{p}_0 e^{-i\omega t} \qquad \ddot{\vec{p}}(t) = -\omega^2\ \vec{p}_0 e^{-i\omega t} \qquad \text{mit } \vec{p}_0 = p_0 \vec{e}_z$$

Dann lässt sich für die Divergenz des Vektorpotentials zeigen:

$$\begin{aligned}
\vec{\nabla}\cdot\vec{A}(\vec{r},t) &= \vec{\nabla}\cdot\frac{\mu_0}{4\pi r}\dot{\vec{p}}\left(t-\frac{r}{c}\right)\\
&= \vec{\nabla}\cdot\frac{-i\omega\mu_0}{4\pi r}\vec{p}_0\exp\left(i\omega\frac{r}{c}-i\omega t\right)\\
&= \frac{-i\omega\mu_0}{4\pi}\ \vec{\nabla}\cdot\vec{p}_0\frac{\exp\left(i\omega\frac{r}{c}-i\omega t\right)}{r}\\
&= \frac{-i\omega\mu_0}{4\pi}\ \left(\frac{\exp\left(i\omega\frac{r}{c}-i\omega t\right)}{r}\underbrace{\vec{\nabla}\cdot\vec{p}_0}_{=0}+\vec{p}_0\cdot\vec{\nabla}\frac{\exp\left(i\omega\frac{r}{c}-i\omega t\right)}{r}\right)\\
&= \frac{-i\omega\mu_0}{4\pi}\ \left(\vec{p}_0\cdot\vec{\nabla}\frac{\exp\left(i\omega\frac{r}{c}-i\omega t\right)}{r}\right)\\
&= \frac{-i\omega\mu_0}{4\pi}\ \vec{e}_r\cdot\vec{p}_0\cdot\partial_r\frac{\exp\left(i\omega\frac{r}{c}-i\omega t\right)}{r}\\
&= \frac{-i\omega\mu_0}{4\pi}\ \vec{e}_r\cdot\vec{p}_0\cdot\frac{r\frac{i\omega}{c}\exp\left(i\omega\frac{r}{c}-i\omega t\right)-\exp\left(i\omega\frac{r}{c}-i\omega t\right)}{r^2}\\
&= \frac{-i\omega\mu_0}{4\pi}\ \vec{r}\cdot\left(\frac{\vec{p}_0 i\omega\exp\left(i\omega\frac{r}{c}-i\omega t\right)}{cr^2}-\frac{\vec{p}_0\exp\left(i\omega\frac{r}{c}-i\omega t\right)}{r^3}\right)\\
&= -\frac{\mu_0}{4\pi}\ \vec{r}\cdot\left(\underbrace{\frac{-\omega^2\vec{p}_0\exp\left(i\omega\frac{r}{c}-i\omega t\right)}{cr^2}}_{\frac{\ddot{\vec{p}}(t-r/c)}{cr^2}}-\underbrace{\frac{i\omega\vec{p}_0\exp\left(i\omega\frac{r}{c}-i\omega t\right)}{r^3}}_{-\frac{\dot{\vec{p}}(t-r/c)}{r^3}}\right)\\
&= -\frac{\mu_0}{4\pi}\ \vec{r}\cdot\left(\frac{\ddot{\vec{p}}\left(t-\frac{r}{c}\right)}{cr^2}+\frac{\dot{\vec{p}}\left(t-\frac{r}{c}\right)}{r^3}\right)\\
&= -\frac{\mu_0\epsilon_0}{4\pi\epsilon_0}\ \vec{r}\cdot\left(\frac{\ddot{\vec{p}}\left(t-\frac{r}{c}\right)}{cr^2}+\frac{\dot{\vec{p}}\left(t-\frac{r}{c}\right)}{r^3}\right)\\
&= -\frac{1}{c^2}\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\ \vec{r}\cdot\left(\frac{\ddot{\vec{p}}\left(t-\frac{r}{c}\right)}{cr^2}+\frac{\dot{\vec{p}}\left(t-\frac{r}{c}\right)}{r^3}\right)\\
&\overset{!}{=} -\frac{1}{c^2}\dot{\phi}(\vec{r},t)\\
\Rightarrow\ \dot{\phi}(\vec{r},t) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\ \vec{r}\cdot\left(\frac{\ddot{\vec{p}}\left(t-\frac{r}{c}\right)}{cr^2}+\frac{\dot{\vec{p}}\left(t-\frac{r}{c}\right)}{r^3}\right)\\
\Rightarrow\ \phi(\vec{r},t) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\ \vec{r}\cdot\left(\frac{\dot{\vec{p}}\left(t-\frac{r}{c}\right)}{cr^2}+\frac{\vec{p}\left(t-\frac{r}{c}\right)}{r^3}\right)+const.
\end{aligned}$$

b) Das $\vec{E}$-Feld in der Elektrodynamik ist gegeben durch

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \partial_t \vec{A}$$

Die zeitliche Ableitung von $\vec{A}$ lautet

$$\partial_t A = \partial_t \frac{\mu_0}{4\pi r}\dot{\vec{p}}\left(t - \frac{r}{c}\right) = \frac{\mu_0}{4\pi r}\ddot{\vec{p}}\left(t - \frac{r}{c}\right) = \frac{-\omega^2\mu_0}{4\pi r}\vec{p}_0 \exp\left(\frac{i\omega r}{c} - i\omega t\right)$$

aus $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$ folgt, dass

$$\partial_t A = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\omega^2}{c^2 r}\vec{p}_0 \exp\left(\frac{i\omega r}{c} - i\omega t\right) \tag{2.1}$$

Für $\vec{\nabla}\phi$ lässt sich schreiben:

$$\begin{aligned}
\vec{\nabla}\phi &= \vec{\nabla}\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\ \vec{r}\cdot\left(\frac{\dot{\vec{p}}\left(t-\frac{r}{c}\right)}{cr^2} + \frac{\vec{p}\left(t-\frac{r}{c}\right)}{r^3}\right) \\
&= \vec{\nabla}\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\ \underbrace{(\vec{e}_r\cdot\vec{p}_0)}_{p_0\cos\theta}\ \underbrace{\left(\frac{\exp\left(\frac{i\omega r}{c} - i\omega t\right)}{r^2} - \frac{i\omega\exp\left(\frac{i\omega r}{c} - i\omega t\right)}{cr}\right)}_{\alpha:=} \\
&= \vec{\nabla}\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\ p_0\cos\theta\cdot\alpha \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\vec{e}_r\partial_r\left(p_0\cos\theta\cdot\alpha\right) + \frac{\vec{e}_\theta}{r}\partial_\theta\left(p_0\cos\theta\cdot\alpha\right) + \frac{\vec{e}_\phi}{r\sin\theta}\underbrace{\partial_\phi\left(p_0\cos\theta\cdot\alpha\right)}_{0}\right) \\
&= \frac{p_0}{4\pi\epsilon_0}\left(\vec{e}_r\cdot\cos\theta\cdot\partial_r\alpha + \frac{\vec{e}_\theta\cdot\alpha}{r}\partial_\theta\cos\theta\right)
\end{aligned}$$

Die Nebenrechnung für $\partial_r\alpha$:

$$\begin{aligned}
\partial_r\alpha &= \partial_r\left(\exp\left(\frac{i\omega r}{c} - i\omega t\right)\cdot\left(\frac{1}{r^2} - \frac{i\omega}{cr}\right)\right) \\
&= \exp\left(\frac{i\omega r}{c} - i\omega t\right)\cdot\left(\frac{2i\omega}{cr^2} + \frac{\omega^2}{c^2 r} - \frac{2}{r^3}\right)
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla}\phi = \frac{p_0}{4\pi\epsilon_0}\exp(\dots)\left(\vec{e}_r\cdot\cos\theta\cdot\left(\frac{2i\omega}{cr^2} + \frac{\omega^2}{c^2 r} - \frac{2}{r^3}\right) + \vec{e}_\theta\cdot\sin\theta\cdot\left(\frac{1}{r^3} - \frac{i\omega}{cr^2}\right)\right)$$

Mit der Eigenschaft $\vec{e}_z = \vec{e}_r\cos\theta - \vec{e}_\theta\sin\theta$ lässt sich der Ausdruck (2.1) für $\partial_t\vec{A}$ umschreiben:

$$\begin{aligned}
\partial_t\vec{A} &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\ \frac{\omega^2}{c^2 r}\ \vec{p}_0\exp\left(\frac{i\omega r}{c} - i\omega t\right) \\
&= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\ \frac{\omega^2}{c^2 r}\ p_0\cdot\vec{e}_z\exp\left(\frac{i\omega r}{c} - i\omega t\right) \\
&= \frac{p_0}{4\pi\epsilon_0}\ \exp(\dots)\ \frac{\omega^2}{c^2 r}\left(\vec{e}_\theta\sin\theta - \vec{e}_r\cos\theta\right)
\end{aligned}$$

Dann lauten die Kompenenten des $\vec{E}$-Feldes:

$$
\begin{aligned}
E_r &= -\left(\vec{\nabla}\phi\right)_r - \left(\partial_t \vec{A}\right)_r \\
&= -\frac{p_0}{4\pi\epsilon_0}\exp\left(\frac{i\omega r}{c} - i\omega t\right)\cdot\cos\theta\cdot\left(\frac{2i\omega}{cr^2} + \frac{\omega^2}{c^2 r} - \frac{2}{r^3} - \frac{\omega^2}{c^2 r}\right) \\
&= \frac{p_0}{2\pi\epsilon_0}\exp\left(\frac{i\omega r}{c} - i\omega t\right)\cdot\cos\theta\cdot\left(\frac{1}{r^3} - \frac{i\omega}{cr^2}\right) \\
E_\theta &= -\left(\vec{\nabla}\phi\right)_\theta - \left(\partial_t \vec{A}\right)_\theta \\
&= -\frac{p_0}{4\pi\epsilon_0}\exp\left(\frac{i\omega r}{c} - i\omega t\right)\cdot\sin\theta\cdot\left(\frac{\omega^2}{c^2 r} - \frac{i\omega}{cr^2} + \frac{1}{r^3}\right)
\end{aligned}
$$

2c) Fernfeld von $\vec{E}$:

Ferfeld $\Rightarrow$ nur $\frac{1}{r}$ Terme werden beachtet, $\frac{1}{r^2}$, $\frac{1}{r^3}$ wird weggelassen

$\Rightarrow E_{r,fern} = 0$

$E_{\theta fern} = -\frac{p_0}{4\pi\epsilon_0} \sin\theta \, \frac{\omega^2}{c^2 r} \exp\left(\frac{i\omega r}{c} - i\omega t\right)$

$\rightarrow E_{fern} = \frac{-p_0 \sin\theta \, k^2}{4\pi\epsilon_0 \, r} \exp\left(i(kr - \omega t)\right) \cdot \vec{e_\theta}$

Fernfeld von $\vec{B}$:

$\vec{B}(\vec{r},t) = \frac{\mu_0}{4\pi r^3}\left(\left[\dot{\vec{p}}\left(t - \frac{r}{c}\right) - \frac{r}{c}\ddot{\vec{p}}\left(t - r/c\right)\right] \times \vec{r}\right)$

$= \frac{\mu_0}{4\pi}\Big(\underbrace{\frac{1}{r^2}\dot{\vec{p}}\left(t-\frac{r}{c}\right) \times \vec{e_r}}_{\sim \frac{1}{r^2} \Rightarrow \text{Nahfeld}} - \underbrace{\frac{1}{r}\ddot{\vec{p}}\left(t-\frac{r}{c}\right) \times \vec{e_r}}_{\sim \frac{1}{r} \rightarrow \text{Fernfeld}}\Big)$

$\Rightarrow B_{fern} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{r}\left(\vec{e_r} \times \ddot{\vec{p}}(t - r/c)\right)$

$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{r}\omega^2 \cdot \exp\left(-i\omega\left(t - \frac{r}{c}\right)\right)\left(\vec{p_0} \times \vec{e_r}\right)$

$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\omega^2}{r}\exp(\cdots) \cdot p_0 \cdot \left(\vec{e_z} \times \vec{e_r}\right)$

$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\omega^2}{r}\exp(\cdots)\, p_0 \cdot \vec{e_\varphi} \cdot \sin\theta$

$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\left(\vec{E} \times \vec{B}\right)$

$= \frac{1}{\mu_0}\frac{-p_0 \sin\theta \, k^2}{4\pi\epsilon_0 \, r}\exp(\cdots) \cdot \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\omega^2}{r}\exp(\cdots) p_0 \cdot \left(\vec{e_\theta} \times \vec{e_\varphi}\right)$

