

به نام خدا

آزمون پایان ترم ریاضی عمومی ۲

مدت امتحان: ۲ ساعت

۱۳۹۳/۳/۲۱

توجه:

- (۱) نام و نام خانوادگی خود و مدرس گروه خود را در تمام صفحات پرسشنامه بنویسید.
- (۲) صفحات پرسشنامه را شماره گذاری کرده، جواب هر سؤال را در برگه‌ی مخصوص خود بنویسید.
- (۳) از جدا کردن برگه‌ها اکیداً خودداری کنید.
- (۴) در طول آزمون به هیچ سؤال‌ی پاسخ داده نمی‌شود.
- (۵) تلفن همراه خود را در طول آزمون خاموش نمایید.
- (۶) سؤال‌های اول و دوم ۲۰ نمره و سؤال‌های دوم و سوم ۳۰ نمره دارند.

۱. اکستریم‌های مطلق تابع $f(x, y) = 7 - x^2 - y^2$ را بر ناحیه‌ی زیر تعیین کنید.

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + (y - 1)^2 \leq 4\}$$

۲. حجم ناحیه‌ی T محصور به نیم کره‌ی $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ ، بالای صفحه‌ی $z = 0$ و درون استوانه‌ی $x^2 + y^2 = 2x$ را بیابید.

۳. فرض کنید $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4y \leq 0, x \geq 0\}$.

الف) مطلوب است تعیین $\iint_R x \, dA$.

ب) اگر $F = (xe^x)\mathbf{i} + (x^2 + y^4)\mathbf{j}$ ، مطلوبست محاسبه‌ی $\int_C F \cdot dr$ ، که در آن C قسمتی از دایره‌ی $x^2 + y^2 = 4y$ در ناحیه‌ی $x \geq 0$ پیموده شده از نقطه‌ی $(0, 0)$ به نقطه‌ی $(0, 4)$ است.

۴. الف) مطلوب است محاسبه‌ی $\iiint_T z \, dx \, dy \, dz$ که در آن

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0\}$$

ب) مطلوب است محاسبه‌ی $\iint_S F \cdot \mathbf{n} \, d\sigma$ که در آن $F = (xz)\mathbf{i} + (z)\mathbf{j} - (x^2)\mathbf{k}$ ، رویه‌ی S قسمتی از کره‌ی $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ در نیم فضای $z \geq 0$ و \mathbf{n} قائم خارجی کره است.

«موفق باشید»