

۱. مساحت قسمتی از صفحه به معادله $z = y$ را بیابید که توسط استوانه به معادله $x^2 + y^2 = 2y$ بریده می شود.
(۷ نمره)

۲. اکستریم های مطلق تابع f با ضابطه $f(x, y) = x^2y + x^2 + \frac{y^2}{4}$ را روی ناحیه $R = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4\}$ به دست آورید.
(۱۰ نمره)

۳. انتگرال دوگانه $\iint_R (x+y)e^{(x^2-y^2)} dx dy$ که در آن R ناحیه محدود به خطوط $x+y=0, x-y=2, x-y=0$ و $x+y=2$ است را محاسبه کنید.
(۸ نمره)

۴. الف) مطلوبست محاسبه $\iiint_T y dx dy dz$ که در آن T ناحیه محصور توسط نیم کره $z = \sqrt{1-x^2-y^2}$ و صفحه xy است.
ب) مطلوبست محاسبه $\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} d\sigma$ به کمک قضیه دیورژانس، که در آن S نیم کره $z = \sqrt{1-x^2-y^2}$ و \mathbf{n} قائم یکانی (یکه) رو به بالا است و $\mathbf{F}(x, y, z) = (xy + 2z)\mathbf{i} + (x^2 + z^2)\mathbf{j} + (2x - 3y^2)\mathbf{k}$.
(۱۰ نمره)

۵. فرض کنید ناحیه R در نیمه بالائی صفحه xy و محدود به خطوط $y = x$ و $y = \sqrt{3}x$ و دایره های به معادلات $x^2 + y^2 = 1$ و $x^2 + y^2 = 4$ باشد.
الف) مطلوبست محاسبه انتگرال $\iint_R (x^2 + y^2) dA$.
ب) اگر C مرز R در جهت مثبت باشد، با استفاده از قضیه گرین مقدار $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ را بیابید که در آن $\mathbf{F}(x, y) = (x^2 - y^3)\mathbf{i} + (x^3 + y^3)\mathbf{j}$.
(۱۰ نمره)

۶. فرض کنید رویه S بخشی از صفحه $z + 2y = 1$ باشد که توسط سهمیگون $z = 1 - x^2 - y^2$ بریده شده است.
الف) مطلوب است محاسبه $\iint_S (xz - x) d\sigma$.
ب) اگر $\mathbf{F}(x, y, z) = (xz^2)\mathbf{i} + yz\mathbf{j} + x^2\mathbf{k}$ و C مرز رویه S در جهت مثبت باشد (نسبت به قائم رو به بالای صفحه) مقدار $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ را به کمک قضیه استوکس بیابید.
(۱۰ نمره)

موفق باشید