$= \frac{-p_0^2 \sin^2\theta \, k^2 \omega^2}{16\pi^2 \varepsilon_0 \, r^2}\left[\exp(\cdots)\right]^2 \cdot \left(\vec{e_\theta} \times \vec{e_\varphi}\right)$

$= \frac{-p_0^2 \sin^2\theta \, k^2 \omega^2}{16\pi^2 \varepsilon_0 \, r^2}\left[\exp(\cdots)\right]^2 \cdot \vec{e_r}$

Der Ponynting Vektor zeigt (aufgrund des negativen Vorzeichens in der Rechnung, wahrscheinlich irgendwo eins falsch gesetzt) vom Beobachter zur Quelle.

$$\vec{S} \parallel \vec{e}_r$$

Auf der Äquatorialebene ist dieser am stärksten, bei den Polen geht dieser gegen 0.

Aufgabe 3

a) Satz von Poynting:

$$\int_V \vec{j}\cdot\vec{E}\, dV = -\int_V (\vec{\nabla}\cdot\vec{S} + \partial_t u)\, dV$$

$$= -\int_V \vec{\nabla}\cdot\vec{S}\, dV - \int_V \partial_t u\, dV$$

$$= -\int_{\partial V} \vec{S}\cdot d\vec{A} - \partial_t W$$

W = in Bauteilen gespeicherte Energie

$\vec{S} = \frac{\vec{E}\times\vec{B}}{\mu_0}$ $\Rightarrow$ für $\vec{S} \neq \vec{0}$ müssen $\vec{E}$- und $\vec{B}$-Feld an einem Punkt vorliegen

↳ nur beim Widerstand der Fall

Für den Widerstand:

$\vec{E}$-Feld:

$E = \frac{\Delta U}{d_R}$ in Leiterrichtung $\hat{e}$

$\rightarrow \vec{E} = \frac{\Delta U}{d_R}\cdot\hat{1} = \frac{R\cdot\vec{I}}{d_R}$

$\vec{B}$-Feld:

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ r = radius des Widerstands

Feld ist Wirbelfeld

$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{e}_\varphi$

$$\Rightarrow \int \vec{S}\cdot d\vec{A} = \int \frac{\vec{E}\times\vec{B}}{\mu_0}\, d\vec{A}$$

$$= \int \frac{RI^2}{2\pi r\cdot d_R}\, d\vec{A}$$

$$= \frac{I^2}{2\pi r\cdot d_R}\cdot A = RI^2 \qquad (3.1)$$

Für die Induktivität:

$$W_L = \frac{1}{2}LI^2 \qquad (3.2)$$

Für den Kondensator:

$\vec{j}$ und $\vec{E}$ homogen, parallel

$$\Rightarrow \int_V \vec{j}\cdot\vec{E}\, dV = \vec{j}\cdot\vec{E}\cdot V_c$$

$$= j\cdot E\cdot A_c\cdot d_c \quad (*)$$

$$\boxed{j = \frac{I}{A_c} \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q_c}{A_c\varepsilon_0} \quad C = \frac{A_c\varepsilon_0}{d_c}}$$

σ = Ladungsdichte an Platten

$$(*) \Rightarrow = \frac{I}{A_c}\cdot\frac{Q_c}{A\varepsilon_0}\cdot A_c d_c$$

$$= \frac{I\cdot Q_c}{A\varepsilon_0} d_c = \frac{IQ}{C} \qquad (3.3)$$

$$(3.1, 3.2, 3.3) \rightarrow \frac{IQ}{C} = -RI^2 - \partial_t\left(\frac{LI^2}{2}\right)$$

Notwendige Korrekturen:

- Leistung der Spannungsquelle muss hinzuaddiert werden

$\Rightarrow$ korrigierte Gleichung:

$$\frac{IQ}{C} = -RI^2 - \partial_t\left(\frac{LI^2}{2}\right) + P_{ext}$$

$$= -RI^2 - LI\dot{I} + U_{ext}I \quad \Big| \cdot \frac{1}{I}$$

$$\Rightarrow \frac{Q}{C} = -RI - L\dot{I} + U_{ext} \quad \Big| \partial_t$$

$$\Rightarrow \frac{\partial_t Q}{C} = \frac{I}{C} = -R\dot{I} - L\ddot{I} + \dot{U}_{ext}$$

$$\Rightarrow \dot{U}_{ext} = \frac{I}{C} + R\dot{I} + L\ddot{I} \quad \Big| \cdot \frac{1}{L}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{L}\partial_t U = \ddot{I} + \frac{R\dot{I}}{L} + \frac{I}{LC}}$$

b)

$$R = 0 \rightarrow \ddot{I} + \frac{I}{LC} = \frac{1}{L}\partial_t U_Q = \frac{1}{L}\omega\cos\omega t$$

homogene Lösung:

$$\ddot{I}_h + \frac{I_h}{LC} = 0 \Rightarrow I_h = a_h\sin(\omega_0 t) + b_h\cos(\omega_0 t)$$

mit $\omega_0 := \frac{1}{\sqrt{LC}}$ als Eigenfrequenz des Schwingkreises

partikuläre Lösung:

Ansatz: $I_p(t) = a_p\sin(\omega t) + b_p\cos(\omega t)$

$$\Rightarrow -\omega^2 a_p\sin\omega t - \omega^2 b_p\cos\omega t + \frac{a_p}{LC}\sin\omega t + \frac{b_p}{LC}\cos\omega t = \frac{\omega}{L}\cos\omega t$$

$$\Rightarrow -\omega^2 b_p + \frac{b_p}{LC} = \frac{\omega}{L}$$

$$\Leftrightarrow b_p\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right) = \frac{\omega}{L}$$

$$\Rightarrow b_p = \frac{\omega}{L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} = \frac{\omega}{L(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

$$a_p = 0$$

$\Rightarrow$ Allgemeine Lsg: $I(t) = a_h\sin(\omega_0 t) + b_h\cos\omega_0 t + \frac{\omega}{L(\omega_0^2 - \omega^2)}\cos\omega t$

Für ω:

Die Anrgefrequenz ω sollte von der Eigenfrequenz ω_0 des Schwingkreises abweichen, da es sonst zu einer Resonanzkatastrophe kommen kann (in der Gleichung einem durch 0 teilen entsprechend).

Da in der Realität zumindest durch die Bauteile immer eine geringe Dämpfung stattfindet gäbe es ein “Maximum“ für die Resonanz.

Da es aber dennoch zu Schäden durch zu hohen Stromfluss kommen kann, sollte dies bei Schaltungen beachtet werden.

Aufgabe 4

) Faradaysches Induktionsgesetz:

$$\oint_{\partial A} \vec{B}\cdot d\vec{r} = \mu_0 \iint_A \vec{J}\, d\vec{A} + \underbrace{\mu_0 \varepsilon\, \partial_t \iint_A \vec{E}\cdot d\vec{A}}_{\text{kein Verschiebungsstrom, somit } 0}$$

$$\Rightarrow \int \vec{B}(r)\cdot d\vec{r}(r) = \mu_0 \cdot I_{enc}$$

$$\Leftrightarrow B(r)\cdot 2\pi r = \mu_0 I_{enc}$$

$$\Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I_{enc}}{2\pi r}$$

Vier Bereiche:

1. im inneren Draht ($r < R_i$)
2. zwischen den Strömen ($R_i < r < R_a$)
3. im äußeren Draht ($R_a < r < R$)
4. Außen ($r > R$)

Kabel:

$j_i \Leftrightarrow$ Stromdichte im inneren Draht

$\vec{j}_a \Leftrightarrow$ " " äußeren Draht

$$\vec{B}_1(r) = \frac{\mu_0 I_{enc}}{2\pi r} \cdot \vec{e}_\varphi$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi r}\, j_i \cdot A_I \cdot \vec{e}_\varphi$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi r}\, j_i\, \pi r^2 \cdot \vec{e}_\varphi$$

$$= \frac{\mu_0 j_i r}{2} \vec{e}_\varphi$$

$$\vec{B}_2(r) = \frac{\mu_0 I_{enc}}{2\pi r} \cdot \vec{e}_\varphi$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\varphi$$

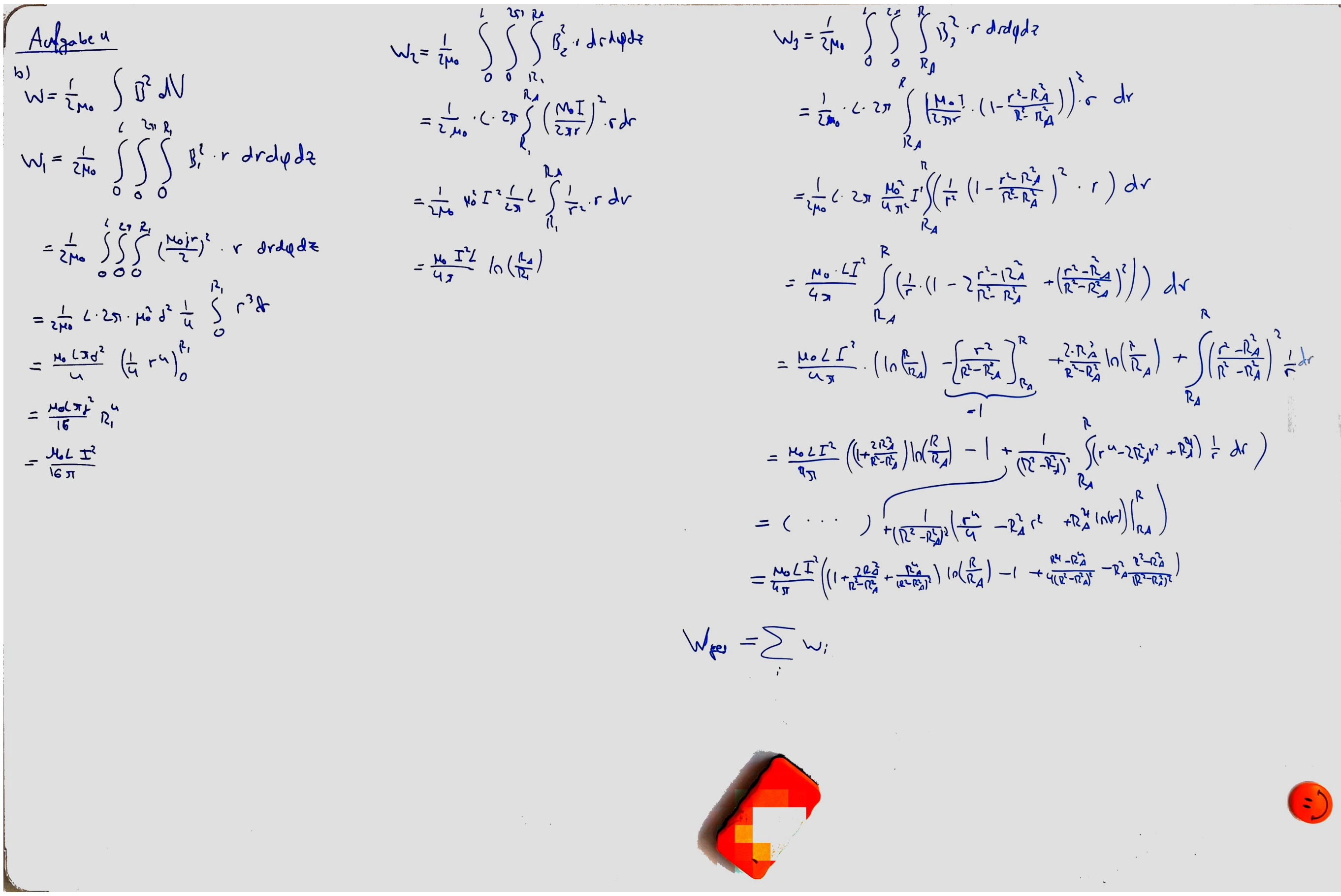
$$\vec{B}_3(r) = \frac{\mu_0 I_{enc}}{2\pi r} \vec{e}_\varphi$$

$$= \frac{\mu_0 \vec{e}_\varphi}{2\pi r} \left(I - \pi(r^2 - R_A^2) \cdot \frac{1}{\pi(R^2 - R_A^2)} I \right)$$

$$= \frac{\mu_0 \vec{e}_\varphi}{2\pi r} I \cdot \left(1 - \frac{r^2 - R_A^2}{R^2 - R_A^2} \right)$$

$$\vec{B}_4(r) = \frac{\mu_0 I_{enc}}{2\pi} \vec{e}_\varphi$$

$$= 0$$



c) Ein Vorteil des Koaxialkabels ist die verbessert Abschirmung gegen externe Magnetfelder, bzw. dass andere Kabel in der Umgebung von diesem kein Magnetfeld erfahren.