

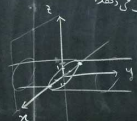
یادآوری (از دبیرستان)
 هر معادله درجه دوم با دو مجهول
 در فضای \mathbb{R}^2 یکی از مقاطع مخروطی را مشخص می‌کند

یادآوری
 رسم بیضی

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



معادله فوق یک بیضی در صفحه $y=0$
 به دست می‌دهد



مثال
 استوانه
 رسم کنید

$$\frac{x^2}{4} + z^2 = 1$$



رسم استوانه
 معادله $f(x,y,z)=0$ در \mathbb{R}^3
 استوانه را مشخص می‌کند

هدف

بررسی پدیده‌ای مشابه در فضای \mathbb{R}^3
 Quadrate
 Surface رسم رویه‌ای به معادله درجه دوم

تعریف

منظور از یک معادله درجه دوم

معادله‌ای به صورت زیر است

$$\square x^2 + \square y^2 + \square z^2 +$$

$$\square x + \square y + \square z +$$

$$\square xy + \square xz + \square yz + D = 0$$

که در هر \square یک عدد حقیقی قرار

می‌گیرد

توجه ① عنصری شامل x, y, z در معادله

بالا نداریم

توجه ②

تکینگی در آن استقلال

استفاده از تکنیک‌های در آن استقلال
 در آن حالات شامل xy, xz و yz را از میان برداشت

نیازی نیست که در آن معادله‌ای نخواهیم

برداشت که شامل عبارتهای یاد شده نباشند

توجه ③ ممکن باشد هم معادله‌ای یاد شده ایجاد
 می‌شود نیز از چند حالت خارج نیست که در ادامه به این

حالات خواهیم پرداخت

مثال مجموعه نقاط صادق در معادله زیر را

در \mathbb{R}^3 رسم کنید

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

رابطه دارد

با معادله فوق را می توان به صورت زیر نوشت

$$(x-0)^2 + (y-0)^2 + (z-0)^2 = 1$$

پس باید دنبال مجموعه ای هستیم

$$\{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$$

مجموعه ای که دقیقاً شامل نقاطی است که

فاصله آنها از مبدأ برابر با 1 است

$$D = 1$$

پس معادله فوق معادله یک کره به مرکز

مبدأ و شعاع 1 است



را داریم

همچنین $z=0$ چه شکل داریم

$$z=0 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1$$



در $z=\pm 1$ داریم

$$x^2 + y^2 = 0 \Rightarrow x=0, y=0$$

پس نقاط $(0,0,1)$ و $(0,0,-1)$ روی شکل مورد

نظر واقعند

حالت کلی

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

معادله یک بیضی وار (بیضی گویا، بیضی) است



در $x=0$ دایره را داریم:

$$y^2 + z^2 = 1$$



در صفحه $y=0$ دایره را داریم:

$$x^2 + z^2 = 1$$



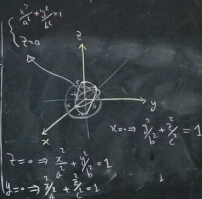
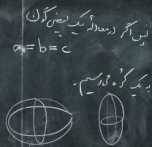
در جهات مختلف دایره مختلف داریم:



شکل فوق یک سهمی دارد دایره ای نام دارد.

شاهد: شکل فوق از دوران $z = x^2 + y^2$ حول محور z ایجاد می شود.

شکل فوق از دوران $z = x^2$ حول محور z ایجاد می شود.



مثال

مساحت سطح حاصل از دوران منحنی $z=f(y)$ حول محور z را بنویسید.

مساحت سطح حاصل از دوران منحنی $z=f(y)$ حول محور z را بنویسید.

تقریب نقاط عادی و مساحت

$z = 4x^2 + y^2$

رسم کنید

$\frac{z}{4} = \frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4}$

نیم اریتمی

Elliptic paraboloid

این کار ساده است

کاربرد ها

از دوران منحنی در یک طرف

یک کوسه را می توان به این شکل نوشت

$z=c \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

مساحت کلی

$$\frac{z}{c} = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$

$$z = (y)^2$$

یافتن تابع فاصله (۱) معادله مورد نظر به صورت

$$z = \left(\sqrt{x^2 + y^2} \right)^2$$

زیر است

$$z = x^2 + y^2 \Rightarrow$$

شکل دارد

مثال معادله شکل حاصل از دوران

منحنی $z = y^2$ حول محور z را



نویسید

این معادله شکل حاصل از دوران

منحنی $z = f(y)$ حول محور z به صورت

زیر است $(*) z = f\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)$



$$z = y^2$$

ازجهت شکل، در هر نقطه ای داریم

$z = f(d)$

اما در نقاط مختلف به صورت زیر

$$d = \sqrt{x^2 + y^2}$$

