



تکلیف سری اول درس ریاضی عمومی ۱

(آخرین زمان تحویل: شنبه ۲۲ مهرماه ساعت ۱۶)

نام و نام خانوادگی: شماره دانشجویی: نام استاد:

۱. حد هر یک از دنباله‌های زیر را با ذکر دلیل تعیین نمایید.

الف) $a_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \sin(n^3 + 1)$

ب) $a_n = \sqrt{n^3 + 2n} - \sqrt{n^3 + 1}$

حل:



تکلیف سری اول درس ریاضی عمومی ۱

(آخرین زمان تحویل: شنبه ۲۲ مهرماه ساعت ۱۶)

۲. فرض کنید دنباله‌ی همگرایی $a_n = (1 + \frac{1}{n})^n$ حدی برابر α داشته باشد. حد هر یک از دنباله‌های زیر را بر حسب α تعیین کنید.

الف) $b_n = (1 + \frac{1}{n})^{n+4}$

ب) $c_n = (1 + \frac{1}{n})^{2n}$

ج) $d_n = (\frac{n}{n+1})^n$

حل:



تکلیف سری اول درس ریاضی عمومی ۱

(آخرین زمان تحویل: شنبه ۲۲ مهرماه ساعت ۱۶)

۳. دنباله‌ی $\{a_n\}$ را دنباله‌ای بازگشتی نامیم هرگاه جمله‌ی آغازین (یا چند جمله‌ی آغازین) دنباله داده شده باشد و جمله‌ی a_n به جمله‌ی a_{n-1} یا چند جمله‌ی قبل از خود وابسته باشد. نشان دهید دنباله‌ی بازگشتی $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ با دستور $a_1 = 1$ و $a_n = \sqrt{3 + 2a_{n-1}}$ برای $n \geq 2$ ، دنباله‌ای صعودی است. نشان دهید این دنباله همگرا است.

حل:



تکلیف سری اول درس ریاضی عمومی ۱

(آخرین زمان تحویل: شنبه ۲۲ مهرماه ساعت ۱۶)

۴. همگرایی یا واگرایی سری‌های زیر را تحقیق نمایید.

الف)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}$$

ب)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[n]{n}}{n^2}$$

ج)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{n}}}$$

د)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \times 3 \times \dots \times (2n-1)}{2 \times 4 \times \dots \times (2n)(3^n + 1)}$$

حل:



تکلیف سری اول درس ریاضی عمومی ۱

(آخرین زمان تحویل: شنبه ۲۲ مهرماه ساعت ۱۶)

۵. اگر $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ یک سری با جملات نامنفی و همگرا باشد، نشان دهید هر یک از سری‌های زیر همگرا است.

الف) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$

ب) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{a_n + 1}$

ج) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n^2}{a_n^2 + 1}$

حل: