



# تکلیف سری اول درس ریاضی عمومی ۱

(آخرین زمان تحویل: شنبه ۲۲ مهرماه ساعت ۱۶)

۱. حد هر یک از دنباله‌های زیر را با ذکر دلیل تعیین نمایید.

الف)  $a_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \sin(n^3 + 1)$

ب)  $a_n = \sqrt{n^3 + 2n} - \sqrt{n^3 + 1}$

حل:



## تکلیف سری اول درس ریاضی عمومی ۱

(آخرین زمان تحویل: شنبه ۲۲ مهرماه ساعت ۱۶)

۲. فرض کنید دنباله‌ی همگرای  $a_n = (1 + \frac{1}{n})^n$  حدی برابر  $\alpha$  داشته باشد. حد هر یک از دنباله‌های زیر را بر حسب  $\alpha$  تعیین کنید.

الف)  $b_n = (1 + \frac{1}{n})^{n+4}$

ب)  $c_n = (1 + \frac{1}{n})^{2n}$

ج)  $d_n = (\frac{n}{n+1})^n$

حل:



## تکلیف سری اول درس ریاضی عمومی ۱

(آخرین زمان تحویل: شنبه ۲۲ مهرماه ساعت ۱۶)

۳. دنباله‌ی  $\{a_n\}$  را دنباله‌ای بازگشتی نامیم هرگاه جمله‌ی آغازین (یا چند جمله‌ی آغازین) دنباله داده شده باشد و جمله‌ی  $a_n$  به جمله‌ی  $a_{n-1}$  یا چند جمله‌ی قبل از خود وابسته باشد. نشان دهید دنباله‌ی بازگشتی  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  با دستور  $a_1 = 1$  و  $a_n = \sqrt{3 + 2a_{n-1}}$  برای  $n \geq 2$ ، دنباله‌ای صعودی است. نشان دهید این دنباله همگرا است.

حل:



# تکلیف سری اول درس ریاضی عمومی ۱

(آخرین زمان تحویل: شنبه ۲۲ مهرماه ساعت ۱۶)

۴. همگرایی یا واگرایی سری‌های زیر را تحقیق نمایید.

الف)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}$

ب)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[n]{n}}{n^2}$

ج)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{n}}}$

د)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \times 3 \times \dots \times (2n-1)}{2 \times 4 \times \dots \times (2n)(3^n + 1)}$

حل:



# تکلیف سری اول درس ریاضی عمومی ۱

(آخرین زمان تحویل: شنبه ۲۲ مهرماه ساعت ۱۶)

۵. اگر  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  یک سری با جملات نامنفی و همگرا باشد، نشان دهید هر یک از سری‌های زیر همگرا است.

الف)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$

ب)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{a_n + 1}$

ج)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n^2}{a_n^2 + 1}$

حل: