به نام خالق یکتا

دانشگاه صنعتی اصفهان ـ دانشکده علوم ریاضی

۲۳ اردیبهشت ماه ۹۸ — کوئیز ~~اول~~ دوم درس ریاضی عمومی۱ — مدت: ۵۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی : .... شماره‌ی دانشجویی : .... نام استاد : ....

---

۱. فرض کنید $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ تابعی مشتق‌پذیر باشد.

الف) اگر $g(x)=f(\sinh x)$ ضابطه تابع g' را به دست آورید. (۲ نمره)

ب) با فرض اینکه $f(0)=0$ و $f'(0)=1$، مقدار $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(\sinh x)}{x}$ را بدون قاعده هوپیتال تعیین کنید. (۳ نمره)

الف) با استفاده از قاعده زنجیری خواهیم داشت

$$g'(x)=f'(\sinh x)\cosh x$$

ب)

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(\sinh x)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{f(\sinh x)-f(\sinh(0))}{x-0}$$

توجه می‌کنیم که بنابر فرض $f(\sinh(0))=f(0)=0$. اکنون با توجه به اینکه عبارت حاصل برابر مشتق تابع $g(x)=f(\sinh(x))$ در $x=0$ است، با استفاده از (الف) خواهیم داشت

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(\sinh(x))-f(\sinh(0))}{x}=g'(0)=f'(\sinh(0))\cosh(0)=f'(0)\times 1=1$$

به نام خالق یکتا

دانشگاه صنعتی اصفهان- دانشکده علوم ریاضی

۲۳ اردیبهشت ماه ۹۸ **کوئیز ~~اول~~ دوم درس ریاضی عمومی۱** **مدت: ۵۰ دقیقه**

نام و نام خانوادگی : .... شماره‌ی دانشجویی : .... نام استاد : ....

---

۱. فرض کنید $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ تابعی مشتق‌پذیر باشد.

الف) اگر $g(x)=f(\sinh x)$ ضابطه تابع g' را به دست آورید. (۲ نمره)

ب) با فرض اینکه $f(0)=0$ و $f'(0)=1$، مقدار $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(\sinh x)}{x}$ را بدون قاعده هوپیتال تعیین کنید. (۳ نمره)

الف) با استفاده از قاعده زنجیری خواهیم داشت

$$g'(x)=f'(\sinh x)\cosh x$$

ب)

$$\lim_{x\to0}\frac{f(\sinh x)}{x}=\lim_{x\to0}\frac{f(\sinh x)-f(\sinh(0))}{x-0}$$

توجه می‌کنیم که بنا بر فرض $f(\sinh(0))=f(0)=0$. اکنون با توجه به اینکه عبارت حاصل حد برابر مشتق تابع $g(x)=f(\sinh(x))$ در $x=0$ است، با استفاده از (الف) خواهیم داشت

$$\lim_{x\to0}\frac{f(\sinh(x))-f(\sinh(0))}{x}=g'(0)=f'(\sinh(0))\cosh(0)$$

$$=f'(0)\times1=1$$

۲. ضابطه مشتق تابع زیر را به دست آورید. (۵ نمره)

$$f(x)=\begin{cases}\cosh(x^{۳}) & x<۰\\ x\sqrt{x}+۱ & x\geq ۰\end{cases}$$

$\forall x<0 \quad f(x)=\cosh(x^3) \Longrightarrow f'(x)=3x^2\sinh(x^3)$

$\forall x>0 \quad f(x)=x\sqrt{x}+1=x^{3/2}+1 \Longrightarrow f'(x)=\frac{3}{2}x^{1/2}$

در $x=0$ با استفاده از تعریف مشتق پیش می‌بریم.

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{x\sqrt{x}+1-(0\sqrt{0}+1)}{x}=\lim_{x\to 0^+}\sqrt{x}=0$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{\cosh(x^3)-(0\sqrt{0}+1)}{x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{\cosh(x^3)-1}{x}$$

(چون حد وجود دارد)

$$=\lim_{x\to 0^-}\frac{\cosh(x^3)-\cosh(0^3)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{\cosh(x^3)-\cosh(0^3)}{x}=\frac{d}{dx}\cosh(x^3)\Big|_{x=0}=0$$

بنابراین $f'(0)=0$.

موفق باشید