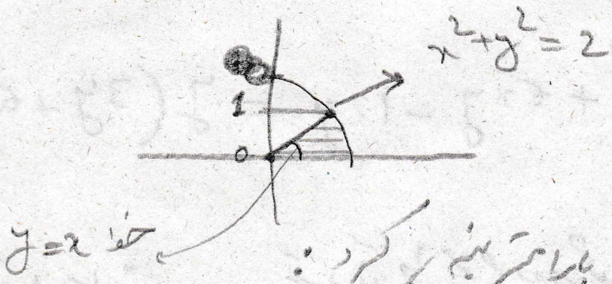
ریاضی ۲

ناحیهٔ انتگرال‌گیری به صورت زیر است:



که می‌توان آن را به صورت قطبی زیر پارامتربندی کرد:

$$0 \le \theta \le \frac{\pi}{4} \longrightarrow \text{شیب خط } y=x$$

$$0 \le r \le \sqrt{2}$$

پس انتگرال مورد نظر را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\int_0^{\pi/4} \int_0^{1} \frac{1}{\sqrt{1+r^2}}\, r\,dr\,d\theta$$

$\frac{\pi}{4}$ باید باشد

1 نمره بابت آن

③ (تشخیص حد)

② تشخیص المان انتگرال‌گیری

$$= \frac{\pi}{4} \times \int_0^1 \frac{r\,dr}{\sqrt{1+r^2}} = \frac{\pi}{4} \times \int_1^2 \frac{du}{2u^{\frac{1}{2}}}$$

$u = 1+r^2$

$du = 2r\,dr$

محاسبه انتگرال ②

$$= \frac{\pi}{4} \times u^{\frac{1}{2}} \Big|_1^2 = (\sqrt{2}-1)\frac{\pi}{4}$$

سوال دوم

$f_x = 0$

$f_x(x,y) = 3y^2$

$f_y(x,y) = 3y^2 + 6xy - 12y = y(3y + 6x - 12)$

نقاط بحرانی ؟ $y = 0$ تمام نقاط محورها را در برگیرد

② تعیین نقاط بحرانی

$$D(x,0) = \begin{vmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{vmatrix}_{(x,0)} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

در تمام نقاط بحرانی $D = 0$ پس آزمون جواب نمی‌دهد.

① محاسبه D بی‌فایده است که آزمون جواب نمی‌دهد

توجه: سوال اول 7 نمره و سوال دوم 3 نمره دارد